



Нова українська школа

8

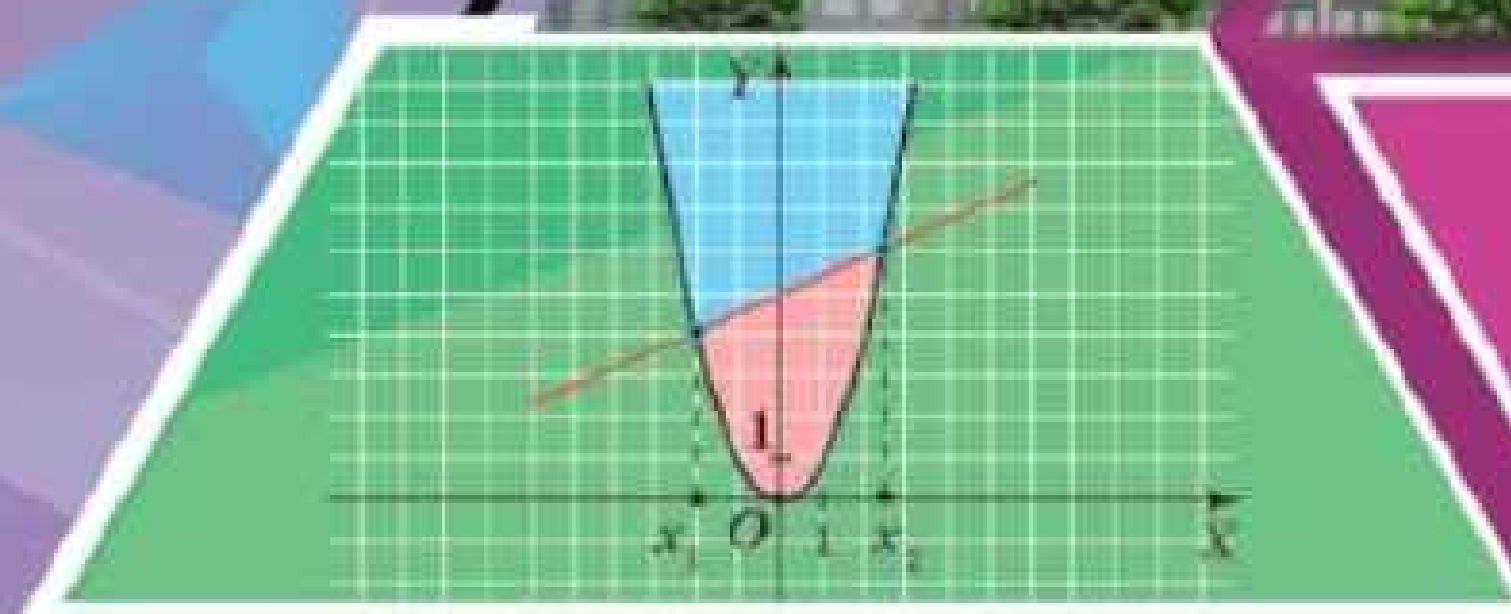
$$\frac{x^2 - 9xy^2}{9y^2 + x^2} \cdot \left(\frac{x+3y}{x^2-3xy} + \frac{x-3y}{3xy+x^2} \right)$$

$$\frac{14a^2b^3c^2}{21abc^2}$$

$$\left(\frac{A}{C} + \frac{B}{D} \right) \cdot \frac{K}{Z} = \frac{A}{C} + \frac{K}{Z} + \frac{B}{D} + \frac{K}{Z}$$

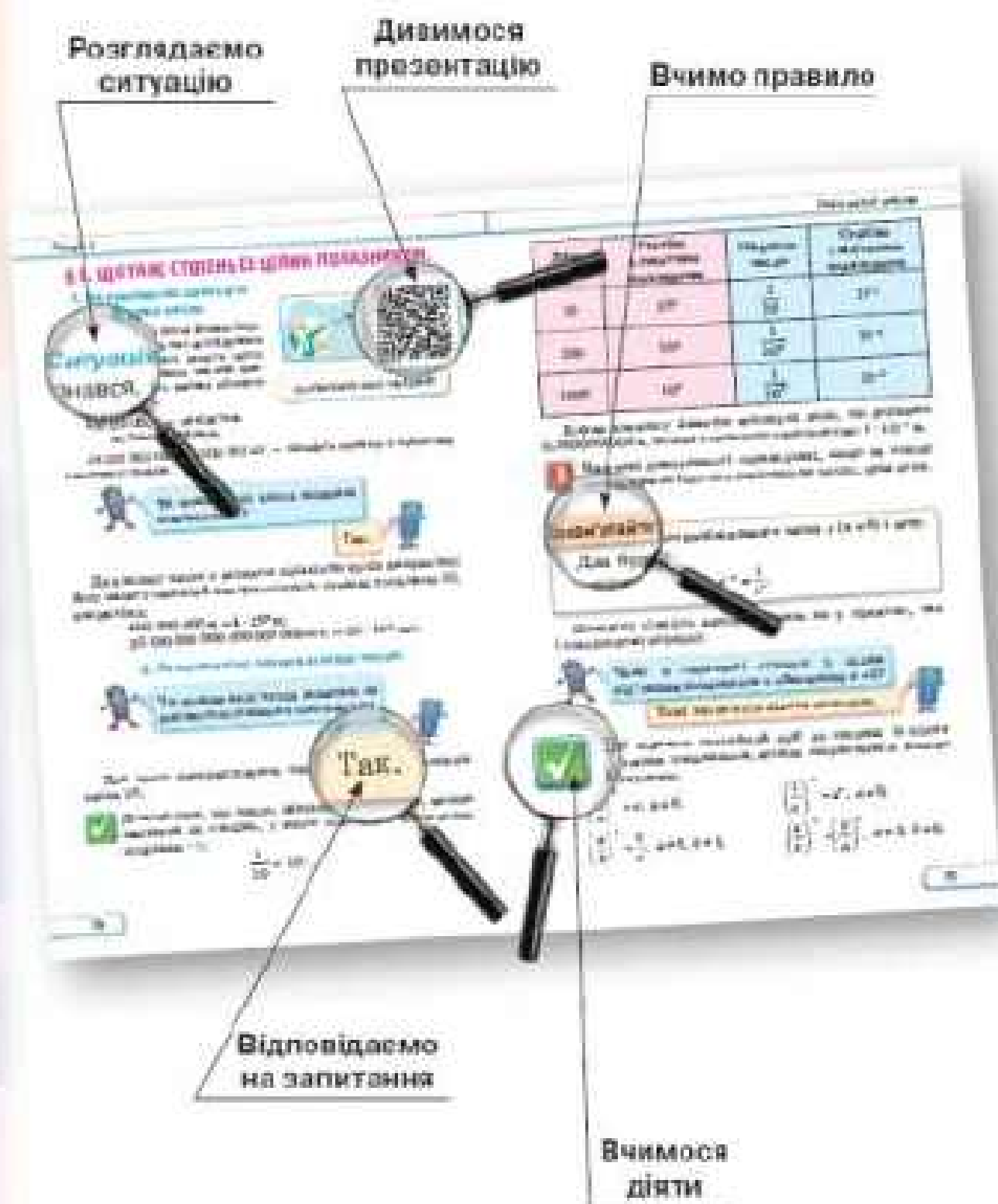
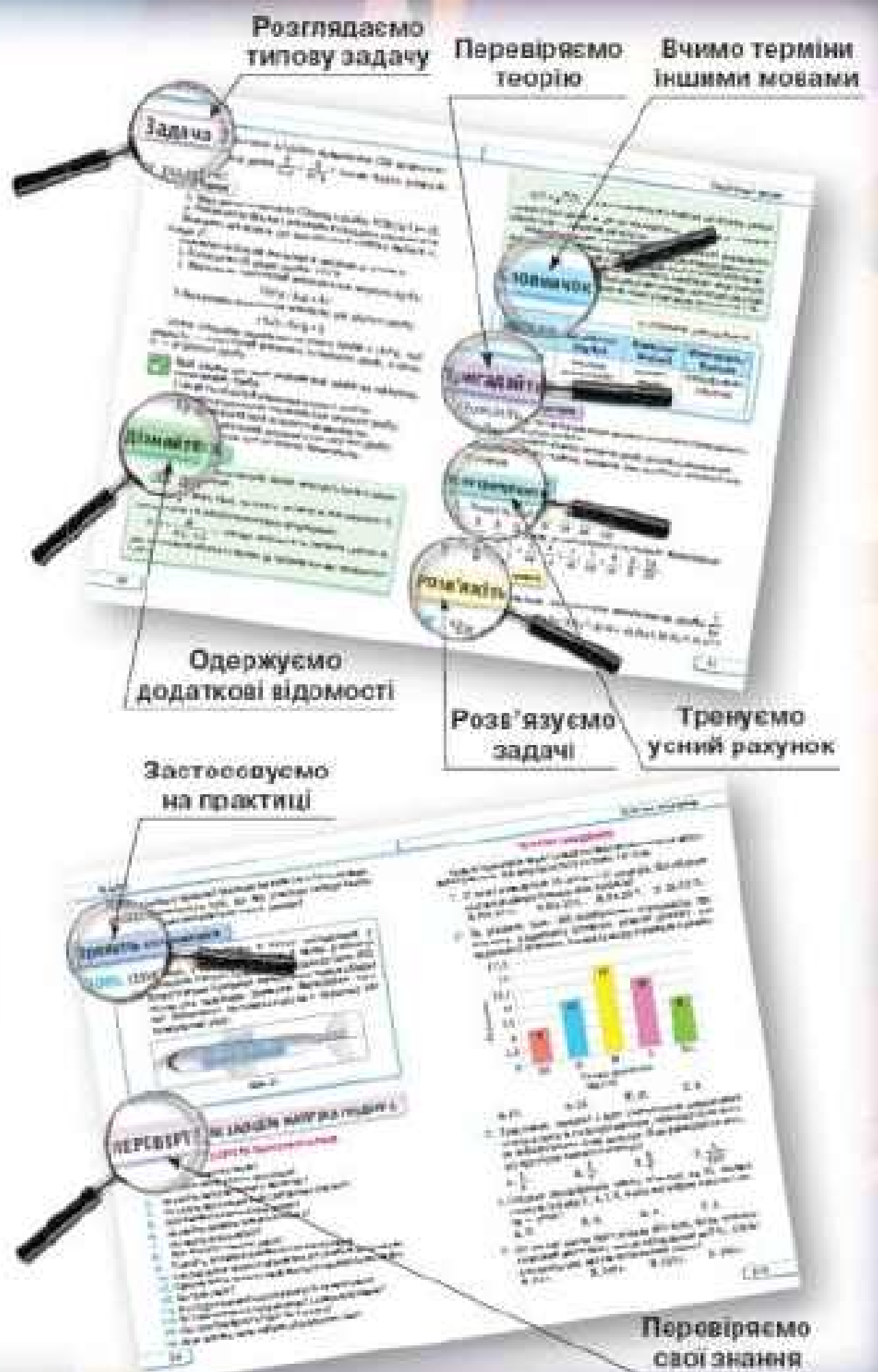
$$\left(-\frac{a^3}{6b^4} \right)^3$$

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$



АЛГЕБРА

НАВЧАЄМОСЯ РАЗОМ З ПІДРУЧНИКОМ



АЛГЕБРА

Підручник для 8 класу
закладів загальної середньої освіти

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України*

УДК 512*кл8(075.3)
А45

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 21.02.2025 № 347)

Підручник розроблено за модельною навчальною програмою
«Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти
(авторський колектив програми:
М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, Д. В. Васильєва)

Авторський колектив підручника:

Н. А. Тарасенкова, І. А. Акуленко, О. А. Данько,
О. М. Коломієць, І. М. Богатирьова, З. О. Сердюк

Е-додаток

<https://faino.school/>

**Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А., Данько О. А.,
Коломієць О. М., Богатирьова І. М., Сердюк З. О.**

А45 Алгебра : підруч. для 8 кл. закладів загальної середньої
освіти / Київ: УОБЦ «Оріон», 2025. 352 с. : іл.

ISBN 978-966-991-413-2

УДК 512*кл8(075.3)

© Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А.,
Данько О. А., Коломієць О. М.,
Богатирьова І. М.,
Сердюк З. О., 2025

ISBN 978-966-991-413-2

ДОРОГІ УЧНІ Й УЧЕНИЦІ!

Алгебра — один із розділів математики. Вона виникла як наука про рівняння у зв'язку з потребами практики та як результат пошуку узагальнених способів розв'язування великої кількості схожих задач. Нині засобами алгебри користуються в багатьох галузях знань — фізиці, хімії, біології, економіці, комп'ютерних технологіях та інженерії.

У 7 класі ви навчилися перетворювати числові вирази та вирази зі змінними; доводити тотожності; виконувати дії з одночленами та многочленами; дізналися, що таке функція; навчилися будувати графіки функцій і досліджувати їхні властивості; розв'язувати деякі рівняння та їх системи. Тепер ви продовжите удосконалювати свої вміння рахувати, міркувати, порівнювати, робити висновки. Для цього потрібно наполегливо й відповідально працювати на уроках, а також самостійно працювати вдома. А підручник вам у цьому допоможе.

Як успішно вивчати алгебру за цим підручником? Весь матеріал поділено на розділи, а розділи — на параграфи. У кожному параграфі є теоретичний матеріал і задачі. Вивчаючи теорію, особливу увагу звертайте на найважливіші формулювання, які потрібно зрозуміти, запам'ятати і вміти застосовувати під час розв'язування задач. *Курсивом* виділено терміни (наукові назви) понять.

Перевірити, як засвоєно матеріал параграфа, і повторити його допоможуть запитання рубрики «Пригадайте головне», які є після кожного параграфа. А після кожного розділу вміщено контрольні запитання і тестові завдання, за якими можна перевірити, як засвоєно тему.

Задачі підручника мають чотири рівні складності. Номери задач початкового рівня складності позначено штрихом ('). Це підготовчі вправи для тих, хто не впевнений, що добре зрозумів теоретичний матеріал. Номери з кружечками (°) позначають задачі середнього рівня складності. Їх треба навчитися розв'язувати всім, щоб мати змогу вивчати алгебру далі. Номери задач достатнього рівня складності не мають позначок біля номера. Навчившись розв'язувати їх, ви зможете впевнено демонструвати достатній рівень навчальних досягнень. Зірочками (*) позначено задачі високого рівня

складності. Якщо не зможете відразу їх розв'язати, не засмучуйтесь, а виявіть терпіння і наполегливість. Радість від розв'язання складної задачі буде вам нагородою.

Номери завдань для домашньої роботи виділено рожевим кольором.

Скориставшись рубрикою «Дізнайтеся більше», ви зможете поглибити й розширити свої знання.

У підручнику використовуються спеціальні позначки (пiктограми). Вони допоможуть краще зорієнтуватися в навчальному матеріалі.



— Увага! Не припустися помилки



— Важливо знати



— Як записати



Словничок

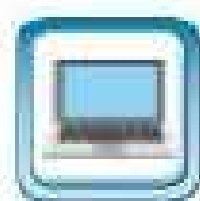
— Словничок



— Запитуємо



— Відповідаємо



— Інтерактивні вправи



— Вправи з Е-додатка

**Бажаємо вам успіхів у пізнанні нового
і задоволення від навчання!**

Розділ 1. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ВИВЧЕНОГО В 7 КЛАСІ

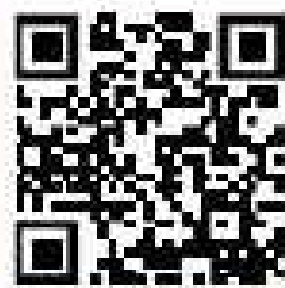
ВИРАЗИ. ТОТОЖНОСТІ. ОДНОЧЛЕНИ І МНОГОЧЛЕНИ

Вирази і тотожності



qr.orioncentr.com.ua/K9r2S

Многочлени



qr.orioncentr.com.ua/uiLZz

Одночлени



qr.orioncentr.com.ua/roZIV

1. Обчисліть найбільш раціональним способом:

- | | |
|--|---|
| 1) $2,71 \cdot 9,2 + 9,2 \cdot 3,29$; | 4) $2\frac{5}{7} - 11\frac{2}{5} + 19\frac{2}{7} - 2\frac{3}{5}$; |
| 2) $15,68 \cdot 3,1 - 13,58 \cdot 3,1$; | 5) $\left(6\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot 24$; |
| 3) $28 \cdot 5,7 \cdot \frac{3}{14}$; | 6) $17\frac{5}{13} \cdot 7\frac{1}{3} + 2\frac{8}{13} \cdot 7\frac{1}{3}$. |

2. Знайдіть значення виразу:

- | | |
|--------------------------------|---|
| 1) $-3^2 + 4^3 - 5^4 + 10^2$; | 3) $0,4^2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 + 1,2^4 \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^4$; |
| 2) $-2^9 - (-2)^8 + 2^7$; | 4) $(-20^4 : ((-4)^2)^2) : 5^2$. |

3. Розташуйте числа в порядку збільшення і розшифруйте прізвище автора віршованих рядків: «Я єсть народ, якого Правди сила ніким звойована ще не була. Яка біда мене, яка чума косила! — а сила знову розцвіла». $(-0,7)^3 - A$; $(-6)^{30} - A$; $-7^7 - П$; $(-0,3)^8 - O$; $1,6^4 - И$; $(-1,6)^2 - Ч$; $0,3^6 - Т$; $0^{2024} - Л$; $1^{2023} - И$; $(-0,7)^5 - В$; $5^4 - Н$.

4. Зведіть одночлен до стандартного вигляду:

- | |
|---|
| 1) $0,2 \cdot x^{15} \cdot 5 \cdot y^2 \cdot z \cdot 0,8 \cdot y$; |
| 2) $100x^3 \cdot y^3 \cdot x \cdot y^{10} \cdot (-0,12)x^7 \cdot y^7 \cdot 5x \cdot 0,2y^2 \cdot y^3 \cdot y^4$. |

Укажіть степінь даного одночлена.

5. Подайте вираз як многочлен стандартного вигляду:

1) $6x - (x + 4)(4 - x)$;

3) $0,5(-y - 2)(y + 2)$;

2) $(x + 5)^2 + 21x$;

4) $(-a - 5)(5 - a) \cdot 0,2a$.

Укажіть степінь одержаного многочлена.

6. Розкладіть многочлен на множники:



1) $3a^2 - 3b^2$;

9) $a^2 - b^2 + a + b$;

2) $9x^3 - x$;

10) $z^2 - 4z + 4 - 16z^2$;

3) $y^6 - y^2$;

11) $c^3 + 125$;

4) $8z^3 - 2z$;

12) $27a^3 - 8$.

5) $n^2 + 10n + 25$;

6) $4m^2 - 28m + 49$;

7) $0,25 + 0,81x^2 - 0,9x$;

8) $-60xy + 45y + 20x^2y$;



qr.orioncentr.com.ua/iV2B1

7. Доведіть тотожність:

1) $10a - (3a - 9b) = 7a + 9b$;

2) $(0,5c + d) - 2(0,5d - 0,3c) = 1,1c$;

3) $9m + 1 = 4(m + n) - 5(n - m) + (n + 1)$;

4) $10a - 2(3a - 2b) = (2a + b) - (-2a - 3b)$.

8. У школі три восьмі класи. Відомо, що у 8-А класі навчається на 10 % учнів більше, ніж у 8-Б, а число учнів у 8-Б класі відноситься до числа учнів у 8-В класі як 3,5 до 4. Складіть вираз для обчислення загальної кількості восьмикласників, якщо: 1) у 8-А класі навчається x учнів; 2) у 8-Б класі навчається a учнів; 3) у 8-В класі навчається b учнів.

9. Одна сторона прямокутника дорівнює a см, а інша — на 3 см менша. Знайдіть сторону і площу квадрата, периметр якого дорівнює периметру даного прямокутника.

10. Одна сторона прямокутника дорівнює a см, а інша — на 3 см менша. Складіть вирази для знаходження периметра і площі прямокутника. Знайдіть значення цих виразів, якщо: 1) $a = 15$ см; 2) $a = 30,1$ см.



11. Сума двох двоцифрових чисел, у яких однакове число десятків, дорівнює 112. Знайдіть ці числа, якщо число одиниць першого на 4 більше за число одиниць другого.

12. Двоцифрове число на 18 більше за суму його цифр. Знайдіть це число, якщо число одиниць на 2 менше від числа його десятків.

ФУНКЦІЇ

qr.orioncentr.com.ua/fupOM

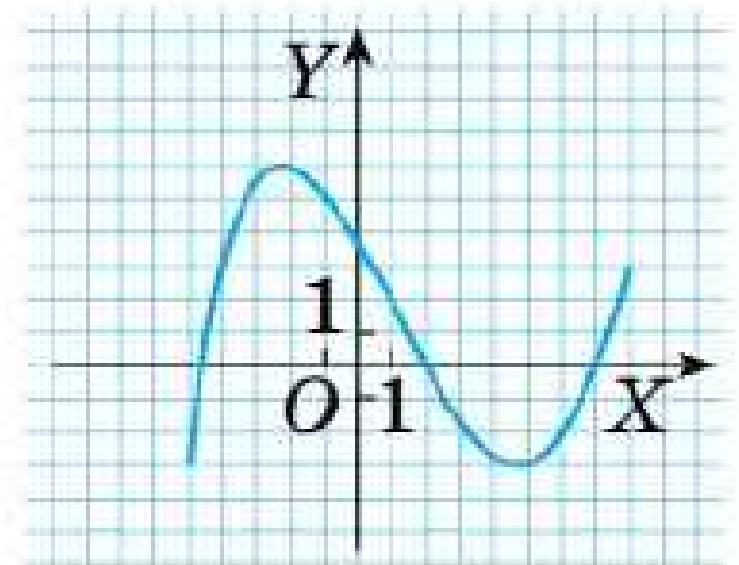


13. Турист проїхав від бази відпочинку 15 км на автобусі, а потім продовжив рух пішки в тому самому напрямку зі швидкістю 5 км/год. На якій відстані (y) від бази відпочинку буде турист через x годин руху пішки?



14. Марійка пішла на курси вивчення англійської мови. Вона знала 10 базових слів. Щоуроку вона додавала до свого лексикону 20 нових англійських слів. Скільки слів (y) буде знати Марійка через x уроків англійської мови?

15. На малюнку 1 зображено графік деякої функції. Скориставшись графіком, знайдіть:



Мал. 1

- 1) значення y , якщо $x = -4; -1; 1; 6; 7$;
- 2) значення x , за якого $y = -3$;
- 3) три значення аргументу, за яких значення функції додатне;
- 4) три значення аргументу, за яких значення функції від'ємне.

Чи належать графіку цієї функції точки з координатами: $(0; 2); (2; 0); (-3; 5,5); (-5; -3)$?

16. З'ясуйте, чи належить графіку функції $y = x^2 - 6x + 9$ точка:

1) $A(3; 0)$; 2) $B(-3; 18)$; 3) $C(4; 1)$; 4) $D(1,5; 2,25)$.

17. Побудуйте графік функції:

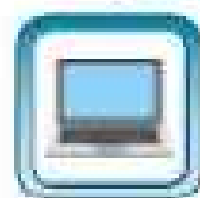
1) $y = -3$; 2) $y = x + 3$; 3) $y = -2x + 4$; 4) $y = 0,5x$.

18. Побудуйте графік функції:



1) $y = 2$; 2) $y = \frac{1}{3}x$; 3) $y = -4x + 3$; 4) $y = 5x - 10$.

19. Замініть * таким числом, щоб утворилось правильне твердження:



qr.orioncentr.com.ua/a1Zzb



1) пряма $y = -\frac{1}{3}x + 4$ проходить через точ-

ку (*; 2);

2) пряма $y = 4x - 3$ відтинає на осі ординат відрізок завдовжки * од.;

3) пряма $y = 0,5x - 4$ відтинає на осі абсцис відрізок завдовжки * од.;

4) пряма $y = 2x + 3$ паралельна прямій $y = *x + 1$.

20. Знайдіть точки перетину графіка функції $y = \frac{1}{2}x - 4$

з осями координат і побудуйте графік цієї функції. Якої довжини відрізки відтинає на осях координат ця пряма? Якого виду трикутник обмежує ця пряма разом з осями координат?

21. Знайдіть точки перетину графіка функції $y = -0,5x + 3$



з осями координат і побудуйте графік цієї функції. Якої довжини відрізки відтинає на осях координат ця пряма? Якого виду трикутник обмежує ця пряма разом з осями координат?

22. Графік функції $y = kx$ проходить через точку $A(a; b)$. Знайдіть значення k , якщо:

1) $a = -1, b = -2$; 2) $a = -0,2, b = 1$; 3) $a = 3, b = 0,6$.

23. Графік функції $y = ax - 1$ проходить через точку



$B(-1; -\frac{2}{5})$. Знайдіть значення a .

24. Графік функції $y = ax + b$ проходить через точки $A(-1; -7)$ і $B(0; -2)$. Знайдіть значення a і b .

ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

qr.orioncentr.com.ua/Ux6bE



25. Знайдіть корінь рівняння:

1) $7 - 3x - 3 = 10 - 4x$;

2) $5 + 12y - 7y = 5(y + 1)$;

3) $1 - 2x + 5 = 2(0,4x + 1)$; 4) $1,5x - 4 = 5 + 0,0x$.

26. Чи є рівносильними рівняння:



- 1) $9x - 1 = 8x + 7$ і $9x - 8x = 1 + 7$;
 2) $5 - 5a = -5a + 5$ і $0a = 0$;
 3) $2(x + 1) = 3(2 - x)$ і $2x + 3x = 4$?

27. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

- 1) $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x - y = 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ -x + 0,5y = -2,5; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} x - 3y = -7, \\ x + 3y = 5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} -x + 2y + 4 = 0, \\ 2x - 4y + 3 = 1. \end{cases}$

28. Розв'яжіть систему лінійних рівнянь із двома змінними:



- 1) $\begin{cases} 5x - y = 9, \\ x + 3y = 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2 - 5x - y = -6, \\ 4(x + 3y) = x - 18; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} 3x + 5y = -7, \\ 7x - 6y = 19; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x + 26 = 2(3y + 1), \\ 2(x - 3) + 5y = 4(1 - y). \end{cases}$

29. Менеджери магазину встановили, що на кожний куплений півкілограмовий пакет родзинок припадає 4 куплені пакети по 250 г. Скільки потрібно взяти пакетів по 250 г і по 500 г для розфасовки 15 кг родзинок?

30. Три фірми виготовили 125 деталей. Кількість деталей, виготовлених першою і другою фірмами, відноситься як 6 : 5, а третя виготовила на 19 деталей менше від другої. Скільки деталей виготовила кожна фірма?

31. Мама наварила 10 л малинового варення. У неї є банки по 0,5 л і 0,75 л.



Скільки банок їй потрібно взяти, щоб розфасувати все варення, за умови, що банки заповнені вщерть? Скільки є способів, щоб розкласти в банки все варення?

qr.orioncentr.com.ua/h4tyQ



32. На перший склад завезли товару на 50 тис. грн більше, аніж на другий. 80 % вартості товару на першому складі на 130 тис. грн більше за 60 % вартості товару на другому складі. Яка загальна вартість товару, завезеного на два склади разом?



- 33.** Середній вік двох спортсменів-боксерів — 22,5 року. 30 % різниці їхнього віку становлять 1,5 року. Скільки років кожному спортсменові?
- 34.** Моторний човен риболовецької бригади 2 год плив за течією річки, а потім повернув назад і плив ще 1 год проти течії, загалом подолавши 50 км. Наступного дня маршрут змінився. Спочатку бригада годину рухалась проти течії річки, а потім пів години за течією, і загалом вони подолали 20 км. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії річки.
- 35.** За 3 год за течією річки і 1 год проти течії моторний човен «Львів» проходить 82 км, а за 1 год за течією і 2 год проти течії — 54 км. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії річки.
- 36.** Басейн має форму прямокутника. Одна з його сторін на 5 м менша за іншу. Уздовж бортів басейну прокладено доріжку із 94 плиток розмірами 1x1 м. Якими є розміри басейну?

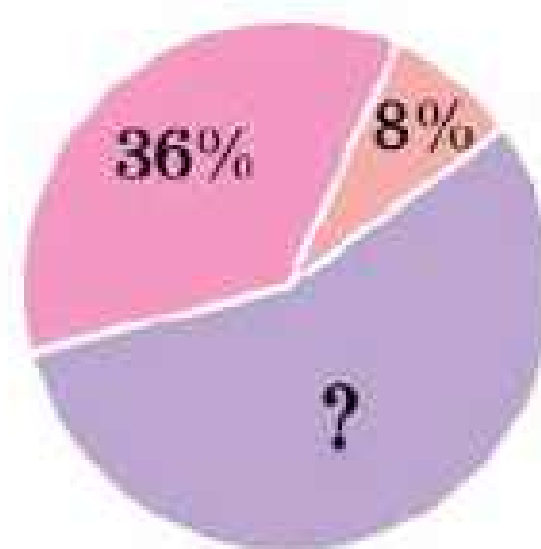
ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

qr.orioncentr.com.ua/60pmq



- 37.** Виконуючи домашнє завдання з алгебри, 8 % учнівства 8 класу не змогли розв'язати задачу, 36 % отримали неправильну відповідь, а решта 14 дітей розв'язали задачу правильно.

1. Скільки дітей навчається у 8 класі?
2. Скільки дітей отримали неправильну відповідь?
3. Яке відсоткове відношення кількості дітей, які не змогли розв'язати задачу, до кількості дітей, які правильно розв'язали її?



- 38.** За перший день турист пройшов 36 % усього маршруту, за другий — 37 %, а за третій — решту 13,5 км.

1. Скільки кілометрів становить довжина маршруту?
2. Скільки кілометрів пройшов турист за другий день?
3. На скільки відсотків менше пройшов турист за третій день, ніж за перший?

39. Скільки літрів чистої води потрібно додати до 0,5 л водного розчину спирту, щоб вміст спирту в розчині зменшився із 40 % до 25 %?

40. Скільки грамів води потрібно додати до 50 г 35%-го розчину соляної кислоти, щоб одержати 10%-й розчин?

41. Для вистави драматичного гуртка потрібно придбати костюми. Щоб правильно визначити довжину костюмів, Людмила Миколаївна — керівниця гуртка — записала зріст акторів: 160 см, 161 см, 163 см, 166 см, 156 см, 164 см, 160 см, 164 см, 164 см, 166 см. Складіть частотну таблицю для цієї вибірки. З'ясуйте, який середній зріст акторів драматичного гуртка.

42. Провели опитування учнів і учениць 8-го класу щодо кількості прочитаних книжок на літніх канікулах. Одержали такі дані: 1; 2; 0; 1; 3; 5; 4; 0; 5; 3; 1; 2; 2; 6; 3; 1; 5; 4; 2; 0.

Упорядкуйте даний набір чисел і знайдіть середнє значення вибірки.

43. Заступник директора складає розклад уроків на понеділок для 8-А класу. Скільки різних варіантів розкладу можна скласти, якщо в понеділок перші два уроки — алгебра, а інші три уроки — українська мова, фізкультура і географія?

44. Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 5 і 9, якщо:

- 1) усі цифри числа — різні;
- 2) цифри в числі можуть повторюватися?

45. Олексій, Микита та Олеся купили квитки в кінотеатр на п'яте, шосте і сьоме місце десятого ряду.

1. Скількома способами вони можуть зайняти свої місця?

2. Яка ймовірність того, що Олексій буде сидіти на п'ятому місці десятого ряду?

3. Яка ймовірність того, що Олеся буде сидіти на шостому місці першого ряду?

qr.orioncentr.com.ua/Jr5Uj

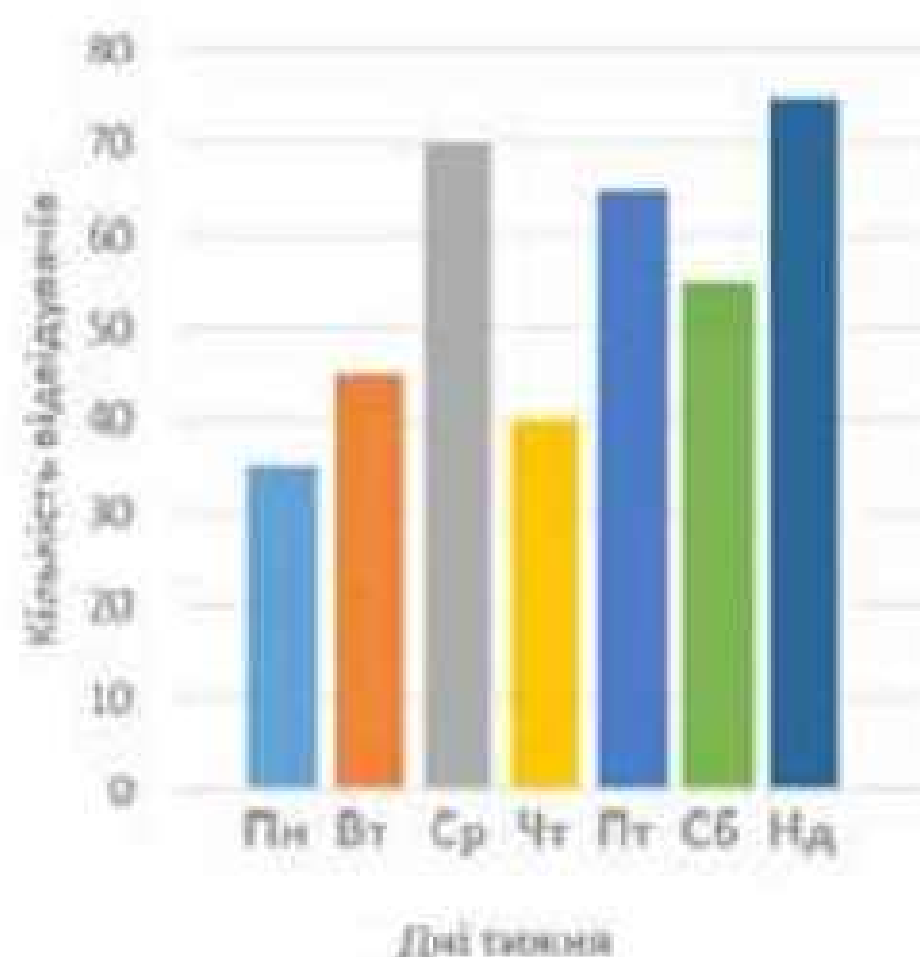


- 46.** Для сніданку мама купила Олі й Дмитрові йогурт із трьома різними наповнювачами: вишневим, полуничним та абрикосовим.



1. Скільки існує способів скуштувати один йогурт на сніданок, якщо Оля й Дмитро візьмуть йогурти з різними наповнювачами?
2. Яка ймовірність того, що Олі дістанеться йогурт із полуницею?

- 47.** На стовпчастій діаграмі (мал. 2) показано кількість відвідувачів кав'ярні протягом тижня. У який день тижня кількість відвідувачів була найближчою до середнього значення за ці сім днів?



Мал. 2

- 48.** Канали соцмереж — це вже не просто спосіб спілкування. На платформах користувачі ведуть сторінки, щоб проявити власну позицію. Вони активно коментують публікації, висловлюють думку щодо всього, що відбувається у світі. За даними досліджень 2022 року комунікаційного агентства Plusone, сервісу YouTube віддають перевагу 23 млн українських користувачів, Facebook — 15,6 млн, Instagram — 13,2 млн, TikTok — 12 млн.
1. Побудуйте за цими даними стовпчасту діаграму.
 2. На скільки відсотків більше користувачів Instagram, ніж користувачів TikTok?

- 49.** Проведіть у своєму класі опитування на тему:

- 1) «Чи любите ви йогурт?»;
- 2) «Чи готують йогурт удома у вашій родині?».

Проаналізуйте відповіді та за отриманими даними побудуйте кругову і стовпчасту діаграми.



Розділ 2. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

У розділі дізнаєтесь:

- про раціональні вирази та їх види;
- що таке раціональний дріб та яка його основна властивість;
- як виконувати дії з раціональними дробами;
- про способи розв'язування раціональних рівнянь;
- що таке степінь із цілим показником та які його властивості;
- як виконувати дії першого, другого і третього ступенів зі степенями із цілим показником;
- про функцію $y = \frac{k}{x}$ та її властивості;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ. ВИДИ РАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ

1. Що таке раціональний вираз та які його види

Ситуація. Сергій розповідав Марині, як він їздив на екскурсію до Шевченківського національного заповідника, що в Каневі. Швидкість руху його автобуса із Черкас до Канева була на 20 км/год меншою від швидкості руху з Канева до Черкас. Марина поцікавилася, як скласти вираз, щоб знайти середню швидкість їхнього руху.



qr.orioncentr.com.ua/oSJ0l



Як знайти середню швидкість руху автобуса?

Треба весь пройдений шлях поділити на весь витрачений час.



Сергій вказав, що відстань між містами становить 78 км. Потім він міркував так. Нехай x км/год — швидкість руху автобуса із Черкас до Канева, тоді:

$(x + 20)$ км/год — швидкість руху автобуса з Канева до

$\frac{78}{x}$ год — час, затрачений на дорогу з Черкас до Канева;

$\frac{78}{x+20}$ год — час, затрачений на дорогу з Канева до Черкас;

$\frac{156}{\frac{78}{x} + \frac{78}{x+20}}$ км/год — середня швидкість руху автобуса.



Яка особливість виразів, що складав Сергій?

Вони містять дію ділення на вираз зі змінною.



Такі раціональні вирази є *дробовими* (табл. 1).

Таблиця 1

Вид раціонального виразу	Приклад
Цілий раціональний вираз	$(2 - 5x^2) : 4; \frac{1 - 13t}{15 - 10}; 3a^2 - 4b^3 + \frac{2c}{5}$
Дробовий раціональний вираз	$(9 - x^3) : 4x; \frac{1 - 13t}{15 - 10t}; 3a^2 - 4b^3 + \frac{2c}{5a}$



Раціональний вираз є цілим дробовим, якщо він не містить містить ділення на вираз зі змінною.

2. Область допустимих значень змінної



Чи завжди можна обчислити значення раціонального виразу?

Ні.



Наприклад, для виразу $(2 + a) : (b - 4)$ маємо:
якщо $a = -1$ і $b = 4$, то $(2 + a) : (b - 4) = (2 - 1) : (4 - 4) = 1 : 0$.



Значення виразу знайти неможливо, якщо **дільник дорівнює 0**.

Для виразу $(2 + a) : (b - 4)$ число 4 є *недопустимим* значенням змінної b . Усі інші значення змінних a і b є *допустимими* для цього виразу.

Запам'ятайте!

Усі значення змінної, допустимі для даного виразу, утворюють *область допустимих значень (ОДЗ) змінної* цього виразу.



Коротко записують так: ОДЗ змінної: $b \neq 4$.



Щоб знайти ОДЗ змінної раціонального виразу, треба:

- 1) прирівняти до нуля всі дільники, що входять у вираз;
- 2) знайти розв'язки одержаних рівнянь;
- 3) вказати значення змінних, що є допустимими для даного виразу.

Наприклад, щоб знайти ОДЗ змінної виразу $\frac{2}{5-x} + \frac{y-1}{(2-4x)(2y+5)}$, визначимо, за яких значень змінної знаменники дробів дорівнюють нулю. Розв'яжемо рівняння: $5 - x = 0$, $(2 - 4x)(2y + 5) = 0$. Отримані значення $x = 5$, $x = 0,5$, $y = -2,5$ — недопустимі для даного виразу.

Тому ОДЗ змінної виразу: $x \neq 5$, $x \neq 0,5$, $y \neq -2,5$.



1. Якщо раціональний вираз містить більш як одну змінну, то ОДЗ вказують для кожної змінної.

2. У цілому виразі ОДЗ кожної змінної містить усі числа.

3. Знаходження значень дробового виразу

Знаходження значень дробових виразів має свої особливості. Це пов'язано з необхідністю враховувати ОДЗ усіх змінних у цьому виразі.

Задача

Знайдіть значення виразу $\frac{x+y}{x-1}$ для всіх цілих значень змінних від $-0,5$ до $1,5$.

Розв'язання

1. Визначаємо ОДЗ кожної зі змінних: $x - 1 \neq 0$, тому $x \neq 1$;
 y — будь-яке число.
2. Надаємо змінним x і y цілих значень від $-0,5$ до $1,5$, допустимих для цих змінних: x набуває лише значення 0 ,
 y набуває значень 0 і 1 .

3. Виконуємо обчислення:

якщо $x = 0$ і $y = 0$, то $\frac{0+0}{0-1} = \frac{0}{-1} = 0$,

якщо $x = 0$ і $y = 1$, то $\frac{0+1}{0-1} = \frac{1}{-1} = -1$.

Відповідь: 0 , якщо $x = 0$ і $y = 0$; -1 , якщо $x = 0$ і $y = 1$.



Щоб обчислити значення раціонального виразу для деяких значень змінних, потрібно:

- 1) визначити ОДЗ кожної змінної виразу;
- 2) підставити у вираз набори з допустимих значень змінних, перебравши всі можливі варіанти їх комбінування;
- 3) обчислити значення кожного з одержаних числових виразів.

4. Тотожно рівні вирази

qr.orioncentr.com.ua/31pqN



Із курсу алгебри 7 класу ви знаєте, що в результаті тотожних перетворень цілих виразів (зведення подібних доданків, застосування формул скороченого множення тощо) отримуємо *тотожно рівні* вирази. Це такі вирази, що набувають відповідно рівних значень за будь-яких значень їхніх змінних.

Наприклад, вирази $3a - a$ і $2a$, $6a : 2$ і $3a$ є тотожно рівними.



Чи можна виконувати тотожні перетворення з дробовими виразами?

Так. Але є певні обмеження.



Обмеження виникають тому, що дробові вирази можуть втрачати зміст за деяких значень змінних. Наприклад, дробовий вираз $8a^2 : 4a$ втрачає зміст, якщо $a = 0$. Тому виконувати будь-які перетворення цього виразу можна лише за умови: $a \neq 0$.

Наприклад, вирази $8a^2 : 4a$ і $2a$ є тотожно рівними, якщо $a \neq 0$.



Дробові раціональні вирази можна тотожно перетворювати лише на ОДЗ їхніх змінних.

Надалі вважатимемо, що всі тотожні перетворення дробових раціональних виразів виконуються на ОДЗ їхніх змінних.

Дізнайтеся більше



Україна — держава, розташована у Східній Європі, має площу $603\,628 \text{ км}^2$ і займає сорок шосте місце у списку країн світу за площею. Найбільшою за площею в Україні є Одеська область, її площа дорівнює $33\,310 \text{ км}^2$, що становить приблизно $\frac{37}{671}$ загальної площі України; найменшою — Чернівецька область із площею лише 8097 км^2 , що становить близько $\frac{9}{671}$ загальної площі України. Дізнайтеся з різних джерел площу своєї області та порахуйте, яку частину площі всієї України вона становить.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/clKDI

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
раціональ- ний вираз	rational function	rationale Funktion (f)	expression rationnelle

Пригадайте головне

1. Який вираз називається раціональним? Наведіть приклади.
2. Який раціональний вираз є цілим; дробовим?
3. Які значення змінних є недопустимими для дробового виразу?
4. Що таке область допустимих значень змінної виразу?
5. Поясніть, як обчислити значення раціонального виразу для заданих значень змінних.
6. Які вирази називають тотожно рівними?
7. Що називають тотожним перетворенням виразу?
8. Що потрібно враховувати, виконуючи тотожні перетворення дробових виразів?

Усне тренування

$$1) \left(0,8 \cdot \frac{3}{4} : \left(-\frac{3}{5} \right) + 5 \frac{7}{12} \right) \cdot 1 \frac{1}{11}; \quad 2) \left(-0,25 \cdot \left(-\frac{4}{9} \right) + 1 \frac{8}{9} \right) : 2,5.$$

Розв'яжіть задачі

50'. Чи правильно, що цілим є вираз:

$$1) \frac{2}{7}abc^2; \quad 2) \frac{3}{8} + 2k^3n; \quad 3) \frac{2a}{3b}; \quad 4) \frac{5-c}{5+c}?$$

51'. Чи правильно, що дробовим є вираз:

$$1) \frac{1}{9}a + b^3c^2; \quad 2) \frac{3}{8}cd + \frac{4}{7}; \quad 3) \frac{2+a^2}{3-b}; \quad 4) \frac{2-c^2}{3+c^2}?$$

52'. Чи правильно, що раціональним є вираз:

$$1) \frac{1}{9}ab^4c^4; \quad 2) ad - \frac{5}{7}; \quad 3) \frac{1+a^2}{1-a^3}; \quad 4) \frac{2bc^2}{3ad^2}?$$

53'. Чи правильно, що вираз $\frac{4}{x-6}$ втрачає зміст, якщо:

$$1) x = 4; \quad 2) x = 0; \quad 3) x = -6; \quad 4) x = 6?$$

54°. Чи правильно, що вираз $3: (5 + y)$ втрачає зміст, якщо:
1) $y = 3$; 2) $y = 5$; 3) $y = -5$; 4) $y = 0$?

55°. Дано вираз $\frac{4+x}{4-x^2}$. Чи є допустимим для даного виразу вказане значення змінної x : 1) 4; 2) -2; 3) 0; 4) -4; 5) 2; 6) 1? Назвіть ОДЗ змінної даного виразу.

56°. Дано вираз $\frac{4+b}{(1-b)(2+b)}$. Чи правильно вказано ОДЗ змінної b даного виразу:
1) $b \neq 1$; 2) $b \neq 2, b \neq 1$; 3) $b \neq -2, b \neq 1$; 4) $b \neq -2$?

57°. Чи правильно, що лише для $x \neq 3$ має зміст вираз:

- 1) $\frac{15+x}{3x}$; 3) $\frac{-2x}{3-x}$; 5) $(x-3):(x+3)$;
2) $\frac{3}{x+3}$; 4) $\frac{x+1}{2x-6}$; 6) $(x^2-3)(x-3)$?

58°. Визначте ОДЗ змінної виразу:



- 1) $\frac{2x+1}{x-2}$; 4) $\frac{5-y}{5+y}$;
2) $\frac{3c-1}{3-c}$; 5) $(b^2-1):(b^2+1)$;
3) $\frac{5b+2}{5b-5}$; 6) $(c+4)(4-c)$.

qr.orioncentr.com.ua/8vj5i



59°. Визначте ОДЗ змінної виразу:



- 1) $\frac{2x-3}{x+1}$; 2) $\frac{3a+2}{2-a}$; 3) $\frac{c+3}{c+1}$; 4) $\frac{7-y}{7+y}$; 5) $(a-7):(1+a^2)$.

60°. Дано вирази:

- 1) $\frac{a-1}{a-*}$; 3) $\frac{a+2}{2a-*}$; 5) $(a^2-2):(3a-*)$;
2) $\frac{2a+1}{*-a}$; 4) $\frac{3a}{*+2a}$; 6) $(a+5):(5a-*)$.

Запишіть замість * число, якщо ОДЗ змінної a : $a \neq 2$.

61°. Дано вирази:

- 1) $\frac{b+1}{b-*}$; 2) $\frac{3b+2}{*-b}$; 3) $\frac{6b}{3b-*}$; 4) $\frac{1+2b}{*-2b}$; 5) $b:(5b-*)$.

Запишіть замість * число, якщо ОДЗ змінної b : $b \neq 3$.

62°. Чи правильно, що значення виразу $\frac{c-1}{3c}$ дорівнює 0, якщо: 1) $c = 2$; 2) $c = 1$; 3) $c = 0,5$; 4) $c = 0$?

63°. Чи правильно, що значення виразу $\frac{5-3a}{2a}$ дорівнює 1, якщо: 1) $a = 2$; 2) $a = -1$; 3) $a = 0$; 4) $a = 1$?



64°. Знайдіть значення виразів за таблицею 2.

Таблиця 2

a	1	2	3	5
b	2	0,5	$-\frac{1}{2}$	10
$(a-b):(a+b)$				
$\frac{a+2b}{b-a}$				
$\frac{a-2b}{4+a}$				

65°. Знайдіть значення виразів за таблицею 3.



Таблиця 3

c	-1	9	-3	-3
d	1	2	$2\frac{2}{3}$	0,2
$(c+d):(c-d)$				
$\frac{c-3d}{1+d}$				

66°. Чи є тотожно рівними вирази для будь-яких значень змінної a :



1) $\frac{a^3}{a}$ і a ; 2) $\frac{a^2-9}{a-3}$ і $a+3$;

3) $\frac{a-3}{a}$ і $\frac{a}{a-3}$;

4) $\frac{(a-3)^2}{a}$ і $\frac{(a-3)(a-3)}{a}$?



67°. Чи є тотожно рівними вирази для будь-яких значень змінної x :



1) $\frac{x^2}{x}$ і x ;

3) $\frac{x^3}{x^3}$ і 1 ;

2) $\frac{x+5}{x^2-25}$ і $\frac{1}{x-5}$;

4) $\frac{x^3-8}{x}$ і $\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x}$?

68. Визначте ОДЗ кожної змінної виразу:

1) $\frac{2a+c}{2ac}$;

6) $\frac{3ac}{(a+1)^2 c^3}$;

2) $\frac{3b-a}{4ab^2}$;

7) $\frac{5bc}{2(b-5)^2(1-c)}$;

3) $(3x+y):4xy^3$;

8) $\frac{7ac}{3(2-a)^2(c+2)}$;

4) $\frac{2ac}{2(a-1)(c+1)}$;

9) $\frac{5c}{6(4b-1)(1-4c)}$;

5) $2x^2y:(3-x)(y-4)$; 10) $2cd:(3d-4)(5-3c)$.

69. Визначте ОДЗ кожної змінної виразу:

1) $\frac{2a+1}{4-a^2}$;

4) $\frac{2a}{a^2-2a+1}$;

2) $\frac{3b-2}{9-b^2}$;

5) $\frac{3b}{4(b^2-6b+9)}$;

3) $3xy:(x^2-16)$;

6) $(5-x^2):(25+10x^2+x^4)$.

70. Визначте ОДЗ кожної змінної виразу:

1) $\frac{2b-3c}{7bc}$;

3) $\frac{6xy}{(3x-8)(2x+6)}$;

2) $3ab:(2-a)b^2$;

4) $3y:(y^2-8y+16)$.

71. Знайдіть значення виразу $\frac{2m}{|m|+1}$, якщо:

1) $m=0$; 2) $m=\frac{1}{3}$; 3) $m=-0,2$; 4) $m=1,5$.

72. Знайдіть значення виразу $3x:(4-|x|)$, якщо:

1) $x=0$; 2) $x=4$; 3) $x=-0,5$; 4) $x=-\frac{2}{3}$; 5) $x=1,5$.

73. Знайдіть значення виразу $\frac{5x}{4 - \frac{4}{x}}$, якщо:

- 1) $x = 1$; 2) $x = 2$; 3) $x = -\frac{1}{3}$; 4) $x = -1$.

74. Знайдіть значення виразу $\frac{5y}{2 - |y|}$, якщо:



- 1) $y = 0$; 2) $y = 2$; 3) $y = -1,5$; 4) $y = -\frac{4}{5}$.

75. Автомобіль рухається зі швидкістю x км/год і проїжджає відстань $(2x + 40)$ км. Складіть вираз для знаходження часу руху автомобіля (у годинах). Знайдіть його значення, якщо: 1) $x = 50$ км/год; 2) $x = 60$ км/год; 3) $x = 80$ км/год; 4) $x = 100$ км/год.

76. Одна сторона прямокутника дорівнює $4b$ см, а число, що виражає його площу, на 1 більше за число, яке виражає довжину подвоєної цієї сторони. Складіть вираз для знаходження іншої сторони прямокутника (у сантиметрах). Знайдіть його значення, якщо:

- 1) $b = 1$ см; 2) $b = 3$ см; 3) $b = 2$ дм; 4) $b = 5$ см 5 мм.

77. Експрес-контроль на уроці зайняв 5 хв, а самоперевірка — на x хв більше. Яку частину уроку тривалістю y хв зайняли експрес-контроль та самоперевірка? Складіть вираз і знайдіть його значення, якщо:

- 1) $x = 3$ хв, $y = 35$ хв;
2) $x = 7$ хв, $y = 40$ хв.

78. Відомо, що за деяких значень x і y значення виразу $x - y$ дорівнює 2,5. Якого значення за тих самих значень x і y набуває вираз:

- 1) $\frac{4}{x - y}$; 2) $5 - 12 : (4y - 4x)$; 3) $\frac{3}{5y - 5x} + \frac{2}{3}$?

79. Відомо, що за деяких значень c і d значення виразу $c + d$ дорівнює 1,2. Якого значення за тих самих значень c і d набуває вираз:



- 1) $\frac{6}{c + d}$; 2) $12 : (-3c - 3d)$; 3) $\frac{1}{2d + 2c} - \frac{5}{6}$?

80. Який вираз треба записати замість *, щоб одержані вирази були тотожно рівними на ОДЗ змінної x :

$$1) \frac{2x}{x+3} \text{ і } \frac{2x^2+6x}{*}; \quad 2) \frac{x}{x-5} \text{ і } \frac{x^2-5x}{*}?$$

81*. Визначте, за яких значень змінної n має зміст вираз:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{5n}{|n|+10}; & 4) \frac{4+|n|}{|n-1|-1}; \\ 2) \frac{3+n}{3-|n|}; & 5) \frac{2+|n|}{|n+3|-3}; \\ 3) 4 : (2|n|-1); & 6) (3-|n+1|) : (7-2|n-1|). \end{array}$$

82*. Відомо, що $a + 3b = 6$ і $c = 4$. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{5c}{6a+18b}; \quad 2) (-2a-6b) : 5c+1; \quad 3) \frac{(a-2b)+5(b+c)}{5c}.$$

83*. Знайдіть область допустимих значень змінної виразу:

$$1) \frac{2x}{2-\frac{2}{2-\frac{x}{2}}}; \quad 2) \frac{3}{3-\frac{3}{\frac{x}{3}-3}}.$$

Проявіть компетентність

84. Дід Андрій хоче зробити два однакові вулики, що мають форму прямокутного паралелепіпеда. Загалом у діда Андрія є S м² дощок.



1. Якою має бути висота вулика, якщо ширина та довжина його основи дорівнюють a см і b см відповідно?

2. Знайдіть висоту вулика, якщо відомо, що $a = 50$ см, $b = 90$ см, $S = 6$ м². Відповідь запишіть у сантиметрах.

3. Дізнайтеся в інтернеті про розміри дощок для вуликів і їхню ціну та запропонуйте дідові Андрію розрахунок витрат для пасіки з десяти вуликів (розміри вуликів визначені вами в попередньому пункті задачі).

4. Запропонуйте власний мініпроект за сюжетом задачі.

§ 2. РАЦІОНАЛЬНИЙ ДРІБ. ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ РАЦІОНАЛЬНОГО ДРОБУ

1. Що таке раціональний дріб

Ситуація. Оксана відвідує заняття ансамблю народного танцю «Черкащанка». Перші t хв заняття займає розминка, потім на 10 хв довше триває розтяжка. Після неї x хв танцюристи відпрацьовують елементи хореографічних постановок. Останні 5 хв заняття підводять підсумки. Сергій знайшов, яку частину заняття відведено для розминки й розтяжки, і подав результат у вигляді виразу.



qr.orioncentr.com.ua/rRgQ4



Як міркував Сергій?

Знайшов відношення сумарного часу розминки і розтяжки до тривалості всього заняття.



Сергій отримав дробовий раціональний вираз:

$$(2t + 10) : (2t + x + 15).$$

Цей вираз є часткою від ділення многочлена на многочлен. Якщо його подати як вираз $\frac{2t+10}{2t+x+15}$, то отримаємо *раціональний дріб*.

Запам'ятайте!

Раціональний дріб — це дріб, чисельник і знаменник якого є многочленами.



Чисельником і знаменником раціонального дробу може бути одночлен, зокрема число.

Наприклад, раціональними дробами є дробі:

$$\frac{5}{6}; \quad \frac{2a+1}{7b}; \quad \frac{x-7}{6}; \quad \frac{9}{n^3+n^2-n}.$$



Чи може раціональний дріб бути цілим виразом?

Так.



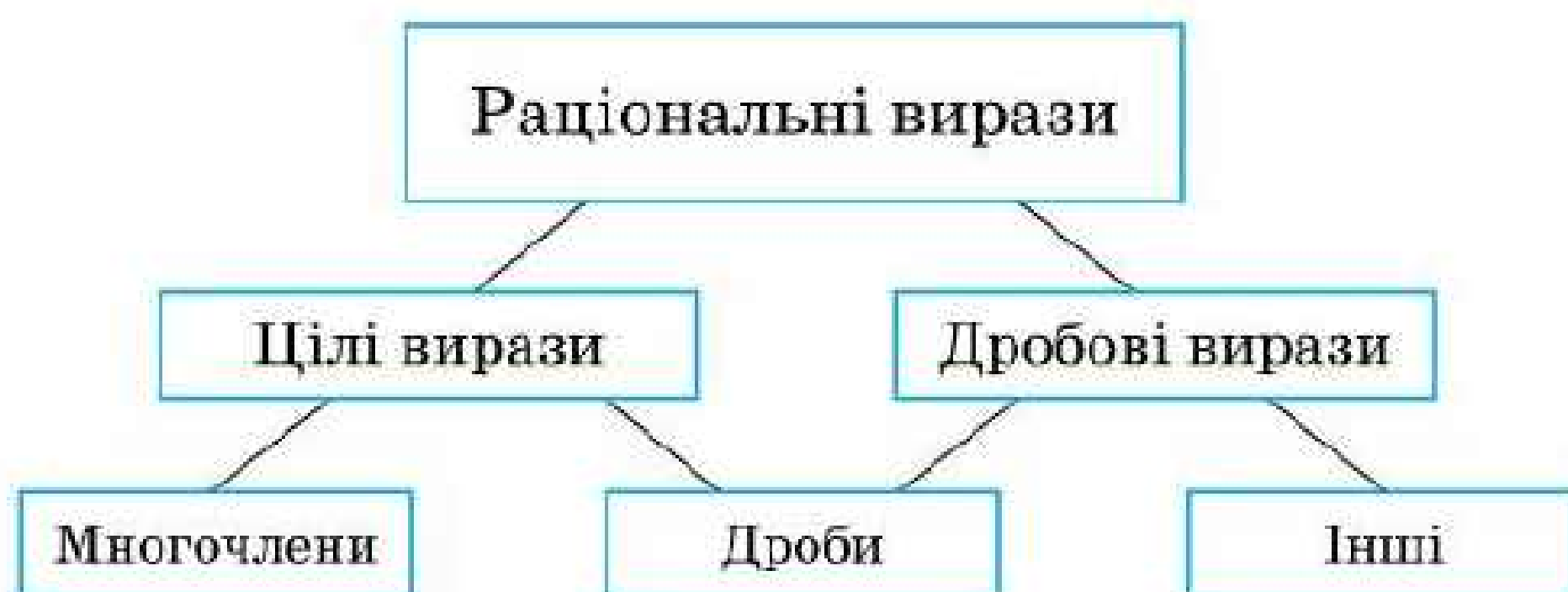
Наприклад, раціональний дріб $\frac{x-7}{6}$ не містить ділення на вираз зі змінною, тому він є *цілим* раціональним виразом.



Дробовий раціональний вираз, який є сумою чи різницею кількох раціональних дробів, **не можна** вважати раціональним дробом.

Наприклад, вираз $\frac{2a+1}{7b} + \frac{c^2-3}{2+9}$ є дробовим раціональним виразом, але не є раціональним дробом.

Зв'язок між цілими і дробовими виразами, а також раціональними дробами зображено на малюнку 3.



Мал. 3

2. Основна властивість раціонального дробу

У 6 класі ви вивчили основну властивість звичайного дробу. Наприклад, $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$ або ж $\frac{8}{12} = \frac{8 : 4}{12 : 4} = \frac{2}{3}$.



Чи можна застосувати основну властивість дробу до раціональних дробів?

Так.



Раціональний дріб можна позначати так: $P = \frac{A}{B}$, де A і B — многочлени.

Запам'ятайте!**Основна властивість раціонального дробу**

Значення раціонального дробу не зміниться, якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на той самий многочлен, який тотожно не дорівнює нулю.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} \text{ і } \frac{A}{B} = \frac{A : C}{B : C}, \text{ якщо многочлен } C \neq 0.$$



Дріб $\frac{A}{B}$ можна записати ще й так:

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{-A}{B} = -\frac{A}{-B}.$$

Задача 1

Поділіть чисельник і знаменник дробу $\frac{14m}{7m^3}$ на вираз $7m$, що тотожно не дорівнює нулю. Який дріб при цьому одержимо?

Розв'язання

Знаходимо ОДЗ даного дробу: $m \neq 0$.

Застосовуємо основну властивість дробу: $\frac{14m}{7m^3} = \frac{14m : 7m}{7m^3 : 7m} = \frac{2}{m^2}.$



Усі тотожні перетворення раціональних дробів виконують на ОДЗ їхніх змінних;

- якщо чисельник і знаменник раціонального дробу *помножити* на многочлен, який тотожно не дорівнює нулю, то ОДЗ змінних дробу може «звужитися» (поміркуйте чому, наведіть приклади);
- якщо чисельник і знаменник раціонального дробу *поділити* на многочлен, який тотожно не дорівнює нулю, то ОДЗ змінних дробу може «розширитися» (поміркуйте чому, наведіть приклади).

3. Скорочення раціонального дробу

qr.orioncentr.com.ua/BNhFT

Ви знаєте, що звичайні дробі скорочують, спираючись на основну властивість дробу.





Чи можна скорочувати раціональні дроби?



Так. Порівняємо ці способи дій (табл. 4).

Таблиця 4

	Звичайний дріб	Раціональний дріб
Даний дріб	$\frac{14}{63}$	$\frac{14m}{7m^3}$
Знаходимо спільний множник чисельника і знаменника дробу	$14 = 7 \cdot 2;$ $63 = 7 \cdot 9$	$14m = 2 \cdot 7m;$ $7m^3 = m^2 \cdot 7m$
Ділимо чисельник і знаменник дробу на їхній спільний множник	$\frac{14}{63} = \frac{14 : 7}{63 : 7} = \frac{2}{9}$	$\frac{14m}{7m^3} = \frac{14m : 7m}{7m^3 : 7m} = \frac{2}{m^2}$

Таке перетворення раціонального дробу на ОДЗ його змінних називають *скороченням дробу*.

Спільний множник чисельника і знаменника даного дробу називають *співмножником чисельника і знаменника дробу*. Наприклад, вираз $7m$ є співмножником чисельника і знаменника дробу $\frac{14m}{7m^3}$.



Щоб скоротити раціональний дріб, потрібно:

- 1) знайти **співмножник** чисельника і знаменника дробу;
- 2) поділити на нього чисельник і знаменник дробу згідно з основною властивістю дробу.

Задача 2 Скоротіть дріб: $\frac{2n^3 + 6n^2}{3n^4}$.

Розв'язання

У чисельнику виносимо за дужки спільний множник $2n^2$:

$$2n^3 + 6n^2 = 2n^2(n + 3).$$

Скорочуємо даний дріб на $n^2 \neq 0$:

$$\frac{2n^3 + 6n^2}{3n^4} = \frac{2n^2(n + 3)}{3n^4} = \frac{2(n + 3)}{3n^2}.$$

Задача 3 Скоротіть дріб: $\frac{a^2 + 6a + 9}{3a + 9}$.

Розв'язання

Згортаємо чисельник: $a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2$.

Розкладаємо знаменник на множники:

$$3a + 9 = 3(a + 3).$$

Скорочуємо даний дріб на співмножник $(a + 3) \neq 0$: $\frac{(a + 3)^2}{3(a + 3)} = \frac{(a + 3)(a + 3)}{3(a + 3)} = \frac{a + 3}{3}$.

Задача 4 Скоротіть дріб: $\frac{a^3 + 2a^2 + 9a + 18}{a + 2}$.

Розв'язання

Розкладаємо чисельник даного дробу на множники способом групування:

$$\begin{aligned} a^3 + 2a^2 + 9a + 18 &= \\ &= a^2(a + 2) + 9(a + 2) = \\ &= (a + 2)(a^2 + 9). \end{aligned}$$

Застосовуємо основну властивість дробу і скорочуємо даний дріб на співмножник $(a + 2) \neq 0$:

$$\frac{(a + 2)(a^2 + 9)}{a + 2} = a^2 + 9.$$

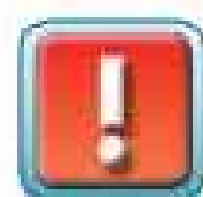


Чи завжди можна скоротити раціональний дріб?

Ні.



Наприклад, якщо в чисельнику і знаменнику дробу не можна виділити однакові множники, то цей дріб скоротити не можна. Такий дріб називають *нескоротним дробом*.



Дріб $\frac{a + 3}{a}$ є нескоротним. Цей дріб **не можна** скорочувати на a .

Дізнайтеся більше

Задача 5 За яких цілих значень n значення дробу $\frac{2n^2 + 3n - 5}{n - 3}$ є цілим числом?

Розв'язання

1. Поділимо чисельник даного раціонального дробу на його знаменник:

$$\begin{array}{r} 2n^2 + 3n - 5 \quad | \quad n - 3 \\ \underline{2n^2 - 6n} \\ 9n - 5 \\ \underline{2n - 27} \\ 22 \end{array}$$

2. Одержали: $\frac{2n^2 + 3n - 5}{n - 3} = 2n + 9 + \frac{22}{n - 3}$, де $(2n + 9)$ — ціла частина раціонального дробу, $\frac{22}{n - 3}$ — дробова частина раціонального дробу.

3. Значення многочлена $2n + 9$ є цілим числом за будь-якого цілого значення n .

4. Дріб $\frac{22}{n - 3}$ набуватиме цілих значень лише тоді, коли 22 поділиться на двочлен $(n - 3)$. Це буде, коли n дорівнює: -19 ; -8 ; 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 14 ; 25 .

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/ocjaC

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
раціональ- ний дріб	rational fraction	rationaler Bruch (m)	fraction rationnelle

Пригадайте головне

1. Що таке раціональний дріб?
2. Сформулюйте основну властивість раціонального дробу.
3. Чи завжди можна скоротити раціональний дріб?
4. Який раціональний дріб називають нескоротним?

Усне тренування

1. Скоротіть дроби: $\frac{11}{77}$; $\frac{15}{45}$; $\frac{111}{117}$; $\frac{78}{114}$; $\frac{14 \cdot 25}{45 \cdot 49}$.

2. Обчисліть: $41^2 - 2 \cdot 41 \cdot 11 + 11^2$; $6,4^2 - 3,6^2$.

Розв'яжіть задачі

85°. Наведіть приклад раціонального дробу.

86°. Чи правильно, що раціональним дробом є вираз:

1) $a^2 + 2a + 3$; 2) $\frac{a-4}{3}$; 3) $\frac{1-a^2}{1-b}$; 4) $(2-x^2):4$?

87°. Домножте чисельник і знаменник дробу $\frac{x-1}{2}$ на:

1) x ; 2) 5 ; 3) x^2 ; 4) $2x^3$; 5) 8 ; 6) $x+1$.

Запишіть одержаний дріб.

88°. Домножте чисельник і знаменник дробу $\frac{x+1}{3}$ на:



1) 6 ; 2) x ; 3) x^2 ; 4) $3x^3$; 5) $12x$; 6) $x-1$.

Запишіть одержаний дріб.

89°. Поділіть чисельник і знаменник дробу $\frac{6x^2y^3}{24xy^4}$ на:

1) 6 ; 2) $2x$; 3) $3y$; 4) $6xy$; 5) $3xy^3$; 6) $2xy^2$.

Запишіть одержаний дріб.

90°. Поділіть чисельник і знаменник дробу $\frac{8x^3y^4}{32x^2y^3}$ на:



1) 4 ; 2) $4x$; 3) $8y$; 4) $4xy$; 5) $2x^2y$; 6) $8x^2y^3$.

Запишіть одержаний дріб.

91°. Чи правильно виконано скорочення дробу: $\frac{5x^2y^3}{25xy^2} = \frac{x}{5y}$?

Якщо ні, то знайдіть помилку.

92°. Чи можна скоротити дріб:

1) $\frac{3x^2}{6x^3}$; 2) $\frac{12y^3}{4y}$; 3) $\frac{5ac}{3b}$; 4) $\frac{16a^5}{5a^2}$; 5) $\frac{4b^2c}{5ad}$; 6) $\frac{7+a}{a}$?

Якщо так, то скоротіть цей дріб.

93°. Скоротіть дріб:



1) $\frac{16x}{8y}$; 3) $\frac{32a}{6b}$; 5) $\frac{7x^2}{3xy}$;

2) $\frac{15ab}{25c}$; 4) $\frac{6ab}{5a}$; 6) $\frac{8c^3}{9ac}$.



94°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{30x^3y^3}{5xy}$;

3) $\frac{15ab^3}{10bc^2}$;

5) $\frac{48x^2y^3}{16axy}$;

2) $\frac{14a^5b^4c^3}{21abc^2}$;

4) $\frac{6a^2b}{18ab^2}$;

6) $\frac{24a^3b}{32ab^3}$.

95°. Скоротіть дріб:



1) $\frac{15x}{5a}$;

2) $\frac{28xy}{14a}$;

3) $\frac{5a^4}{6a^2}$;

4) $\frac{36x^4y^2}{16x^2y^4}$.

96°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{3x-3y}{6x}$;

4) $\frac{ab+bc}{6b}$;

7) $\frac{4xy+6y^2}{2y}$;

2) $\frac{5x+5y}{10y}$;

5) $\frac{ax+ay}{3ay}$;

8) $\frac{2ax+4ay}{4ay}$;

3) $\frac{4x-8y}{8y}$;

6) $\frac{xz-2yz}{2z}$;

9) $\frac{3bx-3by}{6ab}$.

97°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{3x-3y}{x-y}$;

3) $\frac{3x-6y}{2x-4y}$;

5) $\frac{3a-9c}{3c-a}$;

7) $\frac{a^2-ab}{b^2-ab}$;

2) $\frac{4x+4y}{a(x+y)}$;

4) $\frac{5a-5b}{b-a}$;

6) $\frac{4x-12y}{3ay-ax}$;

8) $\frac{2ax-2ay}{3by-3bx}$.

98°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{6x-24y}{4x}$;

3) $\frac{bx-by}{2bc}$;

5) $\frac{11x+22y}{2ay+ax}$;

2) $\frac{ac+bc}{3c}$;

4) $\frac{6y-6z}{y-z}$;

6) $\frac{5x-25y}{15y-3x}$.

99°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{3x^3}{x^3-x^2}$;

3) $\frac{3a^2-6a}{12a^2}$;

5) $\frac{3y^3-3y}{9y^3}$;

2) $\frac{4y^3-4y^4}{2y^5}$;

4) $\frac{5x^3-5x^2}{15x}$;

6) $\frac{3a^3+12a^2}{6a^2}$.

100°. Скоротіть дріб:

1) $\frac{7x^3-7x^2}{x^2-x}$;

3) $\frac{3a^3+9a^5}{a^2+3a^4}$;

5) $\frac{y^3-5y}{5y^2-y^4}$;

2) $\frac{4y^3-8y^2}{2y^5-y^6}$;

4) $\frac{3x^2-x^3}{9x-3x^2}$;

6) $\frac{9a^6-9a^5}{a^3-a^4}$.

101°. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{4b^3}{b^2 - b^4}; \quad 2) \frac{9c^3 - 6c^2}{12c^2}; \quad 3) \frac{8x^4 - 8x^2}{2x^3 - 2x}; \quad 4) \frac{4y^2 - 12y^3}{3y^3 - y^2}.$$

102. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{x^4 - x^2}{x^4 + x^3}; \quad 4) \frac{4x^4 - x^2}{6x + 3};$$

$$2) \frac{y^3 - 16y}{4y^2 + y^3}; \quad 5) \frac{a^3 - 25ab^2}{ab - 5b^2};$$

$$3) \frac{a^2 - 9b^2}{2a + 6b}; \quad 6) \frac{4a^3 - 9ac^2}{2ac + 3c^2}.$$

qr.orioncentr.com.ua/StoVx
**103.** Скоротіть дріб:

$$1) \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^3 - x^2}; \quad 3) \frac{a^3 - 16ab^2}{a^2b + 8ab^2 + 16b^3};$$

$$2) \frac{y^4 - 4y^2}{y^3 + 4y^2 + 4y}; \quad 4) \frac{c^4 - 6c^3 + 9c^2}{9c - c^3}.$$

104. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{x^2 - y^2}{x^2y + xy^2}; \quad 2) \frac{c^4 - 36c^2}{12c + 2c^2}; \quad 3) \frac{a^2b - 10ab + 25b}{5b^2 - ab^2}.$$

105. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{x^3 - 1}{x^3 - x^2}; \quad 3) \frac{ab^2 + a^3 - a^2b}{a^3b + b^4};$$

$$2) \frac{y^4 - 4}{2y^3 + 2y^2 + 2y}; \quad 4) \frac{a^3 - 2a^2 + 4a}{a^3 + 8}.$$

106. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}{a^2 + b^2 - c^2 - 2ab}; \quad 3) \frac{x^2 + xy + yz - z^2}{y^2 - x^2 + 2xz - z^2};$$

$$2) \frac{(a-b)(c-d)}{(b^2 - a^2)(d^2 - c^2)}; \quad 4) \frac{25 - a^2 - 2ab - b^2}{a^2 + ab + 5b - 25}.$$

107. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - xy}; \quad 2) \frac{a^2 - ab + 3b - 9}{a^2 - 2ab + b^2 + 3a - 3b}.$$

108. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}; \quad 2) y = \frac{7x - 5}{5 - 7x}; \quad 3) y = \frac{12x - 36 - x^2}{x - 6}.$$

109. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{x^2 - 49}{x + 7}; \quad 2) y = \frac{x - 4}{4 - x}; \quad 3) y = \frac{x^2 + 10x + 25}{x + 5}.$$

110. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{x^2 - 25}{x + 5} = 0; \quad 2) \frac{x^2 - 121}{-121 + x^2} = 1; \quad 3) \frac{6x - 1}{3 - 18x} = -\frac{1}{3}.$$

111*. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}; \quad 2) \frac{3x^2 + 12x + 9}{3x^4 + 15x^2 + 18}; \quad 3) \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^4 + x^2 + 1}.$$

112*. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{x^2}{|x|}; \quad 2) y = \frac{4 - x^2}{2 + |x|}; \quad 3) y = \frac{x^2 - 6x + 9}{|3 - x|}.$$

Проявіть компетентність

113. Тато Сашка має два квадратні листи ДВП зі стороною x см. Для обшивки двох стінок скрині татові потрібно вирізати з них два прямокутники: перший — розмірами $(x - 10) \times (x - 20)$ см; другий — розмірами $(x - 10) \times (x - 30)$ см. У скільки разів площа першого прямокутника більша за площу другого? Складіть вираз і знайдіть його значення, якщо: 1) $x = 100$ см; 2) $x = 150$ см; 3) $x = 200$ см.

§ 3. ЗВЕДЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ ДО СПІЛЬНОГО ЗНАМЕННИКА

1. Зведення раціонального дробу до нового знаменника

Назар виконав скорочення дробу, записавши ланцюжок рівностей:

$$\frac{2(x - 11)}{x^2 - 121} = \frac{2(x - 11)}{(x - 11)(x + 11)} = \frac{2}{x + 11}.$$

Софія пройшла цим ланцюжком від кінця до початку — перейшла від дробу зі знаменником $(x + 11)$ до дробу зі знаменником $x^2 - 121$.



qr.orioncentr.com.ua/SUVa8



Як можна назвати дію, виконану Софією?



Зведенням дробу до нового знаменника.

Дія зведення раціонального дробу до нового знаменника аналогічна до такої самої дії зі звичайними дробами. Порівняємо їх (табл. 5).

Таблиця 5

	Звичайний дріб	Раціональний дріб
Даний дріб	$\frac{3}{8}$	$\frac{2m+1}{m-1}$
Новий знаменник	32	$m^2 - 1$
Визначаємо додатковий множник	$32 = 8 \cdot 4$, додатковий множник — число 4	$m^2 - 1 = (m - 1)(m + 1)$, додатковий множник — двочлен $m + 1$
Записуємо дію	$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 4}$	$\frac{2m+1}{m-1} = \frac{(2m+1) \cdot (m+1)}{(m-1) \cdot (m+1)}$
Виконуємо множення в чисельнику і знаменнику	$\frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 4} = \frac{12}{32}$	$\frac{(2m+1) \cdot (m+1)}{(m-1) \cdot (m+1)} =$ $= \frac{2m^2 + 2m + m + 1}{m^2 - 1} =$ $= \frac{2m^2 + 3m + 1}{m^2 - 1}$



Щоб звести даний раціональний дріб до нового знаменника, треба:

- 1) записати знаменник нового дробу у вигляді добутку;
- 2) знайти додатковий множник для даного дробу;
- 3) помножити чисельник даного дробу на додатковий множник і результат записати в чисельнику нового дробу.



Чи до будь-якого знаменника можна звести даний раціональний дріб?

Наприклад, дріб $\frac{7}{10x}$ не можна звести

Ні.



до знаменника $10 + x$, оскільки вираз $10 + x$ не можна поділити на вираз $10x$ без остачі.

2. Зведення двох дробів до спільного знаменника

qr.orioncentr.com.ua/nrIVt



Чи можна два раціональні дроби звести до спільного знаменника?

Так.



Спочатку треба знайти спільний знаменник даних дробів. Це може бути добуток їхніх знаменників, оскільки він ділиться без остачі на знаменник кожного з даних дробів. Такий вираз називають *спільним кратним* виразів, що є знаменниками даних дробів.

Задача 1 Зведіть дроби $\frac{2y}{x-y}$ і $\frac{5x^2}{x+y}$ до спільного знаменника.

Розв'язання

Знайдемо спільне кратне знаменників даних дробів:

$$(x-y) \cdot (x+y) = x^2 - y^2.$$

Знайдемо додатковий множник для першого дробу $\frac{2y}{x-y}$:

$$(x^2 - y^2) : (x-y) = (x+y).$$

Знайдемо додатковий множник для другого дробу $\frac{5x^2}{x+y}$:

$$(x^2 - y^2) : (x+y) = (x-y).$$

Зведемо перший дріб до нового знаменника $x^2 - y^2$:

$$\frac{2y}{x-y} = \frac{2y(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2y(x+y)}{x^2 - y^2}.$$

Зведемо другий дріб до нового знаменника $x^2 - y^2$:

$$\frac{5x^2}{x+y} = \frac{5x^2(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{5x^2(x-y)}{x^2 - y^2}.$$

Задача 2 До якого спільного знаменника (СЗ) можна звести раціональні дроби $\frac{3}{4xy}$ і $\frac{3}{6x^2y}$? Якими будуть додаткові

множники?

Розв'язання

1. Знаходимо коефіцієнт СЗ даних дробів: НСК (4; 6) = 12.

2. Визначаємо буквені множники спільного знаменника.

Візьмемо множник, що має більший степінь змінної x , а саме x^2 .

Візьмемо спільний множник зі змінною y , а саме y .

3. Записуємо СЗ даних дробів: $12x^2y$.

4. Знаходимо додатковий множник для першого дробу:

$$12x^2y : 4xy = 3x$$

5. Знаходимо додатковий множник для другого дробу:

$$12x^2y : 6x^2y = 2$$

Отже, спільним знаменником даних дробів є $12x^2y$, тоді вираз $3x$ — додатковий множник до першого дробу, а число 2 — до другого дробу.



Щоб звести два дані раціональні дроби до спільного знаменника, треба:

- 1) знайти спільний знаменник даних дробів;
- 2) знайти додатковий множник для першого дробу;
- 3) звести перший дріб до нового знаменника;
- 4) знайти додатковий множник для другого дробу;
- 5) звести другий дріб до нового знаменника.

Дізнайтеся більше

За допомогою раціональних дробів записують багато залежностей між величинами:

1) $I = \frac{U}{R}$, закон Ома, що описує залежність між напругою U , силою струму I й електричним опором R провідника;

2) $c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}$ — питома теплоємність речовини масою m , яка, поглинаючи кількість теплоти Q , нагрівається від температури t_1 до t_2 .

3) $F = g \frac{m_1 m_2}{r^2}$ — закон всесвітнього тяжіння, що описує, з якою

силою F тіло масою m_1 діє на тіло масою m_2 , де стала g — гравітаційна стала — однакова для всіх тіл.

Раціональні дроби використовують, щоб описати різноманітні хімічні процеси та явища, від розрахунку концентрації розчину (сплаву) до складних моделей хімічних реакцій. В економічній науці за допомогою раціональних дробів визначають коефіцієнт еластичності попиту на товар або його пропозиції. Він показує, на скільки відсотків зміниться попит (пропозиція) на товар у разі зміни його ціни на 1 %.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/bvw1R

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
спільний знаменник	common denominator	gemein- samer Nenner (m)	dénominateur commun

Пригадайте головне

1. Поясніть, що таке додатковий множник для даного раціонального дробу та як його знайти.
2. Сформулюйте правило зведення дробу до нового знаменника.
3. Сформулюйте правило зведення двох дробів до спільного знаменника.

Усне тренування

1. Зведіть дріб до знаменника 96:

$$\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{5}{8}; \frac{7}{12}; \frac{9}{16}; \frac{11}{32}; \frac{66}{192}.$$

2. Зведіть дроби до найменшого спільного знаменника:

$$\frac{2}{3} \text{ і } \frac{2}{5}; \frac{1}{3} \text{ і } \frac{5}{18}; \frac{9}{14} \text{ і } \frac{6}{35}; \frac{7}{18} \text{ і } \frac{4}{27}; \frac{3}{8} \text{ і } \frac{13}{20}.$$

Розв'яжіть задачі

114. Чи правильно, що спільним знаменником дробів $\frac{1}{5x}$ і $\frac{1}{5x^2}$ є вираз: 1) $5x$; 2) $5x^2$; 3) $25x$; 4) $25x^2$; 5) $25x^3$; 6) $5x^3$?

115°. Зведіть дріб $\frac{1}{x}$ до знаменника:

- 1) $3x$; 2) $5x$; 3) x^2 ; 4) $2x^2$; 5) $5x^3$; 6) $6x^4$.

116°. Зведіть дріб $\frac{1}{2a}$ до знаменника:



- 1) $4a$; 4) $6a^2$;
2) $8a$; 5) $10a^3$;
3) $2a^2$; 6) $14a^4$.



qr.orioncentr.com.ua/1Nwrd

117°. Зведіть дріб $\frac{1}{3b}$ до знаменника:



- 1) $9b$; 2) $18b$; 3) $3b^2$; 4) $6b^2$; 5) $15b^3$; 6) $21b^4$.

118°. Зведіть дріб:

- 1) $\frac{1}{ab}$ до знаменника: $2ab$; a^2b ; ab^2 ; $3a^3b$; $-2a^2b^2$; $3abc$;
2) $\frac{x-y}{2xy}$ до знаменника: $4xy$; $8x^2y$; $6xy^2$; $-12x^3y^2$; $8axy$;
3) $\frac{2m-n}{m^2n}$ до знаменника: m^2n^2 ; $2m^3n$; $9m^3n^2$; $-7m^5n^3$.

119°. Зведіть дріб:

- 1) $\frac{1}{a+b}$ до знаменника $2(a+b)$; $(a+b)^2$; $3a(a+b)$; a^2-b^2 ;
2) $\frac{5x}{x-y}$ до знаменника $2(x-y)$; $(x-y)^2$; $4y(x-y)$; x^2-y^2 ;
3) $\frac{3m-2n}{2(m+n)}$ до знаменника $14(m+n)$; $8(m+n)^2$.

120°. Зведіть дріб $\frac{1}{xy}$ до знаменника:



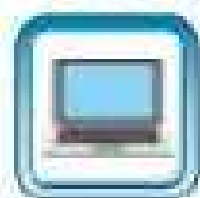
- 1) $4xy$; 2) x^2y ; 3) xy^2 ; 4) $5x^2y$; 5) $6xyz$; 6) $7x^2y^2$.

121°. Зведіть до спільного знаменника дробу:



- 1) $\frac{1}{8}$ і $\frac{1}{7}$; 4) $\frac{1}{6a}$ і $\frac{3}{8a}$; 7) $-\frac{7}{12a}$ і $-\frac{3}{14a}$;
2) $\frac{1}{a}$ і $\frac{1}{4a}$; 5) $\frac{2}{3b}$ і $\frac{3}{9b}$; 8) $\frac{5a}{16b}$ і $-\frac{11a}{32b}$;
3) $\frac{1}{2x}$ і $\frac{1}{6x}$; 6) $\frac{5}{8y}$ і $\frac{3}{12y}$; 9) $-\frac{2m}{18n}$ і $\frac{5m}{54n}$.

122°. Зведіть до спільного знаменника дробу:



1) $\frac{1}{ab} \text{ і } \frac{1}{ac}$; 4) $\frac{2}{ab^3} \text{ і } \frac{3}{a^3b}$;

2) $\frac{1}{ax^2} \text{ і } \frac{1}{bx^2}$; 5) $\frac{4}{5b^2} \text{ і } \frac{3}{15b}$;

3) $\frac{1}{x^2y} \text{ і } \frac{1}{x^3y}$; 6) $\frac{3}{7y^4} \text{ і } \frac{2}{21y^2}$;

7) $-\frac{5b}{8a^3} \text{ і } -\frac{6b}{16a}$; 8) $\frac{4c}{15ab^2} \text{ і } -\frac{1}{20ac}$; 9) $-\frac{x}{2y^3} \text{ і } \frac{3}{14y}$.



qr.orioncentr.com.ua/sCsOk

123°. Зведіть до спільного знаменника дробу:



1) $\frac{1}{b} \text{ і } \frac{1}{5b}$;

3) $\frac{3}{2ab} \text{ і } \frac{1}{4ac}$;

2) $\frac{1}{3a} \text{ і } \frac{1}{9a}$;

4) $\frac{5}{ab^2} \text{ і } \frac{3}{a^2b}$.

124°. Зведіть до спільного знаменника дробу:

1) $\frac{1}{a+1} \text{ і } \frac{1}{2a+2}$;

5) $\frac{1}{2-5y} \text{ і } \frac{1}{4-10y}$;

2) $\frac{1}{a-2} \text{ і } \frac{1}{3a-6}$;

6) $\frac{3m}{21m-14n} \text{ і } \frac{5n}{3m-2n}$;

3) $\frac{1}{1-x} \text{ і } \frac{1}{4-4x}$;

7) $\frac{4a}{15a+3b} \text{ і } -\frac{6b}{5a+b}$;

4) $\frac{1}{2a+1} \text{ і } \frac{1}{4a+2}$;

8) $\frac{2}{16-4b} \text{ і } \frac{7b}{4-b}$.

125°. Зведіть до спільного знаменника дробу:

1) $\frac{2}{a-1} \text{ і } \frac{3}{1-a}$;

6) $\frac{2}{1-4x} \text{ і } \frac{7}{4-16x}$;

2) $\frac{1}{a-2} \text{ і } \frac{2}{8-4a}$;

7) $\frac{a}{a-b} \text{ і } \frac{b}{b-a}$;

3) $\frac{1}{1-2x} \text{ і } \frac{5}{6x-3}$;

8) $\frac{x}{x-2y} \text{ і } \frac{2y}{6y-3x}$;

4) $\frac{2}{3x-1} \text{ і } \frac{6}{-6x+2}$;

9) $\frac{2m}{7m-14} \text{ і } \frac{-1}{10-5m}$;

5) $-\frac{3}{y-3} \text{ і } \frac{1}{9-3y}$;

10) $\frac{-x}{6x-3y} \text{ і } \frac{-y}{5y-10x}$.

126°. Зведіть до спільного знаменника дробу:



1) $\frac{1}{x-4} \text{ і } \frac{1}{2x-8}$; 2) $\frac{1}{5a+1} \text{ і } \frac{1}{4+20a}$; 3) $\frac{2}{1-2x} \text{ і } \frac{5}{12x-4}$.

127. Зведіть до спільного знаменника дробу:

E 1) $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a^2-ab}, \frac{1}{a^2-b^2}$; 3) $\frac{1}{2y-3}, \frac{1}{9-4y^2}, \frac{1}{4y+6}$;
 2) $\frac{1}{b^2-4}, \frac{1}{3b+6}, \frac{1}{2-b}$; 4) $\frac{1}{3x-1}, \frac{1}{9x^2-1}, \frac{1}{9x^2-6x+1}$.

128. Зведіть до спільного знаменника дробу:

1) $\frac{1}{x-1}, \frac{1}{x^3-1}, \frac{1}{x^2+x+1}$; 2) $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x^3+8}, \frac{1}{x^2-4}$.

129. Зведіть до спільного знаменника дробу:

1) $\frac{1}{a^2-9}, \frac{1}{2a+6}, \frac{1}{3-a}$; 2) $\frac{1}{x+1}, \frac{1}{x^3+1}, \frac{1}{x^2-1}$.

130. Скоротіть дробу, а потім зведіть їх до спільного знаменника:

1) $\frac{x^2+4x+4}{-3x-6}$ і $\frac{5y-20x}{15xy}$; 2) $\frac{m^2-2m+4}{m^3+8}$ і $\frac{m^2n-4n}{mn+2n}$.

131. Скоротіть дробу, а потім зведіть їх до спільного знаменника:

E 1) $\frac{ax-2a}{2b-bx}$ і $\frac{4a^2+8ab+4b^2}{(a+b)^3}$; 2) $\frac{x^2+10x+25}{3x+15}$ і $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$.

132*. Зведіть до спільного знаменника дробу:

1) $\frac{1}{x^2-1}, \frac{1}{x^3-x^2+x-1}, \frac{1}{x^3+x^2+x+1}, \frac{1}{x^4-1}$;
 2) $\frac{1}{x^2+3x+2}, \frac{1}{x^2+5x+6}, \frac{1}{x^2+7x+10}$.

Проявіть компетентність

133. Мотоцикліст, рухаючись по краю циркової арени діаметром d м, робить 10 кіл за t с. Яка середня швидкість його руху? Знайдіть середню швидкість його руху, якщо час руху виражений числом, уп'ятеро більшим, ніж діаметр арени. Складіть вираз і спростіть його.

134. Під час баскетбольного матчу спортсмен кинув м'яч у кільце. Якою була маса м'яча, якщо на висоті H м м'яч мав швидкість v м/с і його повна енергія складала $E_{\text{пов.}}$ Дж. Складіть вираз та знайдіть його значення, якщо $H = 3$, $v = 2$, $E_{\text{пов.}} = 15,7$.

§ 4. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ
РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ

1. Додавання і віднімання
раціональних дробів
з однаковими знаменниками

Ситуація. Марина й Петро допомагали бабусі висадити овочі на городі (мал. 4). Щоб визначити, яку частину городу вони засадили овочами, Марина й Петро склали такі вирази:



qr.orioncentr.com.ua/jXOza



Мал. 4

Марина

$$\frac{ac}{c(a+b)} + \frac{b(c-x)}{c(a+b)}$$

Петро

$$\frac{c(a+b) - bx}{c(a+b)}$$



Як перевірити, чи рівні ці вирази?



Можна додати дроби з однаковими знаменниками у виразі Марини.

Додавання/віднімання раціональних дробів з однаковими знаменниками виконують так само, як додають/віднімають звичайні дробы — знаменник залишають тим самим, а чисельники додають/віднімають (табл. 6).

Таблиця 6

	Раціональні дробы
Сума дробів	$\frac{ac}{c(a+b)} + \frac{b(c-x)}{c(a+b)} = \frac{ac + b(c-x)}{c(a+b)} = \frac{ac + bc - bx}{c(a+b)}$
Різниця дробів	$\frac{ac}{c(a+b)} - \frac{b(c-x)}{c(a+b)} = \frac{ac - b(c-x)}{c(a+b)} = \frac{ac - bc + bx}{c(a+b)}$



Раціональні дроби можна додавати й віднімати лише на ОДЗ їхніх змінних.



Щоб знайти суму/різницю двох раціональних дробів з однаковими знаменниками, треба:

- 1) спільний знаменник записати в знаменнику суми/різниці;
- 2) додати/відняти чисельники і результат записати в чисельнику суми/різниці.

$$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{C} = \frac{A \pm B}{C}$$

Правила додавання (віднімання) раціональних дробів зберігається для трьох і більше дробів з однаковими знаменниками.

Наприклад:

$$\frac{3x}{2y} + \frac{5x}{2y} + \frac{5c}{2y} + \frac{7c}{2y} = \frac{3x+5x+5c+7c}{2y} = \frac{8x+12c}{2y}.$$

Скориставшись цим правилом, перевірте самотійно, чи є рівними вирази, які отримали Марина й Петро в ситуації на початку параграфа.



Для додавання раціональних дробів виконуються такі закони:

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{B}{C} + \frac{A}{C} \quad \text{— переставний закон додавання;}$$

$$\left(\frac{A}{C} + \frac{B}{C} \right) + \frac{D}{C} = \frac{A}{C} + \left(\frac{B}{C} + \frac{D}{C} \right) \quad \text{— сполучний закон додавання.}$$

2. Додавання і віднімання раціональних дробів із різними знаменниками

qr.orioncentr.com.ua/BtO9Y



Як додати два раціональні дроби з різними знаменниками?

Аналогічно до додавання звичайних дробів (табл. 7).



Таблиця 7

Треба знайти суму двох дробів	$\frac{3}{5y^2}$ і $\frac{4}{15y}$
Шукаємо спільний знаменник (СЗ) даних дробів	визначаємо коефіцієнт СЗ: НСК (5; 15) = 15
	визначаємо буквений множник СЗ: НСК (y^2 ; y) = y^2 , отже, СЗ даних дробів $15y^2$
Шукаємо додаткові множники	для першого дробу: $15y^2 : 5y^2 = 3$
	для другого дробу: $15y^2 : 15y = y$
Виконуємо додавання	$\frac{3}{5y^2} + \frac{4}{15y} = \frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot y}{15y^2} = \frac{9 + 4y}{15y^2}$



Щоб знайти суму/різницю двох раціональних дробів із різними знаменниками, треба:

- 1) звести дані дроби до спільного знаменника;
- 2) записати спільний знаменник у знаменнику суми/різниці;
- 3) знайти додатковий множник для кожного дробу;
- 4) знайти нові чисельники даних дробів;
- 5) додати/відняти нові чисельники й результат записати в чисельнику суми/різниці.



Якщо у двох дробів знаменники не мають спільних множників, відмінних від числа 1, то додавання/віднімання таких дробів виконують так:

$$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{D} = \frac{A \cdot D \pm B \cdot C}{C \cdot D}.$$



Якщо у двох дробів знаменники мають спільний множник P , відмінний від числа 1, то додавання/віднімання таких дробів виконують так:

$$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{D} = \frac{A}{M \cdot P} \pm \frac{B}{N \cdot P} = \frac{A \cdot N \pm B \cdot M}{M \cdot N \cdot P},$$

де $C = M \cdot P$, $D = N \cdot P$.

Дізнайтеся більше

Для молодих математиків (до 40 років) найвищою міжнародною нагородою в галузі математики є премія Філдса. Фонд для присудження премії (та золотої Медалі Філдса) заснував канадський математик Джон Чарлз Філдс. Уперше премію було вручено в 1936 р. двом математикам — Ларе Альфорсу (Фінляндія) та Джессі Дугласу (США); вона становила 15 000 доларів. У 1990 р. Медаль Філдса одержав Володимир Гершонович Дрінфельд (народився 14 лютого 1954 р. в м. Харків) — видатний український та американський математик, член-кореспондент НАН України (1992). У 2022 році за свій розв'язок задачі пакування куль у 8-вимірному просторі цю премію отримала Марина В'язовська, ставши другою (після іранської вченої Мар'ям Мірзахані) жінкою-математикинею, котра отримала цю нагороду. Можливо, і ви свого часу зможете здобути цю премію.



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/wyNPt

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
додавання й віднімання раціональ- них дробів	addition and subtraction of rational fractions	Addition und Subt- raktion von rationalen Brüchen	addition et soustraction de fractions rationnelles

Пригадайте головне

1. Сформулюйте правило додавання/віднімання двох раціональних дробів з однаковими знаменниками.
2. Сформулюйте правило додавання/віднімання двох раціональних дробів із різними знаменниками.

Усне тренування

1. Обчисліть: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$; $\frac{5}{14} - \frac{3}{14}$; $\frac{2}{15} + \frac{3}{5}$; $\frac{12}{17} - \frac{1}{3}$.

2. Скоротіть дріб: $\frac{x+y}{-x-y}$; $\frac{5a-15b}{5a}$; $\frac{2-n}{4-n^2}$; $\frac{1-x}{x^2-2x+1}$.

3. Укажіть пари дробів, сума яких є цілим числом:
 $\frac{1}{3}$; $\frac{14}{5}$; $\frac{13}{2}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{10}{4}$; $\frac{2}{10}$.

4. Знайдіть ОДЗ змінних виразу:

$$(2x-5)^2 : (x+4)^2; \quad (y-2)(y+2) : y(y-5).$$

Розв'яжіть задачі

135'. Потрібно додати дроби $\frac{3y}{2x}$ і $\frac{y}{6x}$.

1. Яким буде знаменник одержаного в сумі дробу:

а) $6x$; б) $12x$; в) $2x$?

2. Яким буде чисельник одержаного в сумі дробу:

а) $4y$; б) $10y$; в) $16y$?

3. Назвіть дріб, який є результатом додавання даних дробів.

136'. Чи правильно, що сумою дробів $\frac{5}{x-1}$ і $\frac{3}{2(x-1)}$ є дріб:

1) $\frac{8}{2(x-1)}$; 2) $\frac{13}{2x-2}$; 3) $\frac{13}{x-1}$?

137'. Потрібно відняти дроби $\frac{5}{3y}$ і $\frac{2}{9y}$.

1. Яким буде знаменник одержаного в сумі дробу:

а) $3y$; б) $27y$; в) $9y$?

2. Яким буде чисельник одержаного в сумі дробу:

а) 17 ; б) 13 ; в) 39 ?

3. Назвіть дріб, який є результатом віднімання даних дробів.

138'. Чи правильно, що різницею дробів $\frac{7}{3(x+1)}$ і $\frac{1}{x+1}$ є

дріб: 1) $\frac{4}{x+1}$; 2) $\frac{8}{3(x+1)}$; 3) $\frac{4}{3(x+1)}$?

139'. Виконайте додавання дробів:



1) $\frac{2}{5x} + \frac{7}{5x}$; 3) $\frac{1}{6c} + \frac{7}{6c}$;

2) $\frac{8}{3a} + \frac{2}{3a}$; 4) $\frac{2x}{x-2} + \frac{3x}{x-2}$;



5) $\frac{3y}{y+1} + \frac{2y}{y+1};$

7) $\frac{3a}{x+2} + \frac{4a}{x+2};$

9) $\frac{3x}{c^2+1} + \frac{8x}{c^2+1}.$

6) $\frac{4c}{c-1} + \frac{c}{c-1};$

8) $\frac{4c}{y-1} + \frac{7c}{y-1};$

140°. Знайдіть суму дробів:

1) $\frac{2}{7ab} + \frac{3}{7ab};$

3) $\frac{3xy}{2a^2b} + \frac{2xy}{2a^2b};$

5) $\frac{5y}{a-c} + \frac{2y}{a-c};$

2) $\frac{3y}{9ac} + \frac{4y}{9ac};$

4) $\frac{3a}{2a+b} + \frac{4a}{2a+b};$

6) $\frac{3x}{a^2+b} + \frac{2x}{a^2+b}.$

141°. Виконайте додавання дробів:

1) $\frac{2}{9y} + \frac{5}{9y};$

3) $\frac{9b}{a^2+3} + \frac{4b}{a^2+3};$

5) $\frac{2c}{2+a} + \frac{8c}{2+a};$

2) $\frac{2a}{a-3} + \frac{4}{a-3};$

4) $\frac{3ac}{2x^3} + \frac{2ac}{2x^3};$

6) $\frac{3c}{2+x^3} + \frac{7c}{2+x^3}.$

142°. Виконайте віднімання дробів:

1) $\frac{12}{7x} - \frac{3}{7x};$

5) $\frac{4c}{c+2} - \frac{9c}{c+2};$

2) $\frac{11}{5a} - \frac{7}{5a};$

6) $\frac{3x}{a+2} - \frac{14x}{a+2};$

3) $\frac{13}{9c} - \frac{5}{9c};$

7) $\frac{4a}{d-1} - \frac{17a}{d-1};$

4) $\frac{13y}{y-1} - \frac{9y}{y-1};$

8) $\frac{13a}{b^2+1} - \frac{18a}{b^2+1}.$

qr.orioncentr.com.ua/V9gLw**143°.** Знайдіть різницю дробів:

1) $\frac{1}{8ab} + \frac{11}{8ab};$

3) $\frac{12xy}{5ab^2} + \frac{3xy}{5ab^2};$

5) $\frac{5c}{a+c} + \frac{12c}{a+c};$

2) $\frac{4y}{5ac} + \frac{4y}{5ac};$

4) $\frac{9a}{a+b} + \frac{4a}{a+b};$

6) $\frac{8x}{a^2+3} + \frac{x}{a^2+3}.$

144°. Виконайте віднімання дробів:

1) $\frac{2}{5y} - \frac{9}{5y};$

3) $\frac{9b}{a^2-1} - \frac{8b}{a^2-1};$

5) $\frac{6c}{1+a} - \frac{8c}{1+a};$

2) $\frac{2a}{a+4} - \frac{3a}{a+4};$

4) $\frac{9ac}{4x^5} - \frac{5ac}{4x^5};$

6) $\frac{13a}{1+x} - \frac{3a}{1+x}.$

145°. Знайдіть різницю $\frac{a}{9c} - \frac{b}{9c}$, якщо:

1) $a = 5c^2, b = 4c^2;$

3) $a = 15ac^2, b = 6ac^2.$

2) $a = 7c, b = 10c.$

146°. Спростіть вираз:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{5}{5+x} + \frac{x}{5+x}; & 3) \frac{11}{6+c} + \frac{1+2c}{6+c}; & 5) \frac{3y}{y+1} + \frac{1-2y}{y+1}; \\ 2) \frac{10}{5-x} - \frac{2x}{5-x}; & 4) \frac{-2x}{x-2} + \frac{x+2}{x-2}; & 6) \frac{4c}{c-1} + \frac{1-5c}{c-1}. \end{array}$$

147°. Спростіть вираз:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{9}{3+x} - \frac{x^2}{3+x}; & 6) \frac{4+c^2}{c-2} - \frac{4c}{c-2}; \\ 2) \frac{25}{x-5} - \frac{x^2}{x-5}; & 7) \frac{6}{x-3} + \frac{2x}{3-x}; \\ 3) \frac{36}{6+c} - \frac{c^2}{6+c}; & 8) \frac{y^2}{2-y} + \frac{4}{y-2}; \\ 4) \frac{7}{x^2-49} - \frac{x}{x^2-49}; & 9) \frac{3+c^2}{c-1} + \frac{4}{1-c}; \\ 5) \frac{y^2}{y+1} + \frac{1+2y}{y+1}; & 10) \frac{5(c^2+1)}{(c-1)^2} + \frac{10c}{(1-c)^2}. \end{array}$$

148°. Спростіть вираз:

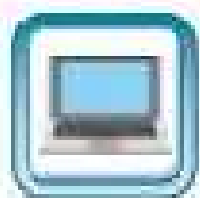


$$\begin{array}{ll} 1) \frac{1}{1+a} + \frac{a}{1+a}; & 5) \frac{a}{a^2-64} + \frac{8}{a^2-64}; \\ 2) \frac{4}{2-y} - \frac{2y}{2-y}; & 6) \frac{-5+c^2}{c-2} - \frac{1}{2-c}; \\ 3) \frac{3b}{b-1} + \frac{1-4b}{b-1}; & 7) \frac{n^2}{3n-33} + \frac{121}{33-3n}; \\ 4) \frac{16}{4+y} - \frac{y^2}{y+4}; & 8) \frac{y^2-4y}{y^2-4y+4} - \frac{2y}{4y-y^2-4}. \end{array}$$

149°. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{1}{1-a^2} + \frac{a}{1-a^2}, \text{ якщо } a = 0,9; \\ 2) \frac{2}{y^2-4} - \frac{y}{y^2-4}, \text{ якщо } y = -1,8. \end{array}$$

150°. Спростіть вираз:



$$\begin{array}{ll} 1) \frac{2}{5x} + \frac{3}{10x}; & 3) \frac{5}{12c} + \frac{7}{9c}; \\ 2) \frac{5}{3a} + \frac{5}{6a}; & 4) \frac{3x}{x+2} + \frac{2x}{3(x+2)}; \end{array}$$

qr.orioncentr.com.ua/0WKYN



5) $\frac{y}{5(y+1)} + \frac{2y}{y+1};$

8) $\frac{13}{15c} - \frac{5}{9c};$

6) $\frac{3c}{2(c-1)} + \frac{2c}{3(c-1)};$

9) $\frac{2a}{x+2} - \frac{4a}{5(x+2)};$

7) $\frac{1}{6x} - \frac{5}{12x};$

10) $\frac{c}{3(y-1)} - \frac{6c}{y-1}.$

151°. Знайдіть суму дробів:

1) $\frac{2}{3ab} + \frac{3}{12ab};$

4) $\frac{3a}{5(a+b)} + \frac{6a}{25(a+b)};$

2) $\frac{5y}{36ac} + \frac{4y}{9ac};$

5) $\frac{4y}{3(a-c)} + \frac{7y}{15(a-c)};$

3) $\frac{x}{4a^2b} + \frac{3x}{14a^2b};$

6) $\frac{3x}{8(a-2b)} + \frac{5x}{6(a-2b)}.$

152°. Знайдіть різницю дробів:

1) $\frac{1}{4ab} + \frac{11}{8ab};$ 3) $\frac{13x}{15b^2} + \frac{3x}{25b^2};$ 5) $\frac{5c}{6(a+c)} + \frac{12c}{a+c};$

2) $\frac{4y}{5ac} + \frac{22y}{35ac};$ 4) $\frac{9a}{a-b} + \frac{4a}{5(a-b)};$ 6) $\frac{9x}{8(a^2+1)} + \frac{x}{20(a^2+1)}.$

153°. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{8y} + \frac{3}{16y};$ 3) $\frac{2b}{3(a^2+3)} + \frac{4b}{a^2+3};$ 5) $\frac{2c}{3(2-a)} - \frac{5c}{4(2-a)};$

2) $\frac{2a}{a-1} + \frac{5a}{4(a-1)};$ 4) $\frac{ac}{7x^2} - \frac{2ac}{21x^2};$ 6) $\frac{3c}{10(1+x)} - \frac{2c}{15(1+x)}.$

154°. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{5x} + \frac{3x^2-1}{10x^3};$ 3) $\frac{5}{5+x} + \frac{3x-7}{(5+x)x};$ 5) $\frac{4y}{3y+3} + \frac{1-y}{y+1};$

2) $\frac{1}{4x^2y^2} - \frac{2}{6x^3y};$ 4) $\frac{10x-1}{x(5-x)} - \frac{2}{5-x};$ 6) $\frac{4c}{c-1} + \frac{2-5c^3}{c^2(c-1)}.$

155°. Спростіть вираз:

1) $\frac{2}{3+x} - \frac{2x}{x^2-9};$

4) $\frac{5}{x+7} - \frac{10x}{x^2-49};$

2) $\frac{4x}{x^2-25} - \frac{4}{x-5};$

3) $\frac{2}{6+c} + \frac{2c}{36-c^2};$



$$5) \frac{2}{y+1} - \frac{1+2y}{y^2-1};$$

$$6) \frac{4}{c^2-4} - \frac{4-c}{c-2}.$$

156°. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

$$1) \frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a^2}, \text{ якщо } a = \frac{2}{3};$$

$$2) \frac{2y+6}{y^2-4} - \frac{3}{y-2}, \text{ якщо } y = -3.$$

157°. Спростіть вираз та знайдіть його значення:



$$1) \frac{7}{3+a} + \frac{7a}{9-a^2}, \text{ якщо } a = 2;$$

$$2) \frac{y+8}{y^2-16} - \frac{2}{y-4}, \text{ якщо } y = -2.$$

158. Спростіть вираз:

$$1) \frac{x-1}{3} + \frac{x-2}{3} + \frac{x-3}{3};$$

$$3) \frac{x-y}{2x-3y} - \frac{2y-x}{2x-3y};$$

$$2) \frac{2a^2-3b^2}{5ab} - \frac{2b^2-3a^2}{5ab};$$

$$4) \frac{2x^2-3y^2}{3xy} - \frac{3y^2-x^2}{3xy}.$$

159. Виконайте дії:

$$1) \frac{a^3}{a+b} + \frac{b^3}{a+b};$$

$$6) \frac{a}{a^3+b^3} + \frac{b}{a^3+b^3};$$

$$2) \frac{q^3}{p-q} - \frac{p^3}{p-q};$$

$$7) \frac{c}{b^3-c^3} - \frac{b}{b^3-c^3};$$

$$3) \frac{2x^3}{x+y} - \frac{x^3-y^3}{x+y};$$

$$8) \frac{1}{x^3+8} + \frac{1+x}{x^3+8};$$

$$4) \frac{27}{x-3} - \frac{x^3}{x-3};$$

$$9) \frac{a^2+b^2}{a^3+b^3} - \frac{ab}{a^3+b^3};$$

$$5) \frac{8}{a-2} - \frac{a^3}{a-2};$$

$$10) \frac{c^2}{b^3-c^3} + \frac{bc+b^2}{b^3-c^3}.$$

160. Виконайте дії:



$$1) \frac{y-2}{5} + \frac{3+y}{5} + \frac{1-y}{5};$$

$$4) \frac{x}{x^3+y^3} + \frac{y}{x^3+y^3};$$

$$2) \frac{a^3}{a-c} - \frac{c^3}{a-c};$$

$$5) \frac{x^2+y^2}{x^3+y^3} - \frac{xy}{x^3+y^3};$$

$$3) \frac{64}{a-4} - \frac{a^3}{a-4};$$

$$6) \frac{y^2}{x^3-y^3} + \frac{xy+x^2}{x^3-y^3}.$$

161. Спростіть вираз:

1) $\frac{a^2 + b^2}{(a+b)^2} + \frac{2ab}{(a+b)^2};$

5) $\frac{125}{(x-5)^2} - \frac{x^3}{(x-5)^2};$

2) $\frac{q^3}{(p-q)^2} - \frac{p^3}{(p-q)^2};$

6) $\frac{3}{(x+2)^3} + \frac{x^2 + 4x + 1}{(x+2)^3};$

3) $\frac{2x^2}{(x+y)^2} - \frac{2y^2}{(x+y)^2};$

7) $\frac{32-14x}{(x-3)^2} - \frac{26-12x}{(3-x)^2};$

4) $\frac{4x^2}{(2x-y)^2} - \frac{y^2}{(y-2x)^2};$

8) $\frac{x^2 + 8y}{(x-4)(y+3)} + \frac{4(x+2y)}{(4-x)(3+y)}.$

162. Спростіть вираз:

1) $\frac{x^3}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2};$

2) $\frac{3a^2}{(a+b)^2} - \frac{3b^2}{(a+b)^2}.$

163. Спростіть вираз:

1) $\frac{3x-1}{2} + \frac{x-2}{6} - \frac{2x-3}{3};$

3) $\frac{x-y}{2xy-3y^2} - \frac{y-x}{3xy-2x^2};$

2) $\frac{2a-3b}{5ab^2} - \frac{2b-3a}{5a^2b};$

4) $\frac{3y-x}{21x^2y^2} - \frac{5x-y}{35x^3y}.$

164. Спростіть вираз:

1) $\frac{y}{yx-x^2} - \frac{y}{yx+x^2};$

4) $\frac{1-t}{t^2-t} - \frac{t+1}{1-t^2};$

2) $\frac{4x}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{xy-y^2};$

5) $\frac{a^2}{(a-3)^2} + \frac{a}{3-a};$

3) $\frac{a-3}{a+3} - \frac{a+3}{a-3} + \frac{12}{a};$

6) $\frac{b+1}{(b-1)^2} + \frac{2}{1-b^2} - \frac{1}{b+1}.$

165. Виконайте дії:

1) $\frac{4y-2}{15} + \frac{3+3y}{25} + \frac{1-3y}{35};$

3) $\frac{1-t}{t^2-t} - \frac{t+1}{1-t^2};$

2) $\frac{y}{xy-x^2} + \frac{x}{xy-y^2};$

4) $\frac{4}{t^2-9} - \frac{2}{t^2+3t}.$

166. Подайте у вигляді раціонального дробу:

1) $x + \frac{1}{x};$

3) $\frac{1}{x^2} + 4x;$

5) $\frac{4-2a}{a} - 2a;$

2) $3x + \frac{3}{x};$

4) $\frac{7}{x} - y^2;$

6) $\frac{b}{x} - 9b;$

$$7) 5a - \frac{10a^2}{2a-1}; \quad 8) \frac{2c}{c-5} - 2c - 1; \quad 9) 1 + \frac{-x + x^2}{2x-1} - x.$$

167. Подайте у вигляді раціонального дробу:

E 1) $2x + \frac{1}{x}$; 2) $\frac{4}{y^2} - y^2$; 3) $1 - \frac{6b}{b^2+9}$; 4) $\frac{3x}{3-x} - x$.

168. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 + 1} - \frac{2-x}{x^2 + 1}; \quad 2) y = \frac{3x+4}{5x-10} - \frac{x+4}{3x-6}.$$

169. Побудуйте графік функції:

E
$$y = \frac{4x-5}{7x-21} - \frac{x-1}{2x-6}.$$

170. Знайдіть значення виразу:

$$1) 1 + \frac{x^3 - y}{x^2} - x, \text{ якщо } x = 0,4, y = -0,05;$$

$$2) \frac{1}{8a-b} - \frac{1}{8a+b}, \text{ якщо } a = 0,4, b = 8.$$

171. Знайдіть значення виразу:

E
$$\frac{5m+7}{5m} - \frac{m^2-1}{m^2} + 2, \text{ якщо } m = -0,2.$$

172. Виконайте дії:

$$1) \frac{x}{x-4} - \frac{x^2-4}{x^2-6x+8}; \quad 2) \frac{x}{2x+1} + \frac{6}{x-4} - \frac{8x+6}{2x^2-7x-4}.$$

173. Виконайте дії:

E 1) $\frac{3}{x-4} - \frac{3x}{(x-4)(x+3)}$; 2) $\frac{2}{x+1} + \frac{6-x}{x-4} - \frac{7x-x^2}{x^2-3x-4}.$

174*. Знайдіть такі значення a і b , за яких виконується рівність:

$$1) \frac{1}{x^2-16} = \frac{a}{x+4} + \frac{b}{4-x}; \quad 2) \frac{3}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} - \frac{bx+2}{x^2+x+1}.$$

175*. Доведіть, що значення виразу $\frac{2x^2}{x^2-1} - \frac{x^3+3}{x^2-1} + \frac{2}{x^2-1}$ не залежить від значень змінної x на її ОДЗ.

176*. Доведіть, що значення виразу $\frac{3y^2+3y}{2(y-1)^2} - \frac{9y+6}{2(y-1)^2} + \frac{9}{2(y-1)^2}$ не залежить від значень змінної y на її ОДЗ.

177*. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{(x-y)(x-z)} + \frac{1}{(y-z)(y-x)} + \frac{1}{(z-x)(z-y)}$;

2) $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$.

178*. Спростіть вираз:

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+99)(x+100)}.$$

Проявіть компетентність

179. Сашко й Наталка на уроці математики одержали індивідуальне завдання — знайти компоненти дій із двома раціональними дробами. Заповніть таблицю 8, якщо відомо, що діти виконали його правильно.

Таблиця 8

Учні	Дріб 1	Дріб 2	Сума	Різниця
Сашко	$\frac{a}{a+1}$		$\frac{2a+1}{a+1}$	
Наталка		$\frac{b-1}{b+1}$	$\frac{3b}{b+1}$	

180. Олена й Сергій на уроці математики одержали індивідуальне завдання — знайти компоненти дій із двома раціональними дробами. Заповніть таблицю 9, якщо відомо, що діти виконали його правильно.

Таблиця 9

Учні	Дріб 1	Дріб 2	Сума	Різниця
Сергій	$\frac{2}{x+3}$			$\frac{4x-1}{x(x+3)}$
Олена		$\frac{-1}{y+1}$		$\frac{y+2}{y^2-1}$

§ 5. МНОЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ.
ПІДНЕСЕННЯ РАЦІОНАЛЬНОГО ДРОБУ
ДО СТЕПЕНЯ З НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ

1. Множення раціональних дробів

Ситуація. Ірина пояснювала своєму молодшому братові, як помножити звичайні дроби. Для цього потрібно перемножити чисельники і знаменники даних дробів відповідно. Денис замислився, чи діє таке правило для множення раціональних дробів.



qr.orioncentr.com.ua/5BJIX



Чи справді таке правило діє для множення раціональних дробів?

Так. Порівняймо їх (табл. 10).



Таблиця 10

	Звичайні дроби	Раціональні дроби
Записуємо добуток чисельників і знаменників дробів відповідно	$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4} =$	$\frac{2x}{3y} \cdot \frac{3y^2}{4x^2} = \frac{2x \cdot 3y^2}{3y \cdot 4x^2} =$
Скорочуємо дріб і виконуємо множення	$= \frac{5 \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \cdot 4} = \frac{5}{8}$	$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} y^2}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot \underset{2}{\cancel{4}} x^2} = \frac{1 \cdot y}{1 \cdot 2x} = \frac{y}{2x}$



Щоб знайти добуток двох раціональних дробів, потрібно:

- 1) знайти добуток знаменників даних дробів і записати його в знаменнику добутку;
- 2) знайти добуток чисельників даних дробів і записати його в чисельнику добутку.



Коротко це записують так: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$.



Для множення раціональних дробів справджуються такі закони:

$$\frac{A}{C} \cdot \frac{B}{D} = \frac{B}{D} \cdot \frac{A}{C} \text{ — переставний закон множення;}$$

$$\left(\frac{A}{C} \cdot \frac{B}{D} \right) \cdot \frac{K}{N} = \frac{A}{C} \cdot \left(\frac{B}{D} \cdot \frac{K}{N} \right) \text{ — сполучний закон множення;}$$

$$\left(\frac{A}{C} + \frac{B}{D} \right) \cdot \frac{K}{N} = \frac{A}{C} \cdot \frac{K}{N} + \frac{B}{D} \cdot \frac{K}{N} \text{ — розподільний закон мно-}$$

ження відносно додавання.

2. Піднесення раціонального дробу до степеня з натуральним показником

qr.orioncentr.com.ua/9F68w



Як раціональний дріб піднести до степеня з натуральним показником?

Аналогічно до дії зі звичайними дробами.



Зокрема, основу степеня множать саму на себе стільки разів, скільки вказує показник степеня n :

$$\left(\frac{A}{B} \right)^n = \underbrace{\frac{A}{B} \cdot \frac{A}{B} \cdot \dots \cdot \frac{A}{B}}_n = \frac{\overbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}^n}{\underbrace{B \cdot B \cdot \dots \cdot B}_n} = \frac{A^n}{B^n}.$$

Запам'ятайте!

Щоб піднести раціональний дріб до степеня з натуральним показником n , можна піднести до цього степеня чисельник і знаменник даного дробу.

$$\left(\frac{A}{B} \right)^n = \frac{A^n}{B^n}.$$



Якщо показник степеня дорівнює 1, то:

$$\left(\frac{A}{B} \right)^1 = \frac{A}{B}.$$

Задача Виконайте дії: 1) $\left(\frac{3x}{4y}\right)^3$; 2) $\left(-\frac{2a}{5b}\right)^4$.

Розв'язання

$$1. \left(\frac{3x}{4y}\right)^3 = \frac{(3x)^3}{(4y)^3} = \frac{27x^3}{64y^3}. \quad 2. \left(-\frac{2a}{5b}\right)^4 = (-1)^4 \cdot \frac{(2a)^4}{(5b)^4} = \frac{16a^4}{625b^4}.$$

Дізнайтеся більше

«Двоповерховий» запис звичайного дробу використовувався ще давньогрецькими математиками, хоча знаменник у них записувався над чисельником, а риски дробу не було. Індійські математики перемістили чисельник наверх, а потім уже через арабських математиків такий запис перейняли і в Європі. Дробову риску вперше в Європі ввів Леонардо Пізанський (1202 р.), але в ужиток вона увійшла лише за підтримки Йоганна Відмана (1489 р.).

Сучасний запис показника степеня введений Р. Декартом у його «Геометрії» (1637 р.), правда, лише для степенів з натуральним показником, більшим за 2. Пізніше І. Ньютон поширив цю форму запису на від'ємні та дробові показники (1676 р.), трактування яких до того часу вже пропонували С. Стевін, Дж. Волліс і А. Жирар.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/bMeQL

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
множення раціональ- них дробів	multiplying rational fractions	Multipli- kation rationaler Brüchen	multipli- cation des fractions rationnelles

Пригадайте головне

1. Сформулюйте правило множення двох раціональних дробів.
2. Як піднести раціональний дріб до степеня з натуральним показником?

Усне тренування

1. Обчисліть $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$; $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^2$, якщо $a = 5$, $b = -3$.

2. Із формули виразіть змінну a через інші змінні:

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h; \quad y = \frac{ab^2}{2c}; \quad y = \frac{2(a-b)}{c^2}.$$

3. Оберіть пари дробів, добуток яких дорівнює 1:

$$3) \frac{1}{2}; \frac{2x}{y}; \frac{2}{7}; \frac{a-b}{a+b}; \frac{(x-2)(x+2)}{x^2-10x}; \frac{2x(x-10)}{2x^2-8}; \frac{a+b}{a-b}; \frac{y}{2x}.$$

Розв'яжіть задачі

181'. Чи правильно, що добутком дробів $\frac{2x}{3}$ і $\frac{5}{3y}$ є дріб:

$$1) \frac{10x}{3y}; \quad 2) \frac{10x}{9y}; \quad 3) \frac{6xy}{15}; \quad 4) \frac{2x+5}{3+3y}?$$

182'. Чи правильно, що $\left(\frac{a^3}{5}\right)^3$ дорівнює:

$$1) \frac{a^6}{15}; \quad 2) \frac{a^9}{15}; \quad 3) \frac{a^6}{10}; \quad 4) \frac{a^9}{125}?$$

183°. Виконайте множення:



$$1) \frac{x}{8} \cdot \frac{a}{5};$$

$$6) \frac{3x}{4y} \cdot \frac{b}{4c};$$

$$11) \frac{3b}{5y} \cdot \frac{10a}{9b};$$

$$2) \frac{3}{y} \cdot \frac{4}{c};$$

$$7) \frac{3x}{5y} \cdot \frac{2a}{6c};$$

$$12) \frac{3x}{5a} \cdot \frac{2a^2}{3b};$$

$$3) \frac{x}{2y} \cdot \frac{a}{2c};$$

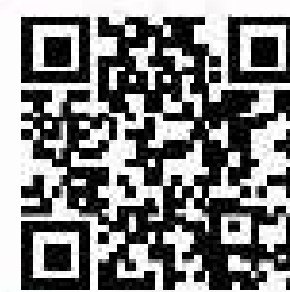
$$8) \frac{15a}{16b} \cdot \frac{4x}{5y};$$

$$4) \frac{5a}{b} \cdot \frac{3x}{y};$$

$$9) \frac{2x}{3y} \cdot \frac{4y^2}{5b};$$

$$5) \frac{3x}{7y} \cdot \frac{2a}{5b};$$

$$10) \frac{3x}{7y} \cdot \frac{14a}{5x};$$



qr.orioncentr.com.ua/w1wXx

184°. Виконайте множення:



$$1) \frac{5}{a} \cdot \frac{y}{3};$$

$$2) \frac{5x}{6a} \cdot \frac{y}{3b};$$

$$3) \frac{2x}{3b} \cdot \frac{4y}{5x^3};$$

$$4) \frac{3x}{5a^4} \cdot \frac{2a^2}{15b};$$

185°. Знайдіть добуток дробів:

$$1) \frac{x+1}{3} \text{ і } \frac{6}{(x+1)^2};$$

$$3) \frac{2a+1}{8} \text{ і } \frac{16}{2+4a};$$

$$2) \frac{5y-5}{7} \text{ і } \frac{21}{y-1};$$

$$4) \frac{1-b}{5} \text{ і } \frac{20}{(b-1)^2};$$

$$5) \frac{3-6y}{14} \cdot \frac{35}{2y-1};$$

$$6) \frac{1-3x}{12} \cdot \frac{16}{6x-2}.$$

186°. Знайдіть добуток дробів:



$$1) \frac{y+3}{4} \cdot \frac{20}{(y+3)^2};$$

$$2) \frac{3x+2}{15} \cdot \frac{25}{6+9x}.$$

187°. Спростіть вираз:

$$1) \frac{x}{8} \cdot x;$$

$$3) \frac{6a}{b^3} \cdot 2b^2;$$

$$5) \frac{6x}{15} \cdot 12x^4;$$

$$2) \frac{5}{y} \cdot 6;$$

$$4) \frac{3}{7y} \cdot (-14y^2);$$

$$6) -4y^3 \cdot \frac{5}{18y^4}.$$

188°. Виконайте множення виразів:

$$1) x - 3 \cdot \frac{11}{x-3};$$

$$5) 3a + 1 \cdot \frac{5}{2+6a};$$

$$2) 3x + 2 \cdot \frac{2}{2+3x};$$

$$6) ax - a \cdot \frac{2}{x-1};$$

$$3) 2a - 1 \cdot \frac{5}{1-2a};$$

$$7) ax + 2a \cdot \frac{a}{x+2};$$

$$4) 2x - 2 \cdot \frac{6}{x-1};$$

$$8) 3b - ab \cdot \frac{3}{2a-6}.$$

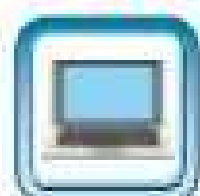
189°. Спростіть вираз:



$$1) \frac{2}{9a^2} \cdot 18; \quad 3) \frac{2}{15x} \cdot (-24x^3); \quad 5) (3b-12) \cdot \frac{4}{4-b};$$

$$2) \frac{2}{7b} \cdot 28b^2; \quad 4) (a+2) \cdot \frac{9}{2+a}; \quad 6) (a-4a^2) \cdot \left(-\frac{5}{4a-1}\right).$$

190°. Піднесіть до степеня:



$$1) \left(\frac{x^2}{6}\right)^2; \quad 4) \left(\frac{5a}{b^2}\right)^3; \quad 7) \left(-\frac{x^3}{8y^5}\right)^2;$$

$$2) \left(\frac{3}{y}\right)^3; \quad 5) \left(\frac{2a^2}{3}\right)^3; \quad 8) \left(-\frac{a^5}{6b^4}\right)^3.$$

$$3) \left(\frac{x}{2y}\right)^2; \quad 6) \left(\frac{3a^2}{4b^4}\right)^3;$$



qr.orioncentr.com.ua/Se8ng

191°. Піднесіть до степеня:



$$1) \left(\frac{a^3}{4}\right)^2; \quad 2) \left(\frac{7}{c^2}\right)^3; \quad 3) \left(-\frac{5a}{b^3}\right)^2; \quad 4) \left(-\frac{3a^6}{b^3}\right)^3.$$

192°. Запишіть вираз у вигляді раціонального дробу:

$$1) \left(\frac{a-b}{a+b} \right)^2; \quad 2) \left(\frac{x+1}{2x-1} \right)^2; \quad 3) \left(\frac{-m+3n}{2m-5n} \right)^2; \quad 4) \left(\frac{-x-2}{4-x^2} \right)^2.$$

193°. Запишіть вираз у вигляді раціонального дробу:

 1) $\left(\frac{1+b}{1-b} \right)^2$; 2) $\left(\frac{x+y}{x-3y} \right)^2$; 3) $\left(\frac{3a-b}{-2a-5b} \right)^2$; 4) $\left(\frac{5-y}{y^2-25} \right)^2$.

194°. Подайте у вигляді степеня дріб:

$$1) \frac{64a^6}{b^9}; \quad 2) \frac{a^5 y^{10}}{(a-1)^{15}}; \quad 3) \frac{125(a-b)^{21}}{a^6 b^9}; \quad 4) \frac{216(x-3y)^{18}}{512(x+2y)^{15}}.$$

195°. Подайте у вигляді степеня дріб:

 1) $\frac{27a^3}{b^6}$; 2) $\frac{x^4 y^2}{(x-y)^6}$; 3) $\frac{32(m+n)^5}{m^5 n^{10}}$; 4) $\frac{16(a-2b)^{20}}{625(2a-5b)^{16}}$.

196°. Скоротіть дріб і піднесіть до степеня:

$$1) \left(\frac{x-y}{x^2-y^2} \right)^2; \quad 2) \left(\frac{a+1}{a^2+2a+1} \right)^2; \quad 3) \left(\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2} \right)^2.$$

197°. До якого степеня треба піднести дріб A , щоб отримати дріб B , якщо:

$$1) A = \frac{2xy^2}{5}; \quad B = \frac{8x^3 y^6}{125}; \quad 2) A = \frac{0,3a^2}{b^6 c^3}; \quad B = \frac{0,0081a^8}{b^{24} c^{12}}.$$

198°. Сторона квадрата дорівнює $3ab$. Чому дорівнює площа:

$$1) \frac{1}{6} \text{ квадрата}; \quad 2) \frac{2}{9} \text{ квадрата}; \quad 3) \frac{11}{36} \text{ квадрата?}$$

199°. Сторона квадрата дорівнює $5xu$. Чому дорівнює площа:

 1) $\frac{1}{15}$ квадрата; 2) $\frac{2}{25}$ квадрата; 3) $0,15$ квадрата?

200°. Запишіть замість $*$ такий одночлен, щоб одержати правильну рівність:

$$1) \frac{2a^3}{5} \cdot \frac{*}{8a^2} = \frac{3ab}{20}; \quad 2) \frac{6y^4}{*} \cdot \frac{8}{15y^3} = \frac{4}{5xy}.$$

201°. Запишіть замість $*$ такий одночлен, щоб одержати правильну рівність:

 1) $\frac{4x}{7} \cdot \frac{*}{8a^2} = \frac{3ax}{2}; \quad 2) \frac{5c^3}{*} \cdot \frac{9}{35c^5} = \frac{3}{14c^2 x}.$

202. Спростіть вираз:

$$1) \frac{9cx^3}{16ab} \cdot \frac{2ab^2}{cxy} \cdot \frac{4by^2}{3ax^2};$$

$$4) \frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{xy(x + y)};$$

$$2) \frac{x^2y^2 - 4y^2}{4xy} \cdot \frac{x^2y}{2xy - x^2y};$$

$$5) \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} \cdot \frac{x^3 + y^3}{x - y};$$

$$3) \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cdot \frac{a^4 - b^4}{a^2 - 2ab + b^2};$$

$$6) \frac{x^2 + y^2 - xy}{a^2 - b^2} \cdot \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{x^3 + y^3}.$$

203. Спростіть вираз:



$$1) \frac{14a^2b^2}{5xy} \cdot \frac{10x^2y^3}{21a^2b^3} \cdot \frac{3b^2}{4y};$$

$$2) \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x^3 - y^3}{xy + x^2 + y^2}.$$

204. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{2x}{1-3y} + \frac{2x}{3y+1} \right) \cdot \left(\frac{9y^2 + 1 - 6y}{4x^2} \right);$$

$$2) \left(\frac{y^2 - x^2}{m^2 - n^2} \cdot \frac{m+n}{x-y} - \frac{x}{n-m} \right) \cdot \frac{m-n}{2y}.$$

205. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{2x^2y^3}{a^3b^5} \right)^2 \cdot \left(\frac{3a^2b}{4xy^2} \right)^3 \cdot \frac{16b^2}{9x};$$

$$2) \left(\left(\frac{5abc}{3xyz} \right)^3 \cdot \frac{9xyz^2}{25ac^2} \right)^2.$$

206. Спростіть вираз:



$$1) \left(\frac{1+a}{a^2-ab} - \frac{1-b}{b^2-ab} \right) \cdot \frac{a^2b-ab^2}{a+b};$$

$$2) \left(\frac{3(x^2y)^3}{(3ac^2)^2} \right)^2 \cdot \frac{a^3c^4}{15x^3y^4}.$$

207*. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{x+5}{5x-1} + \frac{x+5}{x+1} \right) \cdot \frac{1-5x}{x^2+5x} + \frac{x^2+5}{x+1};$$

$$2) \left(\frac{a-3}{7a-4} - \frac{a-3}{a-4} \right) \cdot \frac{7a-4}{9a-3a^2} + \frac{a^2-14}{4-a}.$$

208*. Спростіть вираз:

$$1) \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{y^2 - xy}{x+y} \right)^2 \cdot \left(\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{x+y}{xy-y^2} \right) + \frac{x}{x+y};$$

$$2) \frac{x^3 - y^3}{2y} \cdot \left(\frac{2y}{4-2y-2x+xy} + \frac{2xy+4y}{(x-y)(x^2-4)} \right).$$

209*. Доведіть, що значення виразу не залежить від значень змінної x на її ОДЗ:

$$1) \left(\frac{x^2 - 2x + 4}{4x^2 - 1} \cdot \frac{2x^2 + x}{x^3 + 8} - \frac{x + 2}{2x^2 - x} \right) \cdot \frac{x^2 + 2x}{4} - \frac{x + 4}{3 - 6x};$$

$$2) \left(\frac{x + 5}{x^2 - 81} + \frac{x + 7}{x^2 - 18x + 81} \right) \cdot \left(\frac{x - 9}{x + 3} \right)^2 + \frac{x + 7}{x + 9}.$$

Проявіть компетентність

210. Учитель на дошці записав розв'язання кількох прикладів. Сергій випадково витер частину записів. Відновіть утрачені записи.

$$1) \frac{x^2 y^2}{c^2 - d^2} \cdot \frac{c - d}{(c - d)(\quad)xy^3} = \frac{x^2 y^2 (c - d)}{(c - d)(\quad)xy^3} = \frac{x}{y(\quad)};$$

$$2) \frac{3a^2 b^3}{5x^3 y^4} \cdot \left(\frac{5xy}{3ab} \right)^2 = \frac{3a^2 b^3}{5x^3 y^4} \cdot \frac{25}{9} = \frac{3a^2 b^3}{5x^3 y^4} \cdot \frac{x^2}{a^2} = \dots$$

§ 6. ДІЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ

1. Раціональний дріб, обернений до даного дробу

Ситуація. Сашко пригадав правило ділення звичайних дробів: **щоб поділити звичайні дробы, потрібно ділене помножити на дріб, обернений до дільника.**



qr.orioncentr.com.ua/pM2hl



Чи можна таке саме правило застосувати, щоб поділити один раціональний дріб на інший?

Так.



З доведенням можна ознайомитись, перейшовши за посиланням.



qr.orioncentr.com.ua/JKQTK

Запам'ятайте!

Щоб знайти частку двох раціональних дробів, потрібно ділене помножити на дріб, обернений до дільника.



Коротко це записують так:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}.$$



Раціональні дроби $\frac{C}{D}$ і $\frac{D}{C}$ називають *взаємно оберненими*. Їх добуток дорівнює числу 1.

Задача Виконайте ділення:

$$1) \frac{3x^2y^3}{4ab^4} : \frac{9xy^3}{10ab^2}; \quad 2) (x-1) : \frac{x^2-1}{3x}; \quad 3) \frac{x+2}{5x^2} : (x^2+2x).$$

Розв'язання

1. Застосовуємо правило ділення раціональних дробів:

$$\frac{3x^2y^3}{4ab^4} : \frac{9xy^3}{10ab^2} = \frac{3x^2y^3}{4ab^4} \cdot \frac{10ab^2}{9xy^3} = \frac{3x^2y^3 \cdot 10ab^2}{4ab^4 \cdot 9xy^3}.$$

Скорочуємо одержаний дріб:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}} x^{\cancel{2}} y^{\cancel{3}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}} a \cancel{b^2}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cancel{a} b^{\cancel{4}^2} \cdot \underset{3}{\cancel{9}} \cancel{x} y^{\cancel{3}}} = \frac{x \cdot 5}{2b^2 \cdot 3} = \frac{5x}{6b^2}.$$

2. Подаємо ділене $(x-1)$ як дріб: $\frac{x-1}{1}$.

Застосовуємо правило ділення раціональних дробів:

$$(x-1) : \frac{x^2-1}{3x} = \frac{x-1}{1} \cdot \frac{3x}{x^2-1} = \frac{(x-1) \cdot 3x}{x^2-1}.$$

Скорочуємо одержаний дріб:

$$\frac{(x-1) \cdot 3x}{x^2-1} = \frac{3x \cdot (\cancel{x-1})}{(\cancel{x-1})(x+1)} = \frac{3x}{x+1}.$$

3. Подаємо дільник $x^2 + 2x$ як дріб $\frac{x^2 + 2x}{1}$.

Знаходимо дріб, обернений до нього: $\frac{1}{x^2 + 2x}$.

Виконуємо ділення даних дробів:

$$\frac{x+2}{5x^2} : (x^2 + 2x) = \frac{x+2}{5x^2} \cdot \frac{1}{x^2 + 2x} = \frac{x+2}{5x^2 \cdot (x^2 + 2x)}.$$

Скорочуємо одержаний дріб:

$$\frac{x+2}{5x^2 \cdot (x^2 + 2x)} = \frac{\cancel{x+2}}{5x^2 \cdot x \cdot (\cancel{x+2})} = \frac{1}{5x^3}.$$

Дізнайтеся більше

Ланцюговий дріб — це математичний вираз виду:

$$a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \frac{1}{\dots}}}}$$

де a_0 — ціле число, а решта a_i є натуральними числами.

Ланцюгові дроби знаходили своє застосування ще в античні часи, зокрема для розв'язування лінійних рівнянь із двома змінними. Вони фактично були застосовані італійським математиком Бомбеллі в 1572 році для обчислення значень квадратних коренів.

Ланцюгові дроби можуть бути скінченними і нескінченними. Число можна подати як скінченний ланцюговий дріб тоді й тільки тоді, коли воно є раціональним.

За допомогою ланцюгового дроби можна виразити довжину року:

$$1 \text{ рік} = 365,2421988... \text{ діб} = 365 + \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \dots}}}}$$

Звідси одержуємо послідовність дробів: 365 ; $365\frac{1}{4}$; $365\frac{7}{29}$; $365\frac{8}{33}$; $365\frac{31}{128}$, ...

Дріб $365\frac{1}{4}$ показує, що за 4 роки набігає один «зайвий» день. Календар, складений у такий спосіб, називають юліанським календарем. Дріб $365\frac{8}{33}$ показує, що за 33 роки набігає 8 «зайвих» днів. Такий календар був запропонований у 1079 р. персидським математиком і поетом Омаром Хаямом. Якщо ж довжину року подати дробом $365\frac{31}{128}$, то одержимо досить точний календар, відповідно до якого середня тривалість року лише на 1 с буде перевищувати справжню.

За григоріанський календарем, який діє з 4 жовтня 1582 р. і донині, середня тривалість року становить 365,2425 днів або 365 днів 5 годин 49 хвилин і 12 секунд. Україна користується цим календарем з 1918 р.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/giG4a

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
ділення раціональ- них дробів	dividing rational fractions	Division rationalen Brücher	division des fractions rationnelles

Пригадайте головне

1. Як знайти раціональний дріб, обернений до даного?
2. Сформулюйте правило ділення раціональних дробів.

Усне тренування

1. Обчисліть: $\frac{3}{7} : \frac{6}{7}$; $\frac{2}{5} : \frac{5}{8}$; $\frac{8}{25} : \frac{5}{8}$; $\frac{7}{15} : 5$; $4 : \frac{1}{2}$.

2. Обчисліть: $1 : 5\frac{1}{6}$; $9\frac{3}{5} : \frac{5}{9}$; $1\frac{7}{11} : 3\frac{3}{11}$.

3. Знайдіть дріб, обернений до даного:

$\frac{1}{ab}$; $\frac{2x}{y^2}$; $(x+1)$; $\left(\frac{2x+1}{x-5}\right)^2$.

Розв'яжіть задачі

211'. Чи правильно, що часткою дробів $\frac{2x}{3}$ і $\frac{3}{2y}$ є дріб:

- 1) $\frac{x}{y}$; 2) $\frac{4xy}{9}$; 3) $\frac{9}{4xy}$; 4) $\frac{y}{x}$?

212°. Виконайте ділення:



1) $\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$; 6) $\frac{1}{3xy} : \frac{5}{9x}$;

2) $\frac{2}{x} : \frac{2}{y}$; 7) $\frac{1}{5x} : \frac{2}{15xy}$;

3) $\frac{1}{2x} : \frac{1}{2y}$; 8) $\frac{7}{2ab} : \frac{14}{4a}$;

4) $\frac{1}{2x} : \frac{2}{y}$; 9) $\frac{6x}{5} : \frac{12y}{25}$; 11) $\frac{3x}{8y} : \frac{21}{40xy}$;

5) $\frac{2x}{3} : \frac{2y}{5}$; 10) $\frac{7}{3a} : \frac{28}{9b}$; 12) $\frac{9}{2ab} : \frac{63}{16b}$.



qr.orioncentr.com.ua/ONNbV

213°. Виконайте ділення:

1) $\frac{1}{a^2b} : \frac{1}{ab^2}$; 3) $\frac{4x^3}{5} : \frac{8x^4}{3}$; 5) $\frac{5x^3y}{2} : \frac{15x^2y^2}{8}$;

2) $\frac{1}{xy} : \frac{2}{y^3}$; 4) $\frac{3}{2a^3b} : \frac{9}{4a^2b^2}$; 6) $\frac{4x^4}{9y} : \frac{16x^2}{3y^2}$.

214°. Виконайте ділення:



1) $\frac{6x}{5} : \frac{3y}{2}$; 3) $\frac{1}{5a} : \frac{3}{35ab}$; 5) $\frac{1}{a^3b^3} : \frac{1}{a^2b^2}$;

2) $\frac{1}{3x} : \frac{5}{12x}$; 4) $\frac{7a}{2b} : \frac{14a}{5}$; 6) $\frac{6x^2y^4}{7} : \frac{18xy^5}{35}$.

215°. Знайдіть частку дробів:



1) $\frac{x+1}{3} : \frac{x+1}{15}$; 5) $\frac{3-6y}{14} : \frac{2y-1}{42}$;

2) $\frac{5y-5}{7} : \frac{y-1}{28}$; 6) $\frac{1-3x}{18} : \frac{9x-3}{42}$.

3) $\frac{2a+1}{8} : \frac{4a+2}{16}$;

4) $\frac{1-b}{5} : \frac{(b-1)^2}{25}$;



qr.orioncentr.com.ua/jbZEU

216°. Знайдіть частку дробів:



1) $\frac{y+3}{4} : \frac{y+3}{36}$; 2) $\frac{3x+1}{15} : \frac{3+9x}{35}$; 3) $\frac{2-5y}{10} : \frac{15y-6}{50}$.

217°. Виконайте ділення:



1) $\frac{x}{5} : x$; 6) $\frac{3}{y} : 3y$;

2) $\frac{12}{y} : 6$; 7) $\frac{5}{2x^2} : x^2$;

3) $\frac{3x^2}{4y^3} : x^2$; 8) $\frac{6}{b^2} : 3b^2$;

4) $\frac{6a^3}{b^2} : 3a^2$; 9) $\frac{3y}{7} : (-y)$; 11) $-\frac{6}{7x} : (-12x)$;

5) $x : \frac{5}{x}$; 10) $\frac{24x^3}{25} : (-4x)$; 12) $-4y^3 : \frac{5y^2}{16}$.



qr.orioncentr.com.ua/Zkkrrp

218°. Виконайте ділення:

1) $(x-3) : \frac{x-3}{9}$; 3) $(2x-2) : \frac{x-1}{8}$; 5) $(ax+2a) : \frac{x+2}{2a}$;

2) $(3x-1) : \frac{3x-1}{3}$; 4) $(3a+1) : \frac{3+9a}{2}$; 6) $(3b-ab) : \frac{2a-6}{2b}$.

219°. Виконайте ділення:



1) $\frac{9a^2}{2} : 18$; 3) $\frac{36x^2}{5} : (-24x^3)$; 5) $(3b-12) : \frac{4-b}{3}$;

2) $\frac{14b}{3} : 28b^2$; 4) $(a+2) : \frac{4+2a}{3}$; 6) $(a-4a^2) : \frac{4a-1}{a}$.

220°. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює P . Знайдіть сторону трикутника, якщо:

1) $P = 9a$; 2) $P = 15a$; 3) $P = 51a$; 4) $P = 66a$.

221°. Периметр квадрата дорівнює P . Знайдіть сторону квадрата, якщо:

1) $P = 4a$; 2) $P = 3a$; 3) $P = 32a$; 4) $P = 56a$.

222°. Периметр квадрата дорівнює P . Знайдіть сторону квадрата, якщо:



1) $P = 8b$; 2) $P = 9b$; 3) $P = 36b$; 4) $P = 52b$.

223°. Одна група, рухаючись із середньою швидкістю v км/год, подолала 18 км, а інша — проходила за 1 год на 0,5 км більше і пройшла 21 км. У скільки разів час

руху першої групи туристів більший, ніж час руху другої групи? Складіть вираз для розв'язування задачі та спростіть його.

- 224°.** Ірина купила x пачок морозива, а Микола — на 2 пачки більше, заплативши втричі більше, аніж Ірина. У скільки разів ціна морозива, що купив Микола, більша за ціну морозива, купленого Іриною? Складіть вираз для розв'язування задачі та спростіть його.



- 225°.** Запишіть замість $*$ такий одночлен, щоб одержати правильну рівність:

$$1) \frac{3a^2}{5b^3} : \frac{*}{10b^2} = \frac{2a}{3b}; \quad 2) \frac{4xy}{5c} : \frac{*}{15c^2} = \frac{3c}{4}.$$

- 226°.** Запишіть замість $*$ такий одночлен, щоб одержати правильну рівність:



$$1) \frac{2a^3}{7b^2} : \frac{8a^2}{*} = \frac{ab}{4}; \quad 2) \frac{5x^2y^2}{8} : \frac{*}{24} = \frac{3xy}{5}.$$

- 227.** Спростіть вираз:

$$1) \frac{12x^2y}{a^4} \cdot \frac{a}{xy^2} : \frac{6x^2}{a^2y}; \quad 3) \frac{ab^3}{x} : \frac{25b^2}{a} : \frac{a^3}{35x};$$

$$2) x^3y^2 : \frac{15}{x^4} \cdot \frac{5}{y^3}; \quad 4) \frac{3}{2} \left(\frac{m}{n} \right)^2 \cdot \left(-\frac{10m}{3n} \right) : (-15mn).$$

- 228.** Спростіть вираз:

$$1) \frac{4x-y}{2x^2+2xy} : \frac{xy-4x^2}{8x^2-8y^2}; \quad 3) \frac{9(c-d)^2}{cd^2+d^3} : \frac{3d^2-3c^2}{d^4};$$

$$2) \frac{10b^2-10ab}{9a^2+9ad} : \frac{5ab}{3d^2+3ad}; \quad 4) \frac{8}{9} \left(\frac{x-2}{x-1} \right)^2 : \frac{(4-2x)^3}{(3-3x)^2}.$$

- 229.** Спростіть вираз:



$$1) \frac{16a^2b^2}{5xy} : \frac{12ab^3}{25x^2y^3} \cdot \frac{3a^2}{4y}; \quad 2) \frac{x^2+y^2+2xy}{x^3-y^3} : \frac{x^2-y^2}{xy+x^2+y^2}.$$

- 230.** Спростіть вираз:

$$1) \frac{x^3+y^3}{x-y} : \frac{x+y}{x^3-y^3}; \quad 2) \frac{a^2+ab}{a^2+b^2} : \frac{a^2+2ab+b^2}{a^4-b^4}.$$

- 231.** Спростіть вираз:



$$1) \frac{x^4-y^4}{x^2+y^2-2xy} : \frac{y+x}{(x-y)^2}; \quad 2) \frac{a^2+b^2-ab}{x^2-y^2} : \frac{a^3+b^3}{x^2+y^2-2xy}.$$

232*. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{b}{a-b} + \frac{a}{a+b} \right) \cdot \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 2 \right) : \frac{a^4 - b^4}{a^2 b^2};$$

$$2) \left(m^2 - n^2 - \frac{4m^2 n - 4mn^2}{m+n} \right) : \left(\frac{m}{m+n} - \frac{n}{n-m} - \frac{2mn}{m^2 - n^2} \right).$$

233*. Доведіть, що значення виразу не залежить від значень змінної x на її ОДЗ:

$$1) \left(\left(\frac{x+1}{x-1} \right)^2 + 3 \right) : \left(\left(\frac{x-1}{x+1} \right)^2 + 3 \right) : \frac{x^3 + 1}{x^3 - 1} - \frac{2x}{x-1};$$

$$2) \left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} + \frac{4x^2}{x^2-1} \right) : \left(\frac{2-2x}{x^2} + 2 - \frac{2}{x^3+x^2} \right).$$

Проявіть компетентність

234. Сергійко потрапив під дощ і намочив зошит з алгебри. Частина записів у зошиті неможливо прочитати. Відновіть утрачені записи.

$$\begin{aligned} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4x + 4} : \frac{x^3 + 8}{x-2} &= \frac{(x^2 - 4)(\quad)}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{(x+2)(\quad)} = \\ &= \frac{(x-2)^2 (x+2)(x^2 + 4)}{(x-2)^2 (x+2)(\quad)} = \frac{x^2 + 4}{*}. \end{aligned}$$

§ 7. РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

1. Що таке раціональне рівняння?

Ситуація. Група велосипедистів на поїздку з міста A до міста B і назад витратила загалом 4 год 15 хв. Відстань між цими містами — 36 км. З якою швидкістю рухалися велосипедисти з міста A до міста B , якщо на зворотному шляху вони їхали зі швидкістю, на 2 км/год меншою?



qr.orioncentr.com.ua/B7OJT



Як математично описати ситуацію?

Скласти рівняння як її математичну модель.



Нехай x км/год — швидкість руху велосипедистів з міста A до міста B . Складемо скорочений запис ситуації (табл. 11).

Таблиця 11

	Відстань (км)	Швидкість (км/год)	Час (год)
З міста A до міста B	36	x	$\frac{36}{x}$
З міста B до міста A	36	$x - 2$	$\frac{36}{x - 2}$

Складемо рівняння:

$$\frac{36}{x} + \frac{36}{x - 2} = 4,25.$$



Яка особливість такого рівняння?

Обидві його частини — раціональні вирази.



Запам'ятайте!

Рівняння називається *раціональним*, якщо обидві його частини — раціональні вирази.

Раціональні рівняння так само, як і раціональні вирази, поділяють на цілі та дробові (мал. 5). Один із видів цілих раціональних рівнянь — це лінійні рівняння.



2. Цілі раціональні рівняння

Задача 1 Розв’яжіть рівняння: $x(x-1)(x+3)=0$.

Розв’язання Добуток кількох множників дорівнює нулю, якщо хоча б один із цих множників дорівнює нулю. Тому з даного рівняння одержуємо:

$x=0,$ або $x-1=0,$ або $x+3=0,$
звідси $x=0,$ або $x=1,$ або $x=-3.$

Отже, коренями рівняння є числа: $-3, 0$ і 1 .

 Щоб розв’язати ціле раціональне рівняння виду $P(x) \cdot \dots \cdot Q(x) = 0$, де $P(x), \dots, Q(x)$ — деякі многочлени:

1) прирівняйте кожний множник до нуля:

$P(x) = 0, \dots, Q(x) = 0;$

2) розв’яжіть отримані рівняння.

3. Дробові раціональні рівняння

Запам’ятайте!

Раціональне рівняння називається *дробовим раціональним рівнянням*, якщо принаймні одна з його частин містить дробовий вираз.

Наприклад, рівняння $\frac{x-3}{5x}=0,$ $x-3=\frac{5}{x},$ $\frac{x-3}{4}=\frac{1}{5x},$
 $\frac{5}{x}-\frac{3}{x-2}=1$ є дробовими раціональними рівняннями.

Пригадайте, що рівняння, які мають одні й ті самі корені, називають *рівносильними*. Розглянемо приклади (табл. 12).

Таблиця 12

Рівняння 1	Рівняння 2	Корені рівняння 1	Корені рівняння 2	Чи рівносильні рівняння?
$\frac{5}{x}=1$	$\frac{5-x}{x}=0$	5	5	Рівняння є рівносиль- ними
$\frac{x(x-5)}{x}=0$	$x(x-5)=0$	5	0 і 5	Рівняння не є рівносиль- ними

У парі рівнянь $\frac{x(x-5)}{x} = 0$ і $x(x-5) = 0$ множина коренів

другого рівняння включає в себе множину коренів першого рівняння. Тому говорять, що друге рівняння є *рівнянням-наслідком* для першого рівняння. Корінь 0 рівняння $x(x-5) = 0$

є *стороннім коренем* для рівняння $\frac{x(x-5)}{x} = 0$.



Сторонні корені рівняння можуть з'являтися внаслідок нетотожних перетворень рівнянь, зокрема коли відбувається «розширення» ОДЗ змінних.



Як розв'язати дробове раціональне рівняння?

Діємо за правилом.



Щоб розв'язати дробове раціональне рівняння, треба:

1) визначити ОДЗ змінної рівняння;

2) звести рівняння до вигляду $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, де $P(x)$ і $Q(x)$ —

деякі многочлени;

3) розв'язати рівняння-наслідок $P(x) = 0$;

4) перевірити, чи належать знайдені корені до ОДЗ змінної початкового рівняння.

Задача 2

Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{x-3} - \frac{4}{x+1} = \frac{12}{(x+1)(x-3)}$.

Розв'язання

1. Знаходимо ОДЗ змінної рівняння:

x — будь-яке число, крім -1 і 3 .

2. Переносимо дріб із правої частини рівняння в ліву з протилежним знаком:



qr.orioncentr.com.ua/4QSb5

$$\frac{x}{x-3} - \frac{4}{x+1} - \frac{12}{(x+1)(x-3)} = 0.$$

3. Зводимо дроб до спільного знаменника й виконуємо дії:

$$\frac{x(x+1)-4(x-3)-12}{(x+1)(x-3)}=0.$$

4. Прирівнюємо до нуля чисельник цього дробу й отримуємо рівняння-наслідок:

$$x \cdot (x+1) - 4 \cdot (x-3) - 12 = 0.$$

5. Розв'язуємо рівняння-наслідок:

$$x^2 + x - 4x + 12 - 12 = 0,$$

$$x^2 - 3x = 0,$$

$$x(x-3) = 0,$$

$$x = 0 \text{ або } x = 3.$$

6. Перевіряємо, чи належать знайдені корені до ОДЗ змінної рівняння:

число 0 належить до ОДЗ змінної рівняння,

число 3 не належить до ОДЗ змінної рівняння;

Відповідь: 0.



Деякі дробові раціональні рівняння можна розв'язувати, застосовуючи основну властивість пропорції, а саме:

$$\text{якщо } \frac{A}{B} = \frac{C}{D}, \text{ то } A \cdot D = B \cdot C.$$

Задача 3 Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{1-x} = \frac{5}{3}$.

Розв'язання ОДЗ: x — будь-яке число, крім 1.

Застосувавши основну властивість пропорції, одержимо:

$$3x = 5(1-x), \quad 3x = 5 - 5x,$$

$$3x + 5x = 5, \quad 8x = 5,$$

$$x = \frac{5}{8} = 0,625.$$

Число 0,625 належить до ОДЗ змінної початкового рівняння, тому є коренем цього рівняння.

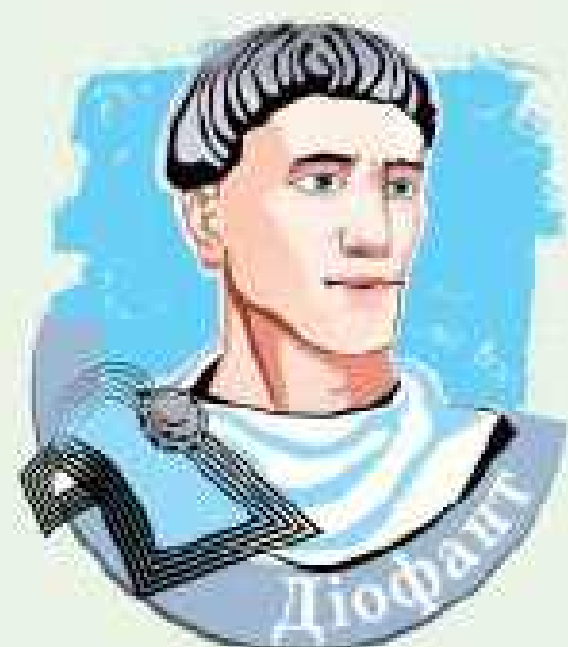
Отже, $x = 0,625$.

Дізнайтеся більше

Відомо, що стародавні вчені володіли деякими загальними прийомами розв'язування задач із невідомими величинами. Проте в жодному папірусі давніх єгиптян чи на глиняній табличці з Вавилону, у давніших грецьких артефактах не надано опису цих прийомів. Винятком є «Арифметика» давньогрецького математика Діофанта Александрійського (III ст.), що містить збірку задач на складання рівнянь із систематичним описом їх розв'язування.

Проте першим посібником із розв'язування задач, який набув широкої популярності, стала праця багдадського вченого IX ст. Мухаммеда бен Муси аль-Хорезмі — «Книга про відновлення та протиставлення», відома під назвою «Алгебра». Ця праця аль-Хорезмі стала початком становлення науки про розв'язування рівнянь. У його книзі невідомі величини та всі дії, що супроводжували розв'язування, описувалися словесно. Такий стиль викладу, характерний для раннього етапу розвитку алгебри, вчені називали риторичним.

І лише в XVI ст. французький математик Франсуа Вієт першим серед вчених увів буквені позначення для коефіцієнтів рівнянь і невідомих величин. А традицією позначати невідомі величини останніми буквами латинського алфавіту (x , y або z) ми завдячуємо співвітчизнику Вієта — відомому французькому математику Рене Декарту.



Діофант



аль-Хорезмі



Франсуа Вієт

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/A6Y9r

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
дробово-раціональне рівняння	fractional-rational equation	bruch-rationale Gleichung	équation rationnelle fractionnaire

Пригадайте головне

1. Які рівняння називаються раціональними?
2. За якої умови добуток дорівнює нулю?
3. Які рівняння називаються дробовими раціональними?
4. Які рівняння називають рівносильними?
5. Що таке рівняння-наслідок?
6. За якої умови дріб дорівнює нулю?
7. Як розв'язати рівняння, застосувавши основну властивість пропорції?

Усне тренування

1. Знайдіть ОДЗ змінної виразу: $\frac{x-2}{2x}$; $\frac{x-2}{2}$; $\frac{x}{x(x-2)}$.
2. За яких значень змінної значення дробу дорівнює 0:
 $\frac{5x-1}{x-1}$; $\frac{5x-5}{x-1}$; $\frac{x^2-1}{x-1}$; $\frac{4x^2-1}{x}$; $\frac{4x^2-4x}{x}$.
3. Замініть дріб цілим виразом:
 $\frac{x^2-14x+49}{x-7}$; $\frac{3x^2-18x+27}{15x-45}$; $\frac{x^3+8}{x^2-2x+4}$; $\frac{x^3-125}{x-5}$.

Розв'яжіть задачі

235°. Чи є рівняння дробовим раціональним:

- | | |
|--------------------------|--|
| 1) $0,01x - 1 = 5$; | 3) $\frac{x-3}{x} - \frac{x}{x-3} = 0$; |
| 2) $3x^2 - 4 = 8x + 5$; | 4) $\frac{x-1}{3} = 4$? |

236°. Чи правильно застосовано основну властивість до пропорції $\frac{3}{x} = \frac{y}{c}$:

- 1) $3y = xc$; 2) $3x = yc$; 3) $3c = xy$; 4) $3 + c = x + y$?

237°. Розв'яжіть рівняння:



- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1) $x(x-4) = 0$; | 6) $x^2 + 5x = 0$; |
| 2) $x(1-3x) = 0$; | 7) $x^2 - 4 = 0$; |
| 3) $(x+1)(x-4) = 0$; | 8) $50 - 2x^2 = 0$. |

4) $(x+2)(5x-1) = 0$;

5) $x^2 - 6x = 0$;



238°. Розв'яжіть рівняння:

1) $x(6 - 2x) = 0$;

3) $(5 - x)(x - 4) = 0$;

2) $x^2 + 7x = 0$;

4) $2x^2 - 72 = 0$.

239°. Визначте ОДЗ змінної x рівняння:

1) $(x - 2)(x + 3) = 0$; 3) $\frac{x-1}{7} = 0$; 5) $\frac{x}{x-2} - \frac{x-2}{x} = 1$;

2) $(x - 2)(x - 6) = 5$; 4) $\frac{3}{x-1} = 0$; 6) $\frac{x-2}{3} + \frac{x-5}{4} = x$.

240°. Визначте ОДЗ змінної x рівняння:

1) $\frac{x^2-1}{25} = 0$; 2) $\frac{1}{x-3} = 0$; 3) $\frac{5}{x+5} + \frac{4}{x-4} = 2$; 4) $\frac{(x+1)^3}{x+1} = 1$.

241°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2x}{x+1} = 0$; 5) $\frac{x^2}{x^2+1} = 0$;

2) $\frac{x-3}{2x} = 0$; 6) $\frac{x^2-1}{3x} = 0$;

3) $\frac{x-2}{x+2} = 0$; 7) $\frac{3x^3}{x+3} = 0$;

4) $\frac{x+3}{x-3} = 0$; 8) $\frac{x-5}{5x} = 0$.

qr.orioncentr.com.ua/WYIMZ5**242°.** Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{x^2+x} = 0$; 3) $\frac{5x^3}{x^3+5x^2} = 0$; 5) $\frac{x-4}{4x-x^2} = 0$;

2) $\frac{x-3}{x^2-3x} = 0$; 4) $\frac{x+5}{x^2+5x} = 0$; 6) $\frac{1-3x}{3x^3-x^2} = 0$.

243°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2x}{x+1} = 0$; 2) $\frac{x-4}{4x} = 0$; 3) $\frac{x}{x^2-x} = 0$; 4) $\frac{x+3}{x^2+3x} = 0$.

244°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x-1}{x^2-1} = 0$; 2) $\frac{x+2}{x^2-4} = 0$; 3) $\frac{2x+2}{x^2-1} = 0$; 4) $\frac{3x-6}{x^2-4} = 0$;

5) $\frac{x^2-1}{x-1} = 0$; 7) $\frac{x^2-16}{x-4} = 0$;

6) $\frac{x^2-4}{x-2} = 0$; 8) $\frac{x^2-16}{3x+12} = 0$.

qr.orioncentr.com.ua/jyQiw

245°. Розв'яжіть рівняння:



1) $\frac{x-3}{x^2-9}=0$; 2) $\frac{x^2-9}{4x+12}=0$.

246°. Чи має розв'язки рівняння:

1) $\frac{x^2+1}{x}=0$; 3) $x^2+\frac{1}{x^2}=0$; 5) $\frac{5}{x-1}=0$;
 2) $\frac{x^2-1}{x}=0$; 4) $x+\frac{1}{x}=0$; 6) $\frac{5}{x-1}=1$?

Якщо так, то знайдіть їх.

247°. Застосуйте основну властивість пропорції та розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2}{x}=\frac{5}{7}$; 7) $\frac{1+x}{2x}=\frac{5}{6}$; 13) $\frac{x}{5+x}=\frac{2}{7}$;
 2) $\frac{3}{2x}=-\frac{4}{5}$; 8) $\frac{4-x}{5x}=\frac{9}{10}$; 14) $\frac{4x}{4-x}=\frac{5}{8}$;
 3) $\frac{4}{3x}=-\frac{8}{27}$; 9) $\frac{3+x}{3x}=\frac{4}{7}$; 15) $\frac{2x}{4-x}=-\frac{2}{7}$;
 4) $-\frac{5}{16x}=\frac{25}{32}$; 10) $\frac{3-x}{3x}=\frac{8}{9}$; 16) $-\frac{3x}{2-x}=\frac{4}{9}$;
 5) $\frac{x-1}{x}=\frac{3}{4}$; 11) $\frac{x}{3+x}=\frac{3}{5}$; 17) $\frac{x-1}{2+x}=\frac{2}{3}$;
 6) $\frac{x-2}{2x}=\frac{2}{3}$; 12) $\frac{-x}{2+x}=\frac{6}{11}$; 18) $\frac{2-x}{3-2x}=\frac{5}{7}$.

248°. Застосуйте основну властивість пропорції та розв'яжіть рівняння:



1) $\frac{2}{3x}=\frac{8}{21}$; 3) $\frac{x}{4+x}=\frac{4}{5}$; 5) $\frac{x-2}{1+x}=\frac{3}{4}$;
 2) $\frac{x-2}{4x}=\frac{5}{8}$; 4) $\frac{3x}{5-x}=\frac{3}{5}$; 6) $\frac{2-3x}{3-x}=\frac{7}{8}$.

249. Чи є рівносильними рівняння:

1) $\frac{x-1}{2}=2,5$ і $x-1=5$; 4) $\frac{x^2-3x}{3}=x$ і $\frac{x-3}{3}=1$;
 2) $\frac{2}{x-2}=2$ і $\frac{1}{2-x}=1$; 5) $\frac{|x-1|}{3}=4$ і $x-1=12$;
 3) $\frac{4-x}{x-1}=0$ і $4-x=0$; 6) $\frac{1}{5}|x|=2,2$ і $|x|=11$?

250. Запишіть рівняння, яке є рівносильним даному рівнянню:



1) $\frac{x-2}{5} = 2;$

3) $\frac{2}{3}(x-2) = \frac{4}{5}(x-1);$

2) $\frac{x-1}{x+1} = 1;$

4) $\frac{1}{5}x - \frac{1}{3} = \frac{7}{15}x.$

251. Для кожної пари рівнянь визначте, чи є друге рівняння наслідком першого:

1) $\frac{x}{3} = 1, \frac{x}{3} + 1 = 0;$

3) $\frac{x-1}{x} = 1, \frac{-1}{x} = 0;$

2) $\frac{6}{2x-1} = 3, \frac{6}{2x-1} - 3 = 0;$

4) $\frac{2x-1}{2x} = 1, \frac{2x-1+2x}{2x} = 0?$

252. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x-1}{x^3-1} = 0;$

3) $\frac{x^2-4}{3x+6} = 0;$

5) $\frac{x^3-9x}{15-5x} = 0;$

2) $\frac{x+2}{x^3+8} = 0;$

4) $\frac{2x+2}{x^3+1} = 0;$

6) $\frac{3x^3-12x}{4-2x} = 0.$

253. Розв'яжіть рівняння:



1) $\frac{x+1}{x^3+1} = 0;$ 2) $\frac{x-4}{64-x^3} = 0;$ 3) $\frac{3x^2-3}{4x+4} = 0;$ 4) $\frac{2x^2-18}{9-3x} = 0.$

254. Розв'яжіть рівняння:

1) $2x + \frac{3x^2+x}{3x^2+2} - 2 = 2x - 1;$

2) $\frac{x+6}{x^2-6x} = \frac{x-36}{2x^2-72} + \frac{x-6}{2x^2+12x};$

3) $\frac{x}{4+x} - \frac{4+x}{x-4} = \frac{64}{16-x^2};$

4) $\frac{2}{x+3} - \frac{4}{x+1} = \frac{x-1}{(x+3)(x+1)}.$

255. Розв'яжіть рівняння:



1) $4x + \frac{3x-5x^2}{5x^2+9} + 2 = 4x + 1;$ 3) $\frac{x}{3-x} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{15}{x^2-9};$

2) $\frac{1}{x-3} - \frac{3}{x+2} = \frac{2x}{x^2-x-6};$ 4) $\frac{4}{2-x} + \frac{3}{x+1} = \frac{3x}{(x-2)(x+1)}.$

256. Відстань між двома містами дорівнює 50 км. Із цих міст одночасно назустріч один одному виїхали велосипедист і мотоцикліст. Вони зустрілися на відстані

10 км від одного з міст. Знайдіть швидкості велосипедиста та мотоцикліста, якщо відомо, що швидкість мотоцикліста на 30 км/год більша за швидкість велосипедиста.

257. Знаменник даного дробу на 2 менший від чисельника. Якщо чисельник помножити на 2, а до знаменника додати 3, то одержимо число $1\frac{2}{3}$. Знайдіть даний дріб.

258. Чисельник даного дробу на 2 менший від знаменника.  Якщо чисельник збільшити на 15, а знаменник — на 3, то одержимо число $1\frac{5}{6}$. Знайдіть даний дріб.

259. Знайдіть координати точок перетину графіків функцій:

$$1) y = \frac{x^2}{x-1} \text{ і } y = \frac{3x}{1-x}; \quad 2) y = \frac{3x+4}{5x-10} \text{ і } y = \frac{x+4}{3x-6} + \frac{4}{15}.$$

260*. Значення виразу $\frac{7-5x}{x+3a}$ дорівнює -1 , якщо $x = 10$. Знайдіть значення цього виразу, якщо $x = 3$.

261*. Визначте, за яких значень параметра a рівняння $\frac{3x+1}{x+1} = a-2$ має корені.

262*. Визначте, за яких значень параметра a рівняння $\frac{(x+1)(x-2a)}{x+4} = 0$ має один корінь.

263*. *Задача Безу.* Одного разу чоловік купив коня, а через деякий час продав його за 24 пістолі. Під час продажу він втратив таке саме число відсотків, яке дорівнює початковій ціні коня. Скільки пістолів коштував кінь?

Проявіть компетентність

264. На кондитерській фабриці за зміну випікають 180 тортів. Перша бригада випікає за зміну 100 тортів, а друга — 80 тортів. Скільки тортів у середньому за 1 год випікає кожна бригада, якщо відомо, що перша бригада за 1 год випікає на 2 торти більше, ніж друга? Скільки годин триває зміна?

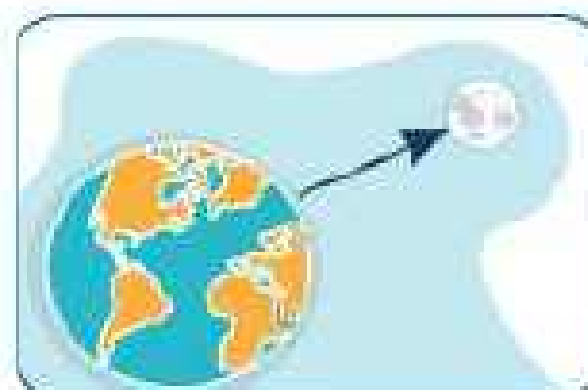
§ 8. ЩО ТАКЕ СТЕПІНЬ ІЗ ЦІЛИМ ПОКАЗНИКОМ.

1. Як компактно записати велике число

Ситуація. На уроці фізики Сергій дізнався, що під час дослідження навколишнього світу досить часто оперують величинами, числові значення яких містять велику кількість нулів. Наприклад:

400 000 000 м — це відстань від Землі до Місяця,

25 000 000 000 000 000 000 шт. — кількість молекул у кубічному сантиметрі повітря.



qr.orioncentr.com.ua/Q5c4t



Чи можна такі числа записати компактніше?

Так.



Для запису чисел з великою кількістю нулів наприкінці його запису зазвичай використовують степені з основою 10, наприклад:

$$400\,000\,000\text{ м} = 4 \cdot 10^8\text{ м};$$

$$25\,000\,000\,000\,000\,000\,000\text{ шт.} = 25 \cdot 10^{18}\text{ шт.}$$

2. Як компактно записати мале число



Чи можна малі числа записати за допомогою степеня з основою 10?

Так.



Для цього використовують числа, обернені до степенів числа 10.

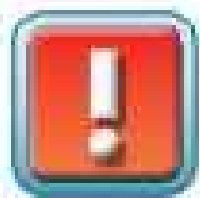


Домовилися, що число, обернене до числа 10, можна записати як степінь, у якого основа 10, а показник дорівнює -1 :

$$\frac{1}{10} = 10^{-1}.$$

Дане число	Степінь з додатним показником	Обернене число	Степінь з від'ємним показником
10	10^1	$\frac{1}{10}$	10^{-1}
100	10^2	$\frac{1}{10^2}$	10^{-2}
1000	10^3	$\frac{1}{10^3}$	10^{-3}

Відтак довжину діаметра молекули води, що дорівнює 0,0000000003 м, можна компактно записати так: $3 \cdot 10^{-10}$ м.



Наведені домовленості справедливі, якщо за основу степеня взяти будь-яке раціональне число, крім нуля.

Запам'ятайте!

Для будь-якого раціонального числа a ($a \neq 0$) і натурального числа n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Наведену рівність використовують як у прямому, так і в зворотному порядку.



Чому в означенні степеня із цілим від'ємним показником є обмеження $a \neq 0$?

Тому що на нуль ділити не можна.



Щоб піднести звичайний дріб до степеня із цілим від'ємним показником, можна скористатися такими формулами:

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-1} = a, \quad a \neq 0,$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n, \quad a \neq 0,$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0,$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0.$$

Задача Обчисліть: 1) 2^{-3} ; 2) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$; 3) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-2}$; 4) $0,2^{-3}$.

Розв'язання

$$1) 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8};$$

$$3) \left(\frac{3}{8}\right)^{-2} = \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9};$$

$$2) \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = 6^1 = 6;$$

$$4) 0,2^{-3} = \left(\frac{2}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125.$$



Щоб піднести десятковий дріб до степеня із цілим від'ємним показником, спочатку подайте його як звичайний дріб, а потім застосуйте відповідні правила.

3. Степінь із цілим показником



Що ж таке степінь із цілим показником?

qr.orioncentr.com.ua/7Y1pM

Поміркуємо.



Ви знаєте, що цілі числа утворюють **натуральні числа**, **протилежні до них числа** й число 0. Отже, у степенів із цілими показниками показники можуть бути й натуральними числами, і цілими від'ємними числами, і числом 0.

Перші два випадки ви докладно вивчили. Визначимо степінь із показником 0.

Запам'ятайте!

Для будь-якого раціонального числа a ($a \neq 0$):

$$a^0 = 1.$$

Наприклад, $25^0 = 1$, $(-25)^0 = 1$, $\left(\frac{1}{25}\right)^0 = 1$, $\left(-\frac{9}{25}\right)^0 = 1$.



$0^n = 0$, якщо n — натуральне число.



Вираз 0^{-n} (n — натуральне число) **не має змісту**.

Дізнайтеся більше

Є числа, які неймовірно великі, і числа, які неймовірно малі. Прикладом великого числа є гугол — це 10^{100} . Це одиниця зі ста нулями. На честь нього назвали пошукову систему «Google», яку в 1998 р. було створено студентами Стенфордського університету (США) Ларі Пейджем і Сергієм Брином. Ще більшим є число гугол-плекс — це $10^{10^{100}}$, тобто одиниця з гуголом нулів.

Прикладом малого числа є число з префіксом *атто* (скорочення «а»). Це число, помножене на 10^{-18} . Наприклад, аттосекунда: $1\text{ ас} = 10^{-18}\text{ с}$, аттометр: $1\text{ ам} = 10^{-18}\text{ м}$. Назва префікса походить від данського слова *atten* — вісімнадцять.

Найбільш уживані префікси до чисел подано в таблиці 13.

Таблиця 13

Префікс	У перекладі з грецької чи латини	Позначення	Множник	
тера	чудовисько	T	1000 000 000 000	10^{12}
гіга	гігантський	G	1 000 000 000	10^9
мега	великий	M	1 000 000	10^6
кіло	тисяча	k	1000	10^3
гекто	сто	h	100	10^2
дека	десять	da	10	10^1
деци	десята	d	0,1	10^{-1}
санти	сота	c	0,01	10^{-2}
мілі	тисячна	m	0,001	10^{-3}
мікро	малий	mk	0,000001	10^{-6}
нано	карлик	n	0,000000001	10^{-9}

Наприклад, $1000\text{ м} = 1\text{ км}$, $0,000000001\text{ м} = 1\text{ нм}$.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/PKw3u

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
ступінь з від’ємним показником	degree with a negative exponent	Grad mit negativem Exponenten	puissance avec un exposant négatif

Пригадайте головне

1. Що означає — піднести до степеня із цілим від'ємним показником число a , що не дорівнює нулю?
2. Як визначають степінь з показником 0?

Усне тренування

1. Обчисліть:
 - 1) $0,01 \cdot 0,0001 : (-100) \cdot 10\,000\,000$;
 - 2) $0,0001 : 0,01 \cdot 10\,000 : 1\,000\,000$.
2. Обчисліть:
 - 1) $(3^2 + 4^2 + 5^2) : 10^2$;
 - 2) $(2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \cdot 2^5$.

Розв'яжіть задачі

265'. Яка з формул є правильною:

1) $b^{-n} = -b^n$; 2) $b^{-n} = b^n$; 3) $b^{-n} = \frac{n}{b}$; 4) $b^{-n} = \frac{1}{b^n}$?

266'. Яка з формул є правильною:

1) $x^{-1} = -x$; 2) $x^{-1} = x$; 3) $x^{-1} = -\frac{1}{x}$; 4) $x^{-1} = \frac{1}{x}$?

267'. Чи є правильною рівність:

1) $2^0 = 2$; 2) $2^0 = 1$; 3) $2^0 = 0$?

268'. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 14?

Таблиця 14

Степінь	2^{-2}		7^0		$(-5)^3$		9^{-4}	
Основа степеня		-5		10		0,8		1
Показник степеня		-4		-3		0		-1

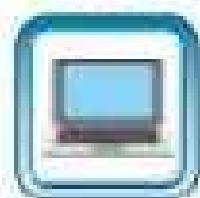
269'. Запишіть як степінь з від'ємним показником:

1) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{1}{22}$; 7) $\frac{1}{451}$; 9) $\frac{1}{x}$; 11) $\frac{1}{c}$;
 2) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{17}$; 6) $\frac{1}{100}$; 8) $\frac{1}{m}$; 10) $\frac{1}{p}$; 12) $\frac{1}{k}$.

270'. Запишіть як степінь з від'ємним показником:

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) $\frac{1}{345}$; 4) $\frac{1}{1000}$; 5) $\frac{1}{h}$; 6) $\frac{1}{u}$.

271°. Запишіть як степінь з від'ємним показником:



1) $\frac{1}{6^2}$;

7) $\frac{1}{44^{22}}$;

13) $\frac{1}{n^{15}}$;

2) $\frac{1}{4^9}$;

8) $\frac{1}{100^{20}}$;

14) $\frac{1}{a^{40}}$;

3) $\frac{1}{11^7}$;

9) $\frac{1}{x^4}$;

15) $\frac{1}{c^{120}}$;

4) $\frac{1}{5^5}$;

10) $\frac{1}{m^5}$;

16) $\frac{1}{r^{200}}$.

5) $\frac{1}{20^{10}}$;

11) $\frac{1}{p^8}$;

6) $\frac{1}{21^3}$;

12) $\frac{1}{z^{11}}$;



qr.orioncentr.com.ua/2oPWL

272°. Запишіть як степінь з від'ємним показником:



1) $\frac{1}{5^7}$; 2) $\frac{1}{18^3}$; 3) $\frac{1}{22^7}$; 4) $\frac{1}{b^2}$; 5) $\frac{1}{y^9}$; 6) $\frac{1}{t^{14}}$.

273°. Запишіть дріб як вираз, що містить степінь з від'ємним показником:

1) $\frac{4}{9^2}$; 2) $\frac{7}{9^7}$; 3) $\frac{4}{9,1^7}$; 4) $\frac{7}{x^5}$; 5) $\frac{3}{y^2}$; 6) $\frac{4}{m^{10}}$.

274°. Запишіть дріб як вираз, що містить степінь з від'ємним показником:

1) $\frac{3}{4^{10}}$; 2) $\frac{3}{x^3}$; 3) $\frac{x}{8^7}$; 4) $\frac{5}{b^2}$.

275°. Запишіть як степінь з основою 2:

1) 8; 2) 1; 3) 2; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{4}$; 6) $\frac{1}{16}$; 7) $\frac{1}{32}$; 8) $\frac{1}{64}$.

276°. Запишіть числа 0,00001, $\frac{1}{1000}$, 0,01, $\frac{1}{10}$, 1, 10, 100,

1000, 1 000 000 000 як степінь з основою: 1) 10; 2) $\frac{1}{10}$.

277°. Запишіть як степінь з основою 3:

1) 27; 2) 1; 3) 3; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $\frac{1}{9}$; 6) $\frac{1}{81}$.

278°. Якому з виразів дорівнює a^{-8} :

1) $\frac{1}{a^{-8}}$; 2) $\frac{1}{a^8}$; 3) $-a^8$; 4) $-8a$?

279°. Подайте степінь як дріб:

- 1) 4^{-1} ; 2) 7^{-1} ; 3) 2^{-1} ; 4) 21^{-1} ; 5) 20^{-1} ; 6) 123^{-1} .

280°. Подайте степінь як дріб:

- 1) 10^{-1} ; 2) 3^{-1} ; 3) 18^{-1} ; 4) 321^{-1} .

281°. Подайте степінь як дріб:

- 1) 4^{-4} ; 4) 5^{-7} ; 7) 21^{-5} ; 10) 80^{-13} ;
 2) 7^{-3} ; 5) 10^{-9} ; 8) 45^{-7} ; 11) 90^{-20} ;
 3) 2^{-5} ; 6) 11^{-3} ; 9) 54^{-9} ; 12) 100^{-10} .

282°. Подайте степінь як дріб:

- 1) 10^{-3} ; 2) 3^{-3} ; 3) 8^{-9} ; 4) 12^{-10} ; 5) 20^{-1} ; 6) 25^{-7} .

283°. Подайте степінь як дріб:

- 1) a^{-8} ; 3) m^{-5} ; 5) b^{-11} ; 7) p^{-20} ; 9) z^{-31} ;
 2) c^{-3} ; 4) n^{-8} ; 6) x^{-15} ; 8) y^{-21} ; 10) t^{-55} .

284°. Подайте степінь як дріб:



- 1) a^{-4} ; 3) m^{-12} ; 5) b^{-80} ;
 2) c^{-9} ; 4) n^{-56} ; 6) x^{-100} .

285°. Знайдіть a^{-1} , якщо a дорівнює:

- 1) 2; 3) 10; 5) 25; 7) 100;
 2) -3; 4) 15; 6) -40; 8) -1000.

286°. Знайдіть m^{-1} , якщо m дорівнює:

- 1) 4; 2) 6; 3) -5; 4) 3; 5) 20; 6) 1000.

287°. Знайдіть a^{-2} , якщо a дорівнює:

- 1) 2; 3) 10; 5) $\frac{1}{5}$; 7) $\frac{1}{10}$; 9) $\frac{1}{100}$;
 2) 5; 4) $\frac{1}{2}$; 6) $\frac{1}{6}$; 8) $-\frac{1}{10}$; 10) $-\frac{1}{100}$.

288°. Запишіть як степінь з натуральним показником:

- 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$; 5) $\left(-\frac{4}{11}\right)^{-9}$; 7) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-10}$;
 2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-5}$; 4) $\left(\frac{1}{19}\right)^{-2}$; 6) $\left(-\frac{1}{21}\right)^{-31}$; 8) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-3}$.

289°. Запишіть як степінь з натуральним показником:



- 1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 3) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-6}$; 4) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-8}$; 5) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-5}$.

290°. Обчисліть:

- 1) 1^{-2} ; 3) 1^0 ; 5) 3^0 ; 7) $1,7^0$;
 2) 1^{-15} ; 4) 1^{-100} ; 6) 1000^0 ; 8) $\left(5\frac{4}{7}\right)^0$.

291°. Обчисліть:



1) $\frac{3}{5^{-2}}$; 5) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$;

2) $\frac{5^{-1}}{3}$; 6) $-\left(\frac{1}{31}\right)^{-1} + 2^5$;

3) $4^0 - \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$;

7) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1} + 10^{-1} + 10,01^0$;

4) $\left(7\frac{1}{8}\right)^0 + \left(8\frac{1}{7}\right)^0$;

8) $2^3 + 1^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.



qr.orioncentr.com.ua/nNUCp

292°. Обчисліть:



1) $6^0 + 12^0$;

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$;

2) $\left(5\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$;

4) $-\left(\frac{1}{14}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-1}$.

293°. Порівняйте значення виразів:

1) 4^4 і 4^0 ;

3) 5^{-5} і $\frac{1}{5^{-5}}$;

5) $\frac{1}{8^{-5}}$ і 8^5 ;

2) $(-4)^3$ і 4^0 ;

4) 3^{-4} і 10^0 ;

6) 3^{-2} і 0^9 .

294°. Порівняйте значення виразів:



1) 5^5 і 5^0 ;

3) 3^{-5} і $\frac{1}{3^{-5}}$;

2) $(-7)^5$ і 7^0 ;

4) 9^{-6} і 100^0 .

295°. Додатним чи від'ємним є значення степеня:

1) $(-8)^0$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^0$; 5) $(-11)^{-6}$; 7) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}$;

2) 10^0 ; 4) $(-3)^5$; 6) $(-4)^4$; 8) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}$?

296°. Додатним чи від'ємним є значення степеня:



1) 2^{-5} ;

2) 8^0 ;

3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-6}$;

4) $(-3)^3$?

297. Знайдіть a^{-2} , якщо a дорівнює:

- 1) $1\frac{2}{3}$; 3) $-2\frac{1}{5}$; 5) 0,2; 7) 1,2;
 2) $2\frac{1}{2}$; 4) $-3\frac{1}{8}$; 6) 0,05; 8) -1,2.

298. Обчисліть:

- 1) 2^{-6} ; 4) $0,1^{-2}$; 7) $(-3)^{-3}$; 10) $(-1,5)^{-3}$;
 2) $(-1,1)^{-2}$; 5) $0,5^{-3}$; 8) 3^{-3} ; 11) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{-2}$;
 3) $(-4)^{-2}$; 6) $(-2)^{-5}$; 9) $(-0,2)^{-3}$; 12) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-3}$.

299. Обчисліть:



- 1) $0,4^{-3}$; 3) $(-0,1)^{-2}$; 5) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}$;
 2) $0,1^{-4}$; 4) $(-0,1)^{-5}$; 6) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4}$.

300. Запишіть як добуток степенів чисел:

- 1) $\frac{3}{5^2}$; 4) $\frac{6}{9^3 \cdot 11^5}$; 7) $\frac{10^4}{11^5 \cdot 12^8}$;
 2) $\frac{7^2}{23^3}$; 5) $\frac{3^2}{14^3 \cdot 16^{31}}$; 8) $\frac{9^7 \cdot 6^{21}}{5^9 \cdot 7^{10}}$;
 3) $\frac{4^{21}}{8^3 \cdot 9^{22}}$; 6) $\frac{8^5 \cdot 9^3}{5^{31}}$;

301. Запишіть як добуток степенів чисел:

- 1) $\frac{2}{9^7}$; 2) $\frac{6}{8^8}$; 3) $\frac{13^2 \cdot 15^7}{11^{10}}$; 4) $\frac{1}{3^8 \cdot 5^9 \cdot 8^{16}}$.

302. Запишіть у порядку збільшення числа:

$$0,2^2, 0,2^{-1}, \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}, 2^4, -5^6.$$

303. Обчисліть:

- 1) $5 \cdot 9^0 + (1,5)^{-1}$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} \cdot 2^{-4}$;
 2) $\left(5\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^{-1} + 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$; 4) $-(-2,5)^{-2} \cdot \left(3\frac{1}{8}\right)^{-1}$.

304. Обчисліть:



$$1) 3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 1,2^{-1}; \qquad 2) 5^2 \cdot 0,5^{-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0.$$

305*. Обчисліть:

$$1) 1^{-1} + (-1)^2 + 1^{-3} + (-1)^4 + \dots + 1^{-19} + (-1)^{20};$$

$$2) (-1)^{-1} + (-1)^{-2} + \dots + (-1)^{-20}.$$

306*. За якого цілого значення n виконується нерівність:

$$1) (-7)^{-2} < 3^n < 0,5^{-3}; \qquad 2) 0,2^{-2} \leq 5^{-2n} \leq 625^2?$$

Проявіть компетентність

307. У таблиці 15 показано, як Сашко та Наталка спрощували вирази. Хто з дітей правильно виконав дії?

Таблиця 15

Сашко	Наталка
$\left(1\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{9}{125}$	$\left(1\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(1\frac{3}{2}\right)^3 = \left(2\frac{1}{2}\right)^3 = 8\frac{1}{8}$

308*. Запишіть за допомогою степеня з від’ємним показником подані величини в кілометрах:

$$1) 100 \text{ дм}; \quad 2) 10 \text{ см}; \quad 3) 1 \text{ мм}; \quad 4) 10 \text{ нм}.$$

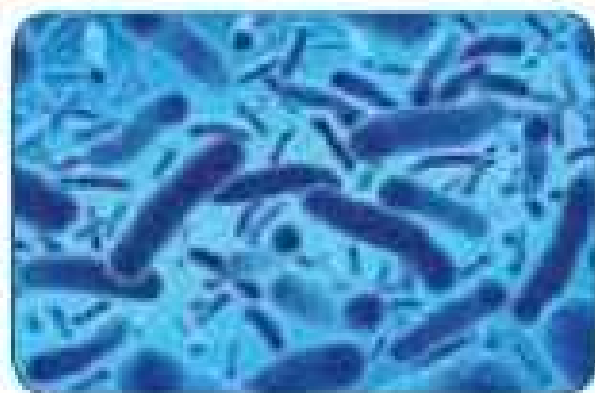
§ 9. ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНІВ ІЗ ЦІЛИМИ ПОКАЗНИКАМИ

1. Властивості степенів з однаковими основами

Ситуація. Катерина дізналася, що для виробництва йогурту використовують болгарську паличку — підвид молочнокислих бактерій. Ці бактерії мають розміри $5 \cdot 10^{-4}$ мм $\times$ $2 \cdot 10^{-3}$ мм (ширина і довжина). Катерина вирішила знайти наближену площу, яку займає ця бактерія, за формулою площі прямокутника:

$$5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 10 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}.$$

Але отриманий добуток її дещо спантеличив.



qr.orioncentr.com.ua/Wkjdo



Як знайти добуток степенів із показниками з різними знаками?

Поміркуємо.



Позбудемося від'ємних показників за означенням:

$$10 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} = 10 \cdot \frac{1}{10^4} \cdot \frac{1}{10^3} =$$

Подамо вираз як дріб:

$$= \frac{10}{10^4 \cdot 10^3} =$$

Виконаємо дії:

$$= \frac{10}{10^{4+3}} = \frac{10}{10^7} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}.$$



Чи можна діяти простіше?

$$10 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} = 10^{1-4-3} = 10^{-6}.$$

Так.



Отже, бактерія займає площу $0,000001 \text{ мм}^2$.

Запам'ятайте!

Властивості степенів з однаковими основами

Для будь-якого раціонального числа a ($a \neq 0$) і будь-яких цілих чисел n і m :

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \quad (a^m)^n = a^{mn}.$$

Спробуйте довести істинність цих формул самостійно.

Задача 1 Спростіть вираз:

1) $b^{-12} \cdot b^{-8}$;

2) $b^{-12} : b^{-8}$;

3) $\frac{(a^5)^{-3} \cdot a^{-5}}{a^0 \cdot (a^{-2})^8}$.

Розв'язання

1) $b^{-12} \cdot b^{-8} = b^{-12+(-8)} = b^{-20}$; 2) $b^{-12} : b^{-8} = b^{-12-(-8)} = b^{-4}$;

3) $\frac{(a^5)^{-3} \cdot a^{-5}}{a^0 \cdot (a^{-2})^8} = \frac{a^{-15} \cdot a^{-5}}{1 \cdot a^{-16}} = \frac{a^{-20}}{a^{-16}} = a^{-20-(-16)} = a^{-4}$.

2. Властивості степенів із різними основами й рівними показниками



Як діяти зі степенями з різними основами?

qr.orioncentr.com.ua/vl3vK



Спираючись на їхні властивості.



Запам'ятайте!

Властивості степенів із різними основами й рівними показниками

Для будь-яких раціональних чисел a і b ($a \neq 0, b \neq 0$) і будь-якого цілого числа n :

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n, \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n.$$

Спробуйте довести істинність цих формул самостійно.

Задача 2 Обчисліть: 1) $24^2 \cdot 3^{-2} \cdot 4^{-2}$; 2) $\frac{36^{-3}}{9^{-3}}$; 3) $\frac{35^4 \cdot 90^{-2}}{63^3 \cdot 18^{-5}}$.

Розв'язання

$$1) 24^2 \cdot 3^{-2} \cdot 4^{-2} = (2 \cdot 12)^2 \cdot (3 \cdot 4)^{-2} = 2^2 \cdot 12^2 \cdot 12^{-2} = 2^2 \cdot 12^{2-2} = 2^2 \cdot 12^0 = 4 \cdot 1 = 4;$$

$$2) \frac{36^{-3}}{9^{-3}} = \left(\frac{36}{9}\right)^{-3} = 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64};$$

$$3) \frac{35^4 \cdot 90^{-2}}{63^3 \cdot 18^{-5}} = \frac{(7 \cdot 5)^4 \cdot (9 \cdot 5 \cdot 2)^{-2}}{(9 \cdot 7)^3 \cdot (9 \cdot 2)^{-5}} = \frac{7^4 \cdot 5^4 \cdot 9^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 2^{-2}}{9^3 \cdot 7^3 \cdot 9^{-5} \cdot 2^{-5}} = 7^{4-3} \cdot 5^{4+(-2)} \cdot 9^{-2-3-(-5)} \cdot 2^{-2-(-5)} = 7 \cdot 5^2 \cdot 9^0 \cdot 2^3 = 7 \cdot 25 \cdot 1 \cdot 8 = 1400.$$

3. Стандартний вигляд числа

Під час вивчення фізики, біології, хімії, астрономії досить часто оперують величинами, числові значення яких досить великі або досить малі.



qr.orioncentr.com.ua/ZME98

Як зазначалося, такі числа зручно записувати за допомогою степенів з основою 10. Однак для уніфікації записів чисел домовилися записувати їх у вигляді, що полегшує аналіз цих чисел, спрощує дії з ними. Число подають як добуток деякого числа, яке більше за число 1 або дорівнює йому, але менше від числа 10, і числа 10 у відповідному степені.

Наприклад:

5 972 600 000 000 000 000 000 000 000 кг = $5,9726 \cdot 10^{24}$ кг —
маса земної кулі,

$0,000000002 \text{ м} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ — діаметр спіралі ДНК.

Запам'ятайте!

**Стандартним виглядом числа називають
такий його запис:**

$a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$, n — ціле число.

Число n называют *порядком числа*.



У цілій частині числа, записаного в стандартному вигляді, стоїть тільки одна цифра.

Задача 3

Запишіть у стандартному вигляді число:

1) 125; 2) 0,08; 3) $34,6 \cdot 10^5$.

Розв'язання

$$1) 125 = 1,25 \cdot 10^2;$$

2) $0,08 = 8 \cdot 10^{-2}$;

$$3) 34,6 \cdot 10^5 = 3,46 \cdot 10^6.$$



Виконуючи дії з числами, записаними в стандартному вигляді, використовуйте властивості степенів.

Задача 4

Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:

1) $2,5 \cdot 10^{-3}$ i $2 \cdot 10^{-3}$; 2) $4,2 \cdot 10^4$ i $7 \cdot 10^3$.

Розв'язання

1. Дані числа мають однаковий порядок. Тоді:

$$2,5 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3} = (2,5 + 2) \cdot 10^{-3} = 4,5 \cdot 10^{-3}.$$

$$2,5 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} = (2,5 - 2) \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-4}.$$

$$2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = (2,5 \cdot 2) \cdot (10^{-3} \cdot 10^{-3}) = 5 \cdot 10^{-6};$$

$$2,5 \cdot 10^{-3} \cdot (2 \cdot 10^{-3}) = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{1} = 1,25 \cdot 10^0$$

2. Дані **числа мають різний порядок**. Тоді:

- для знаходження суми/різниці запишемо усі степені з основою 10 так, щоб вони мали **той самий показник**:

Сума

$$\begin{aligned} & 4,2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 = \\ & = 4,2 \cdot 10^4 + 0,7 \cdot 10^4 = \\ & = (4,2 + 0,7) \cdot 10^4 = \\ & = 4,9 \cdot 10^4. \end{aligned}$$

Різниця

$$\begin{aligned} & 4,2 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^3 = \\ & = 4,2 \cdot 10^4 - 0,7 \cdot 10^4 = \\ & = (4,2 - 0,7) \cdot 10^4 = \\ & = 3,5 \cdot 10^4. \end{aligned}$$

- для знаходження добутку/частки скористаємося властивостями степенів з однаковими основами:

Добуток

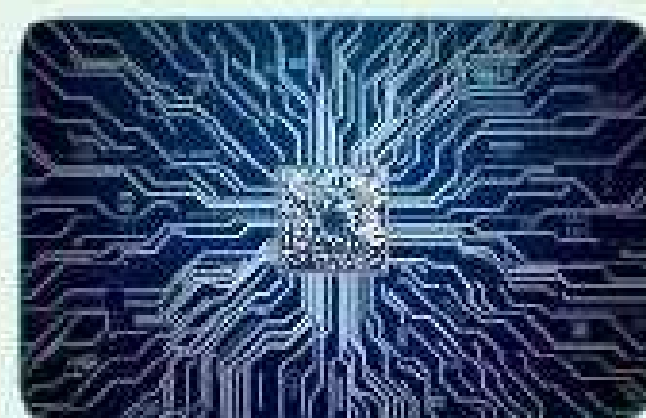
$$\begin{aligned} & 4,2 \cdot 10^4 \cdot 7 \cdot 10^3 = \\ & = (4,2 \cdot 7) \cdot (10^4 \cdot 10^3) = \\ & = 29,4 \cdot 10^7 = \\ & = 2,94 \cdot 10^8. \end{aligned}$$

Частка

$$\begin{aligned} & 4,2 \cdot 10^4 : (7 \cdot 10^3) = \\ & = \frac{4,2 \cdot 10^4}{7 \cdot 10^3} = \\ & = 0,6 \cdot 10^1 = 6 \cdot 10^0. \end{aligned}$$

Дізнайтеся більше

Нині швидкими темпами розвиваються нанотехнології. Звичні для нас властивості матеріалів змінюються при зменшенні їхніх геометричних розмірів до кількох нанометрів або часток нанометра. Один нанометр дорівнює одній мільйонній міліметра. Середня товщина людської волосини дорівнює 50 тис. нанометрів. Особливі надії на нанотехнології покладають фахівці в галузі електроніки та інформаційних технологій. У 1965 р. на одному чіпі можна було вмістити лише 30 транзисторів, у 1971 р. — 2000 транзисторів. Нині один чіп містить близько 40 млн транзисторів завбільшки 130–180 нанометрів. Ці результати зробили складну електронну та комп'ютерну техніку доступною для більшості споживачів.



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/vXIMZ

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
стандарт- ний вигляд числа	the standard form of a number	die stan- dardform einer Zahl	la forme standard d'un nombre

Пригадайте головне

1. Сформулюйте властивість добутку степенів із рівними основами.
2. Сформулюйте властивість частки степенів із рівними основами.
3. Яка властивість піднесення степеня до степеня?
4. Яка властивість добутку степенів із різними основами й рівними показниками?
5. Сформулюйте властивість частки степенів із різними основами й рівними показниками.
6. Як записати число в стандартному вигляді?

Усне тренування

1. Подайте як степінь з основою 2:
1) $8 \cdot 16$; 2) $32 \cdot 4 \cdot 16$; 3) $8 \cdot 2 \cdot 64$.
2. Подайте як степінь:
1) $x^{15} : x^4 \cdot x^3$; 3) $(x^{10}x^5)^3 : (x^{10})^2$;
2) $(x^{15})^3 : (xx^3)^2$; 4) $(x^5 x^4 x^6)^2 : x^2$.
3. Обчисліть:
1) $(0,2)^3 \cdot 5^3$; 2) $(25)^2 : 5^2$; 3) $\frac{27^3}{9^3}$; 4) $\frac{32^5}{8^5 \cdot 2^5}$.

Розв'яжіть задачі

309'. Яка з формул є правильною:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $a^n \cdot a^m = a^{n-m}$; | 3) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$; |
| 2) $a^n \cdot a^m = 2a^{nm}$; | 4) $a^n \cdot a^m = a^{nm}$? |

310'. Яка з формул є правильною:

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| 1) $a^n + a^m = a^m + a^n$; | 3) $a^n + a^m = a^n \cdot a^m$; |
| 2) $a^n + a^m = a^n : a^m$; | 4) $a^n + a^m = a^{nm}$? |

311'. Яка з формул є правильною:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| 1) $a^n : a^m = a(n-m)$; | 3) $a^n : a^m = a^{n:m}$; |
| 2) $a^n : a^m = \frac{m}{n}$; | 4) $a^n : a^m = a^{n-m}$? |

312'. Яка з формул є правильною:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $a^{n-m} = a^n - a^m$; | 3) $a^{n-m} = a^n : a^m$? |
| 2) $a^{n-m} = a^{n:m}$; | |

313'. Яка з формул є правильною:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $(a^m)^n = a^{mn}$; | 3) $(a^m)^n = a^{m+n}$; |
| 2) $(a^m)^n = a^{m-n}$; | 4) $(a^m)^n = a^m a^n$? |

314'. Яка з формул є правильною:

- 1) $a^n \cdot b^n = (ab)^{2n}$; 3) $a^n \cdot b^n = a^n + b^n$;
2) $a^n \cdot b^n = ab^n$; 4) $a^n \cdot b^n = (ab)^n$?

315'. Яка з формул є правильною:

- 1) $\frac{a^n}{b^n} = \frac{a}{b}$; 2) $\frac{a^n}{b^n} = \frac{a^n}{b}$; 3) $\frac{a^n}{b^n} = (a-b)^n$; 4) $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$?

316'. Яке із чисел записане в стандартному вигляді:

- 1) $1 \cdot 10^2$; 3) $1,09 \cdot 11^3$; 5) $3,1 \cdot 10^{-22}$;
2) $2,3 \cdot 10^4$; 4) $2,5 \cdot 10^5$; 6) $51 \cdot 10^8$?

317°. Яка з рівностей є правильною:

- 1) $5^{-3} \cdot 5^2 = 25^{-6}$; 3) $5^{-3} \cdot 5^2 = 5^1$;
2) $5^{-3} \cdot 5^2 = 5^{-6}$; 4) $5^{-3} \cdot 5^2 = 5^{-1}$?

318°. Обчисліть:

- 1) $2^{-4} \cdot 2^{-2}$; 4) $2^4 \cdot 2^2$; 7) $2^5 \cdot 2^{-11} \cdot 2^0$;
2) $2^4 \cdot 2^{-2}$; 5) $2^8 \cdot 2^{-3}$; 8) $2 \cdot 2^{13} \cdot 2^{-16}$;
3) $2^{-4} \cdot 2^2$; 6) $2^{-7} \cdot 2^3$; 9) $2 \cdot 2^{-5} \cdot 2^6 \cdot 2^0$.

319°. Обчисліть:



- 1) $10^{-5} \cdot 10^{-1}$; 3) $10^{-3} \cdot 10^5$; 5) $10^{35} \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-25}$;
2) $10^3 \cdot 10^{-5}$; 4) $10^7 \cdot 10^{-6} \cdot 10^0$; 6) $10^0 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6 \cdot 10^6 \cdot 10$.

320°. Спростіть вираз:

- 1) $a^{-4} \cdot a^{-8}$; 5) $a^{-5} \cdot a^5$; 9) $a^0 \cdot a^3 \cdot a^{-10}$;
2) $a^4 \cdot a^{-8}$; 6) $a^{-12} \cdot a^6 \cdot a^{-1}$; 10) $a^{-8} \cdot a^9 \cdot a^{-3} \cdot a^2$;
3) $a^{-4} \cdot a^8$; 7) $a^5 \cdot a^{-6} \cdot a^{-9}$; 11) $a^{-15} \cdot a^9 \cdot a^{-1} \cdot a^{15}$;
4) $a^4 \cdot a^8$; 8) $a^{-7} \cdot a \cdot a^7$; 12) $a^{-10} \cdot a^0 \cdot a^{-6} \cdot a^{24}$.

321°. Спростіть вираз:

- 1) $x^{-3} \cdot x^{-10}$; 3) $x^{-3} \cdot x^{10}$; 5) $x^0 \cdot x \cdot x^{-1}$;
2) $x^3 \cdot x^{-10}$; 4) $x^3 \cdot x^{10}$; 6) $x^{-32} \cdot x^{-65} \cdot x^{42} \cdot x^{75}$.

322°. Запишіть як добуток степенів:

- 1) 10^{-1+m} ; 3) 8^{-4+m} ; 5) $5^{-p+1+(-n)}$;
2) $9^{-1+(-p)}$; 4) 6^{-m+n} ; 6) 10^{-2+3n} .

323°. Запишіть як добуток степенів:



- 1) 6^{-4+x} ; 3) 12^{-8+n} ;
2) $2^{7+(-x)}$; 4) $3^{-p+(-n)}$.

324°. Яка з рівностей є правильною:

- 1) $3^{-8} : 3^2 = 1^{-6}$; 3) $3^{-8} : 3^2 = 3^{-6}$;

325°. Обчисліть:

$$\begin{array}{lllll}
 1) \frac{4^2}{4^{-1}}; & 3) \frac{4^{-1}}{4^3}; & 5) \frac{4^2}{4^{-2}}; & 7) \frac{4^{-2}}{4^{-2}}; & 9) \frac{4^{-5}}{4^{-8}}; \\
 2) \frac{4^{-2}}{4^{-3}}; & 4) \frac{4^2}{4^3}; & 6) \frac{4^{-2}}{4^2}; & 8) \frac{4}{4^{-2}}; & 10) \frac{4^2}{4^0}.
 \end{array}$$

326°. Обчисліть:

$$1) \frac{2^3}{2^{-2}}; \quad 2) \frac{2^{-3}}{2^2}; \quad 3) \frac{2^3}{2^2}; \quad 4) \frac{2^{-3}}{2^{-2}}; \quad 5) \frac{2^{-2}}{2^{-2}}.$$

327°. Спростіть вираз:

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{a}{a^{-11}}; & 3) \frac{a^0}{a^{-7}}; & 5) \frac{a^6}{a^{-8}}; & 7) \frac{a^{-6}}{a^8}; \\
 2) \frac{a^{-3}}{a}; & 4) \frac{a}{a^{14}}; & 6) \frac{a^{-6}}{a^{-8}}; & 8) \frac{a^6}{a^{-6}}.
 \end{array}$$

328°. Спростіть вираз:

$$1) \frac{m^{10}}{m^{-2}}; \quad 2) \frac{m^{-10}}{m^{-2}}; \quad 3) \frac{m^{-10}}{m^2}; \quad 4) \frac{m^{-10}}{m^{10}}.$$

329°. Запишіть як частку степенів:

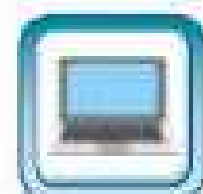
$$\begin{array}{lll}
 1) 3^{5-n}; & 4) 2^{-m-n}; & 7) 5^{3-n}; \\
 2) 11^{4-p}; & 5) 4^{-7-2n}; & 8) 9^{-3x-m}; \\
 3) 7^{-1-m}; & 6) 8^{-2-x}; & 9) 8^{-a-c}.
 \end{array}$$

330°. Запишіть як степінь з основою 7:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{7^{-7} \cdot 7^4}{7^{-9}}; & 3) \frac{7^{-1} \cdot 7^{12}}{7^{-4}}; & 5) \frac{7^{-8} \cdot 7^5}{7^{-4} \cdot 7^{-8}}; \\
 2) \frac{7^{-8} \cdot 7^{11}}{7^{10}}; & 4) \frac{7^{-3} \cdot 7^{12}}{7^{10} \cdot 7^{-8}}; & 6) \frac{7^{-16} \cdot 7^{15}}{7^9 \cdot 7^{-8}}.
 \end{array}$$

331°. Запишіть як степінь з основою 8:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{8^{-2} \cdot 8}{8^{-8}}; & 3) \frac{8^{-4} \cdot 8^{12}}{8^3}; & 5) \frac{8^{-8} \cdot 8^{-2}}{8 \cdot 8^{-5}}; \\
 2) \frac{8^{-5} \cdot 8^{15}}{8^{-10}}; & 4) \frac{8^{-10} \cdot 8^4}{8^{15} \cdot 8^{-12}}; & 6) \frac{8^{-6} \cdot 8^{13}}{8^7 \cdot 8^{-3}}.
 \end{array}$$

332°. Спростіть вираз:

$$\begin{array}{ll}
 1) a^{-25} : a^{-12} \cdot a^{-12}; & 6) a \cdot a^{-5} : a^{-4} : a^8; \\
 2) a^{40} \cdot a^{-30} : a^{10}; & 7) m^6 : m^{-13} \cdot m^{-7}; \\
 3) a^{-32} : a^2 : a^{-14}; & 8) m^{-9} : m^2 \cdot m^{-2} : m^9; \\
 4) a^0 \cdot a : a^{-9} \cdot a^{11}; & \\
 5) a : a^{-7} \cdot a^{-1} : a^5; &
 \end{array}$$

qr.orioncentr.com.ua/BB4k5


333°. Яка з рівностей є правильною:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1) $(4^{-3})^5 = 4^{-8}$; | 3) $(4^{-2})^{-5} = 4^7$; |
| 2) $(4^{-3})^5 = 4^{-15}$; | 4) $(4^{-2})^{-5} = 4^{10}$? |

334°. Запишіть як степінь:

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $(5^{-5})^{10}$; | 7) $(a^{-6})^0$; | 13) $(a^2)^{-2}$; |
| 2) $(4^{-11})^{-4}$; | 8) $(a^0)^5$; | 14) $(a^{-10})^9$; |
| 3) $(3^6)^{-7}$; | 9) $(a^6)^{-5}$; | 15) $(a^{-7})^{-5}$; |
| 4) $(7^{-4})^0$; | 10) $(a^{-6})^5$; | 16) $(a^{11})^{-2}$; |
| 5) $((-1)^{-5})^{-10}$; | 11) $(a^{-6})^{-5}$; | 17) $(a^{-5})^{-20}$; |
| 6) $(0,75^9)^{-3}$; | 12) $(a^{-5})^5$; | 18) $(a^5)^{-20}$. |

335°. Запишіть як степінь:



- | | | |
|-----------------------|--------------------|----------------------|
| 1) $(2^{-1})^8$; | 4) $(10^{-8})^0$; | 7) $(x^{11})^{-4}$; |
| 2) $(3^{-15})^{-2}$; | 5) $(x^{-9})^0$; | 8) $(x^{-8})^{-4}$; |
| 3) $(3^{15})^{-2}$; | 6) $(x^0)^9$; | 9) $(x^{-3})^3$. |

336°. Запишіть як степінь:



- | | |
|---|--|
| 1) $4^{-3} \cdot 2^{-3}$; | 8) $x^{-5} : y^{-5}$; |
| 2) $6^{-1} \cdot 3^{-1}$; | 9) $\frac{m^{-5}}{n^{-5}}$; |
| 3) $4^{-3} : 2^{-3}$; | 10) $p^{-6} \cdot m^{-6} \cdot n^{-6}$; |
| 4) $6^{-1} : 3^{-1}$; | 11) $a^{-1} \cdot b^{-1} \cdot c^{-1}$; |
| 5) $5^{-9} \cdot 2^{-9} \cdot 8^{-9}$; | 12) $3^{-4} \cdot m^{-4} \cdot n^{-4}$; |
| 6) $1^{-4} \cdot 4^{-4} \cdot 3^{-4}$; | 13) $\frac{x^{-5}y^{-5}}{z^{-5}}$; |
| 7) $b^{-12} \cdot a^{-12}$; | 14) $\frac{3^{-1}}{a^{-1}b^{-1}}$; |

qr.orioncentr.com.ua/7XY10



- | |
|---|
| 15) $\frac{x^{-2}y^{-2}}{z^{-2}h^{-2}}$; |
| 16) $\frac{d^{-10}b^{-10}}{a^{-10}c^{-10}}$. |

337°. Запишіть як степінь:



- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------|---|
| 1) $7^{-7} \cdot 10^{-7}$; | 3) $15^{-10} \cdot 3^{-10}$; | 5) $z^{-3} \cdot x^{-3} \cdot y^{-3}$; |
| 2) $7^{-7} : 10^{-7}$; | 4) $15^{-10} : 3^{-10}$; | 6) $\frac{a^{-7}c^{-7}}{x^{-7}}$. |

338°. Запишіть як степінь з основою 30:

- | | | |
|-----------------------------|---|--|
| 1) $3^{-5} \cdot 10^{-5}$; | 4) $2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-3}$; | 7) $15^{-4} \cdot 4^{-4} \cdot 2^{-4}$; |
| 2) $6^{-9} \cdot 5^{-9}$; | 5) $60^{-1} : 2^{-1}$; | 8) $40^{-11} : 4^{-11} \cdot 3^{-11}$; |
| 3) $2^{-6} \cdot 15^{-6}$; | 6) $900^{-2} : 30^{-2}$; | 9) $120^{-3} : 4^{-3} \cdot 17^0$. |

339°. Запишіть як степінь з основою 12:



- | | | |
|------------------------------|---|---|
| 1) $2^{-2} \cdot 6^{-2}$; | 3) $2^{-4} \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-4}$; | 5) $5^{-15} \cdot 24^{-15} : 10^{-15}$; |
| 2) $3^{-10} \cdot 4^{-10}$; | 4) $36^{-1} : 3^{-1}$; | 6) $8^{-4} \cdot 3^{-4} \cdot 0,5^{-4}$. |

340°. Знайдіть x :

$$1) (-2 \cdot 9)^{-4} = x \cdot 9^{-4};$$

$$4) \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = \frac{2^{-4}}{x^{-4}};$$

$$2) (7 \cdot 10)^{-3} = 7^{-3} \cdot x;$$

$$5) \left(\frac{1}{7}\right)^{-9} = \frac{1}{x^{-9}};$$

$$3) (5 \cdot 8 \cdot 12)^{-1} = x \cdot 8^{-1} \cdot 12^{-1};$$

$$6) \left(1\frac{1}{3}\right)^{-7} = \frac{x^{-7}}{3^{-7}}.$$

341°. Знайдіть x :



$$1) (4 \cdot 5)^{-3} = x \cdot 5^{-3};$$

$$3) (2 \cdot 3 \cdot 4)^{-2} = x \cdot 2^{-2} \cdot 4^{-2};$$

$$2) (2 \cdot 15)^{-6} = 15^{-6} \cdot x;$$

$$4) \left(\frac{3}{8}\right)^{-6} = \frac{x^{-6}}{8^{-6}}.$$

342°. Запишіть у стандартному вигляді число:

$$1) 22;$$

$$9) 11,04;$$

$$17) 2300,02 \cdot 10^{-1};$$

$$2) 31;$$

$$10) 0,333;$$

$$18) 118,8 \cdot 10^{10};$$

$$3) 1008;$$

$$11) 20,407;$$

$$19) 0,32 \cdot 10^2;$$

$$4) 700;$$

$$12) 0,0000012;$$

$$20) 0,00051 \cdot 10^3;$$

$$5) 976;$$

$$13) 54 \cdot 10^2;$$

$$21) 5072 \cdot 10^6;$$

$$6) 17\,000;$$

$$14) 54 \cdot 10^{-2};$$

$$22) 0,0074 \cdot 10^{-2};$$

$$7) 0,005;$$

$$15) 335\,000 \cdot 10^3;$$

$$23) 0,003 \cdot 10^{10};$$

$$8) 0,45;$$

$$16) 87\,500 \cdot 10^{-4};$$

$$24) 0,00008 \cdot 10^3.$$

343°. Запишіть у стандартному вигляді число:



$$1) 37;$$

$$6) 13,005;$$

$$11) 11\,500 \cdot 10^3;$$

$$2) 19;$$

$$7) 0,065;$$

$$12) 43\,000 \cdot 10^{-3};$$

$$3) 207;$$

$$8) 0,000075;$$

$$13) 0,00027 \cdot 10^{-2};$$

$$4) 0,02;$$

$$9) 91 \cdot 10^3;$$

$$14) 0,00011 \cdot 10^3;$$

$$5) 0,38;$$

$$10) 482 \cdot 10^{-5};$$

$$15) 0,305 \cdot 10^{-2}.$$

344°. Порівняйте числа:

$$1) 8 \cdot 10^{-5} \text{ і } 1,1 \cdot 10^{-5};$$

$$3) 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ і } 1,2 \cdot 10^{-2};$$

$$2) 2,5 \cdot 10^8 \text{ і } 3 \cdot 10^8;$$

$$4) 4,1 \cdot 10^{10} \text{ і } 2 \cdot 10^{10};$$

$$5) 1,8 \cdot 10^{-15} \text{ і } 1,5 \cdot 10^{-15};$$

$$6) 1,25 \cdot 10^9 \text{ і } 4 \cdot 10^9.$$

Знайдіть суму і добуток чисел. Результат дії подайте в стандартному вигляді.

345°. Порівняйте числа:



$$1) 5 \cdot 10^{-7} \text{ і } 1,2 \cdot 10^{-7};$$

$$2) 3,1 \cdot 10^4 \text{ і } 3 \cdot 10^4.$$

Знайдіть суму, різницю і добуток чисел. Результат дії подайте в стандартному вигляді.

346. Запишіть як степінь з основою 0,1:

- 1) 0,01; 2) 1; 3) 10; 4) 100; 5) 1000; 6) 10 000.

347. Запишіть як степінь з основою $\frac{1}{3}$:



- 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{9}$; 3) $\frac{1}{81}$; 4) 1; 5) 3; 6) 27.

348. Обчисліть:

- | | |
|--|---|
| 1) $\left(\left((5^{-1})^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}$; | 6) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$; |
| 2) $\left((9^{-2})^{-1}\right)^0$; | 7) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-6} : 7^7 \cdot 2^{-1}$; |
| 3) $\left(\left((3^{-1})^2\right)^{-1}\right)^2$; | 8) $-(1,2)^4 : \left(\frac{5}{6}\right)^5$; |
| 4) $\left(\left((0,5^{-1})^2\right)^{-1}\right)^{-2}$; | 9) $3 \cdot 0,75^{-1} : \left(\frac{1}{2}\right)^4$; |
| 5) $3^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$; | 10) $28^0 \cdot 0,5^{-3} + 0,2^3 \cdot 0,001^{-1}$. |

349. Обчисліть:

- | | |
|--|---|
| 1) $\left(\left((-1)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}$; | 3) $4^{-4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-5}$; |
| 2) $\left((2^{-1})^{-1}\right)^{-1}$; | 4) $\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-5}$. |

350. Запишіть як степінь:

- | | |
|---|--|
| 1) $(a^{-8})^n : (a^n)^{-1}$; | 5) $(a^{-15}a^{-4})^3 : (a^{10}a^3)^{-2}$; |
| 2) $(a^m)^{-n} \cdot (a^n)^p$; | 6) $(a^{15}a^{-4})^3 \cdot (a^{-10}a^3)^2$; |
| 3) $(a^{-15} : a^4)^{-3} \cdot (a^{10} : a^3)^{-2}$; | 7) $(a^{-2+n})^{-n} \cdot a^{n(1-n)} : (-a)^{-2n}$; |
| 4) $(a^{-15}a^4)^3 : (a^{10}a^{-3})^{-2}$; | 8) $(a^{-n})^n \cdot a^{-(2+n)(2-n)} : a^{-4}$. |

351. Знайдіть x , якщо:

- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1) $a^{-1}b^{24} = a^5b^{-8} \cdot x$; | 4) $1,9^{21} = (1,9^{-3})^{-x}$; |
| 2) $a^{-1}b^{-1} = x : ab$; | 5) $(4,5)^{-20} = (4,5^{-x})^5$. |
| 3) $a^{-7}b^{26} = x : b^{-16}$; | |

352. Знайдіть x , якщо:

- | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|
| 1) $a^2b^{-14} = a^{-14}b \cdot x$; | 3) $3^{-36} = (3^{-x})^9$; |
| 2) $b^{-50} = a^{-100}b^{100} : x$; | 4) $6^{-14} = (6^x)^2$. |

353. Подайте вираз 5^{-12} як степінь з основою:

- 1) 5^{-2} ; 2) 5^4 ; 3) 5^3 ; 4) 5^{-4} .

354. Подайте вираз a^{-12} як добуток двох степенів, один з яких дорівнює:

- 1) a^2 ; 2) a^{-6} ; 3) a^4 ; 4) a^{-3} ; 5) a^{-4} ; 6) a^6 .

355. Подайте вираз m^{24} як добуток двох степенів, один з яких дорівнює:

- 1) m^2 ; 2) m^{-6} ; 3) m^{12} ; 4) m^{-4} .

356. Запишіть як степінь з основою 2:

- 1) $8^{-5} \cdot 4^7$; 3) $(2^{-5})^3 \cdot (4^2)^{-3}$; 5) $0,5^{-25} : (4^{-1})^3$;
2) $64^5 \cdot 16^{-2}$; 4) $(16^5)^9 \cdot (8^{-2})^7$; 6) $0,25^{-6} : 32^{30}$.

357. Винесіть за дужки 2^{-5} :

- 1) $2^{-6} + 2^7$; 2) $2 - 2^{-5} + 2^{10}$; 3) $2^{-3} + 2^3 - 2^{-15} + 2^{15}$.

358. Винесіть за дужки 3^{-4} :

- 1) $3^{-12} + 3^{12}$; 2) $3 + 3^{-4} + 3^4$; 3) $3^{-5} + 3^5 - 3^{-1} + 3$.

359. Знайдіть x . Подайте відповідь у вигляді степеня.

- 1) $(0,1^{-8} : 25^4 \cdot 12,5^0)^{-1} = x \cdot 2^5$; 8) $24^{-13} = x \cdot 2^{-26} \cdot 3^{-13}$;
2) $(7 \cdot 9)^{-12} = (21^{-4})^3 \cdot x$; 9) $64^{-4} \cdot 4^{12} \cdot 16^{-2} \cdot x = 4^{-12} \cdot 16^5$;

- 3) $(-2 \cdot 15)^{-2} = 25^{-1} \cdot x$; 10) $x = \frac{27^{-5} \cdot 9^3}{81^{-2}}$;

- 4) $100^{-14} = 5^{-28} \cdot x$; 11) $(0,25x)^{10} = \left(1\frac{1}{3}\right)^{-10}$;

- 5) $15^{-6} = x \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3$; 12) $\left(\frac{7}{x}\right)^{-8} = \left(\frac{25}{49}\right)^8$;

- 6) $(0,6^{-5})^3 = \left(\frac{1}{5^{-3}}\right)^5 \cdot x$; 13) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 5x^3$;

- 7) $(0,4 \cdot 3)^{-8} \cdot 0,05^8 = x \cdot 6^{-8}$; 14) $x = \left(1\frac{1}{3}\right)^{-3} - 0,75^3$.

360. Знайдіть x . Подайте відповідь у вигляді степеня.



- 1) $(15 \cdot 8 \cdot 40^0)^{-12} = x \cdot 100^{-6}$; 4) $3,6^{-10} = x \cdot 4^{-5} \cdot 9^{-10}$.

- 2) $(5 \cdot 8)^{-8} \cdot (0,2^{-2})^4 = x^{-1} \cdot 4^{-12}$; 5) $\left(1\frac{1}{6}\right)^{-4} = x \cdot 0,49^{-2}$;

- 3) $(0,375x)^6 = \left(2\frac{2}{3}\right)^{-6}$; 6) $x = \frac{25^4 \cdot 0,5^{-4}}{10^{-2} \cdot 8^0}$.

361. Порівняйте числа:

1) $3 \cdot 10^{-6}$ і $1,2 \cdot 10^{-4}$;

3) $0,48 \cdot 10^{-7}$ і $1,2 \cdot 10^{-9}$;

2) $0,18 \cdot 10^6$ і $0,2 \cdot 10^5$;

4) $65,5 \cdot 10^7$ і $0,5 \cdot 10^8$.

Знайдіть суму, добуток і частку поданих чисел. Результат дії подайте в стандартному вигляді.

362. Порівняйте числа:



1) $6 \cdot 10^{-8}$ і $1,2 \cdot 10^{-9}$;

3) $0,63 \cdot 10^{-11}$ і $2,1 \cdot 10^{-10}$;

2) $0,16 \cdot 10^4$ і $0,2 \cdot 10^6$;

4) $5,5 \cdot 10^{22}$ і $11 \cdot 10^{20}$.

Знайдіть суму, добуток і частку поданих чисел. Результат дії подайте в стандартному вигляді.

363*. Обчисліть:

1) $\frac{8^{-4} \cdot 6^{10} + 27^3}{10^0 \cdot 81^3 - 18^6 \cdot 6^{-3}} \cdot \left(\frac{7}{19}\right)^{-1}$; 2) $\frac{4^{-8} \cdot 0,0001^{-5} + 125^6 \cdot \left(3\frac{1}{3}\right)^2}{(0,2^{10})^{-2} + 3^{-2} \cdot 50^{10} \cdot 0,5^{12}}$.

364*. Винесіть за дужки 5^{-2} :

1) $5^{-2} + 15^4$;

3) $25^{-3} - 8 \cdot 5^{-2}$;

2) $2 \cdot 5^{-2} - 3 + 10^{-2}$;

4) $5^{-6} + 5^{-2} - 5^{-2+m}$.

365*. Спростіть вираз:

1) $\left(\left(a^{-1} \cdot a\right)^{-1} \cdot a\right)^{-1} \cdot a$;

4) $\left(\left(x^{-9} : x^{-1}\right)^{-1} : x^7\right) : x^{10}$;

2) $\left(\left(a^{-2} \cdot a^2\right)^{-5} \cdot a^2\right)^{-1}$;

5) $\left(\left(\left(a^{-3}\right)^{-1} \cdot b^3\right)^{-4} a^{12}\right)^2 \cdot b^{20}$;

3) $\left(\left(x^3 \cdot x^{-7}\right)^{-5} \cdot x^{-1}\right)^{10}$;

6) $\left(a \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\right)^{-1} : \left(\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \cdot b\right)^2$.

366*. Розв'яжіть рівняння:

1) $5^3 \cdot x^{-3} \cdot (-x)^3 = 0$;

3) $3^4 x^{-1} = \left(5\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 4^8$;

2) $3x^{-7} = 0$;

4) $5x^{-1} = \left(\frac{36^{-2} \cdot 2^3}{8,1^{-1}}\right)^2$;

5) $(0,25 - x^{-2}) \cdot \left(\left(\frac{1}{15}\right)^{-2} - 30^2 \cdot 0,5^2\right) = 0$;

6) $(10,24 - x^2) \cdot (4^{-3} - 8^{-2}) = 32^3$.

Проявіть компетентність

367. Довжина орбіти супутника, що рухається зі швидкістю $7,91 \cdot 10^3$ м/с навколо Землі, дорівнює 2 414 000 км. Запишіть числом у стандартному вигляді:
- 1) довжину орбіти супутника;
 - 2) час, потрібний супутнику, щоб облетіти навколо Землі.

368. Заповніть таблицю 16. Запропонуйте власний мініпроект за відомостями, наведеними в таблиці 16.

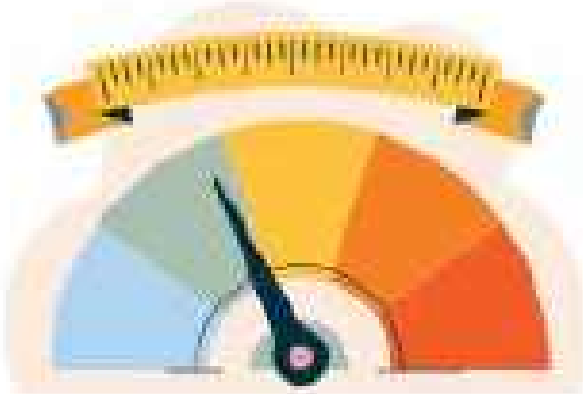
Таблиця 16

Маса	Одиниця (т)	Одиниця (кг)	Одиниця (г)	Одиниця (мг)
Земля			$5,9726 \cdot 10^{24}$	
Сонце	$1,9891 \cdot 10^{27}$			
Протон		$1,67 \cdot 10^{-27}$		

§ 10. ПЕРЕТВОРЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ

1. Піднесення раціонального виразу до степеня з цілим показником

Ситуація. Діти проводили дослідження індексу маси тіла (ІМТ) дорослих членів своєї родини. Цей показник був розроблений Ламбертом Адольфом Жекутом на початку XIX століття й став одним із способів оцінки здоров'я людини, яким користуються донині. Діти скористалися формулою: $ІМТ = \frac{m}{h^2}$, де m — маса тіла в кілограмах, а h — зріст у метрах.



qr.orioncentr.com.ua/6cB6T



Чи можна раціональний вираз у правій частині формули подати інакше?

Справді, $\frac{1}{h^2} = h^{-2}$, тому $ІМТ = m h^{-2}$.

Так.





Дію піднесення до степеня із цілим показником можна застосовувати не лише до окремої змінної, а й до раціонального виразу.

Запам'ятайте!

1. Якщо A — раціональний вираз ($A \neq 0$) і n — натуральне число, то:

$$A^{-n} = \frac{1}{A^n}.$$

2. Якщо A і B — раціональні вирази ($A \neq 0, B \neq 0$) і n — натуральне число, то:

$$\left(\frac{1}{A}\right)^{-1} = A,$$

$$\left(\frac{1}{A}\right)^{-n} = A^n,$$

$$\left(\frac{A}{B}\right)^{-1} = \frac{B}{A},$$

$$\left(\frac{A}{B}\right)^{-n} = \left(\frac{B}{A}\right)^n.$$

3. Якщо A — раціональний вираз ($A \neq 0$), то $(A)^0 = 1$.

Задача 1 Запишіть вираз так, щоб він не містив степеня з від'ємним показником:

$$1) \left(\frac{1}{2nm}\right)^{-1}; \quad 2) \left(\frac{x}{y+z}\right)^{-3}; \quad 3) \left(\frac{x^{-3} \cdot a^{-5}}{c^4 \cdot y^6}\right)^0.$$

Розв'язання

Застосуємо другу і третю з наведених властивостей піднесення раціонального виразу до степеня з цілим показником.

$$1) \left(\frac{1}{2nm}\right)^{-1} = 2nm.$$

$$2) \left(\frac{x}{y+z}\right)^{-3} = \left(\frac{y+z}{x}\right)^3 = \frac{(y+z)^3}{x^3}.$$

$$3) \left(\frac{x^{-3} \cdot a^{-5}}{c^4 \cdot y^6}\right)^0 = 1.$$



Піднесення раціональних виразів до степеня з цілим показником, як і виконання інших перетворень раціональних виразів, здійснюється на ОДЗ змінних даних виразів.

2. Інші властивості степенів із цілим показником для раціональних виразів

qr.orioncentr.com.ua/stdxU



Як діяти зі степенями раціональних виразів із однаковими основами?

Спираючись на їхні властивості.



Запам'ятайте!

Якщо A — раціональний вираз ($A \neq 0$) і n та m — цілі числа, то:

$$\begin{aligned} A^n \cdot A^m &= A^{n+m}, \\ A^n : A^m &= A^{n-m}, \\ (A^m)^n &= A^{mn}. \end{aligned}$$

Задача 2 Спростіть вираз: $\left(\frac{a^{-3}b^2}{b^{-2}a}\right)^{-2}$.

Розв'язання

Перший спосіб.

Спростимо вираз у дужках:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^{-3}b^2}{b^{-2}a}\right)^{-2} &= \left(a^{-3-1}b^{2-(-2)}\right)^{-2} = \\ &= \left(a^{-4}b^4\right)^{-2} = a^8b^{-8}. \end{aligned}$$

Піднесемо його до даного степеня:

Другий спосіб.

Вираз у дужках піднесемо до даного степеня:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^{-3}b^2}{b^{-2}a}\right)^{-2} &= \frac{a^6b^{-4}}{b^4a^{-2}} = \\ &= a^{6-(-2)}b^{-4-4} = a^8b^{-8}. \end{aligned}$$

Спростимо одержаний вираз:

Третій спосіб.

Позбудемось від'ємного показника степеня даного виразу:

$$\left(\frac{a^{-3}b^2}{b^{-2}a}\right)^{-2} = \left(\frac{b^{-2}a}{a^{-3}b^2}\right)^2 =$$

Спростимо одержаний вираз:

$$= \frac{b^{-4}a^2}{a^{-6}b^4} = a^{2-(-6)}b^{-4-4} = a^8b^{-8}.$$



Як діяти зі степенями раціональних виразів із різними основами й рівними показниками?

Спираючись на їхні властивості.



Запам'ятайте!

Якщо A і B — раціональні вирази ($A \neq 0, B \neq 0$) і n — ціле число, то:

$$A^n \cdot B^n = (A \cdot B)^n, \quad \frac{A^n}{B^n} = \left(\frac{A}{B} \right)^n.$$

3. Способи перетворення раціональних виразів

Під час перетворення раціональних виразів, що містять цілі показники, користуються формулами скороченого множення.



qr.orioncentr.com.ua/e4Xyv

Задача 3 Спростіть вираз:

- 1) $(x^{-3} - 2)^2$;
- 2) $(x^{-3} - 2)(x^{-3} + 2)$;
- 3) $(x^{-3} - 2)(x^{-6} + 2x^{-3} + 4)$.

Розв'язання

Формула	Перетворення
Квадрат різниці	$(x^{-3} - 2)^2 = x^{-6} - 4x^{-3} + 4$
Різниця квадратів	$(x^{-3} - 2)(x^{-3} + 2) = x^{-6} - 4$
Різниця кубів	$(x^{-3} - 2)(x^{-6} + 2x^{-3} + 4) = x^{-9} - 8$

Нерідко доводиться виносити за дужки степінь із цілим показником. Для цього потрібно кожний доданок у дужках поділити на вираз, що виноситься за дужки.

Задача 4 Дано вираз $y^{-5} - xy^5 + 5$. Винесіть за дужки:

- 1) y^{-1} ; 2) y^{-5} .

Розв'язання

$$\begin{aligned}
 1) \ y^{-5} - xy^5 + 5 &= y^{-1}(y^{-5-(-1)} - xy^{5-(-1)} + 5 : y^{-1}) = \\
 &= y^{-1}(y^{-4} - xy^6 + 5y); \\
 2) \ y^{-5} - xy^5 + 5 &= y^{-5}(y^{-5-(-5)} - xy^{5-(-5)} + 5 : y^{-5}) = \\
 &= y^{-5}(1 - xy^{10} + 5y^5).
 \end{aligned}$$

Дізнайтеся більше

Конфорович Андрій Григорович (1923–1997) — фахівець у галузі історії математики і популяризації математичних знань в Україні. У його доробку є понад 200 друкованих праць. Вони присвячені математичній підготовці учнів, олімпіадам з математики, аналізу науково-популярної літератури з математики і кібернетики, застосуванням математики, питанням історії математики, математичним іграм і головоломкам. Основні з них: «Дорогами Унікурсалії», «Визначні математичні задачі», «Колумби математики», «Математична мозаїка», «Математичні софізми і парадокси», «Математика служить людині», «Добрий день, Архімеде!» та інші. На сторінках збірника науково-популярних статей «У світі математики» він опублікував багато цікавих і актуальних статей, зокрема про життєвий і творчий шлях видатних математиків. Це статті: «Нільс Генрік Абель», «Леонард Ейлер», «Готфрід Вільгельм Лейбніц», «Ісаак Ньютон» та ін.



<https://fmf.npu.edu.ua/alumni/271-konforovitch>

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/Q9gFM

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
перетворення виразу	expression transformation	einen Ausdruck umwandeln	transformation d'expression

Пригадайте головне

1. Сформулюйте властивість піднесення раціональних виразів до степеня з цілим від'ємним показником.
2. Сформулюйте властивість піднесення раціональних виразів до степеня з показником 0.
3. Сформулюйте властивості піднесення раціональних виразів до

Усне тренування

1. Знайдіть значення виразу:

1) $88326 : (-9) \cdot (-13 \cdot 2 + 26)$;

2) $-2346 \cdot (14 - 244 + 230) + 678$;

3) $5,5 \cdot 2,5 : 0,25 - 525 : (-5)$.

Розв'яжіть задачі

369'. Чи правильно, що $(x - 1)^{-1}$ дорівнює:

1) $\frac{1}{x+1}$; 2) $-x + 1$; 3) $\frac{1}{x-1}$; 4) $x + 1$?

370'. Чи правильно, що $\left(\frac{1}{x-1}\right)^{-1}$ дорівнює:

1) $\frac{-1}{x-1}$; 2) $x - 1$; 3) $\frac{1}{x} + 1$?

371'. Чи правильно, що $\left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1}$ дорівнює:

1) $\frac{b}{a^2}$; 2) $-\frac{a^2}{b}$; 3) $\frac{2b}{a}$?

372'. Чи є правильною рівність:

1) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-3} = -\frac{3m}{n}$; 2) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-3} = \frac{m^{-3}}{n}$; 3) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-3} = \frac{m^{-3}}{n^{-3}}$?

373'. Якому з виразів дорівнює вираз $\frac{n}{m^{-3}}$:

1) $-3\frac{n}{m}$; 2) nm^3 ; 3) $\frac{m^3}{n}$?

374'. Чи є правильною рівність:

1) $(b+a)^0 = 1$; 3) $\left(\frac{1}{5+y}\right)^1 = 0$;
2) $(9-x^2)^0 = 1$; 4) $\left(\frac{y^3}{z^2-x^2}\right)^0 = 1$?

375'. Запишіть як степінь з натуральним показником:

1) $(a-6)^{-1}$; 3) $(ad-b)^{-1}$; 5) $(x^2-y^2)^{-1}$;
2) $(n-m)^{-1}$; 4) $(x^2-4)^{-1}$; 6) $(xyz-1)^{-1}$.

376°. Запишіть як степінь з натуральним показником:

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $\left(\frac{1}{a-2}\right)^{-1}$; | 5) $\left(\frac{1}{ac-p}\right)^{-1}$; | 9) $\left(\frac{cd}{ab}\right)^{-1}$; |
| 2) $\left(\frac{1}{xy}\right)^{-1}$; | 6) $\left(\frac{1}{pm-n^2}\right)^{-1}$; | 10) $\left(\frac{n-m}{m+n}\right)^{-1}$; |
| 3) $\left(\frac{1}{abc}\right)^{-1}$; | 7) $\left(\frac{a}{a+8}\right)^{-1}$; | 11) $\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{-1}$; |
| 4) $\left(\frac{1}{m+n}\right)^{-1}$; | 8) $\left(\frac{x}{zy}\right)^{-1}$; | 12) $\left(\frac{n^2+m^2}{m^2-n^2}\right)^{-1}$. |

377°. Запишіть як степінь з натуральним показником:



- | | | |
|-----------------------|--|--|
| 1) $(b+9)^{-1}$; | 4) $\left(\frac{1}{x-y}\right)^{-1}$; | 7) $\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{-1}$; |
| 2) $(x-y)^{-1}$; | 5) $\left(\frac{1}{2mp}\right)^{-1}$; | 8) $\left(\frac{x}{z+y}\right)^{-1}$; |
| 3) $(a^3-b^3)^{-1}$; | 6) $\left(\frac{1}{z^2-x^2}\right)^{-1}$; | 9) $\left(\frac{2a-b}{b+3a}\right)^{-1}$. |

378°. Запишіть як степінь з натуральним показником:



- | | | |
|--------------------------------------|--|---|
| 1) $(x-y)^{-2}$; | 6) $\left(\frac{1}{b}\right)^{-4}$; | |
| 2) $(10+m)^{-4}$; | 7) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$; | |
| 3) $(x^2-1)^{-6}$; | 8) $\left(-\frac{a}{b}\right)^{-2}$; | |
| 4) $(a-c)^{-8}$; | 9) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-6}$; | 11) $\left(-\frac{p}{n}\right)^{-10}$; |
| 5) $\left(\frac{1}{x}\right)^{-5}$; | 10) $\left(-\frac{2}{c}\right)^{-3}$; | 12) $\left(-\frac{3}{z}\right)^{-3}$. |



qr.orioncentr.com.ua/ubQng

379°. Запишіть як степінь з натуральним показником:

- | | | |
|---------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $(2-m)^{-5}$; | 3) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-9}$; | 5) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$; |
| 2) $(x^3+y)^{-7}$; | 4) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-8}$; | 6) $\left(-\frac{x}{z}\right)^{-3}$. |

380°. Запишіть як степінь з від'ємним показником:

- | | | | |
|----------------------|-------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{a}$; | 4) $\frac{1}{m^3}$; | 7) $\frac{1}{z^{15}}$; | 10) $\left(\frac{1}{a}\right)^5$; |
| 2) $\frac{1}{m}$; | 5) $\frac{1}{p^4}$; | 8) $\frac{1}{y^{20}}$; | 11) $\left(\frac{1}{x}\right)^9$; |
| 3) $\frac{1}{c^2}$; | 6) $\frac{1}{n^{12}}$; | 9) $\left(\frac{1}{b}\right)^2$; | 12) $\left(\frac{x}{y}\right)^{10}$. |

381°. Запишіть як степінь з від'ємним показником:



- | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $\frac{1}{x}$; | 3) $\frac{1}{x^3}$; | 5) $\frac{1}{x^5}$; | 7) $\left(\frac{1}{y}\right)^4$; |
| 2) $\frac{1}{x^2}$; | 4) $\frac{1}{x^4}$; | 6) $\left(\frac{1}{x}\right)^8$; | 8) $\left(\frac{1}{c}\right)^6$. |

382°. Запишіть даний вираз так, щоб він не містив степеня з від'ємним показником:

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------|------------------------------|-----------------------------------|
| 1) b^{-3} ; | 4) $b^{-2}a$; | 7) $\frac{p^{-2}}{c^{-6}}$; | 10) $\frac{1}{n^{-10}m^{-11}}$; |
| 2) $c^{-1}a^{-5}$; | 5) $\frac{1}{m^{-3}}$; | 8) $\frac{a^{-1}}{b^7}$; | 11) $\frac{h^{-2}}{n^4m^{-5}}$; |
| 3) $b^{-1}a^{-9}c^{-12}$; | 6) $\frac{1}{x^{-9}}$; | 9) $\frac{1}{a^2c^{-4}}$; | 12) $\frac{x^{-2}z}{y^{-3}c^3}$. |

383°. Запишіть даний вираз так, щоб він не містив степеня з від'ємним показником:



- | | | | |
|------------------------|-------------------------|---------------------------|--|
| 1) $x^{-1}y^{-10}$; | 3) ba^{-4} ; | 5) $\frac{1}{z^{-4}}$; | 7) $\frac{1}{x^{-5}y^{-1}}$; |
| 2) $xy^{-20}z^{-30}$; | 4) $\frac{1}{y^{-1}}$; | 6) $\frac{a^{-3}}{b^9}$; | 8) $\frac{a^9n^{-4}}{m^{-15}c^{-5}}$. |

384°. Запишіть як добуток степенів:

- | | | | |
|------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 1) $\frac{n^2}{m^3}$; | 3) $\frac{b^2}{a^3c^2}$; | 5) $\frac{b^2}{a^3c^2}$; | 7) $\frac{4}{mnp}$; |
| 2) $\frac{y}{x}$; | 4) $\frac{b}{na^5}$; | 6) $\frac{a^5c^3}{bd}$; | 8) $\frac{1}{ac^2b^2}$. |

385°. Запишіть як добуток степенів:

- | | | | | | |
|--------------------|----------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------|----------------------------|
| 1) $\frac{2}{a}$; | 2) $\frac{x}{y^8}$; | 3) $\frac{b^2}{a^{10}}$; | 4) $\frac{n^4}{m^5p^3}$; | 5) $\frac{1}{abc}$; | 6) $\frac{ax^3}{c^2y^4}$. |
|--------------------|----------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------|----------------------------|

386°. Спростіть вираз:



1) $(1-y)^2 \cdot (1-y)^{-2}$;

7) $\frac{m^6}{a^{-8}} : \frac{m^{-2}}{a^3}$;

2) $(a-b)^{-5} \cdot (a-b)^3$;

8) $\frac{4(a+1)^{-18}}{c^9} : \frac{c^{-2}}{(a+1)^{-22}}$;

3) $(x-y)^{-4} \cdot (x-y)^{-6}$;

9) $\frac{(x-y)^{-2}}{y} \cdot \frac{y^{-5}}{(x-y)^7} \cdot \frac{(x-y)^5}{y^{-3}}$.

4) $\frac{(y+4)^{-2}}{(y+4)^3}$;

5) $\frac{(c+1)^{-2}}{(c+1)^{-4}}$;

6) $\frac{x^5 \cdot (x+y)^{-3}}{(x+y)^{-5} \cdot x}$;

qr.orioncentr.com.ua/guhhk

387°. Спростіть вираз:



1) $(m+n)^3 \cdot (m+n)^{-3}$; 5) $(a+b) \cdot \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3} \cdot (a-b)^{-2}$;

2) $(5+a)^{-8} \cdot (5+a)^5$; 6) $\frac{x^{-3}}{(y+1)^0} \cdot \frac{(x+2)^0}{x^{-1}}$;

3) $\frac{(p+m)^{-1}}{(p+m)^2}$; 7) $\frac{(y+5)^{-4}}{y^{10}} \cdot \frac{y^{-15}}{(y+5)^{-8}}$;

4) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{-5}$; 8) $\frac{(n+4m)^{-1}}{p^4} \cdot \frac{p^3}{(n+4m)^0} : \frac{(n+4m)^{-10}}{p}$.

388°. Піднесіть до степеня вираз:

1) $(2x^{-3}y)^{-4}$; 4) $\left(\frac{x^2}{y}\right)^{-5}$; 7) $\left(\frac{a^{-2}}{4b^4}\right)^{-3}$;

2) $(x^{-6}y^{-4})^{-5}$; 5) $\left(\frac{3}{y}\right)^{-3}$; 8) $\left(-\frac{x^{-3}}{2y^{-5}}\right)^2$;

3) $(0,5x^{-12}y^4)^{-1}$; 6) $\left(\frac{a}{b^{-2}}\right)^{-3}$; 9) $\left(-\frac{3a^{-5}}{b^4}\right)^{-1}$.

389°. Піднесіть до степеня вираз:



1) $(0,4x^8y^{-3})^{-1}$; 2) $(m^{-7}n^{-2})^{-3}$; 3) $\left(\frac{a^5}{b^{-2}}\right)^{-1}$; 4) $\left(\frac{2a^{-6}}{b^5}\right)^{-3}$.

390°. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{x}{y}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{-5};$$

$$5) (n+5)^{-7} \cdot \left(\frac{n}{n+5}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^{-7};$$

$$2) \left(\frac{x}{y+2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{y+2}{x}\right)^{-1};$$

$$6) \left(\frac{1}{b+c}\right)^{-1} : \left(\frac{2}{b+c}\right)^{-1};$$

$$3) \left(\frac{a}{a+b}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a+b}{b}\right)^{-3};$$

$$7) \left(\frac{a}{bc}\right)^{-6} : \left(\frac{a^2}{bc}\right)^{-6};$$

$$4) (z-6)^{-8} \cdot \left(\frac{z}{z-6}\right)^{-8};$$

$$8) \frac{n^{-5}}{m^{-5}} : \left(\frac{m^6}{2n^{-4}}\right)^{-5}.$$

391°. Спростіть вираз:



$$1) (a+b)^{-5} \cdot (a-b)^{-5};$$

$$4) \left(\frac{b}{c+a}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2a+2c}{b}\right)^{-3};$$

$$2) \left(\frac{2}{z}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{z}{3}\right)^{-2};$$

$$5) p^{-4} \cdot \left(\frac{p+2}{p}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{p+2}\right)^{-4};$$

$$3) \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-5};$$

$$6) \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-1} : \left(\frac{x^2}{x+1}\right)^{-1}.$$

392°. Спростіть вираз:

$$1) \frac{x}{y} \cdot \left(\frac{2x}{y}\right)^{-1}; \quad 3) \left(\frac{a}{b}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{-2}; \quad 5) \left(\frac{8}{b+1}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{b+1}{2}\right)^{-5};$$

$$2) \frac{p}{n} \cdot \left(\frac{m}{n}\right)^{-2}; \quad 4) \frac{a^{-1}}{c^3} \cdot \left(\frac{2a}{c}\right)^{-2}; \quad 6) \left(\frac{10}{y+x}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{y+x}{2}\right)^{-3}.$$

393°. Спростіть вираз:

$$1) \frac{1}{x} + x^{-1};$$

$$6) a(a+b)^{-1} + b(a+b)^{-1};$$

$$2) \frac{2}{a} + a^{-1};$$

$$7) (1+b)^0 - (1+b)^{-1};$$

$$3) \frac{3}{m^2} + m^{-2};$$

$$8) (a+b)^{-1} + (a+b)^0;$$

$$4) (x+5)^{-1} + \frac{1}{x+5};$$

$$9) (x-2)^{-1} - x(2-x)^{-1};$$

$$5) (a+2)^{-1} - \frac{2}{a+2};$$

$$10) (5+b)^{-1} + (5-b)^{-1}.$$

394°. Спростіть вираз:



1) $\frac{1}{y^2} - y^{-2}$;

4) $\frac{7}{7+n} + n(7+n)^{-1}$;

2) $(a+10)^{-1} + \frac{9}{a+10}$;

5) $(m+n)^{-1} - (m+n)^0$;

3) $a(a+4)^{-1} + 4(a+4)^{-1}$;

6) $(4+x)^{-1} - (4-x)^{-1}$.

395°. Запишіть як квадрат двочлена:



1) $y^{-2} - 4y^{-1} + 4$;

2) $x^{-2} - 2(xy)^{-1} + y^{-2}$;

3) $a^{-4} - 10a^{-2} + 25$;

4) $4m^{-2} - 12m^{-1}n^{-1} + 9n^{-2}$;

5) $a^{-2}c^{-4} - 2a^{-1}c^{-2} + 1$;

6) $9a^{-2}b^{-2} - 6a^{-1}b^{-2}c^{-1} + c^{-2}b^{-2}$.

qr.orioncentr.com.ua/Z6qBv

396°. Розкладіть на множники:

1) $y^{-2} - 4$;

5) $n^{-4} - m^6$;

2) $x^{-2} - y^2$;

6) $a^{-2} - (4+a)^{-2}$;

3) $a^2d^{-2} - b^{-2}$;

7) $(x^{-2} + y^{-2})^2 - (x^{-2} - y^{-2})^2$;

4) $n^{-4} - m^{-4}$;

8) $(2 + m^{-2})^2 - (2 - m^{-2})^2$.

397°. Розкладіть на множники:



1) $x^{-2} - 25$;

4) $x^{-8} - (1 + x^{-4})^2$;

2) $a^{-2} - b^2$;

5) $(n^{-2} - m^{-2})^2 - (m^{-2} + n^{-2})^{-2}$;

3) $n^{-2} - m^{-2}$;

6) $(x^{-2} + 2)^2 - (3x^{-2} - 4)^2$.

398. Запишіть даний вираз так, щоб він не містив степеня з від'ємним показником, та спростіть його:

1) $a + a^{-1}$;

3) $x^{-2} - x^{-3}$;

5) $\frac{1}{1 - m^{-1}}$;

2) $x + x^{-2}$;

4) $y^{-3} + 4y^{-5}$;

6) $\frac{1}{a + a^{-1}}$.

399°. Запишіть даний вираз так, щоб він не містив степеня з від'ємним показником, та спростіть його:



1) $a^{-2} + a$;

2) $2x + x^{-1}$;

3) $4a^{-4} - a^{-2}$;

4) $\frac{1}{a + a^{-2}}$.

400. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{9n^{45}m^{-35}} \cdot \frac{m^{-20}}{n^{-30}}$;

3) $\frac{2b^{-8}}{3a^2} \cdot 0,6b^{-1}a^{-9}$;

2) $5ba^0 \cdot \frac{a^5}{a^{-3}}$;

4) $5xyz \cdot \frac{2x^{-2}}{5 \cdot 6 \cdot -11}$;

$$5) \frac{2x^{-4}}{y^{-2}} \cdot 0,1xy^{-5};$$

$$8) \left((a^{-1} \cdot a)^{-1} \cdot a \right)^{-1} \cdot a;$$

$$6) \left((a^{-2} \cdot a^2)^{-5} \cdot a^2 \right)^{-1};$$

$$9) \left((x^{-9} : x^{-1})^{-1} : x^7 \right) : x^0;$$

$$7) \left((x^0 \cdot x^{-7})^{-5} \cdot x^{-1} \right)^{10};$$

$$10) \left(\left((a^{-3})^{-1} \cdot b^3 \right)^{-4} a^{12} \right)^2 \cdot b^{20}.$$

401. Спростіть вираз:

$$1) \frac{16x^{-5}}{y^{-12}} \cdot \left(\frac{y^{16}}{2x^{-4}z^9} \right)^5;$$

$$4) \left(\frac{2x^{-2}}{5y^6z^{11}} \right)^{-2} : \left(\frac{0,2x^{-2}}{y^{-5}z^0} \right)^{-3};$$

$$2) \left(\frac{x^{-1}}{y^{-4}z^7} \right)^{-5} : \left(\frac{x}{y^{10}z^{-20}} \right)^3;$$

$$5) \left(\frac{x^{-15}}{6y^6} \right)^{-2} : \left(\frac{x^{-20}}{3y^9} \right)^{-2};$$

$$3) \left(\frac{2x^3}{y^4z^{-5}} \right)^2 \cdot \left(\frac{x^8}{0,25y^{-9}} \right)^{-2};$$

$$6) \left(\frac{1\frac{2}{3}a^{-2}}{b^6} \right)^{-1} : \left(\frac{0,6a^{-8}}{b^{-3}} \right)^2.$$

402. Спростіть вираз:



$$1) \frac{27a^{-7}}{c^5} \cdot \left(\frac{9a^{-10}}{c^3} \right)^{-1};$$

$$3) \left(\frac{a^7}{2m^{-1}n^{-2}} \right)^{-6} : \left(\frac{0,5n^5}{m^{-3}p} \right)^{-2};$$

$$2) \left(\frac{a^3}{2c^4b^{-8}} \right)^4 : \left(\frac{a^{-6}}{0,5c^{-15}} \right)^{-2};$$

$$4) \left(\frac{4x^{-7}}{7y^{-9}z^2} \right)^{-10} \cdot \left(\frac{3\frac{1}{16}x}{y^{-1}z} \right)^{-5}.$$

403. Спростіть вираз:

$$1) \frac{a^2}{a+b} - b^2(a+b)^{-1};$$

$$7) (1+b)^{-1} - (1+b)^{-2};$$

$$2) \frac{1}{x+y} - x(x+y)^{-2};$$

$$8) (m+n)^{-1} - (m+n)^{-2};$$

$$3) \frac{2m^3}{m+1} - 2m^3(1-m^2)^{-1};$$

$$9) mn(m^2-1)^{-1} - \left(\frac{m-1}{n} \right)^{-1};$$

$$4) 4(a-2)^{-1} - \frac{a^2}{a-2};$$

$$10) 1 - (1+x^{-1})^{-1};$$

$$5) (x-5)^{-1} + x(x-5)^{-1} - \frac{6}{x+5};$$

$$11) \left(1 + (1+a^{-1})^{-1} \right)^{-1};$$

404. Спростіть вираз:

$$1) \frac{a^2}{a+3} - 9(a+3)^{-1};$$

$$3) \frac{x^3}{x+y} - (x^3 - y)(x+y)^{-1};$$

$$2) \frac{p}{m-p} - m(m-p)^{-1};$$

$$4) \frac{1}{m-p} + p(m-p)^{-2}.$$

405. Винесіть за дужки y^{-2} :



$$1) y^{-8} + y^{-4};$$

$$4) 2y + 4y^{-1};$$

$$7) 2y^{-3} + 4x^{-2};$$

$$2) y^{-10} - y^2;$$

$$5) y^{-2} - y^2 + y^{-3};$$

$$8) y^2 x^{-2} - 5;$$

$$3) y^4 + 8y^{-4};$$

$$6) xy^{-9} + 9y^{-2};$$

$$9) xy^{-1} - \frac{6}{y^3} + y^6 + 3.$$

406. Винесіть за дужки a^{-4} :

$$1) a^{-12} + a^{-10};$$

$$3) a^{-4} - a^4 + a^{-6};$$

$$5) 3a^{-1} + \frac{5}{a^5};$$

$$2) a^{-7} - a^3;$$

$$4) 7a^{-14} + 6;$$

$$6) 4 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^{-3}}.$$

407. Дано вираз: $x^{-4} + x^{-3} + x^{-2} + x^{-1} + 1$. Винесіть за дужки:

$$1) x; \quad 2) x^6; \quad 3) x^{-1}; \quad 4) x^{-4}; \quad 5) x^{-5}; \quad 6) x^{-10}.$$

408. Дано вираз: $a^4 + a^3 + a^{-3} + a^{-4}$. Винесіть за дужки:

$$1) a; \quad 2) a^3; \quad 3) a^{-1}; \quad 4) a^{-5}.$$

409. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{b^{-3} - 1}{b + 1} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2b + 2}{b^{-2} + b^{-1} + 1} \right)^{-2};$$

$$4) \frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} - y^{-1}} - \frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{-1} + y^{-1}};$$

$$2) \left(a \left(\frac{a}{b} \right)^{-2} \right)^{-1} : \left(\left(\frac{a}{b} \right)^{-1} b \right)^2;$$

$$5) \frac{n^1 + n^2 + n^3 + n^4}{n^{-1} + n^{-2} + n^{-3} + n^{-4}};$$

$$3) \left(\left(\frac{n}{m} \right)^{-2} - \left(\frac{m}{n} \right)^{-2} \right) \cdot (mn)^2;$$

$$6) \frac{xy^{-9} + x^{-9}y}{x^{-2}y^8 + x^8y^{-2}}.$$

410. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{m^2}{m^2 - 1} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{m + 1}{m} \right)^{-1};$$

$$3) \frac{x^{-1} + x^{-2} + x^{-3}}{x + x^2 + x^3};$$

$$2) \left(\frac{n}{m} \right)^{-1} - \left(\frac{m}{n} \right)^{-1};$$

$$4) \frac{mn^{-6} + m^{-2}}{m^3 n^{-8} + n^{-2}}.$$

411. Обчисліть $a^2 + a^{-2}$, якщо:

$$1) a + a^{-1} = 5; \quad 2) a - a^{-1} = 1; \quad 3) a + \frac{1}{a} = 2; \quad 4) \frac{1 + a^2}{a} = 8.$$

412. Обчисліть $x^2 + x^{-2}$, якщо:



1) $x + x^{-1} = 3$; 2) $x - \frac{1}{x} = 9$.

413. Знайдіть $\frac{x}{y}$, якщо: 1) $\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} - y^{-1}} = 2$; 2) $\frac{2x^{-1} - y^{-1}}{x^{-1} + 2y^{-1}} = 5$.

414. Знайдіть $\frac{m}{n}$, якщо:

1) $\frac{n^{-1} + m^{-1}}{n^{-1} - m^{-1}} = 3$; 2) $\frac{m^{-1} - 4n^{-1}}{3n^{-1} + m^{-1}} = 5$.

415*. Знайдіть $\left(\frac{x}{y}\right)^2$, якщо:

1) $\frac{4x^{-2} + y^{-2}}{x^{-2} + 5y^{-2}} = 1$; 2) $x^{-2} + y^{-2} = \frac{2}{x^2} - \frac{3}{y^2}$.

416*. Обчисліть $\frac{ab}{4a^2 - 3b^2}$, якщо $a^{-1}b = 5$.

417*. Спростіть вираз:

1) $\frac{(1+x)^{-1}}{x+2} + \frac{(2+x)^{-1}}{x+3} + \frac{(3+x)^{-1}}{x+4}$;

2) $\left(\frac{a^{-1} + b^{-1}}{a^{-1} - b^{-1}} - \frac{a^{-1} - b^{-1}}{a^{-1} + b^{-1}}\right) : \left((a^2 + b^2)(a^2 - b^2)^{-1} - (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)^{-1}\right)$;

3) $\frac{(ab^{-1} + 1)^2}{ab^{-1} - a^{-1}b} \cdot \frac{a^3b^{-3} - 1}{a^2b^{-2} + ab^{-1} + 1} : \frac{a^2b^{-2} + 1}{ab^{-1} + a^{-1}b}$.

Проявіть компетентність

418. У таблиці 17 показано, як Сашко і Наталка спрощували вирази. Хто з них правильно виконав дії?

Таблиця 17

Сашко	Наталка
$(a - a^{-2})^{-1} =$ $\frac{1}{a - a^{-2}} = \frac{1}{a - \frac{1}{a^2}} = \frac{a^2}{a^3 - 1}$	$(a - a^{-2})^{-1} = a^{-1} - a^2 =$ $\frac{1}{a} - a^2 = \frac{1 - a^3}{a}$

§ 11. ФУНКЦІЯ $y = \frac{k}{x}$

1. Особливості задання

функції $y = \frac{k}{x}$



qr.orioncentr.com.ua/iHtMN

Ситуація. Максим вирішив визначити час, який потрібно, щоб дістатися з Полтави до Черкас залежно від швидкості руху. За складеним маршрутом відстань між містами дорівнювала 260 км. Позначивши

швидкість руху автомобіля через x км/год, він склав формулу: $t = \frac{260}{x}$.



Як змінювався час залежно від відстані?

Обернено пропорційно.



Запам'ятайте!

Функція, яку можна задати формулою виду $y = \frac{k}{x}$, де x — аргумент, k — деяке число, відмінне від нуля, називається *оберненою пропорційністю*.



Чому функція $y = \frac{k}{x}$ при $k = 0$ не є оберненою пропорційністю?

Поміркуємо.



Якщо $k = 0$ і $x \neq 0$, то $\frac{k}{x} = \frac{0}{x} = 0$, тоді формула, що задає функцію, набуває вигляду: $y = 0$. Така функція є лінійною.

2. Область визначення та область значень функції $y = \frac{k}{x}$



Чи для всіх значень x обернена пропорційність має зміст?

Ні.



Функцію $y = \frac{k}{x}$ задає вираз $\frac{k}{x}$, який втрачає зміст, якщо $x = 0$. Тому область визначення функції $y = \frac{k}{x}$ містить усі числа, крім нуля.



Коротко записуємо: $D(y): x$ — будь-яке число, крім нуля, або $x \neq 0$.



Чи може значення функції $y = \frac{k}{x}$ дорівнювати нулю?

Ні, оскільки $k \neq 0$ за означенням.



Формулу $y = \frac{k}{x}$ перепишемо у вигляді $x = \frac{k}{y}$. Вираз $\frac{k}{y}$ втрачає зміст, якщо $y = 0$.

Отже, область значень функції $y = \frac{k}{x}$ містить усі числа, крім нуля.



Коротко записуємо: $E(y): y$ — будь-яке число, крім нуля, або $y \neq 0$.



В оберненої пропорційності:

- область визначення — будь-яке число, крім нуля;
- область значень — будь-яке число, крім нуля.

3. Графік функції $y = \frac{k}{x}$

На малюнку 6 зображено графік функції $y = \frac{k}{x}$, у якої $k > 0$ ($k = 3$). Його побудовано за допомогою комп'ютерної програми. Одержану лінію називають *гіперболою*. Гіпербола

складається з двох *віток*. Як бачимо на малюнку, кожна вітка цієї гіперболи нескінченно наближається до осей координат.



Графік функції $y = \frac{k}{x}$ – гіпербола.



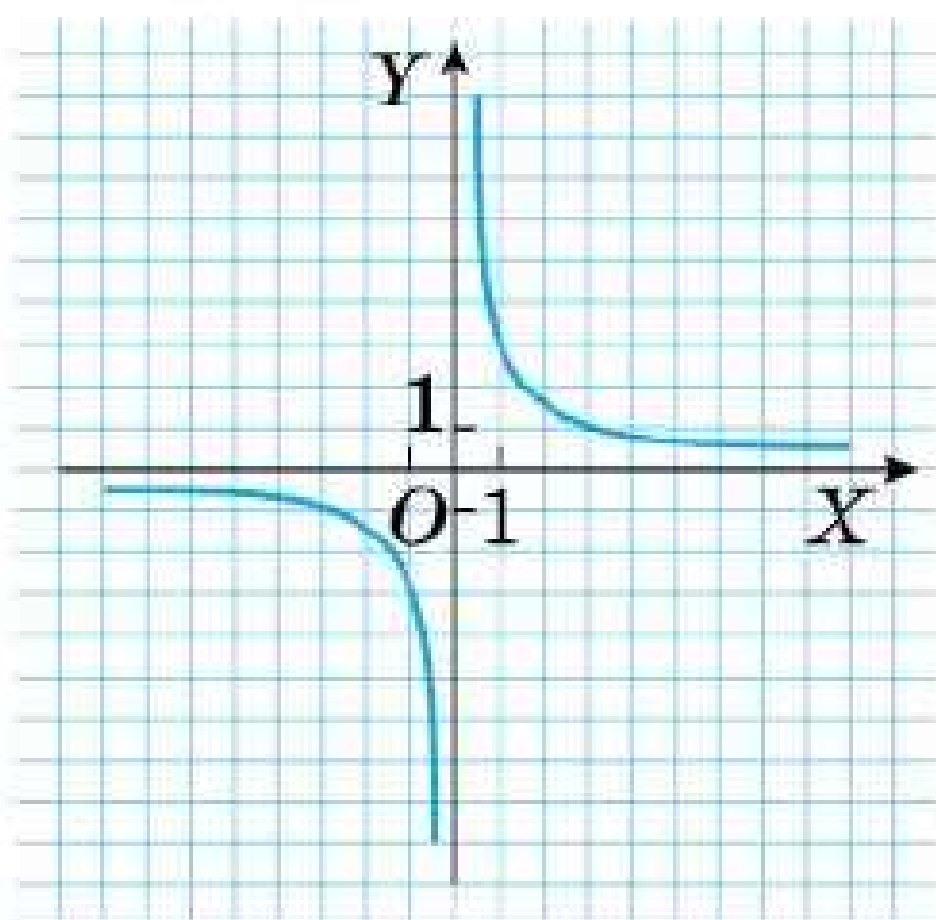
Чи перетинають вітки гіперболи осі координат?

Ні.



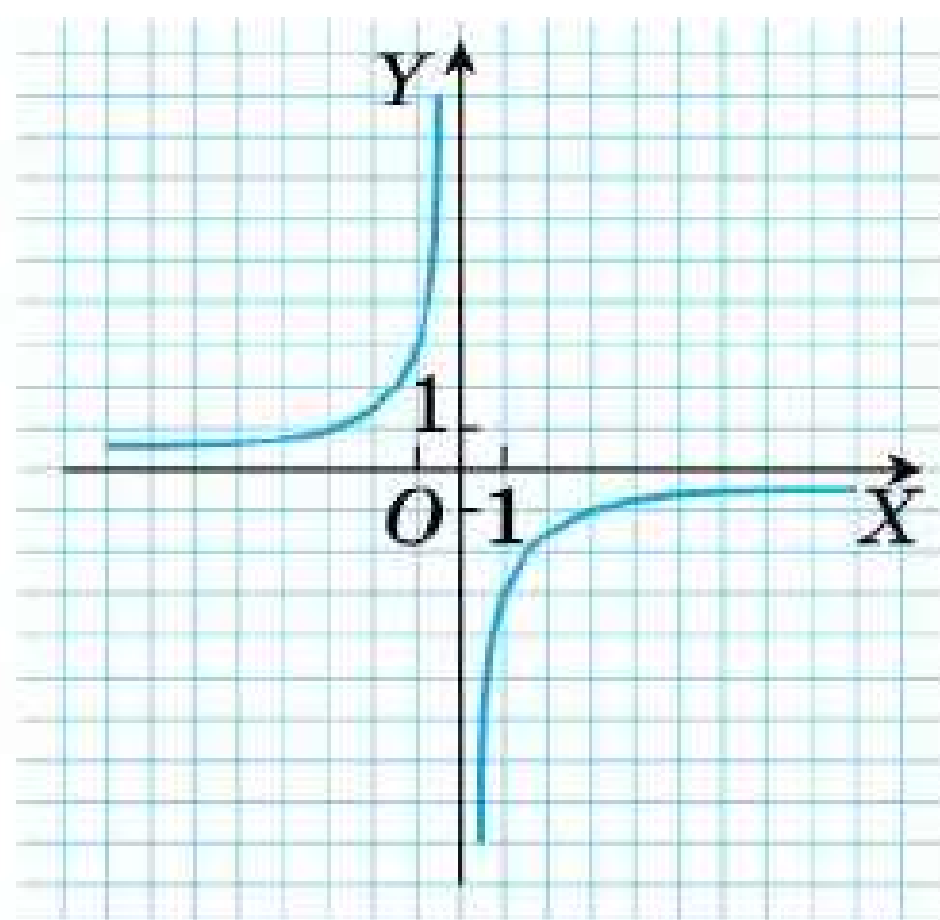
Справді, з попередніх міркувань випливає, що точки з абсцисами $x = 0$ і точки з ординатами $y = 0$ не належать графіку функції $y = \frac{k}{x}$.

Якщо $k > 0$ (мал. 6), то для додатних значень аргументу значення функції також додатні (ця вітка розміщена в I координатній чверті), а для від'ємних значень аргументу значення функції від'ємні (ця вітка розміщена в III координатній чверті).



$k > 0$

Мал. 6



$k < 0$

Мал. 7

На малюнку 7 ви бачите графік функції $y = \frac{k}{x}$, у якої $k < 0$ ($k = -3$). Кожна вітка цієї гіперболи також нескінченно наближається до осей координат, але не перетинає їх. Графік цієї функції розміщений у II і IV координатних чвертях.



Кожна вітка гіперболи не перетинає осі координат.

Задача 1 Чи проходить графік функції $y = -\frac{9}{x}$ через точку:

1) $A(1; 9)$; 2) $B(2; -4,5)$?

Розв'язання

1. Для точки $A(1; 9)$ маємо: $9 \neq -\frac{9}{1}$. Отже, графік функції $y = -\frac{9}{x}$ **не проходить** через точку A .

2. Для точки $B(2; -4,5)$ маємо: $-4,5 = -\frac{9}{2}$, тобто $-4,5 = -4,5$. Отже, графік функції $y = -\frac{9}{x}$ **проходить** через точку B .

 Щоб перевірити, чи проходить графік функції $y = \frac{k}{x}$ через задану точку, потрібно перевірити, чи задовольняють координати цієї точки формулу $y = \frac{k}{x}$.

4. Властивості функції $y = \frac{k}{x}$

Виокремимо властивості функції $y = \frac{k}{x}$, спираючись на її графік. Розглянемо два випадки: $k > 0$ і $k < 0$.



qr.orioncentr.com.ua/5sOwN

$k > 0$ (мал. 6)

1. $D(y)$: x — будь-яке число, крім нуля, або $x \neq 0$.
2. $E(y)$: y — будь-яке число, крім нуля, або $y \neq 0$.
3. Точок перетину з осями координат немає.
4. Функція набуває: додатних значень, якщо $x > 0$; від'ємних значень, якщо $x < 0$.
5. Функція спадає як для додатних значень x , так і для від'ємних.

$k < 0$ (мал. 7)

1. $D(y)$: x — будь-яке число, крім нуля, або $x \neq 0$.
2. $E(y)$: y — будь-яке число, крім нуля, або $y \neq 0$.
3. Точок перетину з осями координат немає.
4. Функція набуває: додатних значень, якщо $x < 0$; від'ємних значень, якщо $x > 0$.
5. Функція зростає як для додатних значень x , так і для від'ємних.

5. Побудова графіка функції $y = \frac{k}{x}$



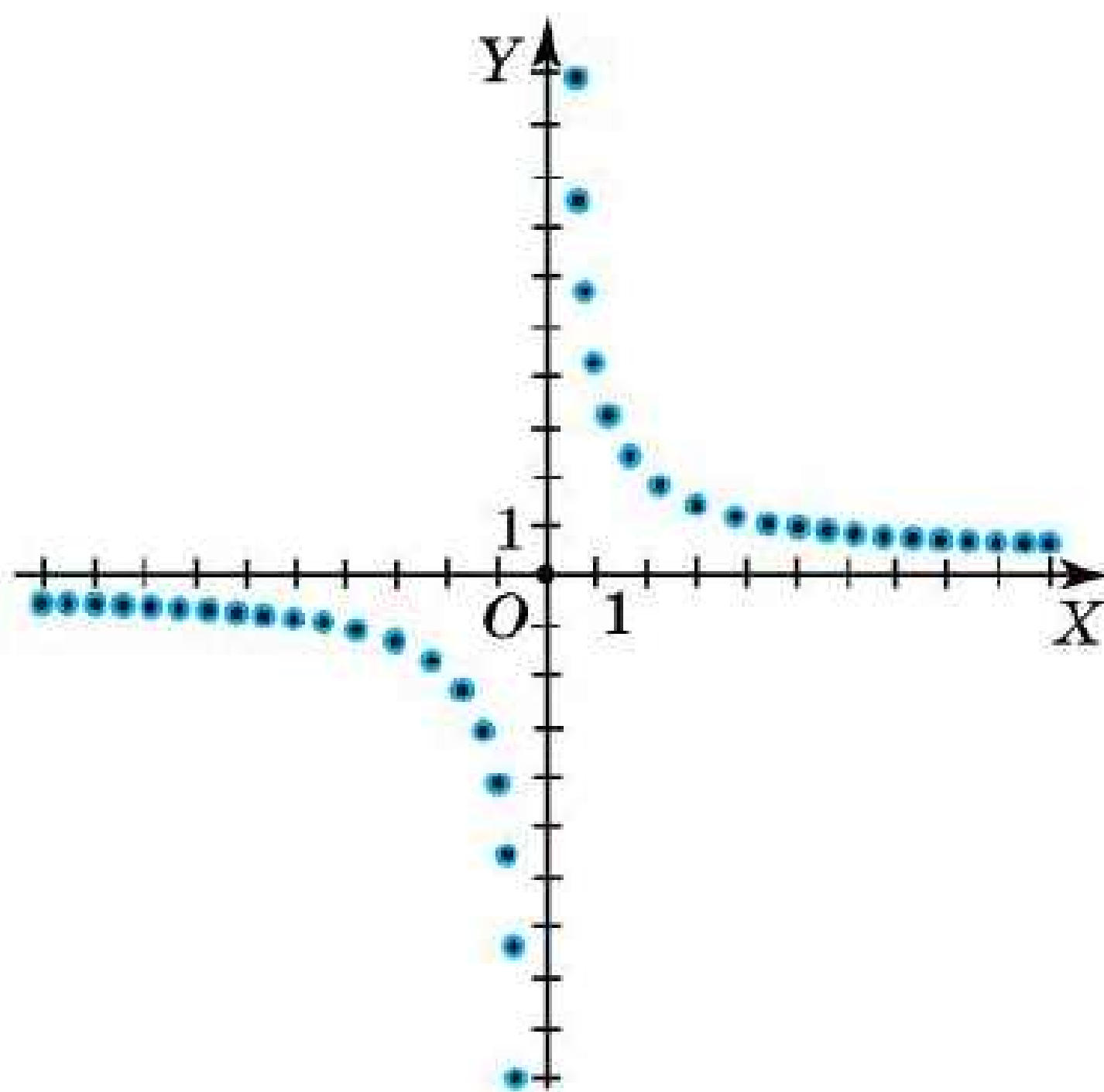
Чи можна побудувати графік функції $y = \frac{k}{x}$ без комп'ютерної підтримки?

Так.



Ви знаєте, щоб побудувати графік лінійної функції — пряму, достатньо знайти координати двох її точок.

На відміну від прямої для побудови графіка функції $y = \frac{k}{x}$ доцільно знайти координати більш ніж двох її точок. Що більше точок гіперболи позначити в системі координат (мал. 8), то точніше зможемо побудувати лінію.



Мал. 8



На практиці знаходимо кілька точок (зазвичай надаючи аргументу цілих значень, які є дільниками числа k) та з'єднуємо їх плавною лінією, спираючись на властивості функції.

Задача 2

Побудуйте графік функції $y = \frac{8}{x}$.

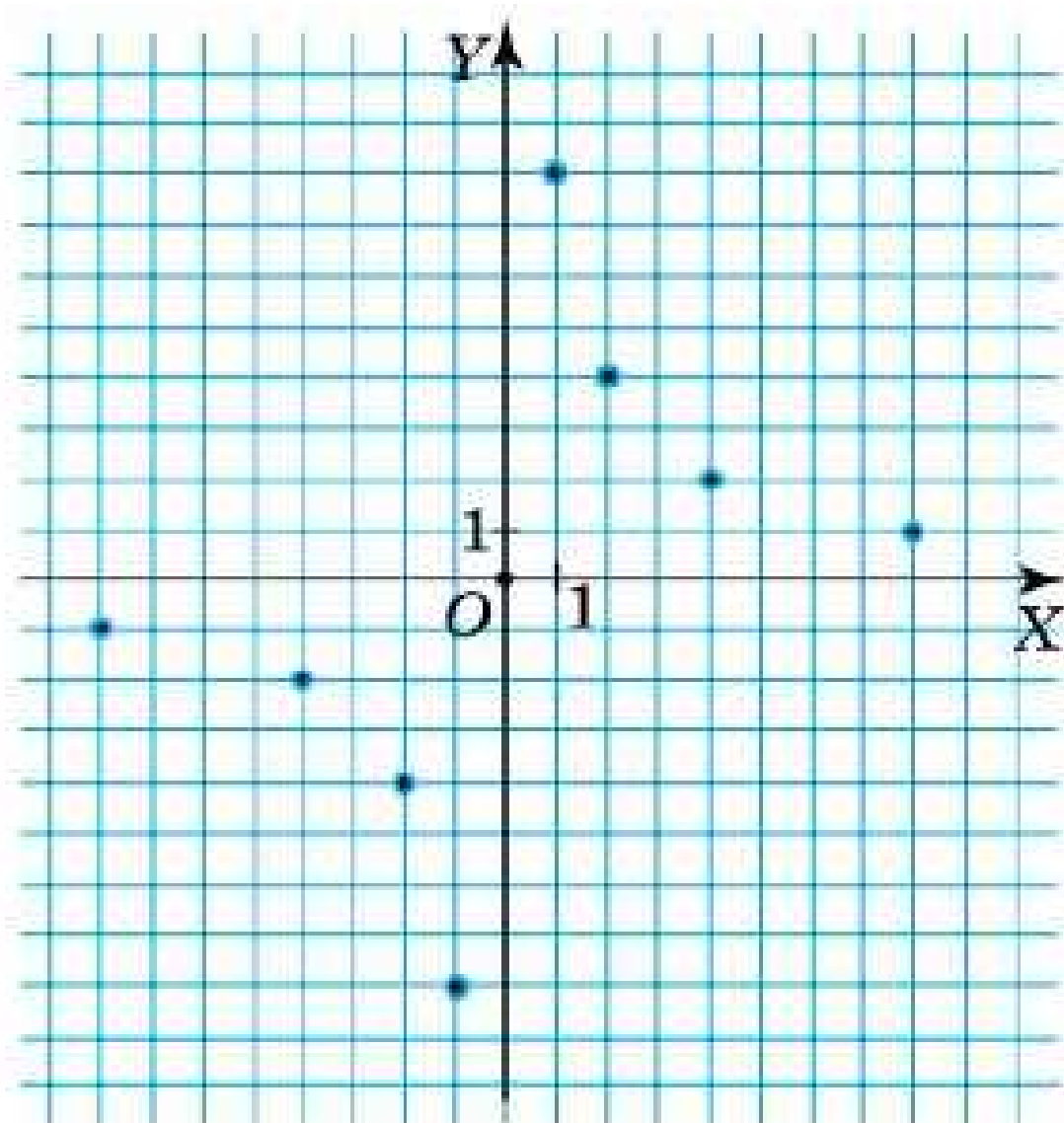
Розв'язання

Спочатку заповнимо таблицю значень даної функції (табл. 18).

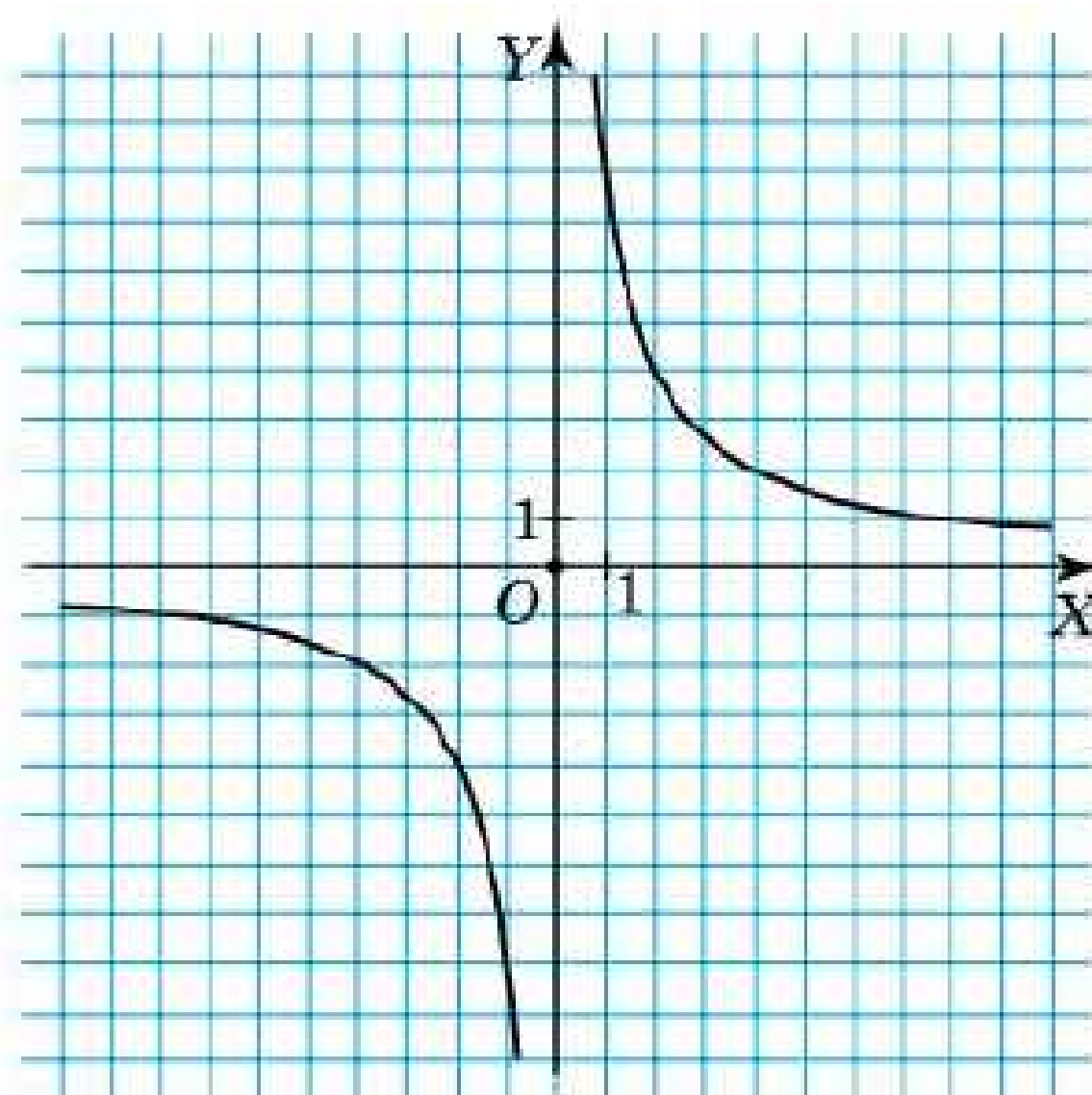
Таблиця 18

x	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
$y(x)$	-1	-2	-4	-8	8	4	2	1

На координатній площині позначимо точки з координатами $(-8; -1)$, $(-4; -2)$, $(-2; -4)$, $(-1; -8)$, $(1; 8)$, $(2; 4)$, $(4; 2)$, $(8; 1)$ (мал. 9). З'єднаємо їх плавною лінією. Одержимо графік функції $y = \frac{8}{x}$ (мал. 10).



Мал. 9



Мал. 10

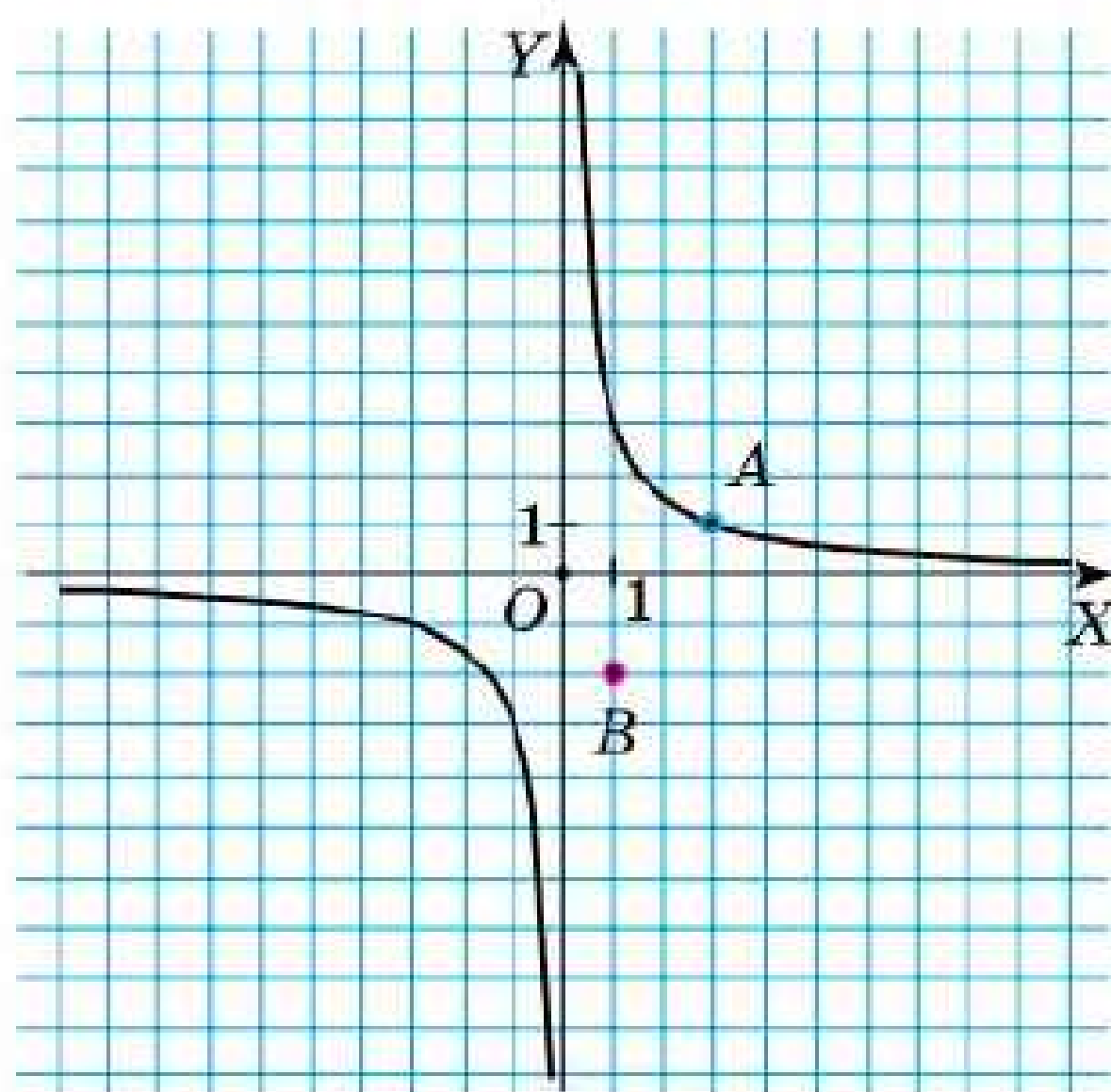


Як можна графічно з'ясувати, що деяка точка належить графіку функції?

Поміркуємо.



Для цього потрібно дану точку позначити в системі координат. Наприклад, на малюнку 11 ви бачите, що точка $A(3; 1)$ належить графіку функції $y = \frac{3}{x}$, а точка $B(1; -2)$ не належить йому.



Мал. 11

Задача 3 Розв'яжіть графічно рівняння $x = \frac{1}{x}$.

Розв'язання Будуємо прямокутну систему координат (мал. 12).

Будуємо графік функції $y = x$:

У тій самій системі координат будуємо графік функції

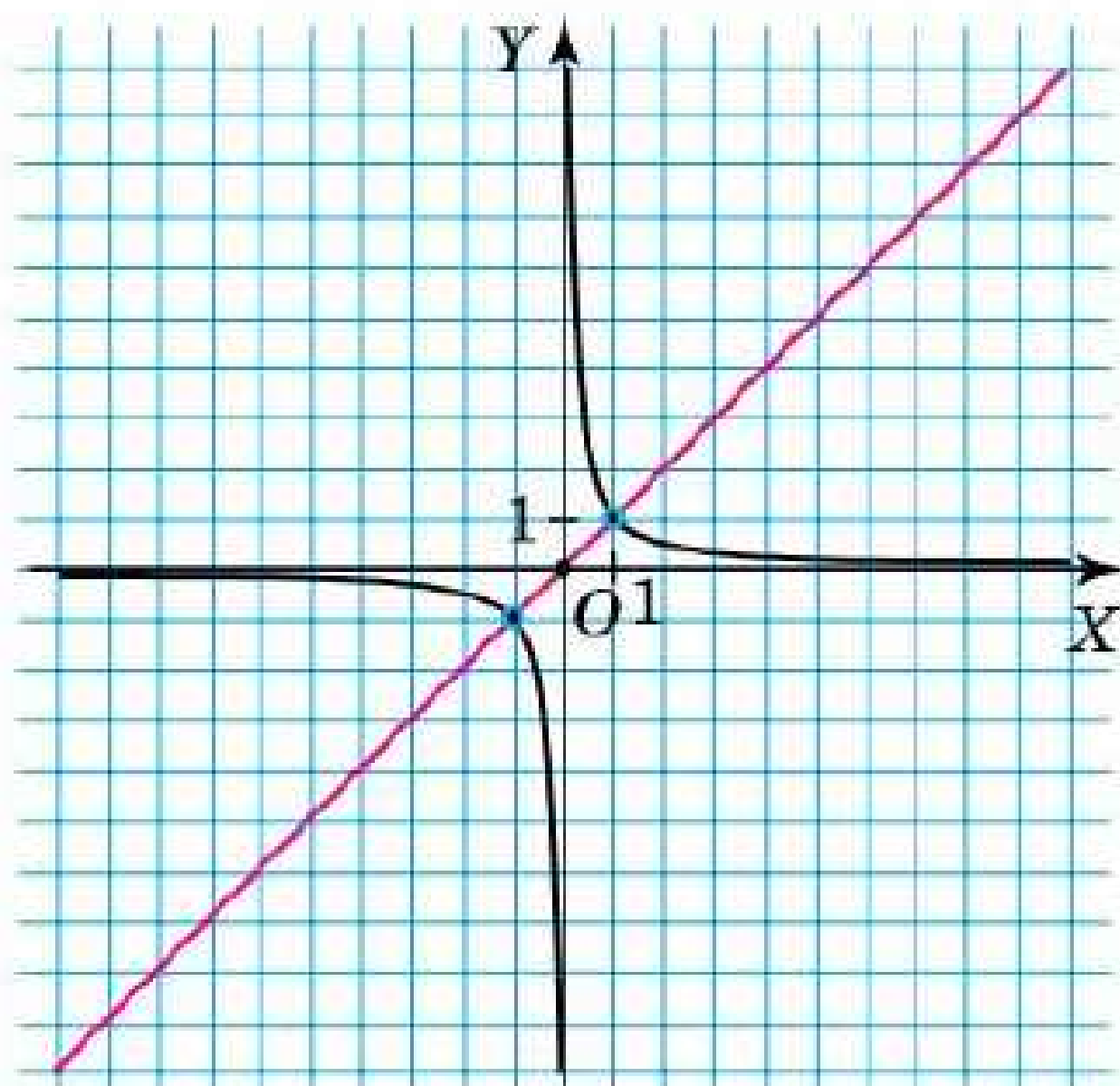
$$y = \frac{1}{x};$$

Знаходимо **абсциси** точок перетину графіків:

Це пряма, що проходить через точки $(1; 1)$, $(0; 0)$.

Це гіпербола, що проходить через точки $(-1; -1)$, $(-2; -0,5)$, $(2; 0,5)$, $(1; 1)$.

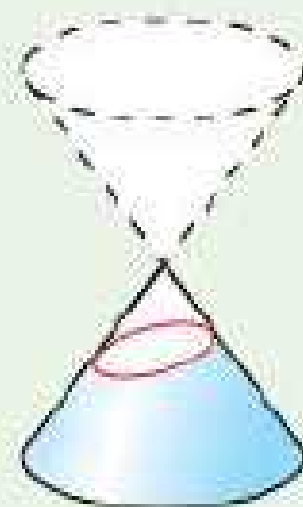
Пряма й гіпербола перетинаються в точках з **абсцисами 1 і -1**.



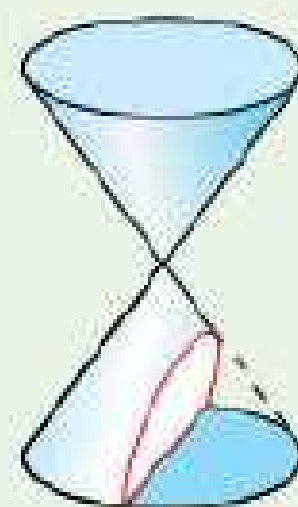
Мал. 12

Дізнайтеся більше

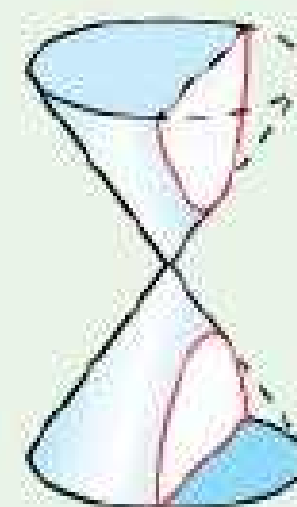
Вченням про гіперболу займалися ще давньогрецькі математики. Найбільш відомою працею про гіперболу була праця Аполлонія (3–2 ст. до н. е.) «Конічні перерізи». Гіперболу, як і еліпс та параболу, він одержував як переріз конічної поверхні площинами (мал. 13). Тому ці лінії називають конічними перерізами.



Еліпс



Парабола



Гіпербола

Мал. 13

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/THJM3

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
гіпербола	hyperbole	Hyperbel (m)	hyperbole

Пригадайте головне

- Чому у функції $y = \frac{k}{x}$ коефіцієнт k не дорівнює нулю?
- Яка область визначення функції $y = \frac{k}{x}$?
- Яка область значень функції $y = \frac{k}{x}$?
- Що є графіком функції $y = \frac{k}{x}$?
- У яких чвертях лежить гіпербола, якщо $k > 0$ ($k < 0$)?
- За яких значень аргументу значення функції $y = \frac{k}{x}$ — додатні; від'ємні?
- За яких значень k функція $y = \frac{k}{x}$ зростає/спадає, якщо $x < 0$?

Усне тренування

1. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x - 10)(x + 10) = 0$;

4) $x^2 - 5x = 0$;

2) $(x - 1)(x + 2) = 0$;

5) $x^2 + 6x = 0$;

3) $(x - 3)(x + 4)(x - 5)(x + 6) = 0$;

6) $2x^2 - 6x = 0$.

2. Обчисліть:

1) $\frac{8}{3} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{15}{18}$;

3) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{5}{10}$;

2) $\frac{12}{77} \cdot \frac{55}{45} \cdot \frac{21}{16}$;

4) $\frac{12}{35} \cdot \frac{9}{36} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{21}{18} \cdot \frac{25}{3}$.

Розв'яжіть задачі

419'. Яке із тверджень є правильним:

1) область визначення функції $y = \frac{k}{x}$ — усі числа;2) область визначення функції $y = \frac{k}{x}$ — усі додатні числа;3) область визначення функції $y = \frac{k}{x}$ — усі числа, крім нуля;

4) гіпербола не перетинає осей координат;

5) гіпербола перетинає вісь абсцис у двох точках;

6) гіпербола $y = \frac{10}{x}$ розміщена в I і II координатних чвертях?

420'. Яке із тверджень є правильним:

1) функція $y = \frac{6}{x}$ набуває додатних значень, якщо $x > 0$, і від'ємних значень, якщо $x < 0$;2) функція $y = -\frac{4}{x}$ набуває додатних значень, якщо $x > 0$, і від'ємних значень, якщо $x < 0$;3) функція $y = \frac{6}{x}$ спадає для $x > 0$ і зростає для $x < 0$;4) функція $y = -\frac{4}{x}$ зростає і для $x > 0$, і для $x < 0$?

421°. Яка з даних функцій є оберненою пропорційністю:

1) $y = 9 + 2x$; 3) $y = \frac{x}{5}$; 5) $y = x$; 7) $y = 4x$;

2) $y = \frac{1}{x}$; 4) $y = \frac{1}{x^2}$; 6) $y = \frac{-3}{x}$; 8) $y = \frac{10}{x}$?

422°. Яка з даних функцій є оберненою пропорційністю:

1) $y = 3x$; 2) $y = \frac{x}{3}$; 3) $y = \frac{3}{x}$?

423°. Назвіть коефіцієнт k функції $y = \frac{k}{x}$, якщо:

1) $y = \frac{1}{x}$; 3) $y = \frac{4}{x}$; 5) $y = -\frac{12}{x}$; 7) $y = \frac{28}{x}$;

2) $y = -\frac{4}{x}$; 4) $y = \frac{10}{x}$; 6) $y = \frac{-25}{x}$; 8) $y = \frac{100}{x}$.

424°. Назвіть коефіцієнт k функції $y = \frac{k}{x}$, якщо:

1) $y = \frac{3}{x}$; 2) $y = -\frac{3}{x}$.

425°. Яка область визначення та область значень функції:

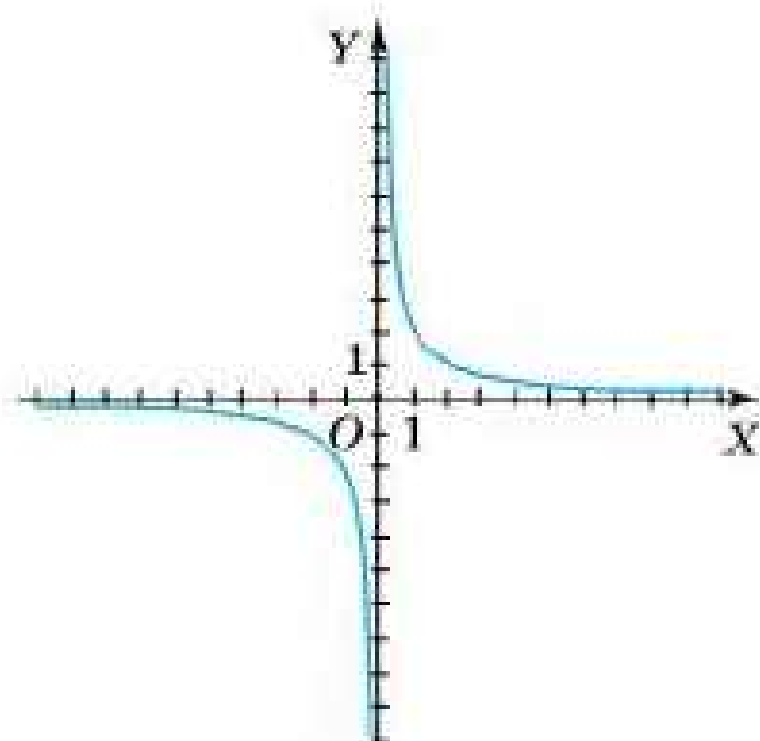
1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = \frac{10}{x}$; 3) $y = -\frac{16}{x}$; 4) $y = -\frac{1}{x}$?

426°. Яка область визначення та область значень функції:

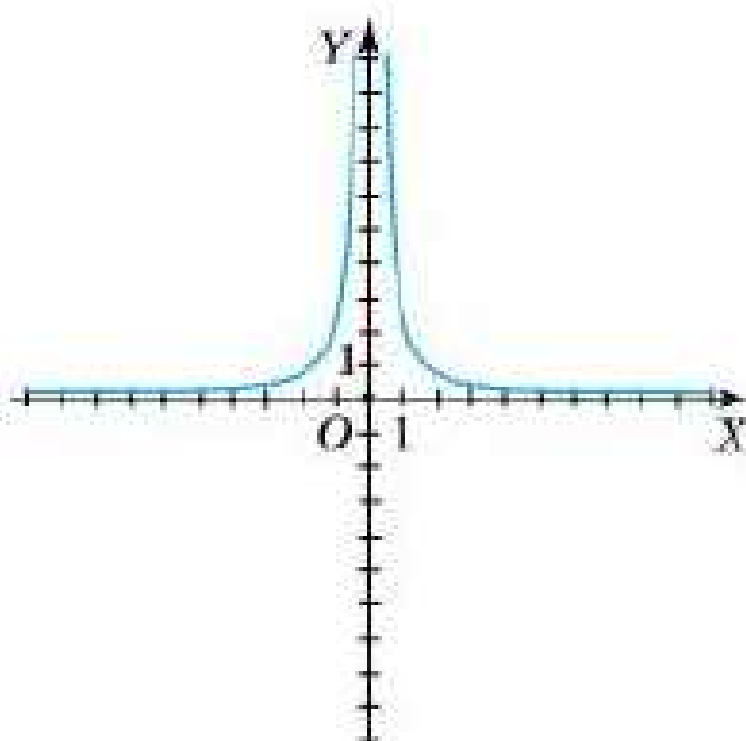


1) $y = \frac{3}{x}$; 2) $y = -\frac{3}{x}$?

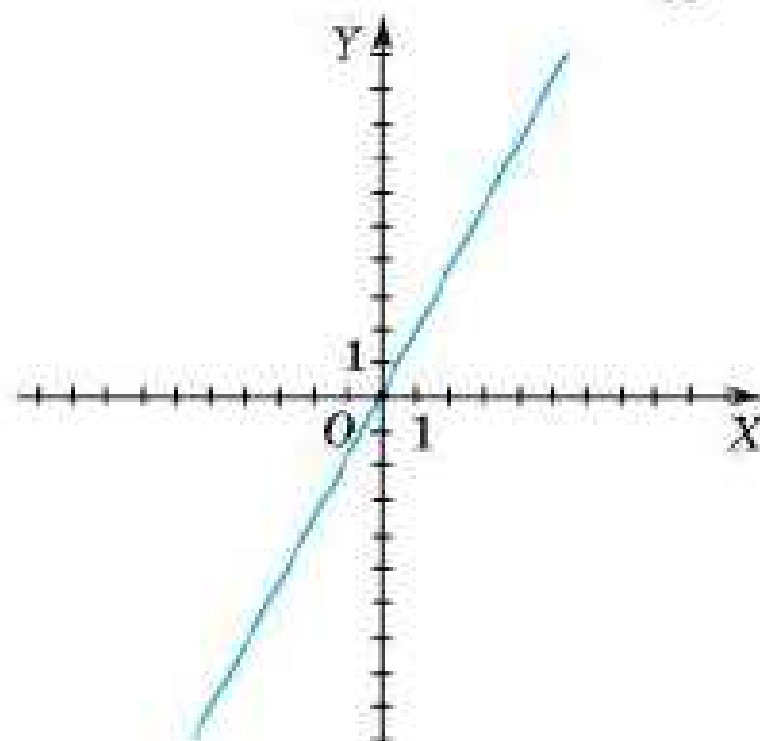
427°. Який із графіків (мал. 14–16) є графіком функції $y = \frac{k}{x}$?



Мал. 14



Мал. 15



Мал. 16

428°. Чи правильно, що графік функції $y = \frac{4}{x}$ проходить

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1) $A(2; 2);$ | 4) $D(0; 4);$ | 7) $P(0; 0);$ |
| 2) $B(-2; -2);$ | 5) $M(4; 2);$ | 8) $R(-1; 4);$ |
| 3) $C(4; 4);$ | 6) $N(-8; -2);$ | 9) $S(8; 0,5)?$ |

429°. Чи належить графіку функції $y = \frac{10}{x}$ точка:

- | | | |
|-----------------|------------------|-------------------|
| 1) $A(1; -10);$ | 3) $C(0; 0);$ | 5) $M(10; 1);$ |
| 2) $B(2; 5);$ | 4) $D(-1; -10);$ | 6) $N(-10; -10)?$ |

430°. Чи належить графіку функції $y = \frac{12}{x}$ точка:



- 1) $K(-1; 12);$ 2) $L(1; 12);$ 3) $M(2; 6);$ 4) $N(-4; -8)?$

431°. Яка з точок $M(-2; 1), N(1; 2), P(2; -1), R(-2; 0)$ належить графіку функції $y = -\frac{2}{x}$?

432°. Назвіть координати будь-яких трьох точок, що належать гіперболі:

- | | | | |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1) $y = \frac{5}{x};$ | 3) $y = \frac{18}{x};$ | 5) $y = \frac{25}{x};$ | 7) $y = -\frac{10}{x};$ |
| 2) $y = -\frac{9}{x};$ | 4) $y = -\frac{20}{x};$ | 6) $y = -\frac{25}{x};$ | 8) $y = -\frac{14}{x}.$ |

433°. Назвіть координати будь-яких трьох точок, що належать гіперболі:

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) $y = \frac{15}{x};$ | 2) $y = -\frac{30}{x}.$ |
|------------------------|-------------------------|

434°. Знайдіть значення k , якщо графік функції $y = \frac{k}{x}$ про-



ходить через точку:

- | | |
|-----------------|------------------|
| 1) $A(1; -10);$ | 6) $P(5; -10);$ |
| 2) $B(2; 8);$ | 7) $H(-12; -3);$ |
| 3) $C(-9; -3);$ | 8) $R(-6; 3).$ |
| 4) $M(-2; 1);$ | |
| 5) $N(9; 1);$ | |



qr.orioncentr.com.ua/lbHlK

435°. Знайдіть значення k , якщо графік функції $y = \frac{k}{x}$ про-



ходить через точку:

- | | |
|----------------|-----------------|
| 1) $A(-1; 1);$ | 3) $C(-4; -5);$ |
| 2) $B(3; 7);$ | 4) $D(7; 2).$ |

436°. У яких координатних чвертях лежить графік функції

$$y = \frac{k}{x}, \text{ якщо:}$$

- 1) $k = 2$; 3) $k = 15$; 5) $k = 0,9$; 7) $k = -42$;
2) $k = -7$; 4) $k = -11$; 6) $k = 1,6$; 8) $k = -0,25$?

437°. У яких координатних чвертях лежить графік функції



$$y = \frac{k}{x}, \text{ якщо:}$$

- 1) $k = 1$; 3) $k = 25$; 5) $k = -2,6$;
2) $k = -9$; 4) $k = -18$; 6) $k = 6,5$?

438°. Функцію задано форму-



$$\text{лою } y = \frac{6}{x}. \text{ Накресліть у зо-}$$

шиті таблицю 19 і запов-
ніть її.



qr.orioncentr.com.ua/YthMV

Таблиця 19

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y								

439°. Функцію задано формулою $y = \frac{4}{x}$. Накресліть у зошиті



таблицю 20 і заповніть її.

Таблиця 20

x	-4	-2	-1	1	2	4
y						

440°. Функцію задано формулою $y = -\frac{6}{x}$. Накресліть у зо-
шиті таблицю 21 і заповніть її.

Таблиця 21

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y								

441°. Функцію задано формулою $y = -\frac{4}{x}$. Накресліть у зо-
шиті таблицю 22 і заповніть її.

Таблиця 22

x	-4	-2	-1	1	2	4
y						

442°. Побудуйте графік функції:

1) $y = \frac{2}{x}$; 2) $y = -\frac{2}{x}$; 3) $y = \frac{12}{x}$; 4) $y = -\frac{5}{x}$.

443°. Побудуйте графік функції:

1) $y = -\frac{9}{x}$; 2) $y = \frac{9}{x}$; 3) $y = \frac{10}{x}$.

444. Якщо точка $(x; y)$ належить графіку функції $y = \frac{k}{x}$, то й точка $(-x; -y)$ належить графіку функції $y = \frac{k}{x}$.
Доведіть.

445. Який коефіцієнт k функції $y = \frac{k}{x}$:

1) $y = \frac{1}{5x}$; 3) $y = \frac{4}{9x}$; 5) $y = -\frac{1}{0,2x}$; 7) $2xy = 14$;
2) $y = -\frac{1}{7x}$; 4) $y = \frac{5}{6x}$; 6) $xy = -8$; 8) $4xy = -24$?

446. Знайдіть значення k , якщо графік функції $y = \frac{k}{x}$ проходить через точку:

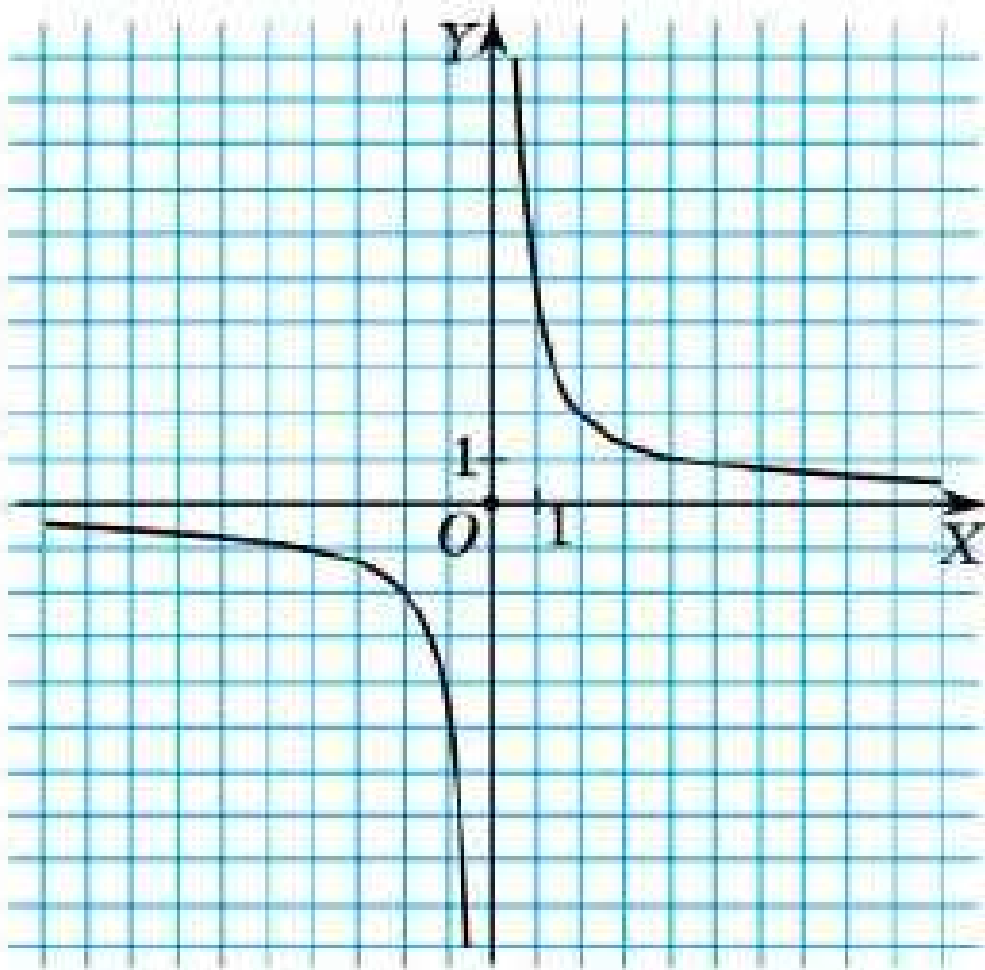
1) $A(0,5; -10)$; 5) $M\left(-\frac{2}{5}; -15\right)$;
2) $B(0,1; 100)$; 6) $N\left(\frac{3}{4}; -1\frac{1}{2}\right)$;
3) $C(-6; 0,05)$; 7) $P\left(2\frac{1}{7}; 35\right)$;
4) $D(1,5; 0,02)$; 8) $H\left(-1\frac{1}{3}; -1,75\right)$.

447. Знайдіть значення k , якщо графік функції $y = \frac{k}{x}$ проходить через точку:

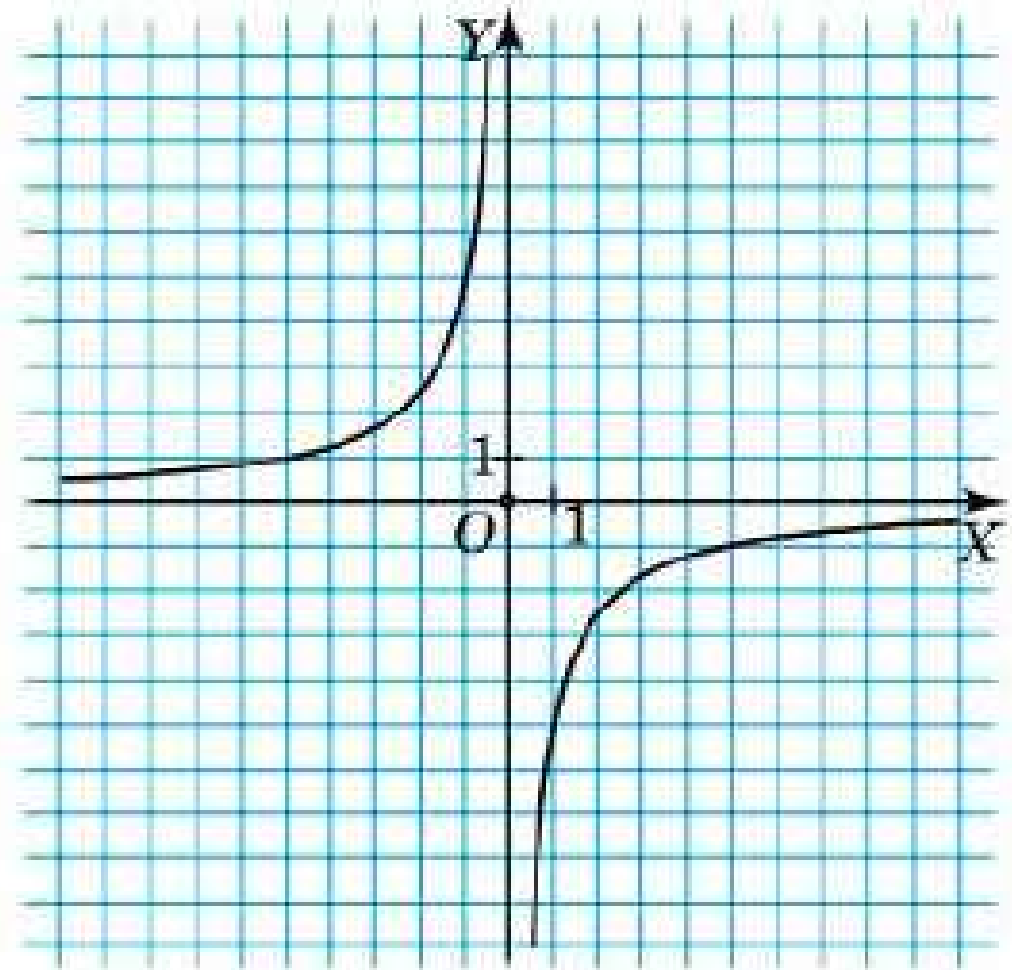
1) $A(2; -0,001)$; 2) $B\left(2\frac{1}{2}; -6\right)$; 3) $C(0,5; 1,8)$

448. На малюнках 17–20 зображено графік функції $y = \frac{k}{x}$.

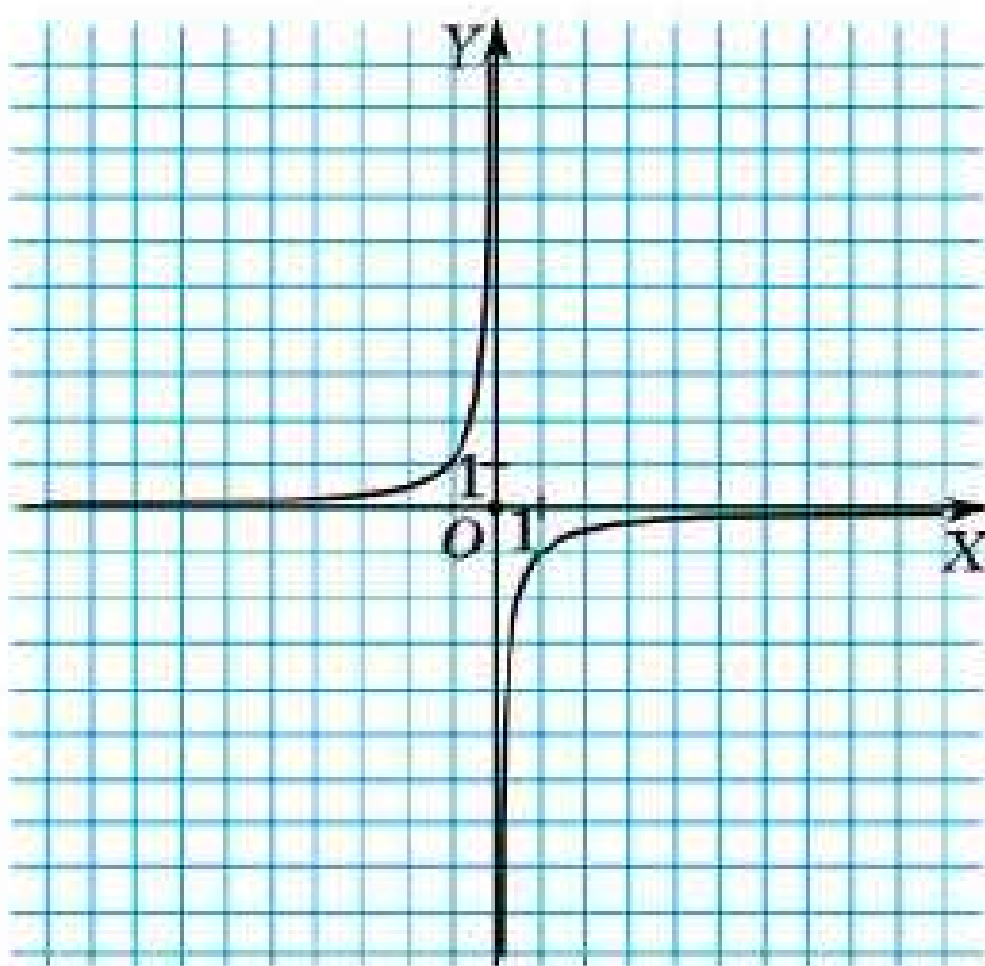
Знайдіть значення k .



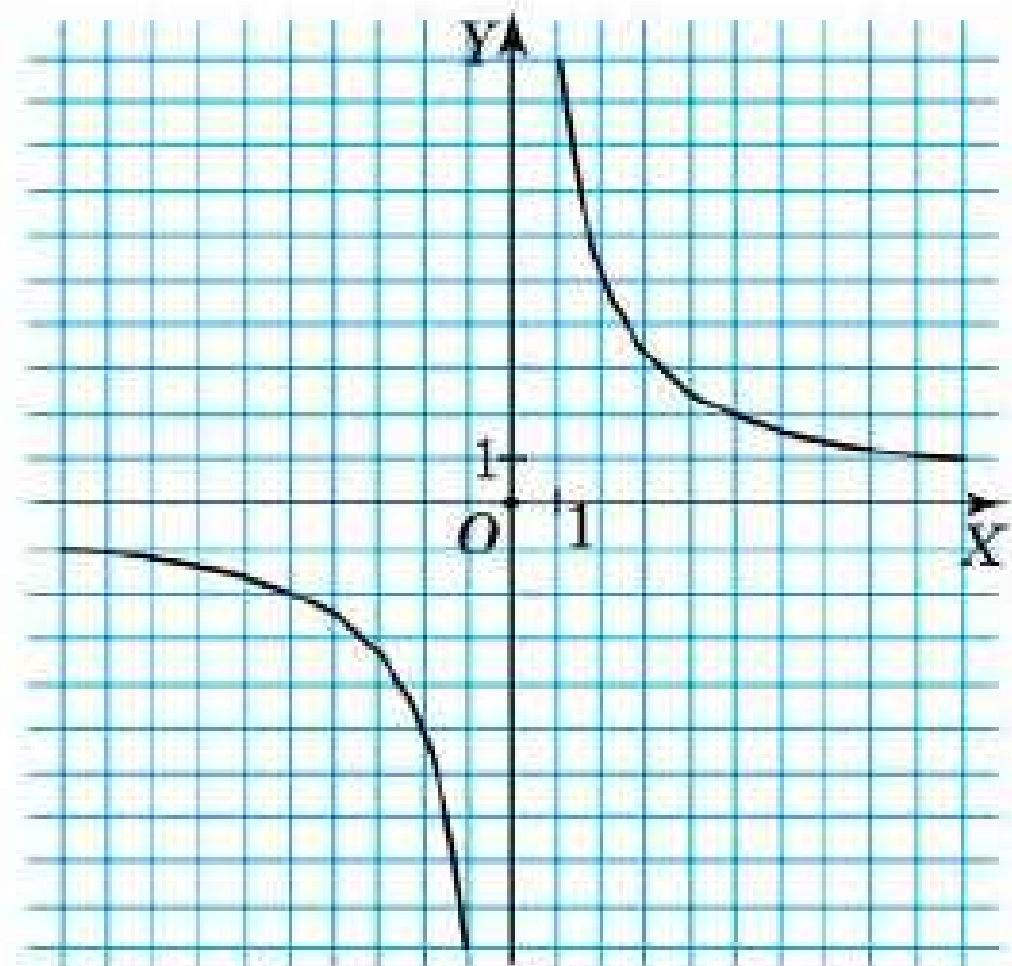
Мал. 17



Мал. 18



Мал. 19

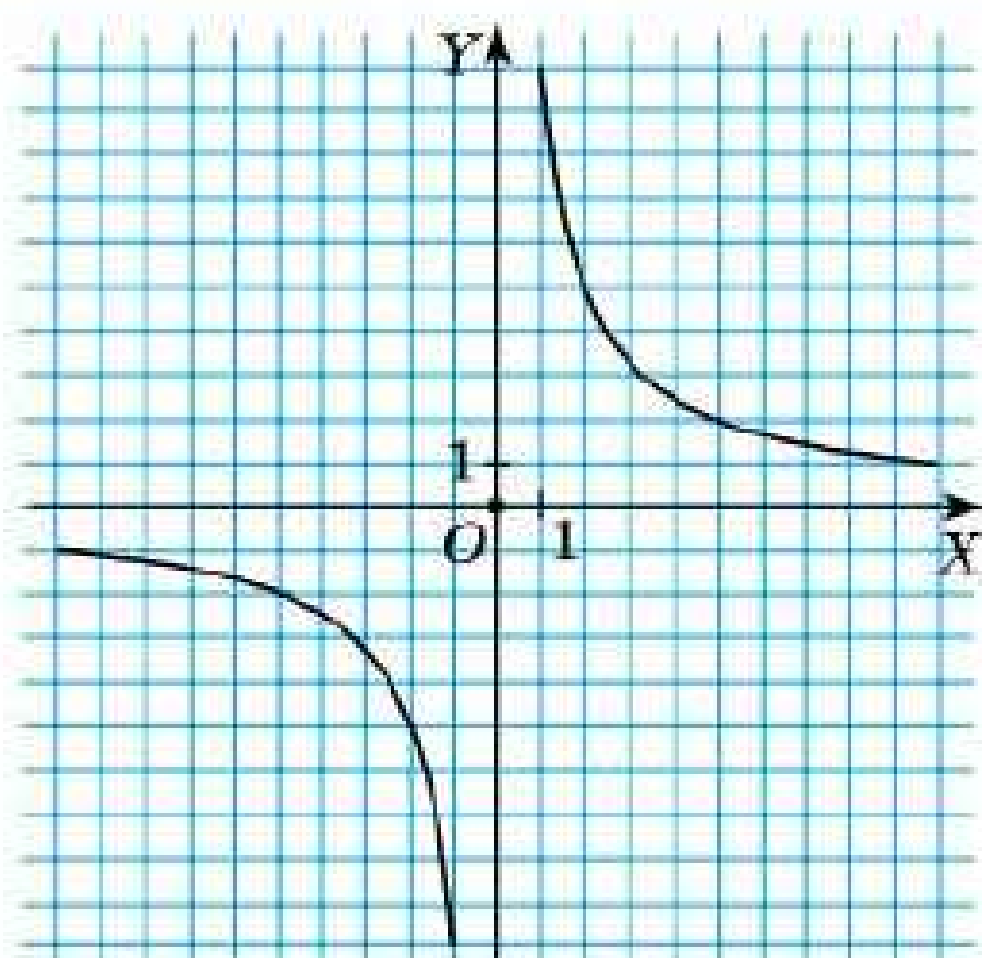


Мал. 20

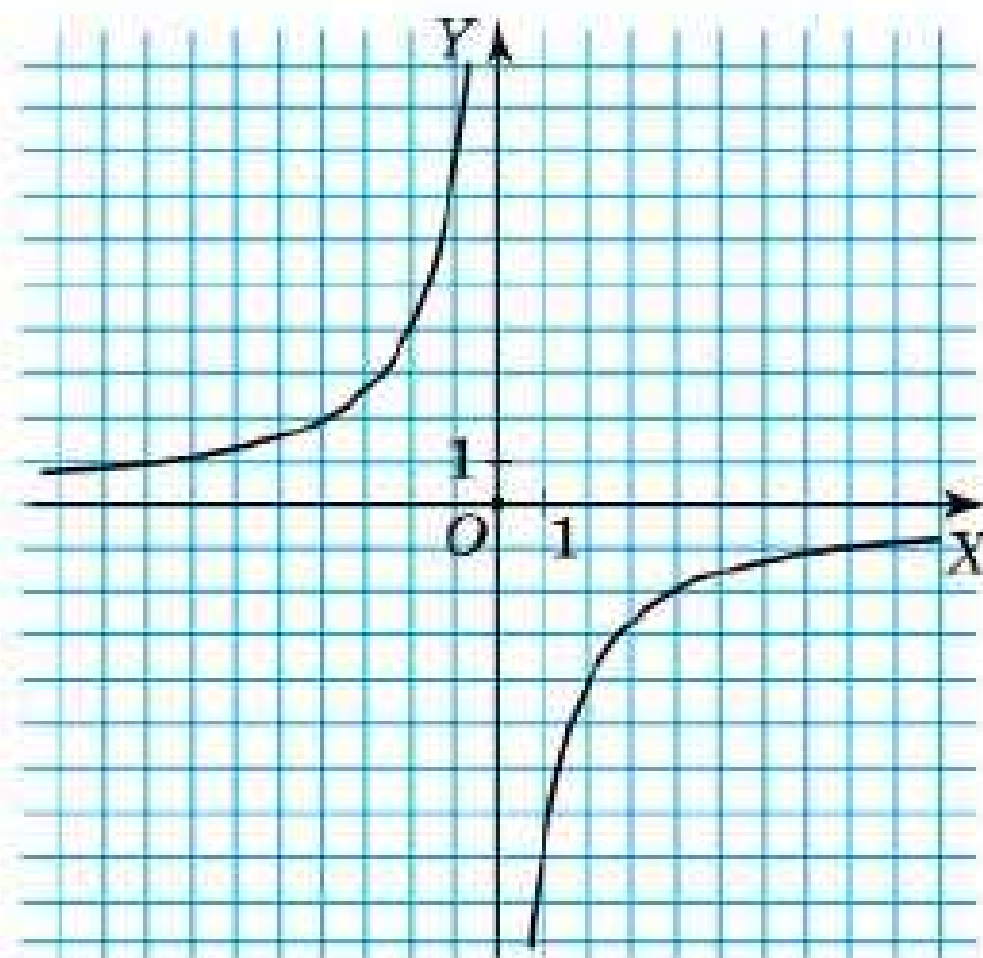
449. На малюнку 21 зображено графік функції $y = \frac{k}{x}$. Ско-

риставшись графіком, знайдіть:

- 1) значення y , якщо $x = -1; 2; -5; 10$;
- 2) значення x , якщо $y = 10; 5; -2$;
- 3) за яких значень аргументу значення функції додатні;
- 4) за яких значень аргументу значення функції від'ємні;
- 5) значення аргументу, за яких функція зростає;
- 6) значення аргументу, за яких функція спадає;
- 7) коефіцієнт k .



Мал. 21



Мал. 22

450. На малюнку 22 зображено графік функції $y = \frac{k}{x}$. Ско-

риставшись графіком, знайдіть:

- 1) значення y , якщо $x = -1; 2; -4$;
- 2) значення x , якщо $y = 8; -2; 1$;
- 3) за яких значень аргументу значення функції додатні;
- 4) за яких значень аргументу значення функції від'ємні;
- 5) значення аргументу, за яких функція зростає;
- 6) значення аргументу, за яких функція спадає;
- 7) коефіцієнт k .

451. Дано функцію:

- | | | | |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1) $y = \frac{1}{x}$; | 3) $y = \frac{0,5}{x}$; | 5) $y = \frac{0,01}{x}$; | 7) $y = \frac{3}{7x}$; |
| 2) $y = -\frac{13}{x}$; | 4) $y = \frac{5}{4x}$; | 6) $y = -\frac{1}{9x}$; | 8) $y = \frac{1}{0,1x}$. |

Знайдіть:

- 1) область визначення функції;
- 2) область значень функції;
- 3) коефіцієнт k ;
- 4) значення y , якщо $x = -1; 1; 10$;
- 5) значення x , якщо $y = 1; -1; -2$;
- 6) за яких значень аргументу значення функції додатні;
- 7) за яких значень аргументу значення функції від'ємні;
- 8) значення аргументу, за яких функція зростає;
- 9) значення аргументу, за яких функція спадає.

452. Дано функцію:



$$1) y = -\frac{1}{x}; \quad 2) y = -\frac{25}{x}; \quad 3) y = \frac{0,2}{x}; \quad 4) y = \frac{8}{3x}.$$

Знайдіть:

- 1) область визначення функції;
- 2) область значень функції;
- 3) коефіцієнт k ;
- 4) значення y , якщо $x = -1; 1; -10$;
- 5) значення x , якщо $y = 1; 10; -2$;
- 6) за яких значень аргументу значення функції додатні;
- 7) за яких значень аргументу значення функції від'ємні;
- 8) значення аргументу, за яких функція зростає;
- 9) значення аргументу, за яких функція спадає.

453. Побудуйте графік функції за допомогою комп'ютерної

програми: 1) $y = \frac{1}{4x}$; 2) $y = -\frac{2}{3x}$; 3) $y = \frac{0,5}{x}$; 4) $xy = -4$.

Скориставшись графіком, знайдіть значення аргументу, за яких значення функції:

а) є додатними; б) є від'ємними.

454. Побудуйте графік функції за допомогою комп'ютерної

програми: 1) $y = \frac{1}{6x}$; 2) $y = \frac{2}{5x}$; 3) $y = -\frac{0,9}{x}$; 4) $xy = -6$.

Скориставшись графіком, знайдіть значення аргументу, за яких значення функції:

а) є додатними; б) є від'ємними.

455. Порівняйте значення функції $y = \frac{2}{x}$ (не обчислюючи

їх) для поданих значень аргументу:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) $x = 3$ і $x = 5$; | 4) $x = -5$ і $x = -3$; |
| 2) $x = 6$ і $x = 10$; | 5) $x = -1$ і $x = -10$; |
| 3) $x = 3,5$ і $x = 4$; | 6) $x = -2$ і $x = 5$. |

456. Порівняйте значення функції $y = -\frac{1}{x}$ (не обчислюючи



їх) для поданих значень аргументу:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $x = 9$ і $x = 10$; | 3) $x = -5$ і $x = 5$; |
| 2) $x = -2$ і $x = -4$; | 4) $x = -12$ і $x = 5$. |

457. В одній системі координат побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{4}{x} \text{ і } y = 2; \quad 2) y = -\frac{2}{x} \text{ і } y = -2; \quad 3) y = \frac{9}{x} \text{ і } y = x.$$

Чи перетинаються побудовані графіки? Якщо так, то знайдіть координати точок їх перетину.

458. В одній системі координат побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{3}{x} \text{ і } y = 3; \quad 2) y = \frac{4}{x} \text{ і } y = x; \quad 3) y = \frac{12}{x} \text{ і } y = 2 + 2x.$$

Чи перетинаються побудовані графіки? Якщо так, то знайдіть координати точок їх перетину.

459. Задайте формулою функцію, що є оберненою пропорційністю, графік якої проходить через точку $M\left(-\frac{5}{16}; 3\frac{1}{5}\right)$. Побудуйте графік одержаної функції.

460. Задайте формулою функцію, якщо її графік є гіперболою, що проходить через точки, ординати яких дорівнюють частці числа 4 та відповідних абсцис. Побудуйте графік одержаної функції.

461. Задайте формулою функцію, якщо її графік є гіперболою, що проходить через точки, абсциси яких дорівнюють частці числа 9 і відповідних ординат. Побудуйте графік одержаної функції.

462*. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x + 5 = \frac{6}{x}; \quad 2) x - 1 = \frac{2}{x}; \quad 3) x - 4 = -\frac{3}{x}; \quad 4) x + 8 = \frac{9}{x}.$$

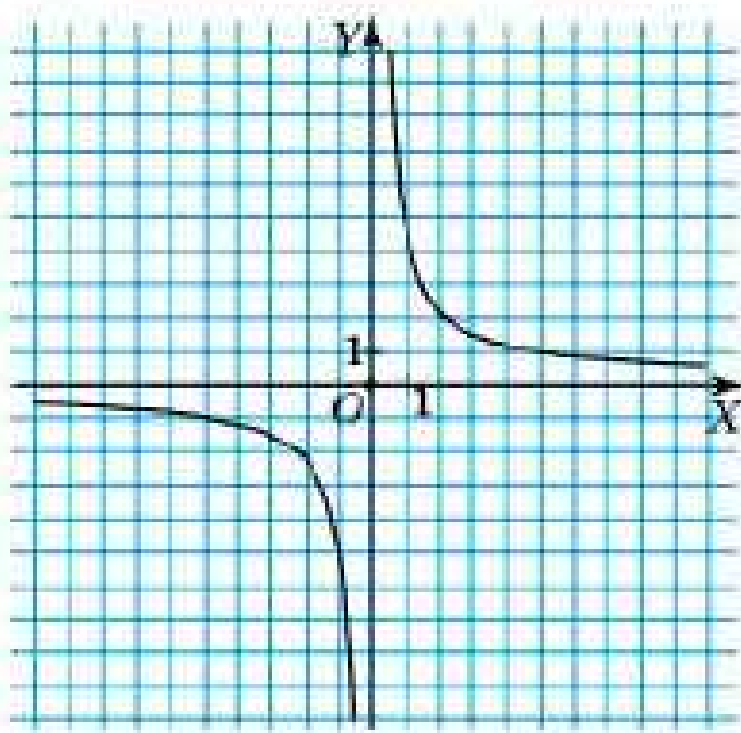
463*. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{2}{|x|}; \quad 2) y = \frac{6}{|x|}; \quad 3) y = \frac{x+1}{x^2+x}; \quad 4) y = \frac{x-2}{x^2-2x}.$$

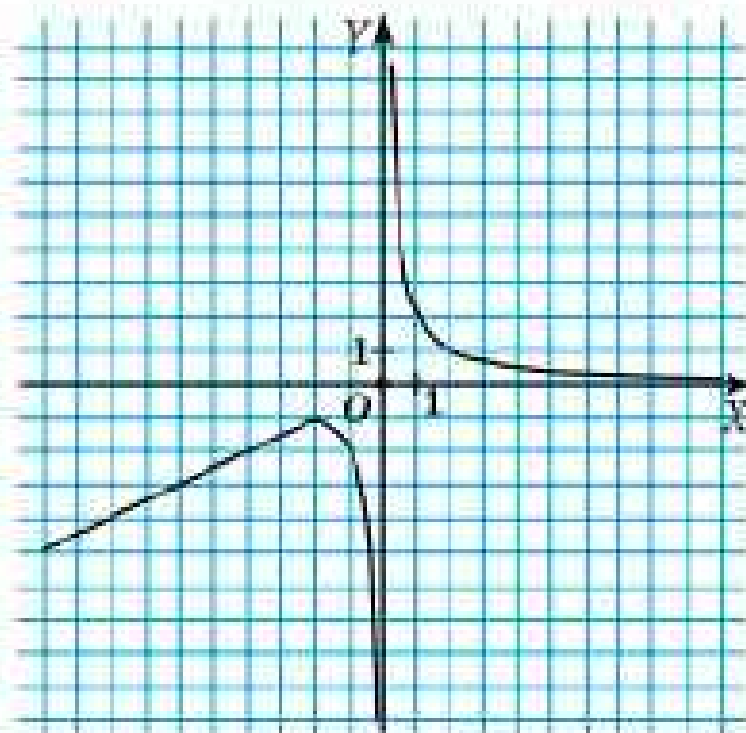
464*. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \begin{cases} 3x, & \text{якщо } x < 1, \\ \frac{3}{x}, & \text{якщо } x \geq 1; \end{cases} \quad 2) y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{якщо } x \leq -1, \\ x, & \text{якщо } -1 < x < 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{якщо } x \geq 1. \end{cases}$$

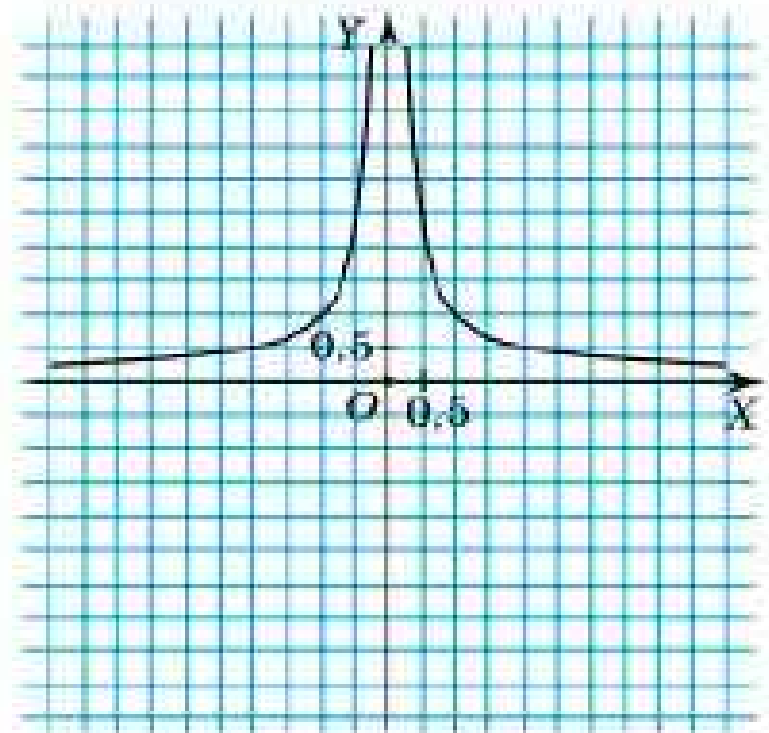
465*. Задайте функцію, графік якої подано на малюнках 23–25.



Мал. 23



Мал. 24



Мал. 25

Проявіть компетентність

466. Відстань між Миколаєвом і Полтавою становить 400 км.

1. Запишіть функцію, що описує залежність часу, за який автомобіль має подолати відстань між цими містами, від швидкості автомобіля.

2. Визначте час, якщо швидкість автомобіля дорівнює 80 км/год; 100 км/год.

3. Визначте швидкість автомобіля, якщо на дорогу він витратив 5 год; 4 год.

4. Побудуйте графік одержаної функції, взявши за одиничний відрізок на осі абсцис — 20 км/год, а на осі ординат — 1 год.

467. Дачні ділянки мають форму прямокутника із площею 500 м^2 , x — довжина ділянки, y — її ширина.

1. Визначте ширину ділянки, якщо її довжина дорівнює 50 м; 25 м.

2. Визначте довжину ділянки, якщо її ширина дорівнює 10 м; 20 м.

3. Запишіть функцію, що описує залежність ширини ділянки від її довжини.

4. Побудуйте графік залежності ширини ділянки від її довжини, взявши на обох осях координат однаковий одиничний відрізок, що відповідає 50 м.

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 2**КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Який вираз називається раціональним?
2. Що таке область допустимих значень змінної виразу?
3. Що таке раціональний дріб?
4. Сформулюйте основну властивість раціонального дробу.
5. Сформулюйте правило додавання (віднімання) двох раціональних дробів з однаковими знаменниками; із різними знаменниками.
6. Сформулюйте правило множення (ділення) двох раціональних дробів.
7. Як піднести раціональний дріб до степеня з натуральним показником?
8. Які рівняння називають раціональними; дробовими раціональними?
9. За якої умови добуток дорівнює нулю? Дріб дорівнює нулю?
10. Як розв'язати рівняння, застосувавши основну властивість пропорції?
11. Як визначають степінь із цілим від'ємним показником; із показником 0?
12. Сформулюйте властивість добутку степенів з рівними основами; з різними основами й рівними показниками.
13. Сформулюйте властивість частки степенів з рівними основами; з різними основами й рівними показниками.
14. Яка властивість піднесення степеня до степеня?
15. Як записати число в стандартному вигляді?
16. Сформулюйте властивості піднесення раціональних виразів до степеня з цілим від'ємним показником; із показником 0; із цілим показником.
17. Яка область визначення функції $y = \frac{k}{x}$?
18. Яка область значень функції $y = \frac{k}{x}$?
19. Що є графіком функції $y = \frac{k}{x}$?
20. У яких чвертях лежить гіпербола, якщо $k > 0$ ($k < 0$)?
21. За яких значень аргументу значення функції $y = \frac{k}{x}$ є додатними; від'ємними?
22. За яких значень k функція $y = \frac{k}{x}$ зростає; спадає?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання кожного тесту потрібно 10–15 хв.

№ 1

1°. Визначте ОДЗ змінної x виразу $\frac{2x-1}{x(x-1)}$.

А. $x \neq \frac{1}{2}$. Б. $x \neq 0$ і $x \neq 1$. В. $x \neq 1$. Г. $x \neq \frac{1}{2}$ і $x \neq 1$.

2°. Скоротіть дріб $\frac{5x+15y}{3by+bx}$.

А. $\frac{5}{b}$. Б. $\frac{x+3y}{b}$. В. $\frac{5}{3y+x}$. Г. $\frac{5(x+3y)}{b}$.

3°. Зведіть дроби $\frac{2}{5x^3}$ і $\frac{2}{25x^2}$ до спільного знаменника.

А. $\frac{10}{25x^2}$ і $\frac{2}{25x^2}$. Б. $\frac{10}{25x^3}$ і $\frac{2x}{25x^3}$.
Б. $\frac{10}{25x^3}$ і $\frac{2}{25x^3}$. Г. $\frac{10}{25x^2}$ і $\frac{2x}{25x^2}$.

4. Спростіть вираз $\frac{2x}{x^2-y^2} - \frac{2x-y}{x^2-xy}$.

А. $\frac{y}{x(x-y)}$. Б. $\frac{y^2}{x(x^2-y^2)}$. В. $-\frac{y}{x(x+y)}$. Г. $-\frac{y}{y^2-x^2}$.

5°. Спростіть вираз $\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a^2-2a+1} - \frac{1}{a-1}$.

А. $\frac{a^2}{(a-2)(a-1)^2}$. Б. $\frac{1}{(a-2)(a-1)^2}$.
Б. $\frac{a}{(a-2)(a-1)}$. Г. $\frac{1}{(a-2)(a^2-1)}$.

№ 2

1°. Виконайте множення дробів $\frac{4x-8}{55}$ і $\frac{25}{3x-6}$.

А. $\frac{2}{3}$. Б. $\frac{4}{3}$.
В. $\frac{20}{33}$. Г. $\frac{5}{33}$.

2°. Спростіть вираз $\left(\frac{2}{3x}\right)^2 \cdot \frac{9x^3}{8}$.

А. x . Б. 1. В. $\frac{1}{2}$. Г. $\frac{x}{2}$.

3°. Виконайте ділення: $\frac{7x^3y^3}{5a} : \frac{28x^2y^4}{45a}$.

А. $\frac{9x}{20y}$. Б. $\frac{4xy}{9}$. В. $\frac{9x}{4y}$. Г. $\frac{4y}{9x}$.

4. Запишіть замість * такий вираз, щоб одержати правильну рівність: $\frac{2a^2}{9b^3} : \frac{*}{18b^2} = \frac{a}{b}$.

А. $\frac{a^3}{4}$. Б. $4a^3$. В. $4a$. Г. $\frac{a}{4}$.

5*. Розв'яжіть рівняння $\frac{x+4}{x^2-4x+16} - \frac{x^2}{x^3+64} = 0$.

А. $x = 2$. В. $x = -4$.
Б. $x = 4$. Г. $x = -2$.

№ 3

1°. Спростіть вираз $a^{-8} : a^{-2}$.

А. a^{-10} . Б. a^4 . В. a^{-4} . Г. a^{-6} .

2°. Запишіть число $21,3 \cdot 10^{-4}$ в стандартному вигляді.

А. $213 \cdot 10^{-5}$. В. $2,13 \cdot 10^{-3}$.
Б. $2,13 \cdot 10^{-5}$. Г. $0,213 \cdot 10^{-6}$.

3°. Яка з точок належить графіку функції $y = \frac{8}{x}$?

А. А (1; -8). Б. В (2; 6). В. С (8; 0). Г. D (4; 2).

4. Обчисліть: $\frac{2}{3^{-2}} \cdot 0,1^0$.

А. 18. Б. $-\frac{2}{9}$. В. 12. Г. 1,2.

5*. Спростіть вираз $\frac{x^2}{y2^{-3}} \cdot \left(\frac{3x^{-4}}{y^5}\right)^{-2}$.

А. $\frac{-6x^{10}}{9y^2}$. Б. $\frac{6x^8}{6y^2}$. В. $\frac{x^2}{y^2}$. Г. $\frac{x^{10}}{9y^2}$.



Розділ 3. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. ДІЙСНІ ЧИСЛА

У розділі дізнаєтесь:

- що таке множина та підмножина;
- які є числові множини;
- що таке квадратний корінь із числа та арифметичний квадратний корінь із числа;
- які властивості квадратних коренів;
- що таке ірраціональний вираз та як перетворювати такі вирази;
- які властивості функцій $y = x^2$ та $y = \sqrt{x}$;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 12. ФУНКЦІЯ $y = x^2$

1. Функція $y = x^2$, її область визначення та область значень

Ситуація. У магазині Максим розглядав батути. Усі батути мали форму квадрата, але різні розміри (зі стороною від 1 м до 4 м). Хлопчик вирішив знайти площу кожного батута. Він позначив довжину сторони батута через x і записав формулу для обчислення його площі: $S = x^2$. Максим отримав залежність площі квадрата від його сторони.



qr.orioncentr.com.ua/pD148



Чи можна отриману Максимом залежність розглядати як функцію?

Так.



Справді, $S = x^2$ є функцією, де x — незалежна змінна, а S — залежна змінна, оскільки кожному значенню x відповідає єдине значення S . В умовах розглянутої ситуації x набуває додатних значень від 1 до 4.

Функцію $y = x^2$ задає вираз x^2 , який має зміст за будь-якого значення x . Тому область визначення функції $y = x^2$ містить усі числа.



Коротко це записують так: $D(y)$: x — будь-яке число.

Оскільки для будь-якого x вираз $x^2 \geq 0$, то $y \geq 0$. Тому область значень функції $y = x^2$ містить усі невід'ємні числа.

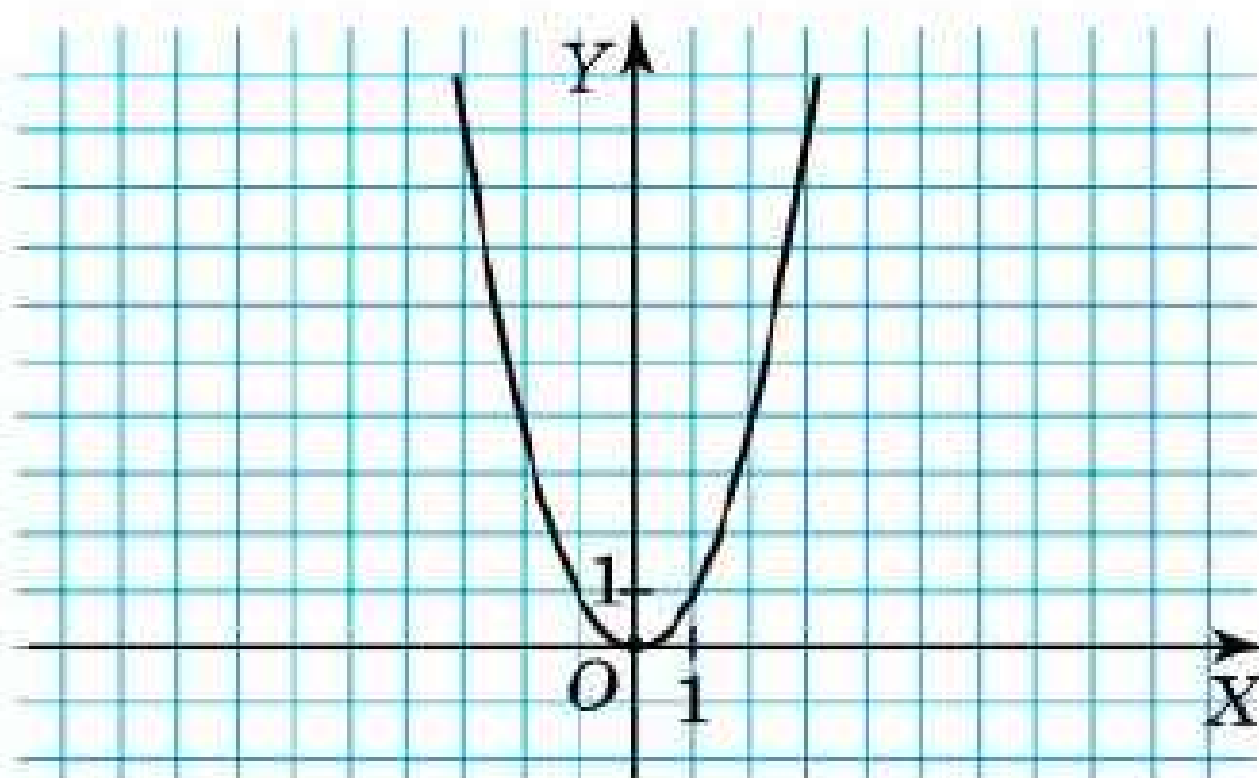


Коротко записують: $E(y)$: y — будь-яке невід'ємне число, або $y \geq 0$.

2. Графік функції $y = x^2$

На малюнку 26 зображено графік функції $y = x^2$. Його побудовано за допомогою комп'ютерної програми. Одержану лінію називають *параболою*. Парабола має дві *вітки*, що виходять з однієї точки — *вершини параболу*. На малюнку 26 це точка з координатами $(0; 0)$.

Оскільки x — будь-яке число, а значення функції $y = x^2$ є невід'ємними, то парабола розміщена в першій і другій координатних чвертях.



Мал. 26

Задача 1 Чи проходить графік функції $y = x^2$ через точку:

1) $A(5; 25)$; 2) $B(6; 12)$?

Розв'язання

1. Підставимо координати точки $A(5; 25)$ у формулу $y = x^2$:

$$25 = 5^2.$$

Отже, графік функції $y = x^2$

проходить через точку A .

2. Підставимо координати точки $B(6; 12)$ у формулу $y = x^2$:

$$12 \neq 6^2.$$

Отже, графік функції $y = x^2$

не проходить через точку B .

Щоб перевірити, чи проходить графік функції $y = x^2$ через задану точку, потрібно перевірити, чи задовольняють координати цієї точки формулу $y = x^2$.

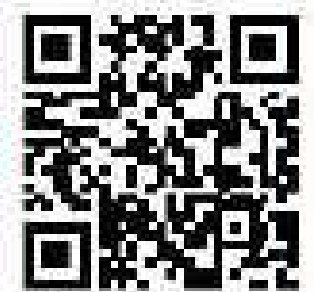
3. Властивості функції $y = x^2$

Виокремимо властивості функції $y = x^2$, спираючись на її графік (мал. 26).

1. $D(y)$: x — будь-яке число.
2. $E(y)$: y — будь-яке невід'ємне число, або $y \geq 0$.
3. Точка $(0; 0)$ — точка перетину з осями координат. Це вершина параболи.
4. Функція набуває додатних значень для будь-якого x , крім нуля.
5. Функція зростає, якщо $x \geq 0$, і спадає, якщо $x \leq 0$.

4. Побудова графіка функції $y = x^2$

qr.orioncentr.com.ua/0ZYzZ

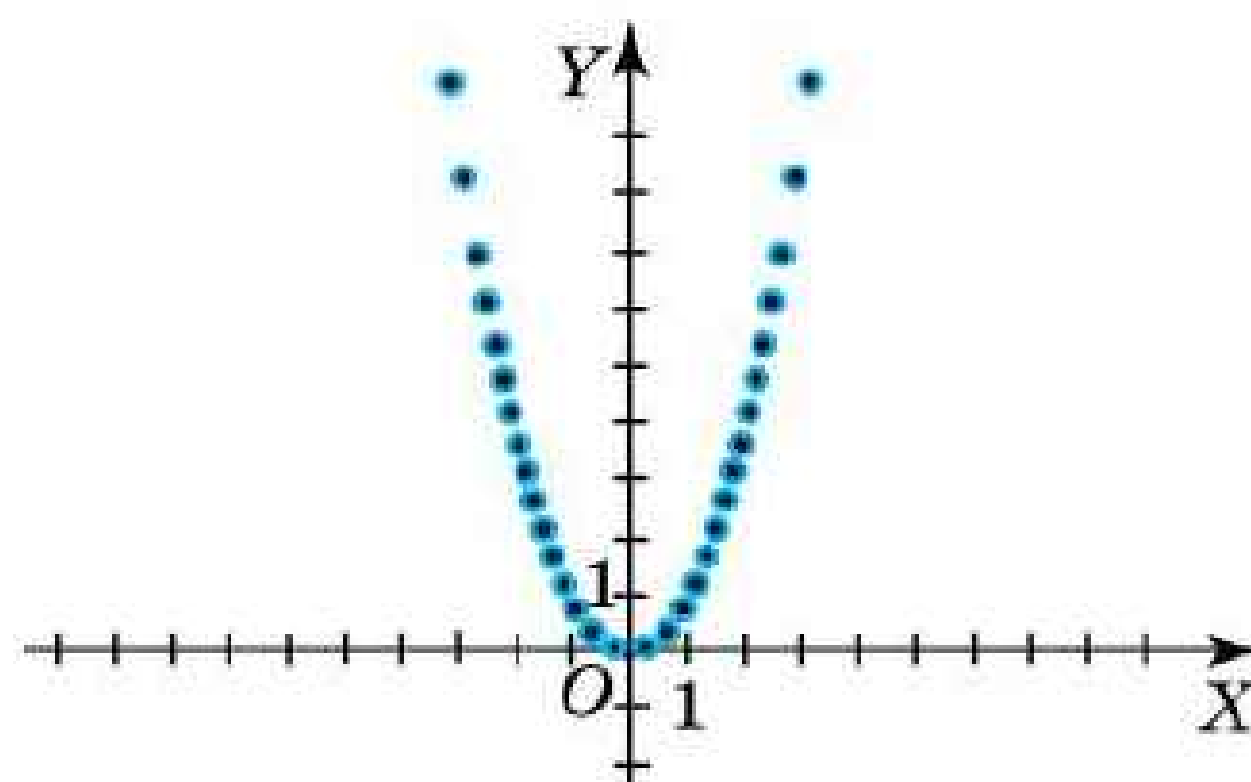


Чи можна побудувати графік функції $y = x^2$ без комп'ютерної підтримки?

Так.



Як і для гіперболи, що більше точок параболи позначити в системі координат, то точніше буде побудовано лінію (мал. 27).



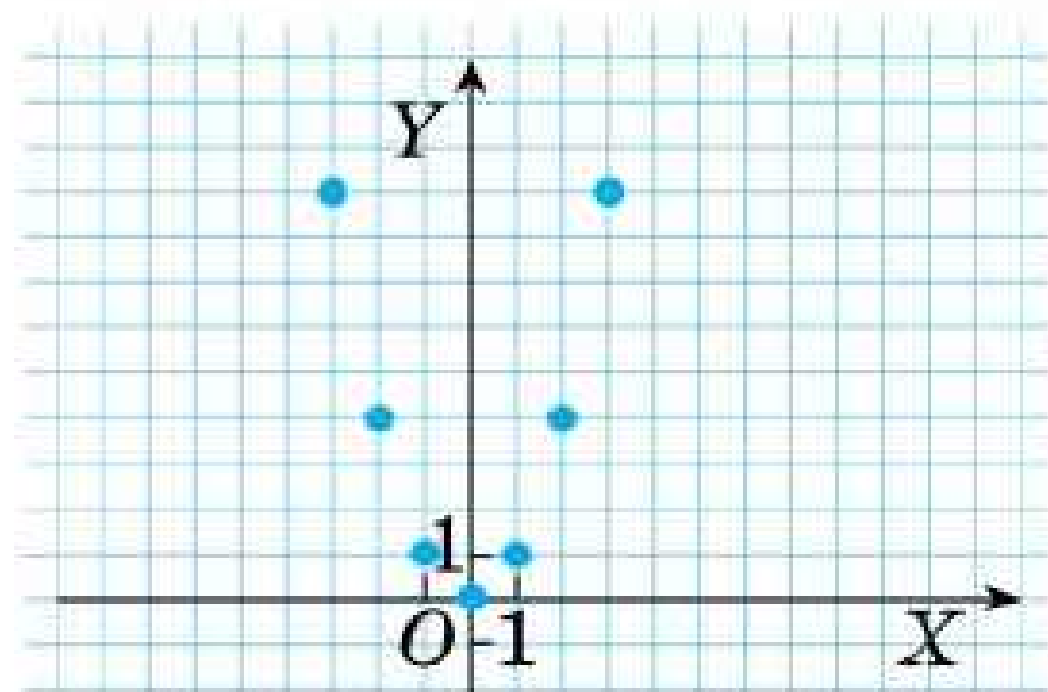
Мал. 27

На практиці знаходимо кілька точок параболи (табл. 23).

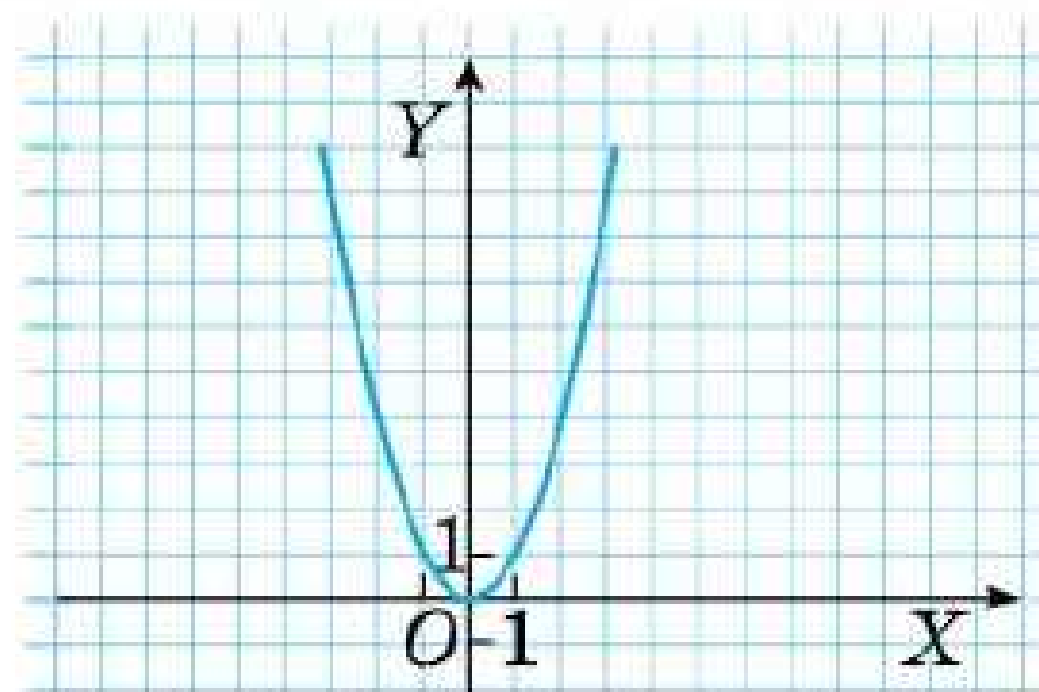
Таблиця 23

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y(x)$	9	4	1	0	1	4	9

На координатній площині позначимо точки з координатами $(-3; 9)$, $(-2; 4)$, $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(2; 4)$, $(3; 9)$ (мал. 28). З'єднаємо їх плавною лінією, спираючись на властивості функції. Одержимо графік функції $y = x^2$ (мал. 29).



Мал. 28



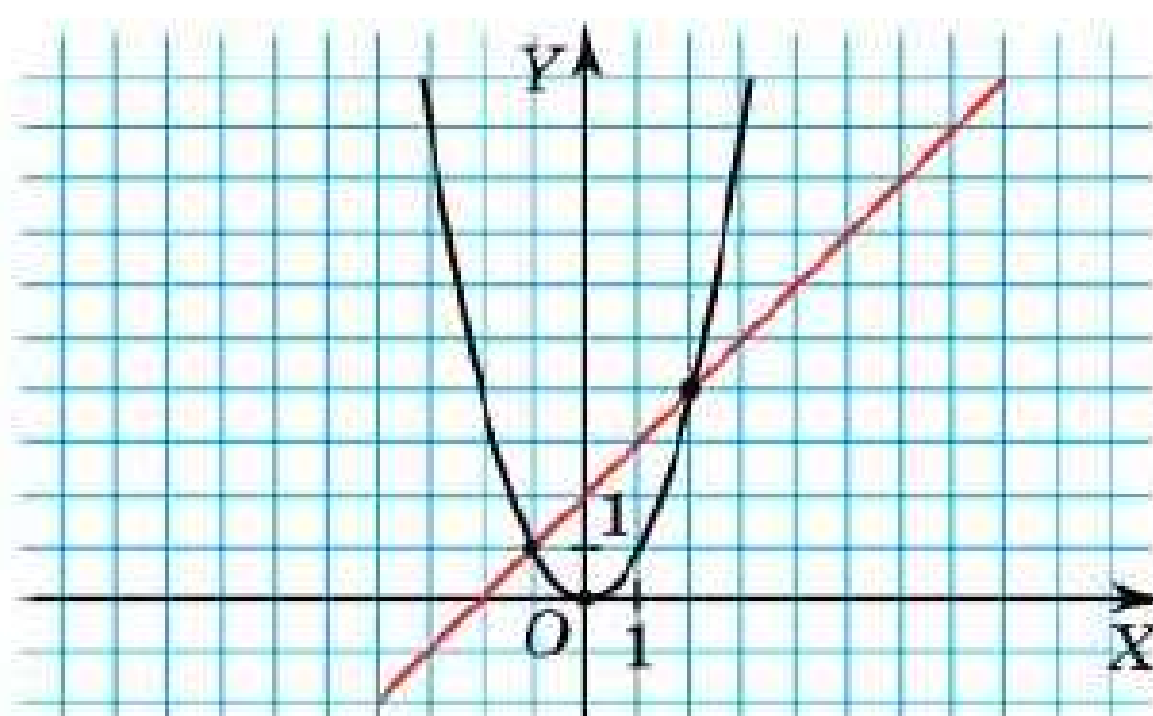
Мал. 29

Побудова графіка функції $y = x^2$ допомагає графічно розв'язувати рівняння та їх системи. Розглянемо приклад.

Задача 2 Розв'яжіть графічно систему рівнянь $\begin{cases} y = x + 2, \\ y = x^2. \end{cases}$

Розв'язання

- Будуємо графік функції $y = x + 2$: будуємо пряму, що проходить через точки $(1; 3)$, $(0; 2)$ (мал. 30).
- У тій самій системі координат будуємо графік функції $y = x^2$: будуємо параболу (мал. 30).
- Визначаємо координати точок перетину графіків: пряма й парабола перетинаються у двох точках із координатами $(-1; 1)$ і $(2; 4)$.

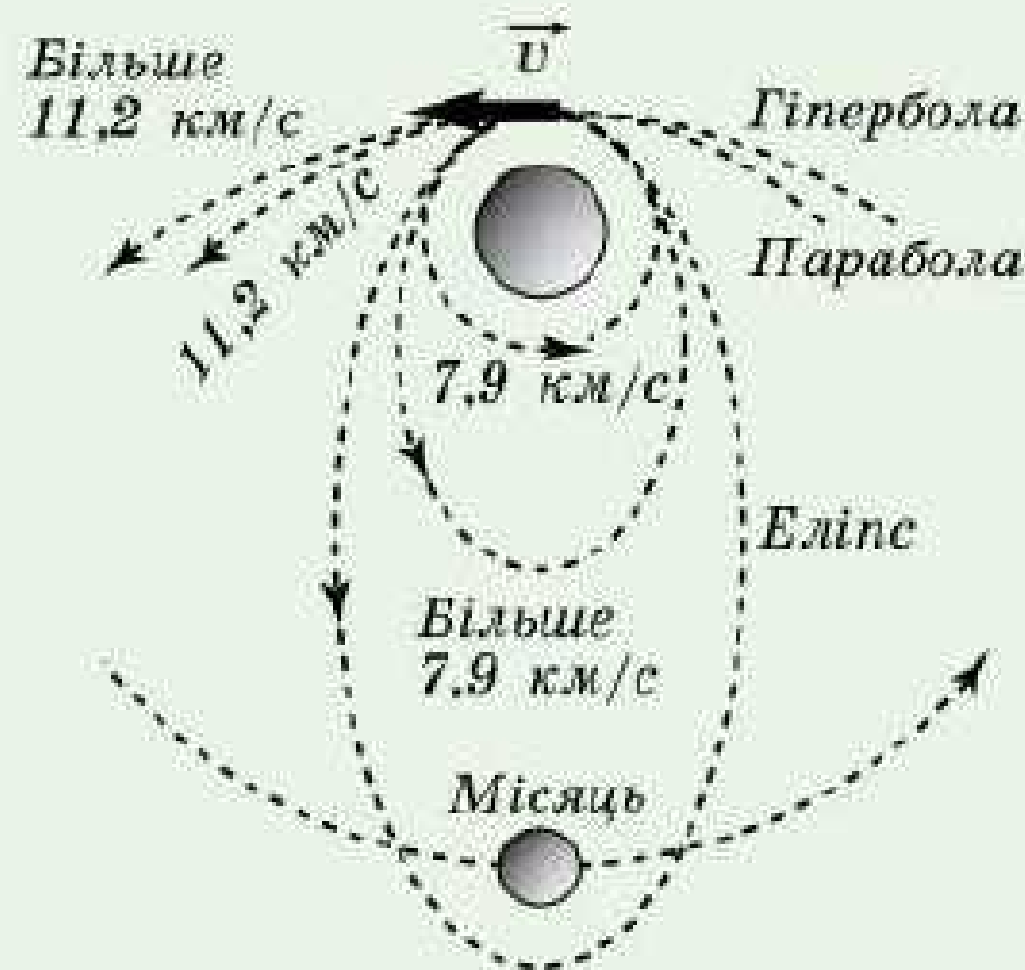


Мал. 30

Отже, пари чисел $(-1; 1)$ і $(2; 4)$ — розв'язки системи рівнянь.

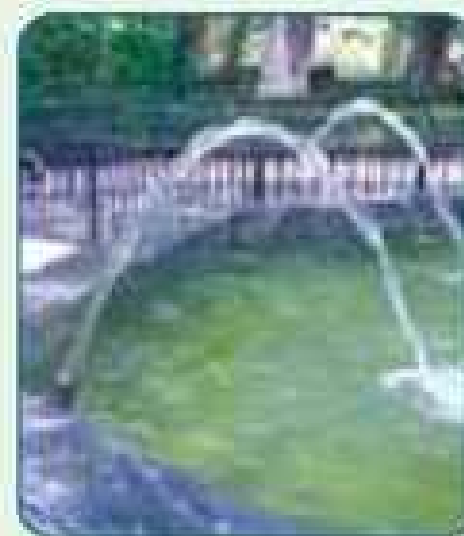
Дізнайтеся більше

1. Властивості параболи широко використовують у техніці, зокрема космічній. Щоб деяке тіло стало штучним супутником Землі, його потрібно вивести на орбіту й надати йому горизонтальну відносно поверхні Землі швидкість (мал. 31). Для запуску супутників використовують ракети. Якщо супутнику надати швидкість $7,9 \text{ км/с}$, то він буде рухатися круговою орбітою. Якщо швидкість більша за $7,9 \text{ км/с}$, але менша від $11,2 \text{ км/с}$, то супутник буде рухатися еліптичною орбітою. Розвиваючи швидкість $11,2 \text{ км/с}$ (друга космічна швидкість), тіло починає рухатися параболою і стає супутником Сонця. Якщо ж швидкість більша за $11,2 \text{ км/с}$, то тіло рухається гіперболою.



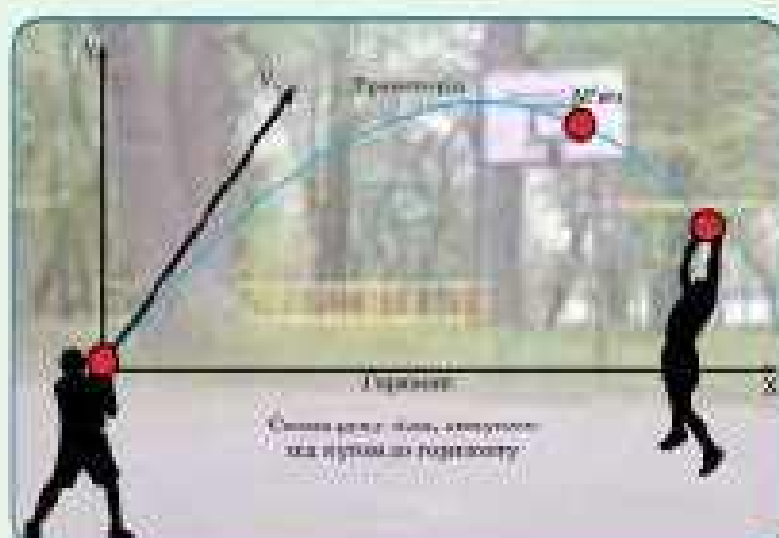
Мал. 31

2. Струмінь води фонтану рухається параболою (мал. 32).



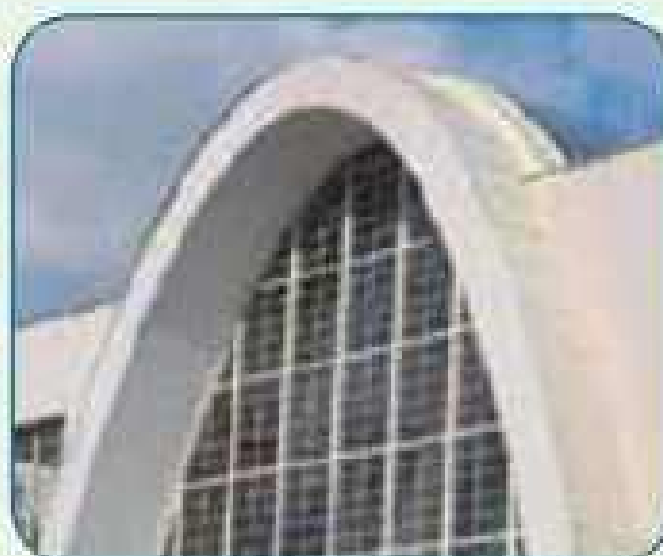
Мал. 32

Траєкторія тіла, яке кинули під кутом до горизонту, є параболою (мал. 33).



Мал. 33

Форму параболи мають і багато інших природних і штучних об'єктів (мал. 34).



Мал. 34

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/oMX9y

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
парабола	parabola	Parabel (f)	parabole

Пригадайте головне

1. Яка область визначення функції $y = x^2$?
2. Яка область значень функції $y = x^2$?
3. Що є графіком функції $y = x^2$?
4. У яких координатних чвертях лежить парабола $y = x^2$?
5. За яких значень аргументу функція $y = x^2$ зростає; спадає?

Усне тренування

1. Обчисліть:

1) $(1515 : 15 - 11) : 15 \cdot 21$; 2) $1515 : (105 - 64 : 16) \cdot 15 + 5$.

2. Обчисліть:

1) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot 12$; 2) $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) \cdot 8$; 3) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) : \frac{1}{30}$; 4) $\left(2\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \cdot 100$.

Розв'яжіть задачі

468'. Яке із тверджень є правильним:

- 1) область визначення функції $y = x^2$ — усі додатні числа;
- 2) область визначення функції $y = x^2$ — усі числа, крім нуля;
- 3) область визначення функції $y = x^2$ — усі числа;
- 4) область визначення функції $y = x^2$ — усі натуральні числа.

- 5) область значень функції $y = x^2$ — усі додатні числа;
 6) область значень функції $y = x^2$ — усі невід'ємні числа;
 7) вершина графіка функції $y = x^2$ міститься в точці (0; 1);
 8) вершина графіка функції $y = x^2$ міститься в точці (0; 0)?

469°. Графік якої з поданих функцій є параболою:

- 1) $y = 9^2$; 3) $y = x^2$; 5) $y = x$;
 2) $y = \frac{1}{x}$; 4) $y = \frac{1}{x^2}$; 6) $y = x^2 x$?

470°. Функцію задано формулою $y = x^2$. Накресліть у зошиті таблицю 24 і заповніть її.

Таблиця 24

x	-10	-6	-5	-1	1	5	6	10
y								

471°. Функцію задано формулою $y = x^2$. Накресліть у зошиті таблицю 25 і заповніть її.



Таблиця 25

x	-20	-8	-6	0	6	8	20
y							

472°. Чи правильно, що графік функції $y = x^2$ проходить через точку:

- 1) $A(4; 2)$; 3) $C(4; 16)$; 5) $M(10; 100)$; 7) $P(0; 0)$;
 2) $B(-2; 4)$; 4) $D(0; 4)$; 6) $N(-8; 16)$; 8) $R(-1; 1)$?

473°. Чи правильно, що графік функції $y = x^2$ проходить через точку:

- 1) $A(1; 1)$; 3) $C(2; 4)$;
 2) $B(-2; -4)$; 4) $D(4; 8)$?

474°. Які з точок $A(3; 9)$, $B(-3; -9)$, $C(9; -3)$, $D(9; 3)$, $M(-5; 25)$, $N(5; 10)$, $P(7; 49)$, $R(6; -36)$ належать графіку функції $y = x^2$?

475°. Чи належить графіку функції $y = x^2$ точка:

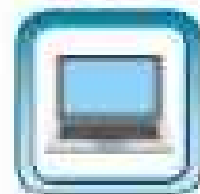
- 1) $A(1; -10)$; 3) $C(-8; -64)$; 5) $M(9; 81)$;
 2) $B(8; 64)$; 4) $D(-2; 6)$; 6) $N(-10; -10)$?

476°. Чи належить графіку функції $y = x^2$ точка:



- 1) $K(1; -1)$; 3) $M(-6; 12)$;
 2) $L(6; 36)$; 4) $N(-7; 49)$?

477°. На малюнку 35 зображено графік функції $y = x^2$. Скориставшись графіком, знайдіть:



1) значення y , якщо $x = 0$; -1 ; 3 ;

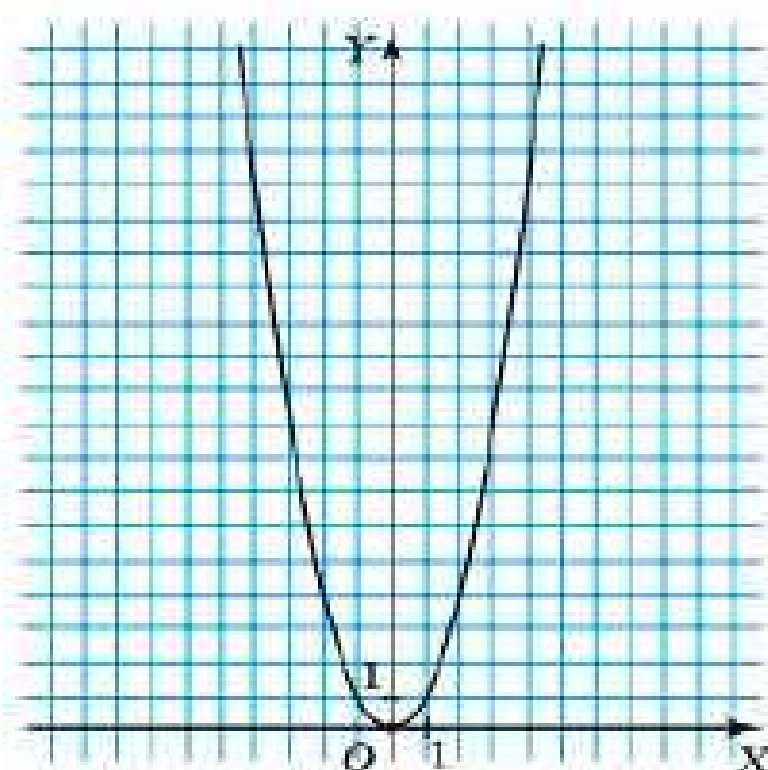
2) значення x , якщо $y = 1$; 9 ;

3) значення аргументу, за яких значення функції невід'ємні;

4) значення аргументу, за яких функція зростає.



qr.orioncentr.com.ua/EPC2F



Мал. 35

478°. На малюнку 35 зображено графік функції $y = x^2$. Скориставшись графіком, знайдіть:



1) значення y , якщо $x = 1$; -2 ; -3 ;

2) значення x , якщо $y = 0$; 4 ;

3) значення аргументу, за яких значення функції додатні;

4) значення аргументу, за яких функція спадає.

479°. Якщо точка $(x; y)$ належить графіку функції $y = x^2$, то й точка $(-x; y)$ належить графіку функції $y = x^2$. Доведіть.

480°. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:



1) $y = x^2$ і $y = 1$;

5) $y = x^2$ і $y = -2x$;

2) $y = x^2$ і $y = -1$;

6) $y = x^2$ і $y = 2x$;

3) $y = x^2$ і $y = -2$;

7) $y = \frac{1}{x}$ і $y = x^2$.

4) $y = x^2$ і $y = 4$;



qr.orioncentr.com.ua/OG7Je

Чи перетинаються графіки функцій? Якщо так, то знайдіть координати точок їх перетину.

481°. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій:



1) $y = x^2$ і $y = 9$;

3) $y = x^2$ і $y = x$;

2) $y = x^2$ і $y = -3$;

4) $y = x^2$ і $y = 3x$.

Чи перетинаються графіки функцій? Якщо так, то знайдіть координати точок їх перетину.

482°. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} y = 4x, \\ y = x^2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y = -\frac{8}{x}, \\ y = x^2. \end{cases}$$

483°. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

 1) $\begin{cases} y = 2x - 3, \\ y = x^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = 5x - 6, \\ y = x^2. \end{cases}$

484°. Розв'яжіть графічно рівняння:

1) $x^2 = 4$; 2) $x^2 = 16$; 3) $x^2 = 0$; 4) $x^2 + 5 = 0$.

485°. Розв'яжіть графічно рівняння:

 1) $x^2 = 1$; 3) $x^2 = 9$;
2) $x^2 = -1$; 4) $4 + x^2 = 0$.

486. Знайдіть такі точки графіка функції $y = x^2$, у яких абсциса:

1) дорівнює ординаті; 2) утричі менша від ординати.

487. Знайдіть такі точки графіка функції $y = x^2$, у яких абсциса удвічі менша від ординати.



488. Порівняйте значення функції $y = x^2$ (не обчислюючи їх) для поданих значень аргументу:

1) $x = 3$ і $x = 5$; 5) $x = -4$ і $x = -2$;
2) $x = 56$ і $x = 72$; 6) $x = -3$ і $x = -6$;
3) $x = 2,7$ і $x = 2$; 7) $x = -2,4$ і $x = -2$;
4) $x = 0,7$ і $x = 1,2$; 8) $x = -10$ і $x = -8$.

489. Порівняйте значення функції $y = x^2$ (не обчислюючи їх) для поданих значень аргументу:

1) $x = 9$ і $x = 15$; 3) $x = -7$ і $x = -6$;
2) $x = 32$ і $x = 64$; 4) $x = -24,5$ і $x = -25$.

490. Розв'яжіть графічно рівняння:

1) $x^2 = x - 5$; 3) $x^2 = x - 2$; 5) $4x - 3 = x^2$;
2) $x - x^2 = 0$; 4) $x - 6 = x^2$; 6) $x^2 = -\frac{1}{x}$.

491. Розв'яжіть графічно рівняння:

 1) $x^2 + x = 0$; 3) $x^2 = -x - 7$;
2) $-2x + 3 = x^2$; 4) $x^2 = \frac{8}{x}$.

492*. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{x^4}{x^2}; \quad 2) y = \frac{x^5}{x^3}; \quad 3) y = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}; \quad 4) y = \frac{2x^3 + 6x^2}{2x + 6}.$$

493*. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0, \\ x^2, & \text{якщо } x > 0; \end{cases}$$

$$4) y = \begin{cases} x^2, & \text{якщо } x < 3, \\ 2x + 3, & \text{якщо } x \geq 3; \end{cases}$$

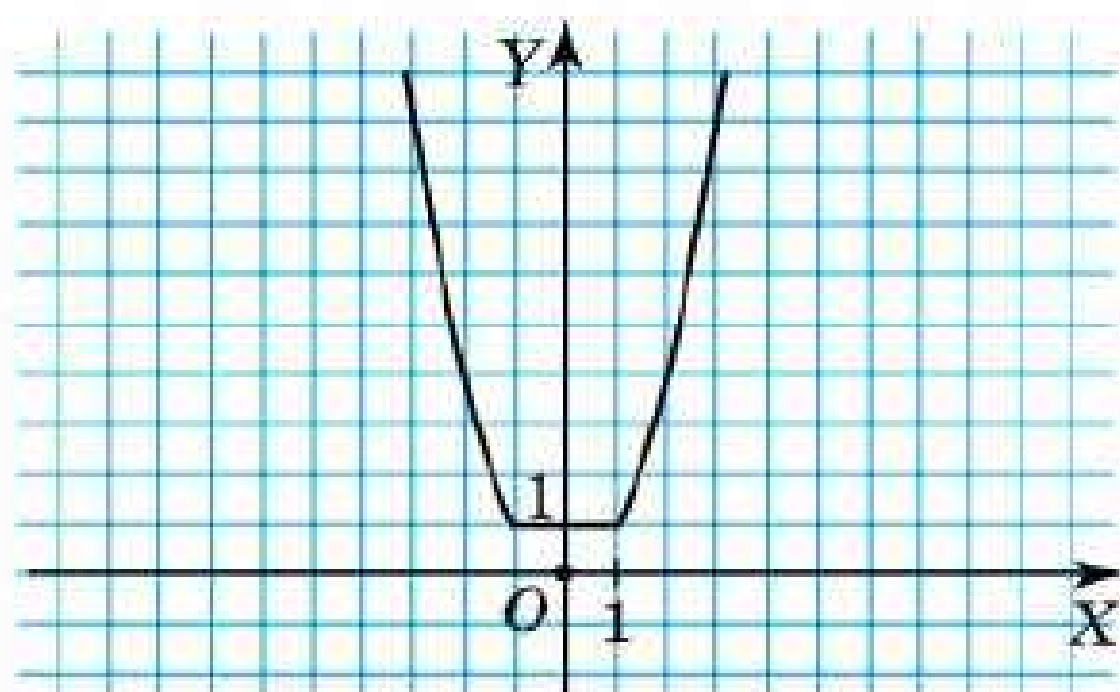
$$2) y = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x < 1, \\ x^2, & \text{якщо } x \geq 1; \end{cases}$$

$$5) y = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{якщо } x < 0, \\ x^2, & \text{якщо } x \geq 0; \end{cases}$$

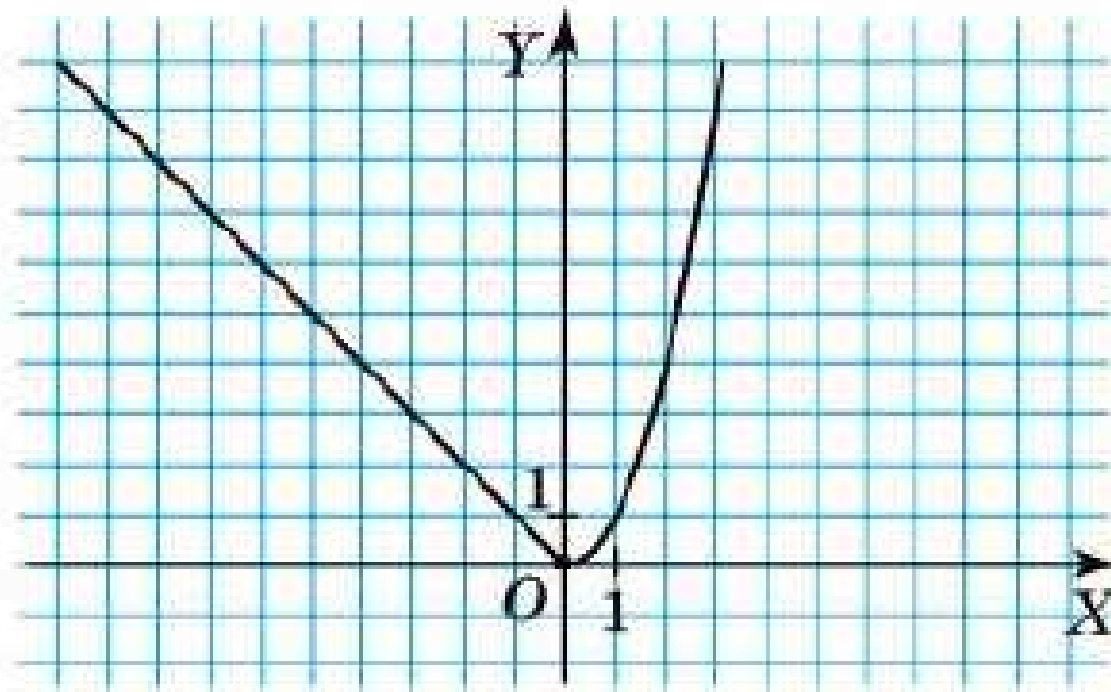
$$3) y = \begin{cases} 2x, & \text{якщо } x < 2, \\ x^2, & \text{якщо } x \geq 2; \end{cases}$$

$$6) y = \begin{cases} x^2, & \text{якщо } x < 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{якщо } x \geq 1. \end{cases}$$

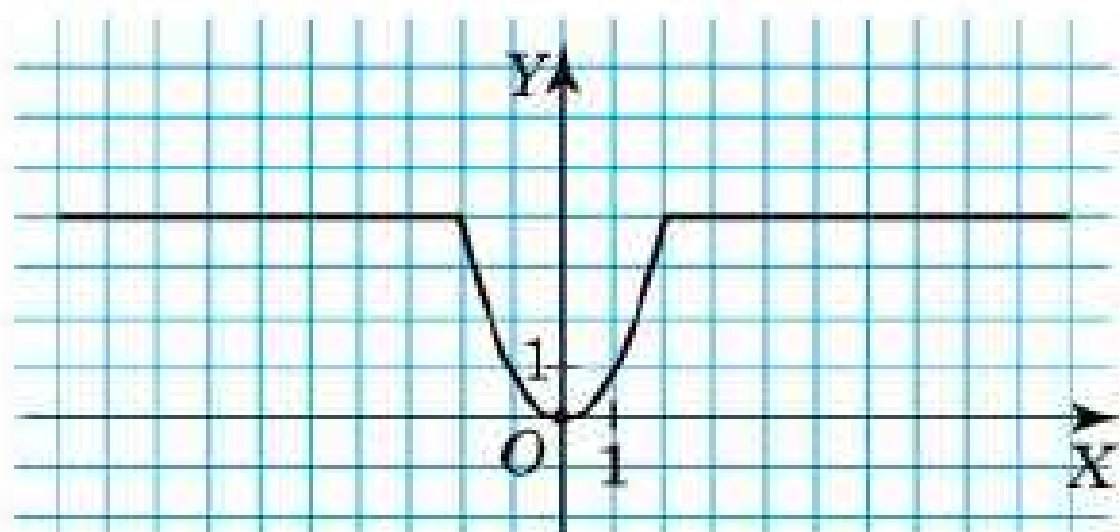
494*. Задайте формулами функції, графіки яких подано на малюнках 36–39.



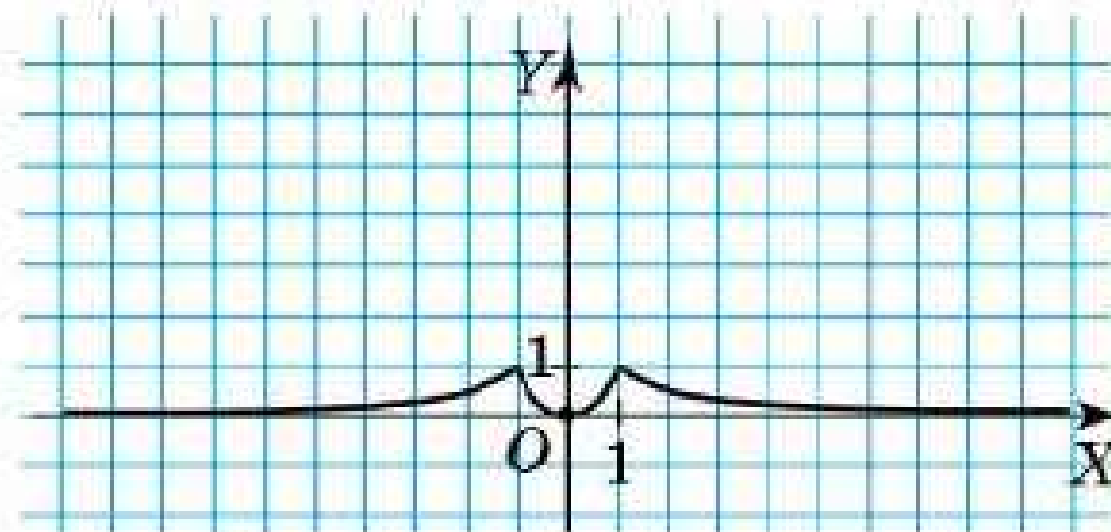
Мал. 36



Мал. 37



Мал. 38



Мал. 39

Проявіть компетентність

495. На міліметровому папері побудуйте параболу $y = x^2$, позначивши точки з абсцисами: $-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$. За одиничний відрізок прийміть 1 мм.

- 496.** На міліметровому папері побудуйте параболу $y = x^2$. За одиничний відрізок прийміть 1 см. Знайдіть наближені значення функції для абсцис: $-4,6$; $-3,5$; $-3,1$; $-1,8$; $1,5$; $2,3$; $3,1$; $3,8$; $4,2$.
- 497.** Земельні наділи мають форму квадрата зі стороною x .
1. Задайте формулою залежність площі ділянки від довжини її сторони.
 2. Побудуйте графік залежності площі ділянки від довжини її сторони.
 3. Задайте формулою залежність периметра ділянки від довжини її сторони.
 4. Побудуйте графік залежності периметра ділянки від довжини її сторони.
 5. Визначте площу ділянки, якщо довжина її сторони дорівнює 15 м; 25 м.
 6. Визначте довжину сторони ділянки, якщо її площа дорівнює 100 м^2 ; 400 м^2 .
 7. Визначте довжину сторони ділянки, якщо число, що виражає її площу, дорівнює числу, що виражає периметр ділянки.

§ 13. АРИФМЕТИЧНИЙ КВАДРАТНИЙ КОРІНЬ

1. Квадратний корінь із числа a

Ситуація. Кімната Марини, площа якої 9 м^2 , має форму квадрата. Марина визначала розміри кімнати і міркувала так: «Треба знайти число, квадрат якого дорівнює 9».



qr.orioncentr.com.ua/8LdfT



Скільки є чисел, квадрат яких дорівнює 9?

Це числа 3 і -3 .



Справді, $3^2 = 9$ і $(-3)^2 = 9$. Але, звісно, в умовах розглянутої ситуації виміри кімнати не можуть бути від'ємними.

Число	Квадрат числа	Протилежне число	Квадрат протилежного числа
3	$3^2 = 9$	-3	$(-3)^2 = 9$
$-\frac{3}{4}$	$\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$
0	$0^2 = 0$	0	$0^2 = 0$



Якщо число є квадратом деякого числа, то воно є квадратом і протилежного йому числа.



Чи може від'ємне число бути квадратом деякого числа?

Ні.



Справді, добуток двох чисел з однаковими знаками — число додатне.



$x^2 \geq 0$ для будь-якого x .

Наведені міркування підказують, що рівняння $x^2 = a$ ($a \geq 0$) має два корені, які є протилежними числами. Наприклад, коренями рівняння $x^2 = 9$ є протилежні числа 3 і -3, а коренями рівняння $x^2 = 0$ — число 0, яке протилежне самому собі.

Запам'ятайте!

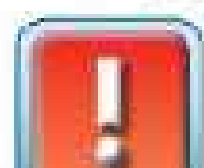
Квадратним коренем із числа a називається число, квадрат якого дорівнює a .

Наприклад:

числа 3 і -3 є квадратними коренями з числа 9;

числа $\frac{3}{4}$ і $-\frac{3}{4}$ є квадратними коренями з числа $\frac{9}{16}$;

число 0 є квадратним коренем із числа 0.



Квадратного кореня з від'ємного числа **не існує**.

2. Арифметичний квадратний корінь із числа a

Щоб знайти довжину сторони кімнати, Марина, могла скласти й розв'язати рівняння $a^2 = 9$, де a — довжина сторони кімнати. Його корені: $a = 3$ або $a = -3$.

Однак умову задачі зодовольняє тільки значення $a = 3$, оскільки довжина сторони квадрата не може бути від'ємним числом.

Запам'ятайте!

Невід'ємне значення квадратного кореня з числа a називають арифметичним квадратним коренем із числа a .

Наприклад, арифметичним квадратним коренем із числа 9 є число 3, а з числа 0 — число 0.

 Коротко записуємо: $\sqrt{a}$ — і говоримо: арифметичний квадратний корінь з a .

Знак $\sqrt{}$ називають *радикалом*. Він замінює термін «арифметичний квадратний корінь».

У виразі $\sqrt{a}$ число a називають *підкореневим виразом*. Наприклад, у виразах $\sqrt{9}$ і $\sqrt{0}$ підкореневими виразами є відповідно числа 9 і 0.

 Дію знаходження арифметичного квадратного кореня з числа a називають *добуванням квадратного кореня з числа a* .

 Щоб добути арифметичний квадратний корінь із числа a , потрібно знайти таке невід'ємне число, квадрат якого дорівнює a .

Наприклад, щоб добути арифметичний квадратний корінь із числа 4, потрібно знайти таке невід'ємне число, квадрат якого дорівнює 4. Це число 2, оскільки $2^2 = 4$.

 Коротко записуємо: $\sqrt{4} = 2$.

 Квадратними коренями з числа 100 є числа -10 і 10 . Арифметичним квадратним коренем із числа 100 є число 10.

3. Порівняння арифметичних квадратних коренів

Щоб порівняти арифметичні квадратні корені з двох чисел, достатньо знайти їхні наближені значення, наприклад за допомогою калькулятора. Порівняємо, для прикладу, $\sqrt{19}$ і $\sqrt{17}$. Для цього спочатку знаходимо: $\sqrt{19} \approx 4,3588989\dots$, $\sqrt{17} \approx 4,1231056\dots$. Оскільки $4,3588989\dots > 4,1231056\dots$, то $\sqrt{19} > \sqrt{17}$.



Чи можна порівняти арифметичні квадратні корені з двох чисел, не обчислюючи їхніх наближених значень?

Так.



Для цього можна скористатися такою властивістю арифметичних квадратних коренів:

$$\sqrt{a} > \sqrt{b}, \text{ якщо } a > 0, b \geq 0 \text{ і } a > b.$$

Задача 1 Порівняйте числа: 1) $\sqrt{8}$ і 3; 2) 2,6 і $\sqrt{6}$.

Розв'язання

1. Оскільки $3 = \sqrt{9}$ і $8 < 9$, то $\sqrt{8} < \sqrt{9}$. Отже, $\sqrt{8} < 3$.

2. Оскільки $2,6 = \sqrt{2,6^2} = \sqrt{6,76}$ і $6,76 > 6$, то $\sqrt{6,76} > \sqrt{6}$.

Отже, $2,6 > \sqrt{6}$.

4. Властивості арифметичного квадратного кореня

З означення арифметичного квадратного кореня випливають такі властивості:

1. $\sqrt{a} \geq 0$, якщо $a \geq 0$.

2. $(\sqrt{a})^2 = a$, якщо $a \geq 0$.

3. $\sqrt{a^2} = |a|$, якщо a — будь-яке число.

4. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$, якщо $a \geq 0$ і $b \geq 0$.

5. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, якщо $a \geq 0$ і $b > 0$.



qr.orioncentr.com.ua/0SMTa

Доведемо властивість 4. Ос
Піднесемо до квадрата вирази
властивість 2 та властивості ст

$$\left(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{b}\right)^2$$

Отже, ліву і праву частини
го виразу $a \cdot b \geq 0$. Тому $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Властивість 5 спробуйте до

Задача 2

Знайдіть значення виразу:

Розв'язання

1. $\sqrt{100 \cdot 16} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{16} = 10 \cdot 4 = 40$

2. $\sqrt{225} = \sqrt{25 \cdot 9} = 5 \cdot 3 = 15$.

Для обчислення $\sqrt{225}$ тако
цею квадратів чисел, яку пода

5. Внесення множника під знак кореня



Чи можна вносити множник
під знак кореня?

Задача 5

Внесіть множник під знак кореня

1) $3\sqrt{2}$; 2) $-3\sqrt{2}$.

Розв'язання

1. Оскільки $3\sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{2}$, то
внести під знак кореня, — це числ.

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2}$$

2. Оскільки $\sqrt{(-3)^2} = |-3| \neq -3$



Чи завжди можна
з-під знака кореня?

Наприклад, у виразі $\sqrt{15}$
з-під знака кореня, оскільки
добуток чисел, з яких хоча б од

Задача 7 Спростіть вираз: 1)

Розв'язання

1. Підкореневі вирази обох

$$3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3}(3 + 5)$$

2. Підкореневі вирази 50,

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}, \quad \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$$

Розділ 3



Коротко записуємо: $\sqrt[3]{a}$ –
з a .

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3$$

У виразі $\sqrt[3]{a}$ число a називається
Дію знаходження кубічного
добуванням кубічного кореня з



Щоб добути кубічний корінь з
йти таке число, куб якого дорівнює

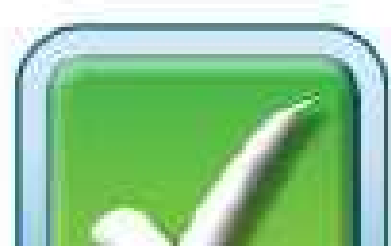
Наприклад:

число 3 є кубічним коренем з 27

число -3 є кубічним коренем з -27

число 0 є кубічним коренем з 0

число $\sqrt[3]{5}$ є кубічним коренем з 5



• Кубічний корінь із додавання

Пригадайте головне

1. Сформулюйте означення квад
2. Що називають арифметичним
3. Чи існує квадратний корінь з ві
4. Чому дорівнює арифметичний
5. Як порівнюють арифметичні кв
6. Сформулюйте властивості ари
7. Як внести множник під знак кор
8. Як винести множник з-під знака
9. Що називають кубічним коренем

Усне тренування

1. Запишіть як степінь з ос
1) $9^{-3} \cdot 3^5$; 2) $27^2 \cdot 81^{-4}$; 3) (
2. Серед чисел 6, -11 , $\frac{2}{6}$,
 $-5,05$ оберіть: 1) натуральні; 2)

Розділ 3

502'. Чи правильно порівняли

1) $\sqrt{3} < \sqrt{5}$; 3

2) $\sqrt{7} < \sqrt{2}$; 4

Відповідь поясніть.

503'. Чи правильно, що для a

1) $\sqrt{a} < 0$; 2) $\sqrt{a} = 0$; 3)

504'. Чи є правильним твердження

1) значення виразу $\sqrt{a}$ іє

2) значення виразу $\sqrt[3]{a}$ іє

3) значення виразу $\sqrt{a}$ іє

4) значення виразу $\sqrt[3]{a}$ іє

505'. Чи правильно, що для до

1) $(\sqrt{a})^2 < 0$; 2) $(\sqrt{a})^2 = 0$

506'. Яка з формул є правильною

9) 0,16;

13) 1,69;

10) 0,25;

14) 1,96;

11) 0,49;

15) 2,56;

12) 1,21;

16) 0,04;

512°. Знайдіть усі квадратні к



1) 81;

4) 225;

2) 100;

5) 0,81;

3) 144;

6) 0,01;

513°. Якими даними потрібно

Розділ 3

517°. Знайдіть арифметичний

- | | |
|----------|----------|
| 1) 0,01; | 3) 0,64; |
| 2) 0,04; | 4) 0,36; |

518°. Знайдіть арифметичний



- | | |
|----------|------------|
| 1) 0,09; | 3) 0,25; |
| 2) 0,16; | 4) 0,0049; |

519°. Обчисліть:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $\sqrt{\frac{1}{4}}$; | 3) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; |
| 2) $\sqrt{\frac{1}{16}}$; | 4) $\sqrt{\frac{9}{100}}$; |

520°. Обчисліть:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $\sqrt{\frac{1}{9}}$; | 2) $\sqrt{\frac{1}{25}}$; | 3) $\sqrt{\frac{25}{49}}$; |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|

521°. Знайдіть значення вираз

- 1) $\sqrt{25} - \sqrt{81}$;

525°. Чи є правильною рівність

$$1) (\sqrt{8})^2 = 16; \quad 2) (5)^2 = 5$$

526°. Обчисліть:

$$1) (\sqrt{4})^2; \quad 4) (\sqrt{9})^2;$$

$$2) (\sqrt{3})^2; \quad 5) (-\sqrt{10})^2;$$

$$3) (-\sqrt{3})^2; \quad 6) (\sqrt{0,2})^2;$$

527°. Обчисліть:



$$1) (\sqrt{2})^2;$$

$$3) (\sqrt{0})^2;$$

$$2) (-\sqrt{2})^2;$$

$$4) (\sqrt{0,7})^2;$$

Розділ 3

532°. Знайдіть значення вираз

1) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}};$

3) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}};$

2) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}};$

4) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}};$

533°. Знайдіть значення вираз



1) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}};$

2) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}};$

3) .

534°. Обчисліть:

1) $\sqrt{4^2};$

3) $\sqrt{0^2};$

2) $\sqrt{(-4)^2};$

4) $\sqrt{(-90)^2};$

535°. Обчисліть:

1) $\sqrt{3^2};$

2) $\sqrt{(-3)^2};$

3) $\sqrt{}$

539°. Винесіть множник з-під



1) $\sqrt{18}$;

3) $\sqrt{98}$;

2) $\sqrt{50}$;

4) $\sqrt{28}$;

540°. Чи правильно додали ар

1) $\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{10}$;

2) $\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{10}$;

3) $\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$?

541°. Спростіть вираз:



1) $\sqrt{2} + \sqrt{2}$;

2) $7\sqrt{3} - \sqrt{3}$;

3) $6\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$;

4) $9\sqrt{11} - 2\sqrt{11}$;

5) $3\sqrt{21} - 4\sqrt{21}$;

542°. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{10} + \sqrt{10}$;

Розділ 3

544°. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$;

2) $\sqrt{5}(6 + \sqrt{5})$;

3) $(\sqrt{8} + 1)(\sqrt{2} - 2)$;

4) $(\sqrt{15} + 4)(\sqrt{15} - 4)$;

545°. Спростіть вираз:

1) $\sqrt[3]{27}$;

3) $\sqrt[3]{64}$;

2) $\sqrt[3]{-8}$;

4) $\sqrt[3]{1000}$;

546°. Спростіть вираз:



1) $\sqrt[3]{-27}$;

3) $\sqrt[3]{125}$;

2) $\sqrt[3]{-8}$;

4) $\sqrt[3]{1000000}$

547. Обчисліть, скориставшись

1) $\sqrt{16900}$;

6) $\sqrt{78400}$

551. Порівняйте числа:

1) $4\sqrt{3}$ і 7; 5) $5\sqrt{2}$

2) $\sqrt{28}$ і $2\sqrt{6}$; 6) $2\sqrt{3}$

3) $3\sqrt{5}$ і 7; 7) $5\sqrt{6}$

4) $3\sqrt{2}$ і $\sqrt{18}$; 8) $14\sqrt{2}$

552. Порівняйте числа:

1) $5\sqrt{2}$ і 7; 4) $10\sqrt{11}$

2) $4\sqrt{5}$ і 9; 5) $6\sqrt{7}$ і

3) $4\sqrt{2}$ і $\sqrt{32}$; 6) $4\sqrt{0,2}$

553. Між якими двома посл

Розділ 3

557. Знайдіть значення вираз

$$1) \sqrt{14} \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{12,96};$$

$$2) \sqrt{0} \cdot \sqrt{2\frac{7}{9}} - \sqrt{1,44};$$

$$3) \sqrt{0} + \sqrt{3\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{56};$$

558. Знайдіть значення вираз

$$1) \sqrt{0,11} \cdot \sqrt{\frac{1}{44}} + \sqrt{1,8} \cdot \sqrt{20}$$

$$2) \sqrt{0} : \sqrt{5\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{3,84};$$

559. Спростіть вираз:

$$1) \sqrt{10} (\sqrt{28,9} - \sqrt{5,29});$$

$$2) \sqrt{\frac{1}{-}} (\sqrt{72} + \sqrt{32}).$$

562. Спростіть вираз:



1) $\sqrt{(5 - \sqrt{23})^2}$;

2) $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$;

563. Внесіть множник під знак

1) $0,1\sqrt{3}$; 4) $-8\sqrt{0,2}$;

2) $-3\sqrt{0,1}$; 5) $-2,4\sqrt{2}$;

3) $1,1\sqrt{5}$; 6) $\frac{1}{2}\sqrt{10}$;

564. Внесіть множник під знак

1) $0,3\sqrt{2}$; 3) $\frac{1}{2}\sqrt{\quad}$

2) $-5\sqrt{0,2}$; 4) $-\frac{2}{\quad}$

569. Спростіть вираз:

$$1) \frac{\sqrt{45} - \sqrt{4,5}}{\sqrt{10} - 1};$$

$$6) \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1};$$

$$2) \frac{\sqrt{48} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{6} + 1};$$

$$7) \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1};$$

$$3) \frac{\sqrt{3} - \sqrt{27}}{\sqrt{0,12} + \sqrt{3}};$$

$$8) \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1};$$

$$4) \frac{\sqrt{225} + 2\sqrt{625}}{\sqrt{169}};$$

$$9) \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1};$$

$$5) \frac{\sqrt{0,3} - \sqrt{0,6}}{1 - \sqrt{2}};$$

$$10) \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1};$$

570. Спростіть вираз:



$$1) \frac{\sqrt{24} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2} - 1};$$

$$2) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + 1};$$

576*. Порівняйте числа:

1) $\sqrt{4\sqrt{3}}$ і $\sqrt{3\sqrt{4}}$;

2) $4 - \sqrt{5}$ і $3 - \sqrt{2}$;

Проявіть компетентність

577. Підлога кімнати має форму прямокутника.

1. Які розміри кімнати?

2. Скільки метрів багетів потрібно купити, щоб обкласти всі стики стелі зі стін?

§ 14. МНОЖИНА ТА ЇЇ ЕЛЕМЕНТИ. ЧИСЛОВІ МНОЖИНИ

1. Що таке множина

Ситуація. Марина вирішила виставити свої оцінки за жовтень.

Розділ 3



Якщо множина A складається з двох елементів a та b , то її записують так: $A = \{a; b\}$.

Нехай Марина за жовтень оцінювала кількість годин, витрачених на заняття з математики, з 8 до 12, тоді множину B її оцінок можна записати так:

$$B = \{8; 9; 10; 11; 12\}$$

У цій множині п'ять елементів.

2. Як задати множину?



Чи можна записати множину A за допомогою символу $\in$, а d — множину B ?

Для цього використовують символ $\in$, який означає «належить»; $\notin$ — означає «не належить».



4. Раціональні числа

У 5 класі ви вивчали числа
би, — натуральні числа. Усі
множину натуральних чисел
число є елементом множини N

Множину натуральних чисел

$$N = \{1; 2; 3; \dots\}$$

У 6 класі ви вивчали й інші
цілих чисел і множину раціональних

Множину цілих чисел утворюють
тилежні їм числа і число нуля

$$Z = \{\dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

Множина натуральних чисел
цілих чисел:

$$N \subset Z$$

Цілі числа та дробові числа
натуральних чисел. Будь-яке раціональне

Розділ 3

Зауважимо, що скінченний
на подати як нескінченний
з періодом 0:

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 0,250$$



Кожне раціональне числ
ний періодичний десятк
нескінченний періодичн
нальним числом.

Задача 1 Запишіть як нескін

вий дріб число: 1) 5; 2) $\frac{1}{5}$; 3)

Укажіть період одержаного

Розв'язання

1. $5 = 5,0000\dots = 5,(0)$, період

2. $\frac{1}{5} = 0,2 = 0,20000\dots = 0,2(0)$



Чи кожний квадратний раціонального числа є раціональним числом?

Ні. Наприклад, квадратний раціональним є натуральним

5. Дійсні числа

Запам'ятайте!

Множина чисел, яку разом з множиною раціональних чисел і ірраціональних чисел, називається дійсними числами.

Множину дійсних чисел позначають $\mathbb{R}$.

Розділ 3

Задача 2

Серед чисел 0 , $-\sqrt{19}$, $0,09$,

- 1) натуральні;
- 2) цілі;
- 3) раціональні;
- 4) ірраціональні;
- 5) дійсні.

Розв'язання

1. Натуральними є числа 12
2. Цілими є числа 12 , $\sqrt{81}$ і
3. Раціональними є числа 0
4. Ірраціональним є число $-\sqrt{19}$
5. Дійсними є всі дані числа



Кожне натуральне число є цілим числом, і дійсним чи

• **кожне** ціле число є я



Кожне дійсне число можна знайти на числовій прямій, і навпаки — кожній точці прямої відповідає деяке дійсне число.

Інакше можна сказати, існує *взаємна відповідність* між множиною дійсних чисел та множиною дійсних чисел.



Між будь-якими двома множинами дійсних чисел існує нескінченна кількість ірраціональних чисел, а між двома множинами ірраціональних чисел існує нескінченна кількість раціональних чисел.

Дізнайтеся більше

1. Терміни «раціональне число» та «іраціональне число» походять від латинського слова *ratio* — «розум», «раціональне число — розумне число», «іраціональне число — нерозумне число»).

2. Число π — число, яке дорівнює до довжини його діаметра. Про це число є багато фільмів, його «грають» на музичних інструментах.

Розділ 3

Для того щоб просто записати йогіву стрічка, більш як два мільярди горнути такий запис, кінець стрічки

Позначення π (від початкової латинської *periphery* — коло, периферія та *perimetros* — периметр) в книзі «Новий вступ до математики» Уільяма Джонса. Загальновизнаний праць Леонарда Ейлера в 1737 р.



Пом'ястник чисел — перелік чисел

Усне тренування

1. Обчисліть:

1) $0,25 \cdot 16 \cdot 0,125 \cdot 8$; 2)

2. Розставте у виразі знаки

так, щоб отримати правильну

1) $2^4 2^2 2^3 2^2 2^1 = 8$; 2) $2^5 2^4 2$

Розв'яжіть задачі

578'. Назвіть елементи:

1) множини днів тижня;

2) множини планет Соня

3) множини парних натур

числа 10.

579'. Чи правильно, що:

1) множина днів тижня
місяця;

2)

Розділ 3

585°. Дано множину $M = \{3;$
 множин є підмножиною
 $A = \{3; 9; 27\}, B = \{6; 15\},$

586°. Запишіть усі підмножини
1) $A = \{10; 20; 30\};$
2) $B = \{100; 1000; 10000\}$

587°. Укажіть період числа:
1) $4,1111\dots;$
2) $2,35;$
3) $0,3535353\dots;$
4) $5,7777\dots;$
5) $2,123123123\dots;$
Запишіть дане число як :

588°. Укажіть період числа:

 1) $8;$
2) $2,2222\dots;$
Запишіть дане число як :

593°. Чи є правильним твердження?

1) $\frac{1}{9}$ — дійсне число;

2) 5 — раціональне число;

3) -11 — дійсне число;

4) $-\frac{2}{7}$ — ірраціональне число;

5) -11 — раціональне число;

6) 5 — ціле число;

7) 2,4444... — ірраціональне число;

8) 1,55555... — дійсне число;

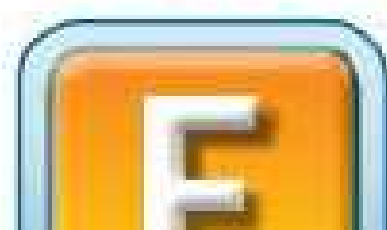
9) $\sqrt{7}$ — раціональне число;

10) π — ціле число;

11) π — дійсне число;

12) $\sqrt{121}$ — натуральне число.

594°. Чи є правильним твердження?



1) $\frac{2}{3}$ — дійсне число;

597°. Серед чисел $-0,(4)$, 1 , $-$



$\sqrt{6}$, $-\sqrt{6}$ оберіть числа:

- 1) натуральні;
- 2) цілі;
- 3) раціональні;
- 4) ірраціональні.

598°. Серед чисел $-\frac{12}{6}$, $-3,(9$

$-\frac{1}{3}$, $-\sqrt{8}$, 22 , $\frac{\sqrt{17}}{2}$ об

- 2) цілі; 3) раціональні; 4)

599°. Наведіть приклад числа,

- 1) є дійсним, але не є рац
- 2) є раціональним, але не
- 3) є від'ємним ірраціонал

605. Чи є підмножиною мно...



1) $A = \{1; \sqrt{2}; 3\};$ 3) $C =$

2) $B = \{\sqrt{3}\};$ 4) $M =$

606. Чи є правильним твердж...

1) $N \subset I;$ 2) $I \subset Q;$ 3) $Q \subset$

607. Дано множини: $A = \{-5;$

$3; 4; 5\}, C = \{-4; -2; 2; 4\}$

1) M , для якої $M \subset A$ і M

2) P , для якої $A \subset P$ і $B \subset$

3) N , для якої $N \subset A$ і $N \subset$

4) H , для якої $A \subset H, B \subset$

608. Порівняйте числа:

1) $0,(8) \text{ і } \frac{3}{8};$ 3) $0,(1$

2) $0,(5) \text{ і } \frac{5}{9};$ 4) $0,(6$

609.

Порівняйте

§ 15. ПЕРЕТВОРЕННЯ ІРАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ

1. Що таке ірраціональні вирази

Ситуація. Сергій побудував фігуру (мал. 41) і вивів формулу для обчислення площі цієї фігури:

$$S = a^2 + 4b^2 + 12c^2,$$

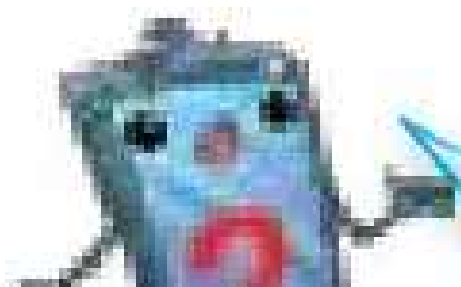
де a — сторона квадрата 1,

b — сторона квадрата 2,

c — сторона квадрата 3.

З неї Сергій вирішив вивести формулу для обчислення сторони a квадрата 1. Він отримав вираз:

$$a = \sqrt{S - 4b^2 - 12c^2}.$$



зміст. А от про інші два вирази можна, оскільки значення пі від значення змінної x . Напри

- якщо $x = 3$, то $\frac{4}{\sqrt{x+1}} = \frac{4}{\sqrt{4}} = 2$
має зміст;

- якщо $x = -5$, то $\frac{4}{\sqrt{x+1}} = \frac{4}{\sqrt{-4}}$
не має зміст, оскільки не можна взяти квадратний корінь з від'ємного числа;

- якщо $x = -1$, то $\frac{4}{\sqrt{x+1}} = \frac{4}{\sqrt{0}}$
втрачає зміст, оскільки на нуль не ділять;



Якщо A — вираз зі змінною, то $\sqrt{A}$ має зміст
І навпаки, якщо $\sqrt{A} = 0$

Як бачимо, для виразу $\frac{4}{\sqrt{x+1}}$



Надалі перетворення ірраціональних виразів зводимо на ОДЗ змінних цих виразів.

3. Перетворення ірраціональних виразів



Як діяти, щоб перетворити ірраціональні вирази?

Спираючись на їхні властивості.

Запам'ятайте!

Нехай A і B — деякі вирази.

$$1. \sqrt{A} \geq 0. \quad 2. (\sqrt{A})^2 = A$$

$$4. \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}. \quad 5.$$

Останні два приклади є ос
застосували формулу $(\sqrt{a})^2 = a$
ліво. Це дало нам змогу подат
драти ірраціональних виразів
лі, два вирази виду $a - b$
спряженими. Наприклад, $x -$
відповідно.

4. Внесення множни Винесення множник



Як діяти, щоб ввест
знак кореня?

Спираючись на

Задача 2

Внесіть множник

Розділ 3



Під час внесення множни
но враховувати, яким са
від'ємним чи таким, що



Як діяти, щоб вин
з-під знака кореня?

Спираючись на

Задача 3

Винесіть множник з-під зна

1) $\sqrt{2y^2}$, якщо $y > 0$; 2) $\sqrt{2}$

Розв'язання

1. Скористаємося властивіс

то $|y| = y$, звідси $\sqrt{y^2} = y$. Отже,

2. Скористаємося властивіс



Звільнитися від ірраціональності
чає перетворити дріб та
тив квадратних коренів.

Задача 4

Звільніться від ірраціональності

$$1) \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad 2) \frac{x}{\sqrt{x+1}}.$$

Розв'язання

1. Помножимо чисельник і

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

2. Знайдемо вираз, спряже

Помножимо чисельник і зна

вираз:

$$\frac{x}{\sqrt{x+1}} = \frac{x \cdot (\sqrt{x-1})}{\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}} = \frac{x \cdot \sqrt{x-1}}{x-1}.$$

Розділ 3

Задача 5 Розв'яжіть рівняння

$$1) (x + 2)^2 = 9; \quad 3) \sqrt{x + 2} =$$

$$2) (x + 2)^2 = 3; \quad 4) \sqrt{x + 2} =$$

Розв'язання

1. Рівняння виду $x^2 = a$ ($a \geq$
 лежними числами. Тоді:

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 &= 9 \\ x + 2 &= 3 \quad \text{або} \\ x &= 1 \quad \text{або} \end{aligned}$$

Отже, коренями рівняння є

2. Рівняння виду $x^2 = a$ ($a \geq$
 лежними числами. Тоді:

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 &= 3 \\ x + 2 &= \sqrt{3} \quad \text{або} \\ x &= \sqrt{3} - 2 \quad \text{або} \end{aligned}$$

Отже, коренями рівняння

Отже, коренем рівняння є



Розв'язуючи рівняння вирази зі змінними, потім

- враховувати, що не всі вирази є цілими;
- будь-які перетворення виконуємо на ОДЗ їхніх змінних;
- знайдені корені необхідно перевіряти належність до ОДЗ змінних, встановленою постановкою в дане рівняння.

Дізнайтеся більше

Доведемо, що $\sqrt{2}$ — ірраціональне число.

Припустимо, що $\sqrt{2}$ — раціональне число.

Тоді воно можна подати як нескоротний дріб $\frac{m}{n}$, де m і n — натуральні числа.

Піднесемо до квадрата, що рівняє:

Пригадайте головне

1. Наведіть приклад ірраціонального виразу.
2. Наведіть приклад значення з ірраціональним показником обраного вами ірраціонального виразу.
3. За якої умови має зміст вираз $\sqrt[n]{a}$?
4. Які властивості арифметичного кореня використовуються для ірраціональних виразів?
5. Які вирази називають взаємно оберненими?
6. Поясніть, як внести множник під знак кореня.
7. Поясніть, як винести множник з-під знака кореня.
8. Наведіть приклад дробу, що містить ірраціональний вираз у знаменнику.
9. Поясніть, як звільнитися від ірраціональності знаменника.

Усне тренування

1. Розставте у виразі знаки дій так, щоб отримати правильну рівність.

$$1) \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 = -11.$$

$$5) \sqrt{A^2} = |A|; \quad 6) \sqrt{(-A)^2} = |A|$$

620'. Чи правильно, що:

$$1) \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = A \cdot B;$$

$$2) \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A^2 \cdot B^2};$$

$$3) \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B};$$

621°. Чи має зміст вираз:



$$1) \sqrt{x-2}, \text{ якщо } x = 0;$$

$$2) \sqrt{3+x}, \text{ якщо } x = -3;$$

$$3) \sqrt{x-1}, \text{ якщо } x = 2;$$

$$4) \sqrt{4x}, \text{ якщо } x = -5;$$

$$5) \sqrt{2x}, \text{ якщо } x = 4;$$

Розділ 3

625°. Який із виразів не має зм

1) $\sqrt{x-7}$;

4) $\sqrt{2x-1}$

2) $\sqrt{-2x}$;

5) $\frac{\sqrt{-5x+}}{2}$

3) $\sqrt{4x}$;

6) $\frac{10}{\sqrt{-x^2}}$;

626°. Який із виразів не має зм

1) $\sqrt{x-1}$;

3) $\sqrt{2x-1}$

2) $\sqrt{-5x}$;

4) $\frac{5}{\sqrt{-3x+}}$

627°. Спростіть вираз:

1) $\left(\sqrt{x-3}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{2x-}\right)$

630°. Розкрийте дужки та спр



1) $\sqrt{n}(\sqrt{n} + 6);$

2) $(\sqrt{a} + 3)(\sqrt{a} - 6);$

3) $(\sqrt{y} + 8)(\sqrt{y} - 8);$

4) $(\sqrt{3x} + \sqrt{2y})(\sqrt{3x} - \sqrt{2y})$

631°. Розкладіть на множники.



1) $\sqrt{a} - 2a\sqrt{a};$

2) $25\sqrt{x} + x\sqrt{x};$

3) $9\sqrt{m} - n\sqrt{m};$

4) $\sqrt{x} + 4y\sqrt{x};$

5) $6\sqrt{a} - 15a\sqrt{a};$

6) $12\sqrt{n} - m\sqrt{n} - n\sqrt{n};$

7) $\sqrt{p} + 2p\sqrt{p} - p^2\sqrt{p};$

635°. Спростіть вираз:

$$1) \frac{\sqrt{mn} - n}{\sqrt{m} - \sqrt{n}};$$

$$8) \frac{\sqrt{2x}}{x}$$

$$2) \frac{\sqrt{xy} - \sqrt{y}}{x - \sqrt{x}};$$

$$9) \frac{\sqrt{8x}}{\sqrt{2x}}$$

$$3) \frac{\sqrt{5d} + \sqrt{5b}}{\sqrt{45d} + \sqrt{45b}};$$

$$10) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$4) \frac{\sqrt{cd} + \sqrt{cb}}{\sqrt{ad} + \sqrt{ab}};$$

$$11) \frac{x}{\sqrt{x}}$$

$$5) \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x}};$$

$$12) \frac{y}{\sqrt{y}}$$

$$6) \frac{a + 5\sqrt{a}}{\sqrt{a}};$$

$$13) \frac{\sqrt{n}}{m}$$

$$7) \frac{2\sqrt{m}}{m - \sqrt{m}};$$

$$14) \frac{x^2}{x - \sqrt{x}}$$

638°. Внесіть множник під знак



1) $5\sqrt{c}$;

2) $c\sqrt{a}$, якщо $c < 0$;

639°. Винесіть множник з-під

1) $\sqrt{2x^2}$, якщо $x > 0$;

2) $\sqrt{3a^2}$, якщо $a < 0$;

3) $\sqrt{8t^2}$, якщо $t > 0$;

4) $\sqrt{a^2b}$, якщо $a < 0$;

5) $\sqrt{a^2b}$, якщо $a > 0$;

6) $\sqrt{5x^2y^2}$, якщо $x > 0$, y

640°. Винесіть множник з-під



1) $\sqrt{7y^2}$, якщо $y > 0$;

2) $\sqrt{7y^2}$, якщо $y < 0$;

Розділ 3

643°. Спростіть вираз:

$$1) \frac{3}{\sqrt{c}} - \frac{4}{\sqrt{c}};$$

$$2) \frac{5}{\sqrt{p}} - \frac{2}{\sqrt{p}};$$

644°. Спростіть вираз:

$$1) \frac{2}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}};$$

645°. Розв'яжіть рівняння:



$$1) x^2 = 1;$$

$$6) x^2 = 15$$

$$2) x^2 = 36;$$

$$7) x^2 - 64$$

$$3) x^2 = 0;$$

$$8) 2x^2 - 4$$

$$4) 3x^2 = 9;$$

$$9) x^2 - 81$$

$$5) x^2 = 11;$$

$$10) x^2 - 1$$

$$16) x^2 + 40 = 0;$$

$$17) 0,1x^2 + 1,6 = 0;$$

$$18) \frac{x^2}{-16} - 0$$

650. Чи за будь-яких значень



1) $\sqrt{x^2}$;

2) $\sqrt{(x-1)^2}$;

Якщо так, то вкажіть кі
обчисліть відповідні зна

651. Спростіть вираз:

1) $(\sqrt{x} + 3)^2 + (\sqrt{x} - 3)^2$;

2) $(\sqrt{a} + 5\sqrt{2})^2 - (\sqrt{a} - 5\sqrt{2})^2$

3) $(2 + \sqrt{y})^2 - (1 - 2\sqrt{y})^2$;

4) $(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 4) - (-\sqrt{x})$

5) $(\sqrt{m} + \sqrt{n})^2 - (\sqrt{m} + \sqrt{n})$

Розділ 3

655. Спростіть вираз:

$$1) \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 3} - \frac{\sqrt{a} - 3}{\sqrt{a} + 3};$$

$$2) \frac{\sqrt{m} + \sqrt{p}}{\sqrt{m} - \sqrt{p}} + \frac{\sqrt{m} - \sqrt{p}}{\sqrt{p} + \sqrt{m}};$$

656. Спростіть вираз:

$$1) \frac{\sqrt{n} - 2}{\sqrt{n} + 2} - \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} - 2};$$

657. Спростіть вираз:

$$1) \sqrt{\frac{45a^3}{b}} \cdot \sqrt{\frac{5a}{b^{-1}}};$$

$$2) \sqrt{\frac{45a^3}{b}} : \sqrt{\frac{5a}{b^{-1}}};$$

$$3) \sqrt{\frac{12x^5}{y^{-2}}} : \sqrt{\frac{y^6}{3x^{-7}}};$$

663. Звільніться від ірраціона

1) $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$; 3) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$;

2) $\frac{7}{\sqrt{2}+3}$; 4) $\frac{7}{\sqrt{10}+\sqrt{3}}$

664. Звільніться від ірраціона



1) $\frac{1}{1+\sqrt{5}}$;

3) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2) $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$;

4) $\frac{1}{\sqrt{8}}$

665. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x+1)^2 = 64$;

2) $(x-3)^2 = 5$;

3) $(x-10)^2 = 0$;

4) $(x+12)^2 - 36 = 0$;

5) $(x+9)^2 - 81 = 0$;

666. Розв'яжіть рівняння:

671. Розв'яжіть рівняння:

1) $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)=2-x$;

2) $(\sqrt{x}-\sqrt{3})(\sqrt{x}+\sqrt{3})=5-x$;

3) $(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)=(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+5)$;

4) $(2\sqrt{x}-7)(2\sqrt{x}+7)=(4\sqrt{x}-6)(\sqrt{x}+5)$;

5) $(\sqrt{x}-5)^2=26+x$; 6) $(\sqrt{x}-2\sqrt{2})^2=8+x$.

672. Розв'яжіть рівняння:

1) $(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})=2-x$;

2) $(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)=(\sqrt{x}-7)(\sqrt{x}+6)$;

3) $(\sqrt{x}-\sqrt{15})^2-x=-30$.

673. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x+1)\sqrt{x-2}=0$;

5) $(x+1)(\sqrt{x}-1)=0$;

2) $(x-1)\sqrt{x-1}=0$;

6) $(x-1)(\sqrt{x}-1)=0$;

3) $x\sqrt{x-10}=0$;

7) $x(\sqrt{x}-10)=0$;

4) $x\sqrt{x+4}=0$;

8) $2x\sqrt{x}=0$.

674. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x+3)\sqrt{x-3}=0$;

3) $x(\sqrt{x}-2)=0$;

2) $(x-3)\sqrt{x+3}=0$;

4) $x\sqrt{x-1}=0$.

675*. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{(x-1)^2}$, якщо $x > 2$;

5) $\sqrt{x^2-6x+9}$, якщо $x > 9$;

2) $\sqrt{(x+12)^2}$, якщо $x > 20$;

6) $\sqrt{x^2-2x+1}$, якщо $x > 5$;

3) $\sqrt{(x-8)^2}$, якщо $x < 0$;

7) $\sqrt{x^2-8x+16}$, якщо $x < 0$;

4) $\sqrt{(x^2+8)^2}$;

8) $\sqrt{x^2+4x+4}$, якщо $x < -4$.

676*. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{(x^2-4)(x-2)}$;

2) $\sqrt{x^3+10x^2+25x}$.

677*. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{2}{x - y} \right) \cdot \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$2) \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) \cdot \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$3) \left(\frac{x + 1 + \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1 - \sqrt{x^2 - 1}} - x \right)^2 ;$$

$$4) \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \cdot (x - y)^{-1} + \frac{3}{x - y}$$

678*. Обчисліть:

$$1) \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-2} + \sqrt{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$$

$$2) \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-2} + \sqrt{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$$

Розділ 3

683*. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \sqrt{1 + \sqrt{x}} = 1; \quad 2) \sqrt{1 - \sqrt{x}} = 1;$$

Проявіть компетентність

684. У таблиці 27 показано щували вирази. Хто з д

Сашко
$\frac{a^2 - 5}{a - \sqrt{5}} =$ $= \frac{(a - \sqrt{5})(a - \sqrt{5})}{a - \sqrt{5}} =$ $= a - \sqrt{5}$

А. Наталка.

В.

2. Область визначення та об



Якою є область визн
 $y = \sqrt{x}$?

Функцію $y = \sqrt{x}$ задає ви
якщо $x < 0$. Тому областю виз
жина невід'ємних чисел.



Коротко записуємо: D
число, або $x \geq 0$.



Якою є область зна
 $y = \sqrt{x}$?

Розділ 3

Цей графік побудовано за даними грами. Ця лінія є *віткою параболи* координат і розташована не вертикально, а горизонтально.



Графік функції $y = \sqrt{x}$ розташований у першій координатній чверті.

4. Властивості



Які властивості має функція $y = \sqrt{x}$?

Проаналізуємо властивості функції $y = \sqrt{x}$.

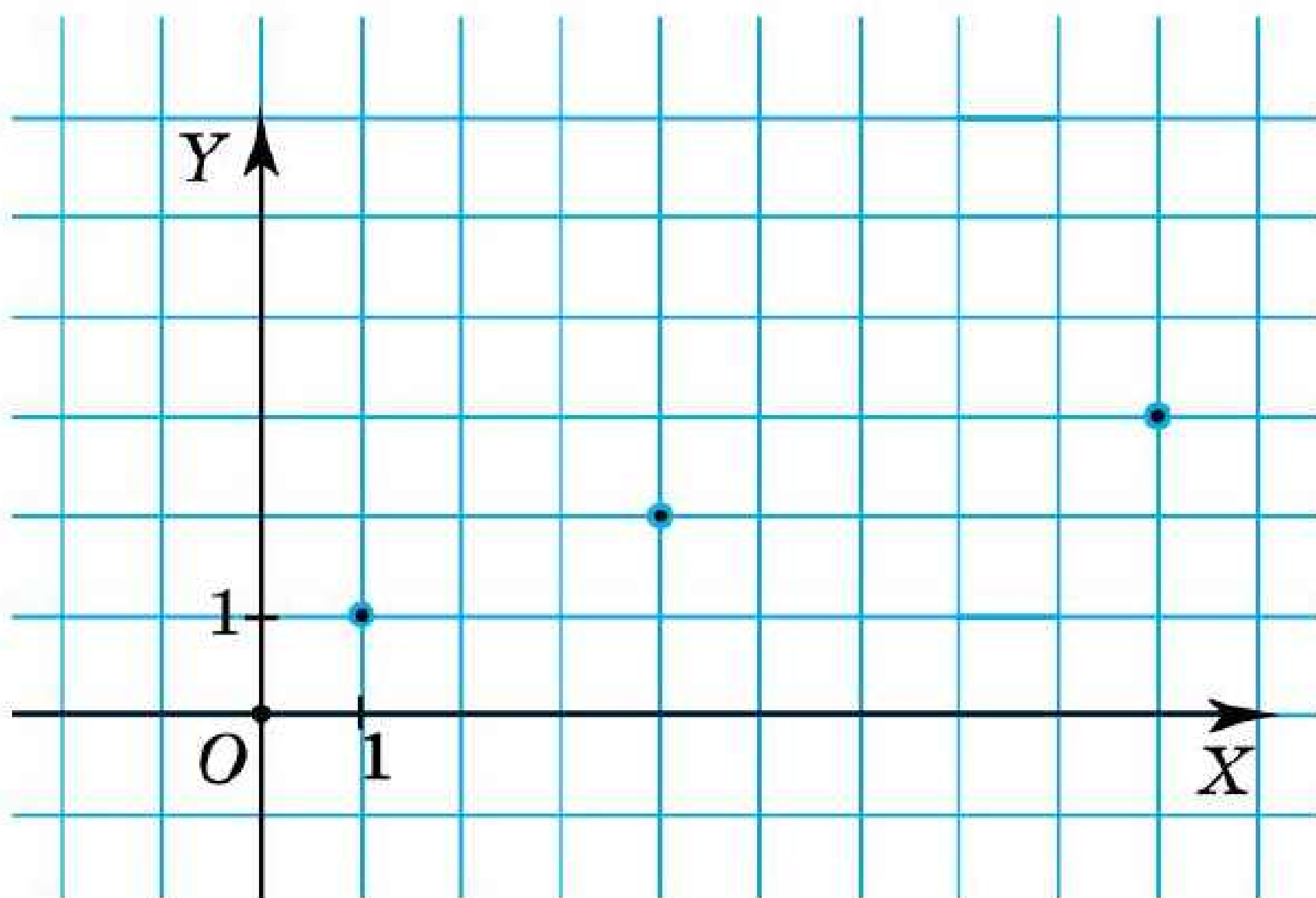
Запам'ятайте!

Властивості функції $y = \sqrt{x}$

1. $D(y)$: x — будь-яке невід'язне дійсне число.

2. $E(y)$: y — будь-яке невід'язне дійсне число.

Крок 3. Побудовані точки.
Одержимо графік функції $y =$



Мал. 43

Задача 1 Чи проходить граф

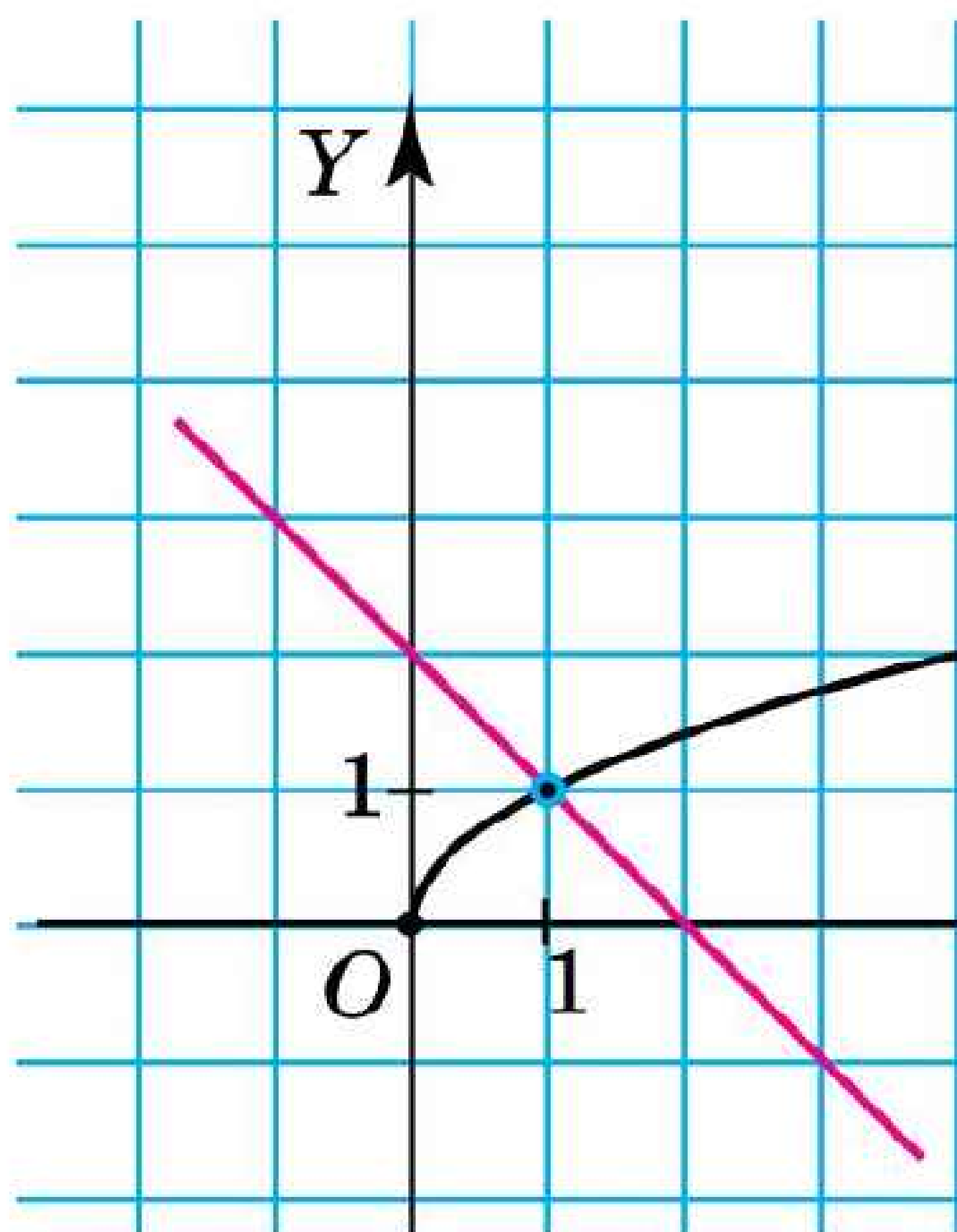
1) $A(16; 4)$; 2) $B(4; -2)$?

Розв'язання

1. Підставимо координати
 $y = \sqrt{x}$. Маємо: $4 = \sqrt{16}$.

Розділ 3

Визначимо координати точ



Мал

Отже, пара чисел $(1; 1)$ — п



Які рівняння можна р
допомогою графіка фу

Рівняння, п



Словничок

Українська	Англійська/ English
квадратний корінь	square root

Пригадайте головне

1. Яка область визначення функції $y = \sqrt{x}$?
2. Яка область значень функції $y = \sqrt{x}$?
3. Що є графіком функції $y = \sqrt{x}$?
4. Як розміщується в системі координат графік функції $y = \sqrt{x}$?
5. Назвіть властивості функції $y = \sqrt{x}$.

Усне тренування

Розділ 3

686°. Функцію задано формулою
ті таблицю 29 та заповніть

x	0	1,21	1,96
y			

687°. Функцію задано формулою
ті таблицю 30 і заповніть

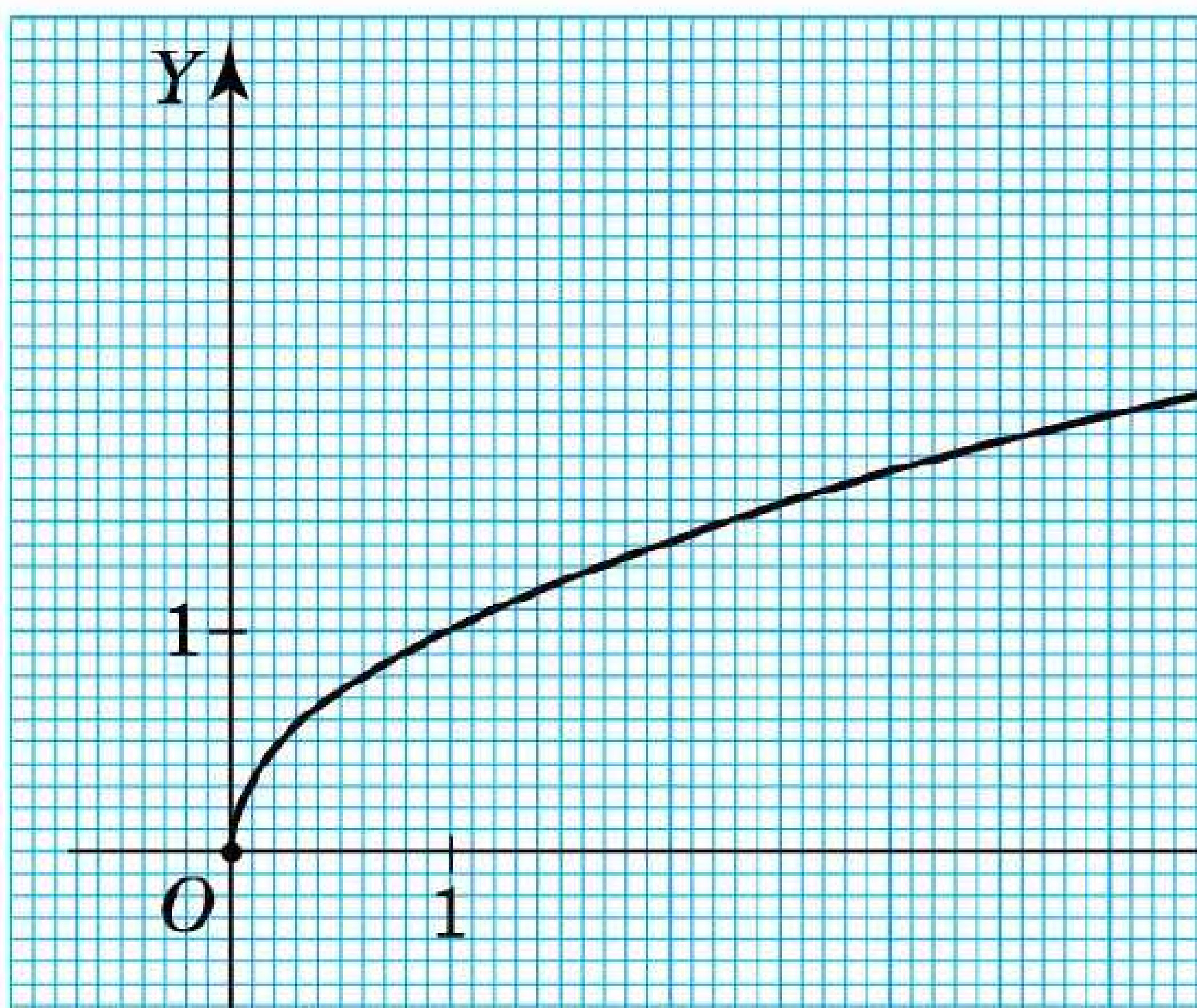


x	1	1,44	2,25
y			

688°. Чи правильно, що графік
через точку:

- | | |
|----------------|-----------------|
| 1) $A(4; 2)$; | 3) $C(6, 25)$; |
| 2) $B(0; 0)$; | 4) $D(0; 4)$; |

689°. Чи правильно, що графік



Мал

693°. На малюнку 46 зображ графіком знайдіть:

- 1) значення y , якщо $x =$
- 2) значення x , якщо $y =$

694°. Чи перетинає графік фу

- 1) $x = 4$; 2) $x = -9$; 3) $x =$

Розділ 3

699°. Розв'яжіть графічно сист



1)
$$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x - 2; \end{cases}$$
 2)

700°. За допомогою графіка ф
няйте:

1) $\sqrt{3}$ і $\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{}$

2) $\sqrt{0,12}$ і $\sqrt{0,17}$; 4) $\sqrt{}$

701°. За допомогою графіка ф
няйте:

1) $\sqrt{6}$ і $\sqrt{2}$; 3) $\sqrt{}$

2) $\sqrt{2,5}$ і $\sqrt{2,7}$; 4) 3

702. Площа круга обчислюєт

d — діаметр круга. Зад
від S .

709. Розмістіть у порядку збі

1) $\sqrt{1,3}$, $\sqrt{1,5}$, $\sqrt{0,8}$, 1;

2) 2, $\sqrt{5}$, $\sqrt{3,2}$, $\sqrt{4,8}$;

710. Розмістіть у порядку збі



1) $\sqrt{4,1}$, 2, $\sqrt{3,8}$, $\sqrt{4,5}$;

711. Розв'яжіть графічно рів

1) $\sqrt{x} = \frac{x}{3}$; 2) $\sqrt{x} = x^2$;

712. Розв'яжіть графічно рів



1) $\sqrt{x} = 2x - 6$;

713*. Побудуйте графік функ
рактеризуйте її властиво

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 3

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Поясніть, що таке множина; підмножина. Наведіть приклади.
2. Які числа називають ірраціональними; дійсними?
3. Як позначають множину натуральних чисел; цілих чисел; раціональних чисел; ірраціональних чисел; дійсних чисел?
4. Як пов'язані між собою раціональні, ірраціональні та дійсні числа?
5. Сформулюйте означення квадратного кореня з числа a .
6. Що називають арифметичним квадратним коренем із числа a ?
7. Як називають дію знаходження арифметичного квадратного кореня з числа?
8. Які властивості арифметичного квадратного кореня?
9. Яка область визначення функції $y = \sqrt{x}$? А область значень?
10. Що є графіком функції $y = \sqrt{x}$?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

1°. Яким є число $\sqrt{\frac{16}{23}}$?

А. Дійсним числом.
В. Цілим числом.

Б. Раціональним числом.
Г. Натуральним числом.

2°. Розв'яжіть рівняння $x^2 = 25$.

А. 5. Б. 25. В. 25, -25. Г. 5; -5.

3°. Яка з точок належить графіку функції $y = \sqrt{x}$?

А. $A(4; 2)$. Б. $B(2; 4)$. В. $C(1; 0)$. Г. $D(-4; 2)$.

4. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$.

А. $\frac{1}{2}$. Б. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. В. $2 + \sqrt{3}$. Г. $\sqrt{3}$.

5°. Спростіть вираз $\frac{3\sqrt{a} + \sqrt{27}}{a - 3}$.

А. $\frac{3}{\sqrt{a} - \sqrt{3}}$. Б. 3. В. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a} - \sqrt{3}}$. Г. $3(\sqrt{a} + \sqrt{3})$.



Розділ 4. КВАДРАТ

У розділі д

- які рівняння називаються кवाद
- як розв'язувати квадратні рівн
- про теорему Вієта та її застосу
- що таке квадратний тричлен;
- як розкласти квадратний трич
- як розв'язувати рівняння, що з
- що таке математична модель
- як розв'язувати прикладні зад
- моделювання;
- як застосовувати вивчений ма

§ 17. КВАДРАТ

1. Що таке квадратне рівняння

Отже, необхідно розв’язати це рівняння. Таке рівняння є *квадратним*.

Запам’ятайте!

Квадратним рівнянням називається рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x — змінна, a , b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$.



Чому накладають умову, що $a \neq 0$?

Інакше рівняння не є квадратним.



Справді, якщо $a = 0$, то рівняння $0 \cdot x^2 + bx + c = 0$ набуває вигляду: $bx + c = 0$. А це — лінійне рівняння.

Числа a , b і c називають *коефіцієнтами квадратного рівняння*. Число a — це перший коефіцієнт, b — другий коефіцієнт, c — вільний член.

Наприклад, у рівнянні $x^2 + 150x - 270\,000 = 0$ коефіцієнти такі: $a = 1$, $b = 150$, $c = -270\,000$.



Чи можуть коефіцієнти b і c у квадратному рівнянні дорівнювати нулю?

Так.



Такі рівняння називають *неповними квадратними рівняннями*. Наведемо приклади (табл. 31).

Таблиця 31

Коефіцієнти	$b = 0, c \neq 0$	$b \neq 0, c = 0$	$b = 0, c = 0$
Неповне квадратне рівняння	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 = 0$
Приклад	$2x^2 - 8 = 0$	$x^2 + 5x = 0$	$4x^2 = 0$



Квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ завжди можна звести до вигляду $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$, де перший коефіцієнт дорівнює 1. Таке квадратне рівняння називають *зведеним*.

Зведене квадратне рівняння	Незведене квадратне рівняння
$x^2 + 150x - 270\,000 = 0$, бо $a = 1$	$4x^2 + 3x - 1 = 0$, бо $a \neq 1$

2. Розв'язування квадратних рівнянь способом виділення квадрата двочлена

Пригадайте, щоб розв'язати рівняння $(x - 1)^2 = 4$, необхідно розглянути два випадки:

$$x - 1 = 2 \text{ або } x - 1 = -2.$$

Тобто в лівій частині квадратного рівняння варто *виділити квадрат двочлена*:

$$(x \pm m)^2 = x^2 \pm 2xm + m^2.$$

Тоді зможемо розв'язати рівняння. Розглянемо, як це робити, на прикладі рівняння із ситуації.

Задача 1 Розв'яжіть рівняння $x^2 + 150x - 270\,000 = 0$.

Розв'язання

1. Перенесемо вільний член $-270\,000$ у праву частину рівняння:

$$x^2 + 150x = 270\,000.$$

2. Подамо другий доданок $150x$ як подвоєний добуток двох множників:

$$x^2 + 2 \cdot 75 \cdot x = 270\,000.$$

Число 75 — другий член шуканого двочлена.

3. Доповнимо ліву частину рівняння до повного квадрата двочлена. Для цього до обох частин рівняння додамо 75^2 :

$$\begin{aligned} x^2 + 150x + 75^2 &= \\ &= 270\,000 + 75^2 \end{aligned}$$

4. Згорнемо ліву частину рівняння у квадрат двочлена, а праву — обчислимо:

$$(x + 75)^2 = 275\,625$$

5. Подамо праву частину рівняння як квадрат числа 525:

$$(x + 75)^2 = 525^2.$$

6. Для одержаного рівняння можливі два випадки:

$$x + 75 = 525 \text{ або}$$

$$x + 75 = -525.$$

7. Знайдемо корені рівняння:

$$x = 450 \text{ або}$$

$$x = -600.$$

Розділ 4

Повертаємося до умови сирозв'язки. Оскільки ширина пчислом, то шукана ширина дна парку: $450 + 150 = 600$ (м).
 $(450 + 600) \cdot 2 = 2100$ (м), аби виконає завдання тренера підоббігатиме парк уздовж огорож.



Щоб застосувати спосіб на, спочатку подайте кр $(x \pm t)^2 = n$, де t і n — д



Спосіб виділення квадрати до зведеного квадрата

Задача 2

Розв'яжіть рівняння

Розв'язання

1. Утворимо зведене квадратне рівняння:



Чи завжди рівняння
розв'язки?

Якщо n — від'ємне число,



Залежно від значення n
 $(x \pm m)^2 = n$:

- має розв'язки, якщо n
- не має розв'язків, якщо

Дізнайтеся більше

Уже в другому тисячолітті до
вилоні знали, як розв'язувати кв
розв'язування була тісно пов'яз
в основному такими, як вимірюва
проведення земельних робіт та
розв'язування квадратних рівнян

Пригадайте головне

1. Що таке квадратне рівняння? Н
2. Які назви мають коефіцієнти кв
3. У чому полягає сутність спосо
для розв'язування квадратного

Усне тренування

1. Розв'яжіть рівняння:
 $x^2 = 25$; $x^2 = 0,625$;
2. Подайте вираз у вигляді
множників: $6x$; $12y$; $0,4xy$;

Розв'яжіть задачі

- 716'.** Чи правильно, що квадр
- 1) $0x^2 + bx + c = 0$; 3
 - 2) $ax^2 + bx + 0 = 0$; 4

Чи є серед цих рівнянь
Назвіть їх.

722°. Запишіть квадратне рівняння



- 1) $a = 1, b = -4, c = -5$;
- 2) $a = 9, b = 6, c = -8$.

723°. Петро стверджує, що для
рівняння $4x^2 - 5x + 1 = 0$ стає
частини цього рівняння
речує це. Він говорить,
рівняння помножити на
рацію?

724°. Перетворіть квадратне рівняння

- 1) $2x^2 + 17x - 9 = 0$;
- 2) $-8x^2 + 10x - 3 = 0$;

725°. Перетворіть квадратне рівняння



- 1) $4x^2 + 4x - 15 = 0$;
- 2) $5x^2 + 8x - 2 = 0$.

Розділ 4

730°. Розв'яжіть рівняння:



1) $(x + 7)^2 = 49$; 4) $(x +$

2) $(x - 3)^2 = 16$; 5) $(x +$

3) $(x - 5)^2 = 36$; 6) $(x -$

731°. Розв'яжіть рівняння:



1) $(x + 2)^2 = 64$;

2) $(x - 6)^2 = 0$; 3)

732. Розв'яжіть способом ви

зведене квадратне рівнян

1) $x^2 + 2x - 8 = 0$; 4)

2) $x^2 - 4x + 3 = 0$; 5)

3) $x^2 + 12x + 35 = 0$; 6)

733. Розв'яжіть способом ви



зведене квадратне рівнян

1) $x^2 + 10x + 24 = 0$; 2) x^2

734. Розв'яжіть способом ви

рівняння:

740*. Доведіть, що якщо чи

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ то чис.} \\ + bx + a = 0.$$

741*. За якого значення парам

1) рівняння $x^2 + px - 35$

2) рівняння $px^2 - 11x + 6$

Проявіть компетентність

742. Поряд з будинком, де

Тетянка, установили с

ний майданчик прям

форми, площа якого 1

1. Обчисліть розміри

чика, якщо його довз

6 м більша за ширину.

2. Навколо майданчи

Розділ 4



Як міркував Петро?

Порівняємо с
Петра і Галин

	Галина
Рівняння	$2x^2 - 11x + 5 = 0$
Перенесемо вільний член у праву части- ну рівняння	$2x^2 - 11x = -5$
Поділимо обидві частини рівняння	$x^2 - \frac{11}{2}x = -\frac{5}{2}$



Чи матиме корені одне

Це залежить від виразу
Поміркуємо.

Права частина рівняння Га
ня матиме два корені. Кількіс

лежить від знака дробу $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

$a \neq 0$, то знак дробу визначає
вираз називають *дискримінант*

Запам'ятайте!

Вираз $b^2 - 4ac$ називають
ного рівняння $ax^2 + bx + c =$

Розділ 4

2. Нехай $D = 0$.

Рівняння набуває вигляду:
Можливий єдиний випадок:
Висновок:

3. Нехай $D < 0$.

Маємо рівняння:	$\left(x - \right.$
Проаналізуємо одержане рівняння:	лів. нев ли
Р	.

Задача 1 Розв'яжіть рівняння

Розв'язання

Знайдемо дискримінант:

Застосуємо формулу
коренів квадратного
рівняння:

Отже, рівняння має 2 корені:

Задача 2 Розв'яжіть рівняння
 $2x^2 - 6x - 3 = 0$.

Розв'язання

У рівнянні $2x^2 - 6x - 3 = 0$:

Задача 4 Розв'яжіть рівняння

Розв'язання У рівнянні $3x^2 + 4x + 3 = 0$
 $a = 3, b = 4, c = 3$

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 16 - 36 = -20$$

$D < 0$ — коренів немає.

Отже, дане рівняння не має коренів.



Зверніть увагу:

дискримінант D залежно від значення дорівнює:
няння:

- має два **різні** корені, якщо $D > 0$
- має два **рівні** корені, якщо $D = 0$
- **не має** коренів, якщо $D < 0$

Дізнайтеся більше

1. Термін дискримінант (від «розрізняю») увів Сильвестр. Поняття «дискримінант» використовувалося в роб

3. Для неповних квадратних ($ax^2 = 0$) зручнішими є інші способи

Задача 6

Розв'яжіть рівняння
1) $5x^2 - 20 = 0$; 2) $3x^2 + 18x = 0$.

Розв'язання

1) $5x^2 - 20 = 0$.

Поділимо обидві частини рівняння на 5:

Розкладемо ліву частину рівняння на множники за формулою різниці квадратів:

Скористаємося властивістю рівняння добутку нулю:

Отже,

$$2) 3x^2 + 18x = 0.$$

Розкладемо ліву частину рівняння на множники, винісши змінну x за дужки:

Скористаємося властивістю рівняння добутку нулю:

Отже

Усне тренування

1. Обчисліть: 15^2 ; 11^2 ; 13^2 ; 0
2. Скільки коренів має рівняння $x^2 = 25$; $x^2 = -0,25$; $x^2 = 0$?
3. Подайте (якщо це можливо) квадратні корені з чисел: 121 ; $2,25$; $0,0001$.

Розв'яжіть задачі

743'. За якою формулою визначають дискримінант $ax^2 + bx + c = 0$:

1) $D = b^2 + 4ac$;

2) $D = b^2 - 4ac$;

744'. За якою формулою визначають корені $ax^2 + bx + c = 0$:

1) $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$;

750°. Для якого з даних квад
обчислюють так: $D = 5^2 -$
1) $x^2 - 5x - 6 = 0$;
2) $x^2 + 6x - 5 = 0$;
Скільки коренів має це р

751°. Визначте кількість кор
його дискримінантом:
1) $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$;
2) $D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3$;

752°. Визначте кількість кор
його дискримінантом:
1) $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$;
2) $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)$;

753°. Назвіть коефіцієнти ква
вираз для знаходження
1) $x^2 + 5x + 6 = 0$;



756°. Розв'яжіть квадратне рівняння:



- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $x^2 + 4x - 12 = 0$; | 5) $x^2 - 5x + 4 = 0$; |
| 2) $x^2 - 3x - 10 = 0$; | 6) $x^2 + 6x + 8 = 0$; |
| 3) $x^2 - 6x + 9 = 0$; | 7) $x^2 - x - 6 = 0$; |
| 4) $x^2 + 5x + 8 = 0$; | 8) $x^2 - 7x + 10 = 0$. |

757°. Розв'яжіть квадратне рівняння:



- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $2x^2 - x - 6 = 0$; | 12) $-4x^2 + 7x - 3 = 0$; |
| 2) $9x^2 - 6x - 8 = 0$; | 13) $9x^2 + 48x + 64 = 0$; |
| 3) $5x^2 + 7x - 6 = 0$; | 14) $-3x^2 + 19x - 6 = 0$; |
| 4) $4x^2 - 8x + 3 = 0$; | 15) $2x^2 - 11x + 5 = 0$; |
| 5) $-4x^2 - 11x + 3 = 0$; | 16) $-4x^2 + 4x - 1 = 0$. |
| 6) $5x^2 + 14x - 3 = 0$; | |
| 7) $-6x^2 - x + 1 = 0$; | |
| 8) $2x^2 - 5x + 3 = 0$; | |
| 9) $2x^2 - 9x + 10 = 0$; | |
| 10) $-25x^2 + 10x + 3 = 0$; | |
| 11) $16x^2 + 56x + 45 = 0$; | |



qr.orioncentr.com.ua/kEcgS

758°. Розв'яжіть квадратне рівняння:



- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| 1) $2x^2 + 3x - 5 = 0$; | 5) $5x^2 + 6x + 1 = 0$; |
| 2) $9x^2 - 8x - 1 = 0$; | 6) $-4x^2 + 28x - 49 = 0$; |
| 3) $-2x^2 + x + 10 = 0$; | 7) $2x^2 - 5x - 3 = 0$; |
| 4) $3x^2 + 5x - 2 = 0$; | 8) $-2x^2 + 3x - 1 = 0$. |

759. Розв'яжіть рівняння:

- | | | |
|----------------------|------------------------|----------------------------|
| 1) $7x = 3x^2 + 4$; | 6) $z - 3z^2 = -2$; | 11) $13z - 3z^2 = 14$; |
| 2) $6y - 1 = 5y^2$; | 7) $4x^2 = 2 - 7x$; | 12) $2x^2 = 9x - 10$; |
| 3) $z^2 - 90 = z$; | 8) $4y^2 = 33 + y$; | 13) $81y^2 + 1 = 18y$; |
| 4) $5x^2 = 8x - 3$; | 9) $9x^2 + 25 = 30x$; | 14) $6z - 3 = z^2$; |
| 5) $5 = 6y - y^2$; | 10) $y^2 = 11y - 18$; | 15) $18 - y^2 = 5y + 18$. |

760. Розв'яжіть рівняння:



- | | | |
|-----------------------|---------------------|---------------------------|
| 1) $2x^2 = 7x + 30$; | 3) $z^2 - 5 = 2z$; | 5) $5y = 1 - 14y^2$; |
| 2) $3y = 2y^2 - 5$; | 4) $30 - x = x^2$; | 6) $4x^2 + 7 = 7 - 12x$. |

761. Розв'яжіть рівняння:



- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $x(x - 1) = 72$; | 5) $2y(y + 3) = (3 + y)^2$; |
| 2) $2y(y + 2) - 3 = 9y$; | 6) $(z + 4)^2 + (z - 4)^2 = 36$; |
| 3) $(2z - 3)(2 - 3z) = -4$; | |
| 4) $(x + 5)^2 = 4(x + 10)$; | |
| 7) $(x + 2)(x + 1) = 4(x^2 - 22)$; | |



qr.orioncentr.com.ua/vEhFu

762. Розв'яжіть рівняння:



1) $x(x + 1) = 56$;

2) $(y - 2)(2y - 1) = 5$;

3) $4(3 - 2z) = (z - 3)^2$;

4) $(x + 6)(x - 2) = 2(x - 2)$.

763. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x^2 + 3x}{2} = \frac{7 + x}{4}$;

2) $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{5 + x}{6}$;

3) $\frac{y + y^2}{2} - \frac{y^2 - 6}{6} = \frac{1 - 3y}{4}$;

4) $\frac{y(y - 7)}{3} - y = \frac{4 - y}{3} - 4$.

764. Розв'яжіть рівняння:



1) $\frac{x^2 - 4}{5} = \frac{x - 2}{3}$;

2) $\frac{y(y + 1)}{4} - \frac{2}{5} = \frac{3y + 2y^2}{20}$.

765. В одноколовому шаховому турнірі було зіграно загалом 105 партій. Скільки було учасників турніру?

766. У міській агломерації, що охоплює кілька міст, кожне місто має одне шляхове сполучення з усіма іншими містами. Скільки міст налічує ця міська агломерація, якщо загалом у ній налічується 21 дорога?

767. Населення міста за 2 роки збільшилося із 40 000 до 41 616 осіб. Який щорічний середній відсоток приросту населення цього міста?

768. За яких значень змінної x :

1) значення добутків $(-x - 1)(x - 4)$ і $x(4x - 11)$ рівні;

2) значення тричлена $x^2 - 4,6x + 2,4$ дорівнює 0;

3) значення двочленів $x^2 - 2x$ і $28 - 5x$ рівні.

769*. Доберіть таке раціональне число n , для якого рівняння $x^2 - 2x + n = 0$:

1) має два різні корені; 2) не має коренів; 3) має два рівні корені.

770*. Доберіть таке раціональне число n , для якого рівняння $nx^2 + 3x + 2 = 0$: 1) має два різні корені; 2) не має коренів; 3) має два рівні корені.

771*. Розв'яжіть рівняння зі змінною x і буквеними коефіцієнтами:

1) $x^2 + 2x + n = 0$;

2) $x^2 - 4x + 4n = 0$;

3) $nx^2 - 2x + 1 = 0$;

4) $x^2 + 3nx + 2n^2 = 0$.

- 772*.** За якого значення параметра p рівняння $4x^2 + 8x + p = 0$ є квадратним?
- 773*.** Доведіть, що один із коренів рівняння $x^2 + m = 0$ дорівнює 1.

Проявіть компетентність

- 774.** Іван Петрович розпочав будувати ділянку землі, що має форму прямокутника, сторона ділянки на 16 м менша за довжину, а площа ділянки дорівнює 720 м^2 . Ділянку потрібно розділити на дві частини, щоб здійснити необхідні роботи.
1. Знайдіть сторони і площу ділянки.
 2. Для початку будівництва ділянку обгороджена металевими секціями. Скільки таких секцій потрібно?
 3. Для придбання металевих секцій Іван Петрович може звернутися до двох компаній.

§ 19. ТЕОР

1. Співвідношення між коренями та коефіцієнтами зведеного квадратного рівняння

Ситуація. Андрій навчився розв'язувати квадратні рівняння і вирішив виписати корені кожного з рівнянь, суму коренів і добуток коренів. Ці дані він записав у таблицю (табл. 34).

Квадратне рівняння	Корені квадратного рівняння
$x^2 - 11x + 28 = 0$	4; 7
$x^2 - 3x - 28 = 0$	-4; 7

Розділ 4

Доведемо це твердження.

Нехай $x^2 + px + q = 0$ — дане

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \quad \text{і} \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}$$

корені даного рівняння. Тоді:

$$x_1 + x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} =$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2}$$

$$\frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 -$$

Отже, $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$



Якщо в рівнянні $x^2 + px + q = 0$ задано коефіцієнти p і q і його корені x_1 і x_2 , то
числа $-p$ і q є сумою і добутком коренів.
Якщо в рівнянні $x^2 + px + q = 0$ задано коефіцієнти p і q і його корені x_1 і x_2 , то
числа $-p$ і q є сумою і добутком коренів.



Чи виконується теорема Виєта для зведеного квадратного рівняння, коли $D = 0$?

У такому рівнянні $x_1 = x_2$, тому
 $x_1 \cdot x_2 = (x_1)^2 = q$.



Корені зведеного квадратного рівняння, у якому $D = 0$, можна знайти за формулою

$$x_{1,2} = \sqrt{q}.$$

2. Співвідношення між коренями та коефіцієнтами повного квадратного рівняння



Якщо для деяких чисел k і l

$$k + l = -p \text{ і } k \cdot l = q,$$

то k і l є коренями

зведеного

квадратного

рівняння

$$x^2 + px + q = 0;$$

Задача 3

Запишіть зведене квадратне рівняння, коренями якого є числа -4 і 1 .

Розв'язання

Знаходимо суму коренів:

Знаходимо добуток коренів:

Записуємо коефіцієнти зведеного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$:

2. Існують різні способи розв'язування квадратних рівнянь. Розглянемо один з них — графічний. Його суть полягає в тому, що для зведеного квадратного рівняння $x^2 + px + q = 0$ одержують рівняння $x^2 = -px - q$ та будують графіки двох відповідних функцій: $y = x^2$ і $y = -px - q$ в одній системі координат. Графіком функції $y = x^2$ є парабола, вершина якої розміщена в початку координат, графіком функції $y = -px - q$ є пряма. Абсциси точок перетину графіків є коренями рівняння (мал. 47).



Словничок

Українська	Англійська/ English
теорема	Theorem

Розділ 4

776'. Яке співвідношення є пр
дратного рівняння $x^2 + p$

1) $x_1 \cdot x_2 = p$;

2) $x_1 \cdot x_2 = -p$;

777'. Яке співвідношення є
 $ax^2 + bx + c = 0$:

1) $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$;

2) $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$;

778°. Не розв'язуючи рівняння

1) суму його коренів;

2) добуток його коренів;

3) знаки його коренів.

779°. Не розв'язуючи рівняння



1) суму його коренів;

2) добуток його коренів;

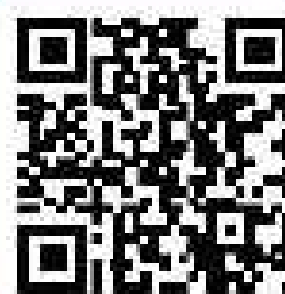
786°. Не розв'язуючи рівняння, установіть, яка пара чисел є коренями рівняння $2x^2 + x - 6 = 0$:

- 1) $-1 \text{ і } -6$; 2) $-2 \text{ і } -\frac{3}{2}$; 3) $-2 \text{ і } \frac{3}{2}$; 4) $2 \text{ і } \frac{3}{2}$.

787°. Скориставшись теоремою Вієта, розв'яжіть квадратне рівняння:



- 1) $x^2 + 3x - 4 = 0$;
2) $x^2 - 6x - 16 = 0$;
3) $x^2 + 7x - 30 = 0$;
4) $x^2 - 10x + 16 = 0$;
5) $x^2 - 12x + 11 = 0$;
6) $x^2 - 9x + 8 = 0$;
7) $x^2 + x - 12 = 0$;
8) $x^2 - 15x + 26 = 0$;
9) $x^2 + 5x + 4 = 0$;
10) $x^2 + 6x + 5 = 0$;



qr.orioncentr.com.ua/A9Bjr

- 11) $x^2 + x - 2 = 0$;
12) $x^2 + 25x + 100 = 0$;
13) $x^2 - 9x - 10 = 0$;
14) $x^2 + 8x + 7 = 0$;
15) $x^2 - 3x + 2 = 0$.

788°. Скориставшись теоремою Вієта, розв'яжіть квадратне рівняння:



- 1) $x^2 + 8x - 9 = 0$; 5) $x^2 - 5x - 14 = 0$;
2) $x^2 - 3x - 10 = 0$; 6) $x^2 + 6x + 8 = 0$;
3) $x^2 - 9x + 20 = 0$; 7) $x^2 - x - 20 = 0$;
4) $x^2 + 9x + 8 = 0$; 8) $x^2 - 7x + 10 = 0$.

789°. Не обчислюючи коренів рівняння $x^2 + 13x + 22 = 0$, знайдіть: 1) $x_1 + x_2$; 2) $x_1 \cdot x_2$.

790°. Не обчислюючи коренів рівняння $25x^2 + 40x - 4 = 0$, знайдіть: 1) $x_1 + x_2$; 2) $x_1 \cdot x_2$.

791°. Не обчислюючи коренів рівняння $9x^2 - 24x + 14 = 0$, знайдіть: 1) $x_1 + x_2$; 2) $x_1 \cdot x_2$.



792°. Складіть квадратне рівняння, коренями якого є числа:



- 1) $2 \text{ і } 5$; 4) $-8 \text{ і } -2$; 7) $-\frac{3}{4} \text{ і } 8$;
2) $-6 \text{ і } 3$; 5) $6 \text{ і } \frac{1}{3}$; 8) $-7 \text{ і } -\frac{3}{14}$.
3) $-1 \text{ і } 7$; 6) $-3 \text{ і } \frac{2}{3}$;



qr.orioncentr.com.ua/4XVWn

793°. Складіть квадратне рівняння, коренями якого є числа:

E 1) 4 і 3 ; 2) -2 і 5 ; 3) -4 і $\frac{3}{4}$; 4) -2 і $-\frac{3}{8}$.

794. Один із коренів рівняння $x^2 + px + 33 = 0$ дорівнює 3 . Знайдіть інший корінь і коефіцієнт p .

795. Один із коренів рівняння $x^2 + px - 28 = 0$ дорівнює 2 . Знайдіть інший корінь і коефіцієнт p .



796. Один із коренів рівняння $x^2 - 10x + q = 0$ дорівнює -3 . Знайдіть інший корінь і коефіцієнт q .

797. Один із коренів рівняння $x^2 + 12x + q = 0$ дорівнює -5 . Знайдіть інший корінь і коефіцієнт q .



798. Корені x_1 і x_2 квадратного рівняння $x^2 - 9x + q = 0$ задовольняють умову $x_1 = 2x_2$. Знайдіть x_1 , x_2 і q .

799. Корені x_1 і x_2 квадратного рівняння $x^2 + px + 18 = 0$ задовольняють умову $2x_1 - x_2 = 0$. Знайдіть x_1 , x_2 і p .

800. Не обчислюючи коренів рівняння $x^2 - 3\sqrt{3}x - 12 = 0$, знайдіть:

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 3) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$; 4) $x_1^3 + x_2^3$.

801. Не обчислюючи коренів рівняння $x^2 - \sqrt{2}x - 4 = 0$, знайдіть:



1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; 3) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$; 4) $x_1^3 + x_2^3$.

802*. Рівняння $x^2 + px + q = 0$ з цілими коефіцієнтами p і q має корінь $1 + \sqrt{3}$. Знайдіть інший корінь рівняння.

803*. За яких значень параметра n сума коренів квадратного рівняння $x^2 + (6n^2 + 5n - 1)x + n = 0$ дорівнює нулю?

804*. За яких значень параметра m добуток коренів квадратного рівняння $x^2 - 4mx + (5m^2 + 2m - 3) = 0$ дорівнює нулю?

805*. У рівнянні $x^2 - 3x + p = 0$ сума квадратів коренів дорівнює 5 . Знайдіть p .

Проявіть компетентність

- 806.** На дитячому майдані установили нову дітячу гірку — споруду з глечиком, похилим спуском і дриґалою, яка дозволяє піднятися на верхню площину, щоб потім спускатися. Площадка для спуску встановлена на висоті 1,5 м.
1. Розрахуйте довжину спуску, якщо він на пів метра довший за висоту.
 2. Скільки метрів пройшов хлопчик, якщо він спустився 18 разів?
 3. Знайдіть площу поверхні дриґали, якщо її ширина — 70 см.
 4. Розрахуйте довжину дриґали, якщо її ширина — 70 см.



Чи можна погодитися з вибором Олесі?

Так.



Цей многочлен є многочленом другого степеня. Його також називають *квадратним тричленом*. Інші многочлени — многочлени першого степеня.

Запам'ятайте!

Квадратним тричленом називається многочлен виду $ax^2 + bx + c$, де x — змінна, a , b і c — деякі числа, причому $a \neq 0$.

Числа a , b і c називають *коефіцієнтами квадратного тричлена*.



Коренями квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ називають такі значення змінної x , за яких значення даного квадратного тричлена дорівнює нулю.

Щоб знайти корені квадратного тричлена $2x^2 + 3x - 2$, необхідно розв'язати відповідне квадратне рівняння $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

Якщо квадратний тричлен має корені, то його можна розкласти на лінійні множники.

2. Розкладання квадратного тричлена на множники

Запам'ятайте!

Теорема (про розкладання квадратного тричлена на лінійні множники)

Якщо x_1 і x_2 — корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, то має місце тотожність:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Доведення. У даному тричлені винесемо за дужки коефіцієнт a :

$$ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right).$$

За теоремою Вієта маємо:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Підставимо суму й добуток
на замість другого і третього к
жаний вираз:

$$\begin{aligned} a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) &= a\left(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2\right) \\ &= a\left(x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2\right) = \\ &= a\left(x - x_1\right)\left(x - x_2\right) \end{aligned}$$

Одержали: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Отже, тотожність доведена



Який вигляд має роз
множники квадрат
у якого дискримінан

Розділ 4

Розв'язуємо рівняння:

Застосовуємо формулу:

Вносимо множник 2 у
другі дужки:

$$\text{Отже, } 2x^2 + 3x - 2 = (x + 2)(x - 1)$$

3. Застосування розкладання квадратного тричлена на множники

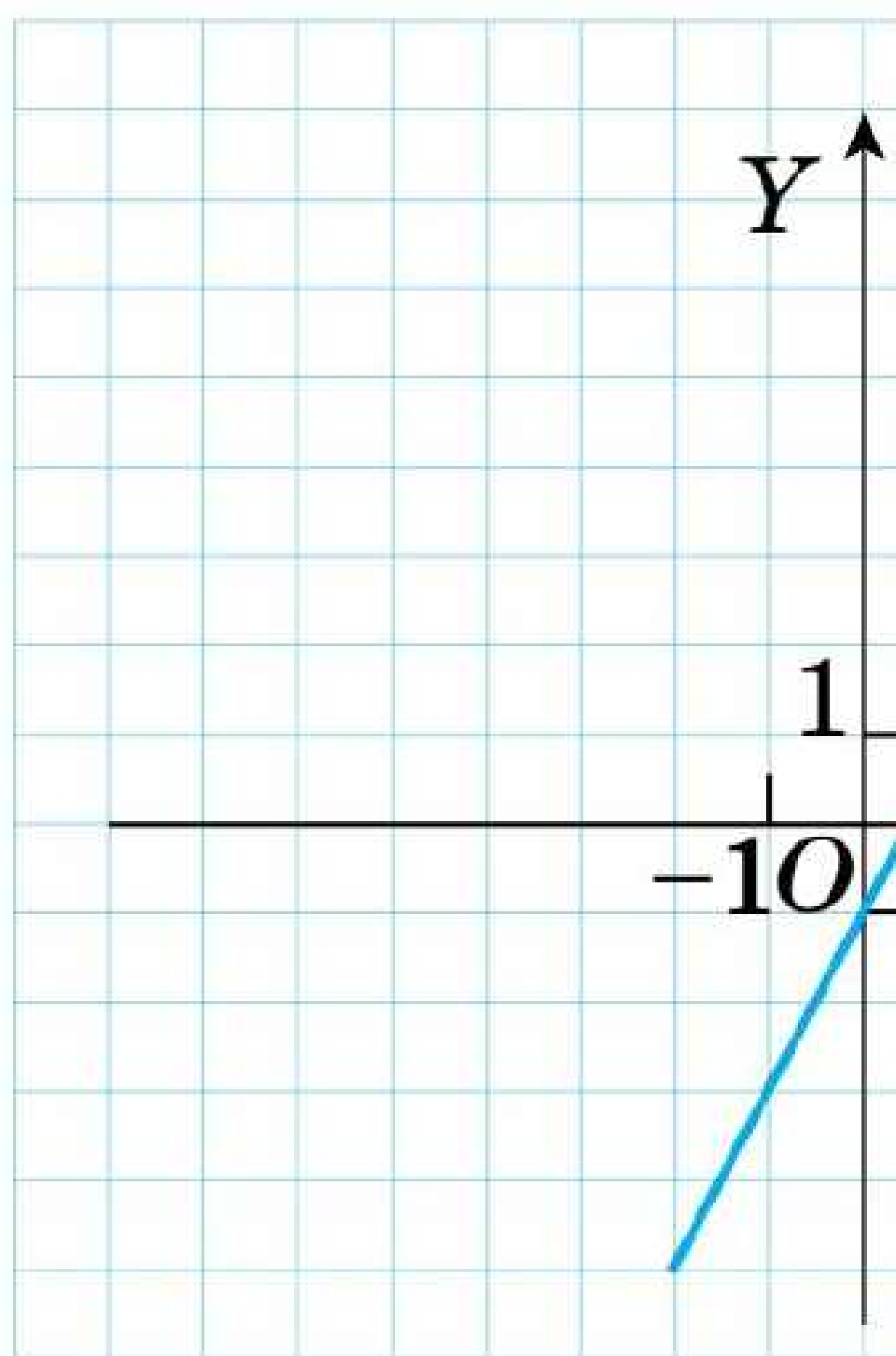
Задача 2 Скоротіть дріб: $\frac{x^2}{3x^2}$

Розв'язання

Знаходимо корені тричлена
 $x^2 + 4x - 12 = 0$ корені

$$y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(2x - 1)}{x - 1}$$

3. Графіком є всі точки пр
точки з абсцисою $x = 1$ (мал. 4)



Ма

Дізнайтеся більше



Словничок

Українська	Англійська/ English
розкла- дання на множники	factorization

Пригадайте головне

1. Який многочлен називають квад.
2. Які числа називають коефіцієнт
3. Що таке корені квадратного три
4. Запишіть формулу розкладання
множники.

Усне тренування

Обчисліть зручним способом

811°. Запишіть розклад деякої функції на лінійні множники, якщо



1) $a = 1, x_1 = 4, x_2 = 6;$

812°. Розкладіть на лінійні множники



1) $x^2 - 3x - 10;$

6) $x^2 - 11x + 18;$

2) $x^2 - 10x + 24;$

7) $x^2 - 12x + 20;$

3) $-x^2 + 16x - 15;$

8) $-x^2 + 14x - 21;$

4) $x^2 - 2x - 15;$

5) $-x^2 + 4x - 3;$

813°. Розкладіть на лінійні множники



1) $x^2 + 3x + 2;$

3) $x^2 + 5x + 6;$

2) $-x^2 - 8x + 9;$

4) $-x^2 - 6x + 8;$

814. Розкладіть на лінійні множники

1) $2x^2 - 5x + 3;$

5) $-2x^2 + 7x - 3;$

2) $5x^2 + 4x - 1;$

6) $3x^2 + 11x + 6;$

3) $-2x^2 - 7x + 4;$

7) $-x^2 - 5x - 4;$

$$4) \frac{x^2 - x - 56}{x^2 + 7x}; \quad 5) \frac{x^2 - 3}{x^2 - 8}.$$

819. Скоротіть дріб:



$$1) \frac{4x + 4}{x^2 - 5x - 6}; \quad 2) \frac{x^2 - 1}{3x^2 - 1}$$

820. Побудуйте графік функції

$$1) y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}; \quad 2)$$

821. Побудуйте графік функції

822. Знайдіть значення дробу

$$1) \frac{x^2 - 36}{x^2 - 8x + 12}, \text{ якщо } x =$$

$$2) \frac{x^2 - 5x + 6}{-2x^2 + 5x - 2}, \text{ якщо } x =$$

823. Знайдіть значення дробу



$$\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 15}$$

Проявіть компетентність

830. У збірнику «Юний ша-
надрукували 190
кругового турніру із
«Золота шашка», який
водився серед учнів м
турнірі кожний учасн
стрічався з кожним п
му разу.

1. Скільки було учасни
2. Скільки команд бра
- складу команди входил
3. Турнір проходив 5
- зіграно кожного дня?
4. На шашковій дошк
- яких є діагональ, що з'
- дається з десяти чорни

Розділ 4



Чи правильно діти визначили корені рівнянь?

Рівняння	Корені рівняння
$(x - 1)^2 = 2 - 2x$	1; -1
$2x^2 - 4 = x^2 - 2x - 1$	1; -3
$3x^2 - 4x = x^2 + 3x - 5$	1; 2,5
$8x^2 - 11x + 15 = (2x + 1)^2 + 2$	1; 2,75

3. Знайдемо корені отрима

$$x_1 = 1 \text{ і } x_2 = -1$$



Щоб розв'язати ціле ра
диться до квадратного, м

1) звести рівняння до ви

де $P(x)$ — квадратний

2) розв'язати одержане

Задача 1 За яких значень зм
на 4 більше за значення вираз

Розв'язання

1. Складемо рівняння:

2. Розкриємо дужки:

3. Перенесемо всі доданки
у ліву частину рівняння
і зведемо подібні доданки:

Розв'язання

1. Визначаємо ОДЗ змінної:

2. Зводимо рівняння до виг

$$\frac{7}{x-1} - \frac{12}{x+1} = 0$$
$$\frac{7(x+1) - 12(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

3. Розв'язуємо рівняння $P(x) = 0$:

$$7(x+1) - 12(x-1) = 0$$
$$x^2 + 5x - 6 = 0$$
$$x_1 = -6$$

4. Робимо перевірку знайденого кореня на належності до ОДЗ змінної початкової дробової функції.

Число -6 входить до ОДЗ змінної початкової дробової функції, тому -6 є коренем даного рівняння.

Запишемо рівняння так:
стане квадратним рівнянням
Можна сказати, що дане р
Такі рівняння називають *бікв*

Запам'ятайте!

Рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0$
і c — деякі числа, причому $a \neq 0$
ним.

Для розв'язування біквад
ють введення нової змінної, аби

Задача 3 Розв'яжіть рівняння

Розв'язання

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

Розділ 4

Задача 4 Розв'яжіть рівняння

Розв'язання

У рівнянні вираз $x^2 + 2x$ помістимо в дужки, і в інших дужках (їх не було). Тому
(t — будь-яке число).

Одержимо допоміжне рівняння

$$\begin{aligned} & (t - 5)(t - 3) = 0 \\ & t^2 - 11t + 15 = 0 \\ & t_1 = 3 \text{ і } t_2 = 5 \end{aligned}$$

Повернемося до змінної x :

Розв'яжемо одержані квадрати

$$\begin{aligned} & x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \text{або} \quad x^2 + 2x + 3 = 0 \\ & x_1 = 1, x_2 = -3 \end{aligned}$$

Отже, $x_1 = 1, x_2 = -3, x_3 = 2$.

Задача 5 Розв'яжіть рівняння

Спосіб 2. Застосувати спосіб
ОДЗ змінної: $x \neq \pm 2$.

Заміна $\frac{x+2}{x-2} = t \ (t \neq 0)$, $\frac{x-2}{x+2} =$
 $t + \frac{1}{t} - 1$

$$\frac{6t^2 + 6 - 13t}{6t} = 0,$$

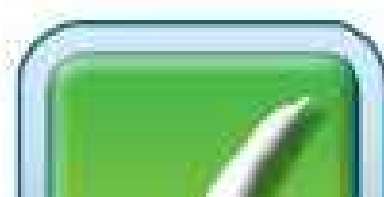
$$t_1 = \frac{3}{2};$$

Повертаємося до змінної x :

$$\frac{x+2}{x-2} = \frac{3}{2} \text{ або}$$

$$x = 10;$$

Перевірка: $x = 10$; $x = -$
початкового рівня. Отже, $x_{1,2} =$



Для розв'язування рівн

Розділ 4

Розв'яжемо допоміжне рівняння.

Повернемося до змінної початкового рівняння.



Словничок

Українська	Англійська/ English
метод заміни змінної	method of substitution

Пригадайте головне

Розв'яжіть задачі

831'. Яким буде наступний крок?
 $x(x+1) = 10?$

832'. Яким буде наступний крок?
 $x + \frac{4}{x} = 5?$

833'. Яким буде наступний крок?
 $(x-1)^2 + 3(x-1) - 4 = 0?$

834'. Які з рівнянь є біквадратами?
1) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0;$
2) $x^4 - 2x^3 + 2 = 0;$

835'. Для рівняння $a^4x^4 + a^2x^2 + 1 = 0$
1) очікувану заміну;

836°. Розв'яжіть рівняння:
1) $x(x-1) = 12;$

2) значення виразів $3(x + \text{одному})$.

840°. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{x^2}{x-3} = \frac{5x-6}{x-3};$$

$$2) \frac{x^2-15}{5-x} = \frac{2x}{5-x};$$

$$3) \frac{8}{x-1} = \frac{6x+x^2}{1-x};$$

$$4) \frac{x}{5-x} = \frac{x^2-30}{x-5};$$

841°. Розв'яжіть рівняння:



$$1) \frac{3x}{x-2} = \frac{10-x^2}{x-2};$$

842°. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{x^2+5x-6}{x^2+2x-2} = 0;$$

848°. Розв'яжіть рівняння:



1) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0;$

2) $x^4 - x^2 - 12 = 0;$

3) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0;$

4) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0;$

5) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0;$

6) $x^4 + 2x^2 - 8 = 0;$

7) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0;$

849°. Розв'яжіть рівняння:



1) $x^4 + x^2 - 20 = 0;$

2) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0;$

850. Розв'яжіть рівняння:

1) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0;$

2) $9x^4 - 32x^2 - 16 = 0;$

851. Розв'яжіть рівняння:

1) $3x^4 - 5x^2 + 2 = 0;$

852. Розв'яжіть рівняння:

855. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{x+4}{x-3} + \frac{4}{x} = \frac{7}{x-3};$$

856. Знайдіть усі значення зм

1) значення виразів $\frac{x}{5x}$

одному;

2) значення суми дробів

857. Знайдіть усі значення :



суми дробів $\frac{3x-9}{x-1}$ і $\frac{x+6}{x+1}$

858. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{3x-2}{x} - \frac{1}{x-2} = \frac{3x+4}{x^2-2x};$$

$$2) \frac{3}{x+1} - \frac{19}{x-7} = 8;$$

864*. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{5}{x^2 + 2x + 4} + \frac{4(x-1)}{x^3 - 8} = \frac{1}{x}$$

Проявіть компетентність

- 865.** У Наталчиній кімнаті квадратної форми, яке впродовж периметру зовнішнього контуру встановили раму, дорівнює 3,2 м, а площа всієї поверхні — 0,6 м².
1. Знайдіть довжини сторін зовнішнього контура дзеркала.
 2. Знайдіть довжини сторін внутрішнього контуру дзеркала.
 3. Знайдіть площу дзеркала.

Розділ 4



Чи можна знайти, скільки людей буде у глядацькій залі кінозалу, якщо в першому ряду сиділо 10 осіб, а в кожному наступному ряду по 2 особи більше, ніж у попередньому?

Для цього перекладемо умову задачі на мову математики, тобто складемо математичну модель.

Запам'ятайте!

Математична модель – це математичне відображення певної ситуації або процесу засобами математики.

Математичні моделі:

Аналітична модель:
вираз або запис

Графічна модель:
малюнок

<p>II етап</p>	<p>Побудова математич- ної моделі</p>	<p>За умовою стало на 3 рівняння Одержали ня, що є м</p>
<p>III етап</p>	<p>Робота з ма- тематичною моделлю</p>	<p>Розв'язує ОДЗ: $x \neq 0$ $\frac{39}{x}$ $\frac{396(x-2)}{x^2 - 34x + 396}$</p>
		<p>Якщо $x =$ 20 рядів.</p>

2. Задачі на рух

Для складання математичних моделей задач на рух можна використовувати подані формули:

$$s = vt$$

$$v = \frac{s}{t}$$

Основні величини: s — відстань

Задача 1 Відстань від Чернівців до Львова становить 180 км, автобус має проїхати згідно з розкладом час. Проте в місті Львів автобус зробив незаплановану зупинку на 5 хв згодом поїхав до аеропорту. Тому, щоб потрапити до аеропорту вчасно, автобусу довелося поїхати з більшою швидкістю. З якою швидкістю автобус повинен поїхати з Чернівців до Львова, щоб потрапити до аеропорту вчасно?

відстань, дорівнює $\frac{180-35}{x}$ го

автобус подолав зі швидкістю

Час $\frac{180}{x}$ більший за час $\frac{180}{x}$

$\frac{1}{12}$ год. Отже, складаємо рівн.

$$\frac{180}{x} = \frac{180-35}{x}$$

3. Робота з математично

Розв'язуємо рівняння.

ОДЗ змінної: $x \neq 0, x \neq -10$.

$$\frac{180}{x} - \frac{180-35}{x} =$$

$$2160(x+10) - 1740(x+10) -$$

$$2160x + 21600 - 1740x - 17400 =$$

Розділ 4



Якщо в умові задачі не приймають за число 1.

Задача 2

Через дві труби ре 4 хв. Через першу трубу цей ре 6 хв швидше, ніж через другу. ся цей резервуар, якщо працюю

Розв'язання

1. *Аналіз та систематиза*

	Час	Пр
I труба	на 6 хв <	
II труба	?	
Дві труби разом	4 хв	

2. *Побудова математичної*

$$4(x + 6) + 4x =$$

$$4x + 24 + 4x =$$

$$x^2 - 2x -$$

$$x_1 = 6,$$

4. *Складання відповіді до з*

Значення $x = -4$ не задово
час роботи не може бути від'є
нення резервуара через першу

4. Задачі геометричного змісту

Для розв'язування задач ге
метричного змісту також заст
совують квадратні рівняння а
рівняння, що зводяться до кв
дратних.

Задача 3 Периметр прямоку

$$2x^2 - 34x + 120$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0$$

$$x_1 = 12, x_2 = 5$$

4. *Складання відповіді до задачі*

Якщо $x = 12$, то довжина
 $17 - x = 17 - 12 = 5$ (см). Якщо
ни становить: $17 - x = 17 - 5 =$

Отже, довжини сторін пря
і 12 см.



Якщо в задачі необхідно
таких пар може бути дві.
Якщо за умовою задачі
подавати знайдені числа
сел у відповідь записують

Дізнайтеся більше

У давнину, коли геометрія б
винена більше, ніж алгебра, одні

$x^2 + 10x$, значення якого дорівнює
вок, що площа великого квадрата.
Отже, сторона великого квадрата
можна подати як вираз $x + 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 3$

Зауважимо, що даним способом
ні корені квадратного рівняння.



Словничок

Українська	Англійська/ English
математич- на модель	mathematical model

867°. Одне із чисел у 5 разів більше за друге. Подано цю умову за допомогою двох змінних. Вкажіть, які з них правильно виражають цю умову.

- 1) перше число — 5, друге — x
- 2) перше число — $5x$, друге — x
- 3) перше число — $(x + 5)$, друге — x
- 4) перше число — $5x$, друге — $x + 5$

868°. Одне із чисел на 2 більше за друге. Подано цю умову за допомогою двох змінних. Вкажіть, які з них правильно виражають цю умову.

- 1) перше число — $(x + 2)$, друге — x
- 2) перше число — $2x$, друге — x
- 3) перше число — $(x + 2)$, друге — 2
- 4) перше число — 2 , друге — x

869°. Сума двох чисел дорівнює 5. Подано цю умову за допомогою змінних. Вкажіть, які з них правильно виражають цю умову.

- 1) перше число — x , друге — $5 - x$
- 2) перше число — x , друге — $5x$
- 3) перше число — x , друге — $5 + x$
- 4) перше число — x , друге — $5x + 5$

875°.



Швидкість течії річки 2 км/год . Складіть рівність для визначення часу руху катера, який протидіє течії:

- 1) 40 км за течією річки, якщо власна швидкість катера 20 км/год ;
- 2) $s \text{ км}$ проти течії річки, якщо швидкість катера 20 км/год .

876°.



Складіть рівність для визначення часу руху:
1) автобуса, який проїхав $s \text{ км}$ за $t \text{ год}$;
2) велосипедиста, який проїхав $s \text{ км}$ за $t \text{ год}$.

877°.



Складіть рівність для визначення часу роботи за такими даними:
1) труба заповнює басейн за 3 год ;
2) бригада будівників виконує роботу за $t \text{ год}$.

Розділ 4

882°. Із Києва до Харкова однією машиною. Швидкість автомобіля за швидкість автобуса, тоді в 2 год раніше. Знайдіть швидкість автобуса, якщо відстань між містами 180 км.

883°. Із Львова до Києва однією машиною. Швидкість автомобіля за швидкість автобуса, тоді в 2 год раніше. Знайдіть швидкість автобуса, якщо відстань між містами 180 км.

884°. Моторний човен проплив 18 км за 2 год, а потім повернувся до пункту відправлення по тому ж шляху за 2 год менше. Знайдіть швидкість течії, якщо швидкість човна 18 км/год.

885°. Катер проплив 18 км за 2 год, а потім повернувся до пункту відправлення по тому ж шляху за 2 год менше. Знайдіть швидкість течії, якщо швидкість катера 18 км/год.

890°. Діагональ прямокутника дорівнює 13 см, а одна сторін на 7 см більша іншу. Яке з рівнянь відповідає умові задачі, якщо меншу сторону позначити через x ?



1) $x^2 + (x + 13)^2 = 49$;

2) $x^2 + (x + 7)^2 = 169$;

Знайдіть сторони прямокутника.

891°. Знайдіть катети прямокутника, якщо їх сума дорівнює 23 см, а площа дорівнює 60 см^2 .

892°. Знайдіть катети прямокутника, якщо їх сума дорівнює 14 см, а площа дорівнює 24 см^2 .



893°. Площа прямокутника, якщо його периметр дорівнює 20 см, а діагональ дорівнює $5\sqrt{2}$ см.

це 15 хв. Для того щоб не збільшив швидкість на рухався Василько на поч

900. Повертаючись із походу ли привал на 20 хв, коли лося 4 км. Щоб встигну вони збільшили швидкіс кістю рухались учні 8-А

901. Мотоцикліст виїхав зі сєва до Херсона, відстані Наступного дня він відпр 5 км/год більшою, ніж і бив зупинку на 20 хв, то тив стільки само часу, с до Херсона. Знайдіть шв ху з Миколаєва до Херсо

902. Із пункту А до пункту В

906. Під час відпочинку родина на моторному човні 10 км озера витративши на весь шлях 1 год і 40 хв. Човна, якщо швидкість

907. Катер проплив 15 км за
тративши на весь шлях
тера, якщо швидкість те

908. Баржа о 10 год вийшла ташованого на відстані ши в пункті B 1 год 20 х вернулася до пункту A течії річки, якщо власн 7 км/год.

909. Круїзний теплохід «Сл
річки до пункту призна
повертається до пункту
кість течії річки, якщо

- 913.** Перша труба за 1 хв промислює, а друга за 2 хв. Скільки літрів води вийде з резервуара, якщо резервуар об'ємом 500 л?
- 914.** Плиточник має укласти плитку на 10 м². Він буде укладати на 10 м² плитку за 2 дні. Скільки метрів плитки за день має укласти плиточник?
- 915.** Кравчиня має пошити 6 костюмів. Вона буде шити на 2 сукні білі костюми за 5 днів. Скільки костюмів за день має шити кравчиня?
- 916.** Два промислові фільтри очищують цистерну води за 10 хвилин. Скільки хвилин другий фільтр очищує цистерну, якщо перший фільтр очищує окремо, якщо відомо, що об'єм цистерни 100 л?

922*. Знайдіть трицифрове число, яке при зворотному порядку, дає той же результат від даного числа. Відомо, що суми їх квадрату є 12, а сума їх кубів є 108.

923*. Знайдіть два числа, які в сумі дають 100, а відносяться як 5 : 3 : 4.

924*. Ігор і Богдан зможуть викопати садок в селі за 9 год, Богдан і Едуард — за 12 год, а Ігор і Едуард — за 18 год. За скільки років викопав садок паркан, якщо будуть працювати всі троє?

925*. Петрик і Катруся збиравли гриби. Катруся наповнила $\frac{2}{3}$ свого двохомового кошика, а Петрик — $\frac{1}{4}$ свого.

Відомо, що кошик Петрика був майже повний донами й через деякий час він почав рання ягід. У скільки разів більше грибів збирав Катруся? Скільки літрів молока випило кожен з них?

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛ

КОНТРОЛЬНІ

1. Що таке квадратне рівняння? Н
2. Що називають дискримінантом
3. Скільки коренів може мати квад
4. Запишіть формулу коренів квад
5. Сформулюйте теорему Вієта дл
6. Який многочлен називають квад
7. Що таке корені квадратного три
8. Запишіть формулу розкладання
множники.
9. Поясніть, як розв'язують цілі р
до квадратних.
10. Поясніть, як розв'язують дробов
11. Поясніть, як розв'язують рівнян
12. Які рівняння називаються біквад
13. Поясніть, як розв'язують біквал

4. Розв'яжіть за теоремою Виєта рівняння $x^2 + 6x - 40 = 0$.

А. 5; -8.

Б. -5; 8.

В. 4; -10.

Г. -4; 10.

5*. Розв'яжіть відносно змінної x рівняння $x^2 - 4x + m = 0$.

А. $\pm\sqrt{m-4}$.

Б. $2 \pm \sqrt{m-4}$.

№

1°. Розкладіть на лінійні множники вираз $x^2 + 4x - 5$.

А. $(x - 1)(x - 5)$.

Б. $(x + 1)(x - 5)$.

2°. Розв'яжіть рівняння $x(x + 9) = 10$.

А. -8; 1.



Розділ 5. ЕЛЕМЕНТИ

У розділі д

- про різновиди відсоткових роз
- про моду й середнє значення в
- про частотні таблиці й діагра
- спостережень;
- про різні комбінаторні задачі та
- що таке ймовірність випадково
- як застосувати вивчений матер

§ 23. ЗАДАЧІ

1. Знаходження відсотка числа і числа за його відсотком

Ситуація. Із 350 учнів школи
80 % займаються в спортивних сек

Розв'язання

За умовою задачі складаємо

	Бул
Перша бочка	x
Друга бочка	$(150 - x)$

Отримали рівняння $0,25x$
 $0,15x$
 $x = 80$

Отже, в першій бочці було

Задача 2 Під час реалізації одержав 10 % прибутку. Яка с

Розв'язання

Спосіб 1. Оскільки собівартість а 2750 грн — 110 %, тоді ма собівартість товару

Розв'язання

Спосіб 1 (за допомогою пропорції)

Час перегляду збільшився на 1,2 год.

Складаємо скорочений запис пропорції:

Складаємо пропорцію: $\frac{4}{1,2} = \frac{5,2 - x}{x}$

Записуємо відповідь: збільшився на 1,2 год.

Спосіб 2 (за правилом знаходження відсотка)

Оскільки цього тижня час перегляду збільшився на 1,2 год проти 4 год.

вираз $\frac{5,2 - 4}{4} \cdot 100\% = \frac{1,2}{4} \cdot 100\%$

Отже, час перегляду збільшився на 30%.



Щоб знайти відсоткову зміну
і старого значення поділити
результат помножити на 100.

За умовою задачі складаємо

$$\frac{x+100}{x+220} 100\% - \frac{x-100}{x-220} 100\%$$

Розв'язуємо рівняння:

$$\frac{5(x+100)}{x+220} - \frac{5(x-100)}{x-220} = 0$$

$$\frac{5(x+100)(x+120)}{(x+220)(x-220)} - \frac{5(x-100)(x+120)}{(x+220)(x-220)} = 0$$

$$x^2 + 340x - 3360 = 0$$

$$x_1 = 80; x_2 = -420$$

Оскільки маса не може бути від'ємною, то розв'язок рівняння $x_2 = -420$ не підходить.

Отже, початковий вміст золи становить 80 г.

Запам'ятайте!

Концентрація розчину /

Розділ 5



Словничок

Українська	Англійська/ English
концентрація розчину	the concentration of a solution

Пригадайте головне

1. Як знайти відсоток числа?
2. Як знайти число за його відсотком?
3. Як знайти зміну величини у відсотках?
4. Як знайти відсотковий вміст речовини?

Усне тренування

1. Обчисліть :

10% числа 40; 4% числа 0

$$1) 75x + 40(30 - x) = 19;$$

$$2) 0,4x + 0,75(30 - x) = 1$$

$$3) 0,75x + 0,4(30 - x) = 1$$

$$4) 0,75x + 0,4(19 - x) = 3$$

933°. Під час розпродажу с



продали його за 2240 г

зу можна знайти, на ск

стола на розпродажу?

$$1) \frac{2240}{2800}; \quad 2) \frac{2800 - 2240}{2800}$$

934°. До сплаву міді з цинком

Як знайти відсотковий

якщо початкова маса мі

$$1) \frac{30}{120} \cdot 100;$$

$$2) \frac{15 + 30}{120} \cdot 100;$$

935°.

Пі

.

Розділ 5

941°. Навчальна література продукції видавництва літератури — це книжки соток видавничої продукції дошкільнят?

942°. Перед поїздкою бак ав 80 %. Під час поїздки Який відсоток баку зап поїздки?

943°. Узимку в зоопарку було 140. На скільки відсотк рин у зоопарку?

944°. Пачка білого паперу кош 297 грн. На скільки від рожчий за білий?

945°. Скільки відсотків станов

949°. 150 г сиропу містить 40 % цукру. Скільки грамів цукру потрібно додати до цього сиропу, щоб отримати розчин містить 15 % цукру?

950°. Морська вода містить 5 % солі. Скільки літрів прісної води потрібно додати до 10 літрів отриманий розчин містить 1 % солі?

951. Турист подорожує до озера. Він пройшов 30 % відстані і зробив ще 30 % тієї відстані, що залишилася. Скільки відсотків усієї відстані він проїхав?

952. 30 % тиражу нової газети розійшлося в кіосках, що становить 13 200 екземплярів. Скільки екземплярів газети розійшлося в першого дня. Який тираж газети?

953. У двох секціях спортивної залу є 26 учнів. До кімнати

Розділ 5

958. 50 г розчину містить 60 %



соткового розчину солі по
ну, щоб отримати 40-відс

959. Стіл дорожчий за стілець
тків стілець дешевший, і

960. Ціну книжки збільшили
потрібно зменшити отр
дорівнювати початковій

961. Ціну товару збільшили н
потрібно зменшити отр
дорівнювати початковій

962. До сплаву золота та сріб
додали 200 г срібла, після
у сплаві збільшився на
містив початковий сплав

963. До розчину, що містить

взяти, щоб одержати 8 к
то й срібло були б у відно

- 968***. Робочий день зменшив
На скільки відсотків по
ність праці, щоб за тих
ла на 5 % ?

Проявіть компетентність

- 969°**. Відповідно до підрах
енергетики та комуна
сім'я споживає 168 к
сяць. За тарифом, що
потрібно заплатити 72
1. Після заміни лампо
зумного використання
заощадила 15 % . Скіл
тити за спожиту елект

Розділ 5

Обсяг вибірки: $n = 10$.

Головним орієнтиром для

ки є середнє значення вибір

Отже, оцінка за тему становит



Середнім значенням (або середнім) вибірки називають частоту елементів вибірки на їхню к



Чи характеризує
Богдана оцінка «1

Оцінка «10» — «найбільш
вають модою вибірки.

Запам'ятайте!

Розв'язання

Утворимо варіаційний ряд:
2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4.

Середнє значення вибірки:

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 5}{20}$$

Мода вибірки $M_o = 2$.

Незважаючи на те, що середня мода свідчить про наближення до двох годин, адже саме 2 год найчастіше виконують домашнього завдання.

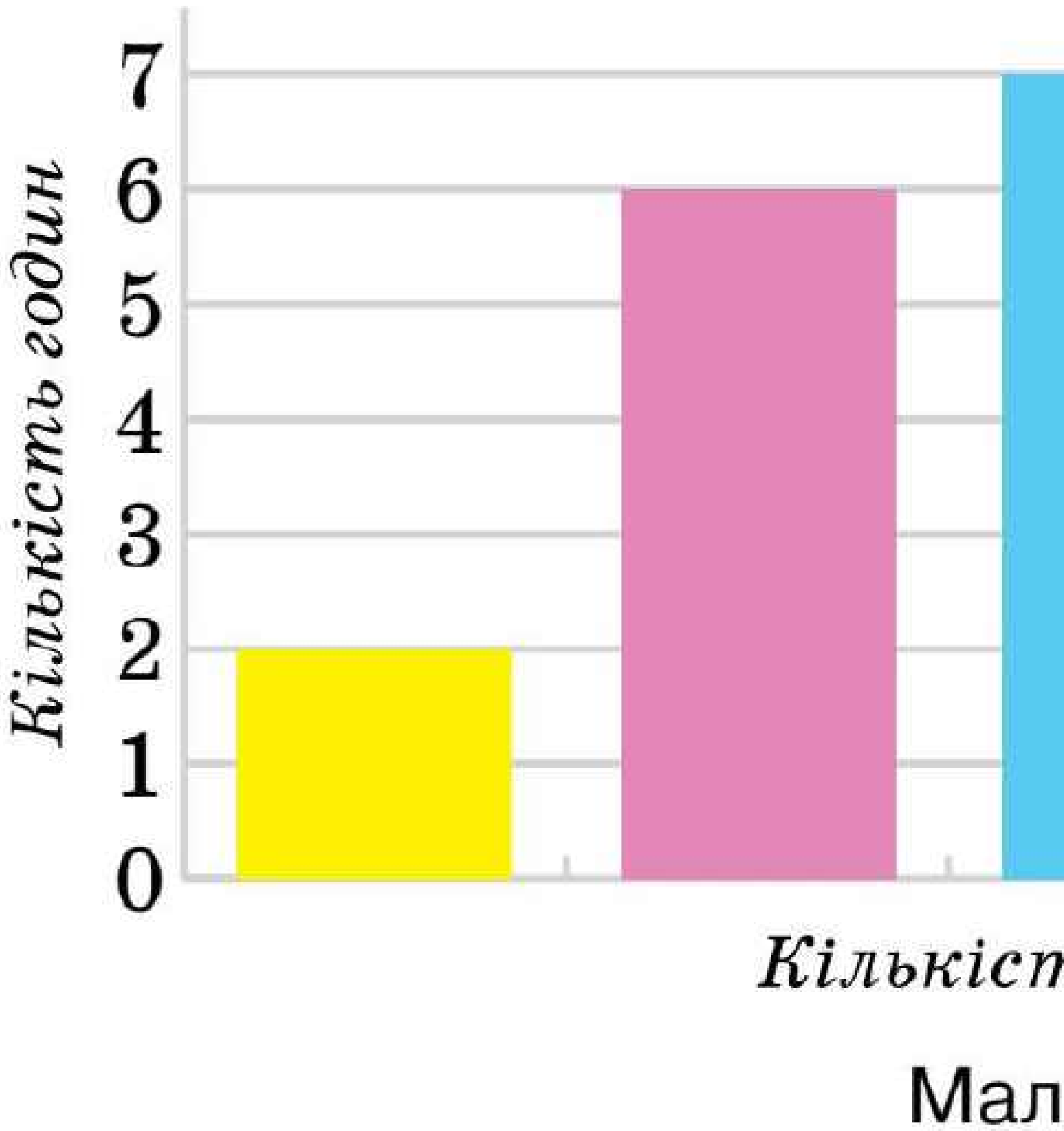
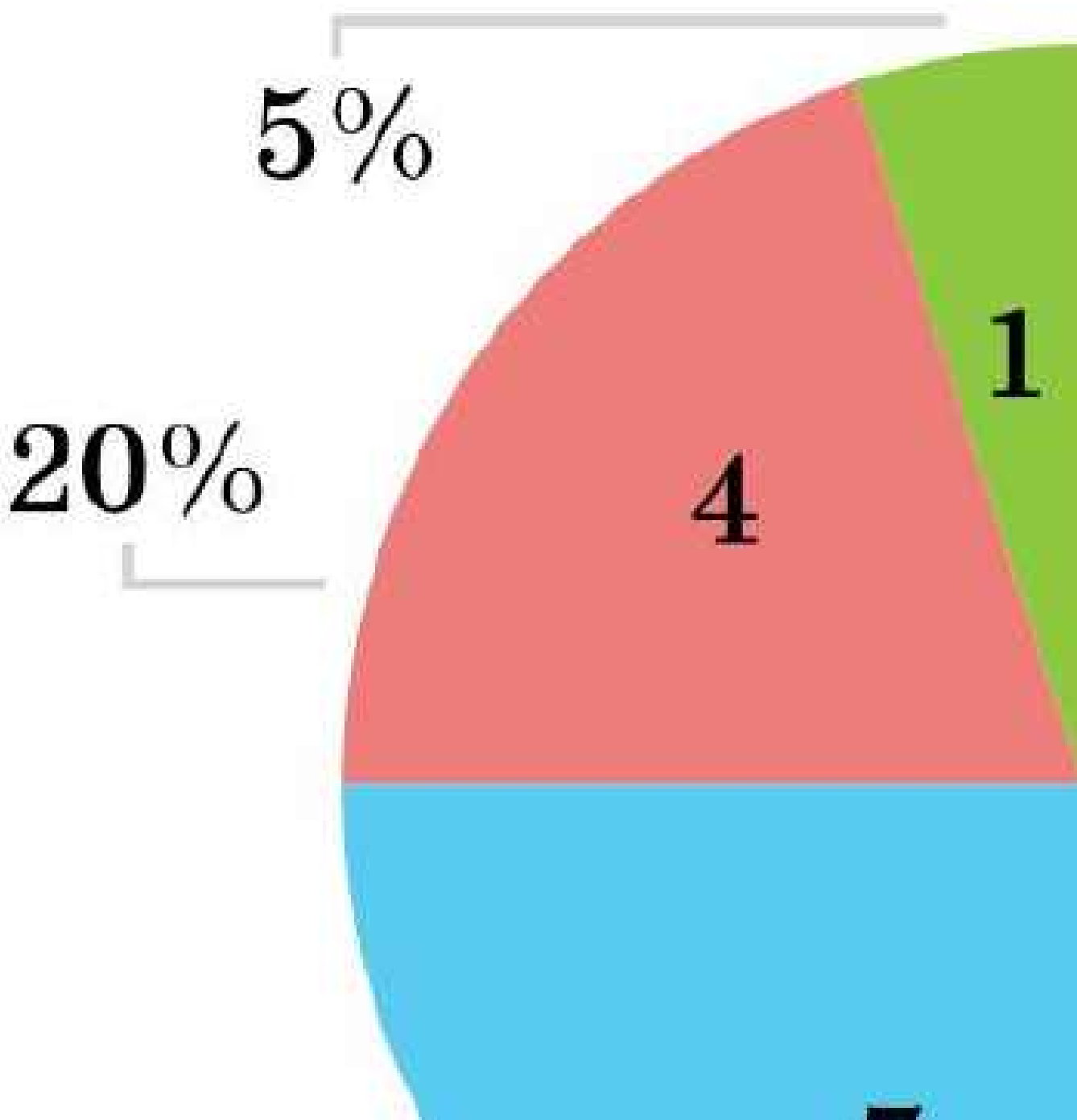


Середнє значення вибірки допомагає точніше розібратися в даних.

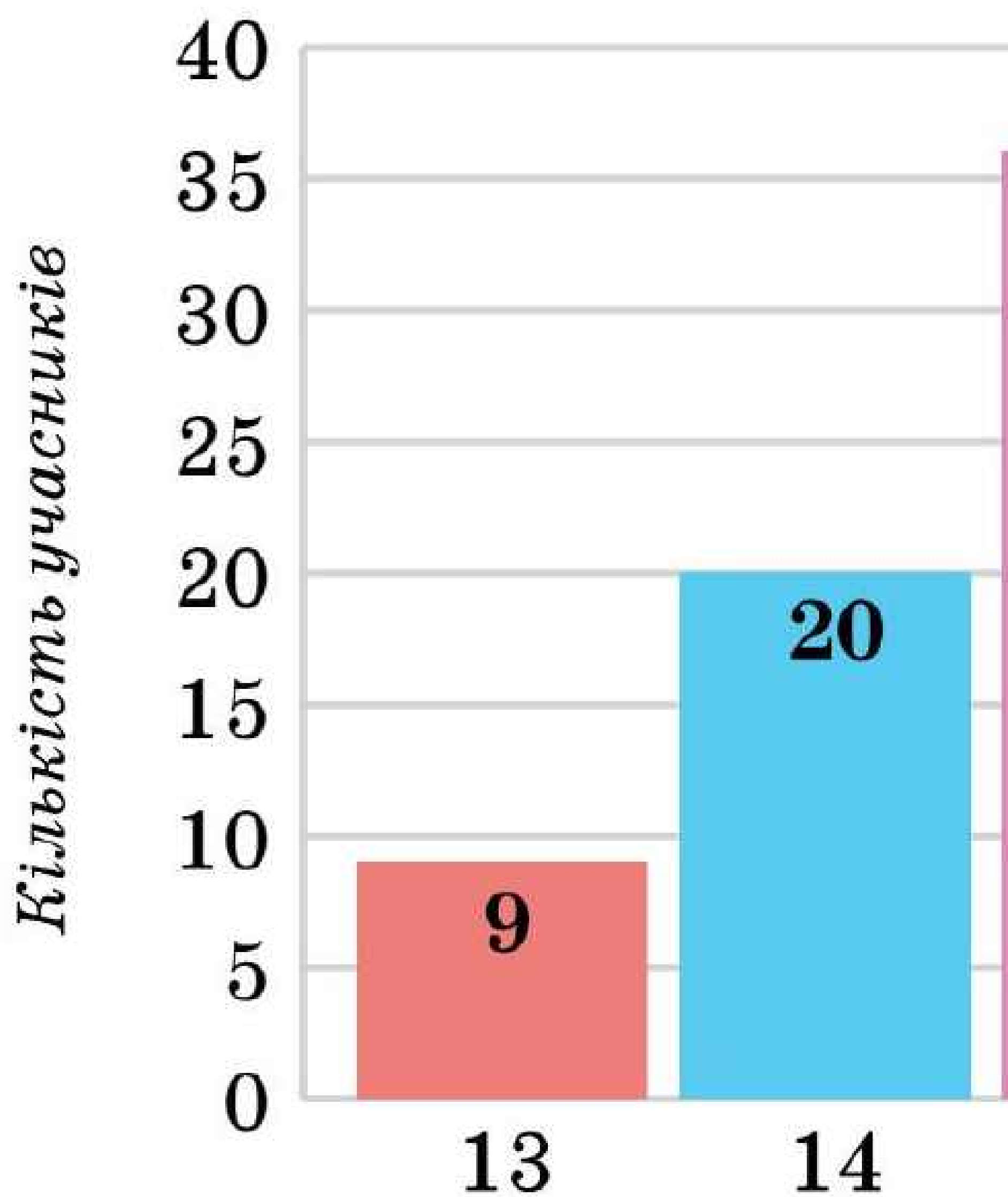
2. Способи подання

У попередніх класах ми вже зустрічалися з інформацією, яку зібрану інформацію зручно

Розділ 5



Задача 3 На діаграмі (мал. 5) показано кількість учасників літнього наукового



1. Скільки всього учнів від

Розділ 5

Під час проведення будь-якої м
множина голосів означає перемо
у випадку існування одного значе
мультимодальним (існує більше
дять другий тур голосування або
процедуру визначення переможця



Словничок

Українська	Англійська/ English
мода вибірки	mode of a sample

Пригадайте головне

1

Що називають варіаційним рядом?

973°.



Для кожного ряду чисел знайдіть обсяг, середнє значення та моду:

1) 18; 12; 20; 18; 2; 10;

2) 2,5; -4,3; 4,3; 6,2; 7,1

3) $-\sqrt{2}$; $1 + \sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; 0; $\sqrt{2}$

974°.



Для кожного ряду чисел знайдіть обсяг, середнє значення та моду:

1) 8; 12; 20; 8; 20; 12; 20

2) $-\sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; 0; 1

975°.

Упродовж тижня радіо телефонних дзвінків у 26; 35; 22; 38; 35; 42; 40 дзвінків за день та моду

976°.

Доставка японської кухні за замовленням упродовж тижня:

39 39 48 62 53 67 39

Розділ 5

981°. За якого значення x мод 14; x дорівнює 12,4?

982°. За якого значення x мод x дорівнює 3,5?

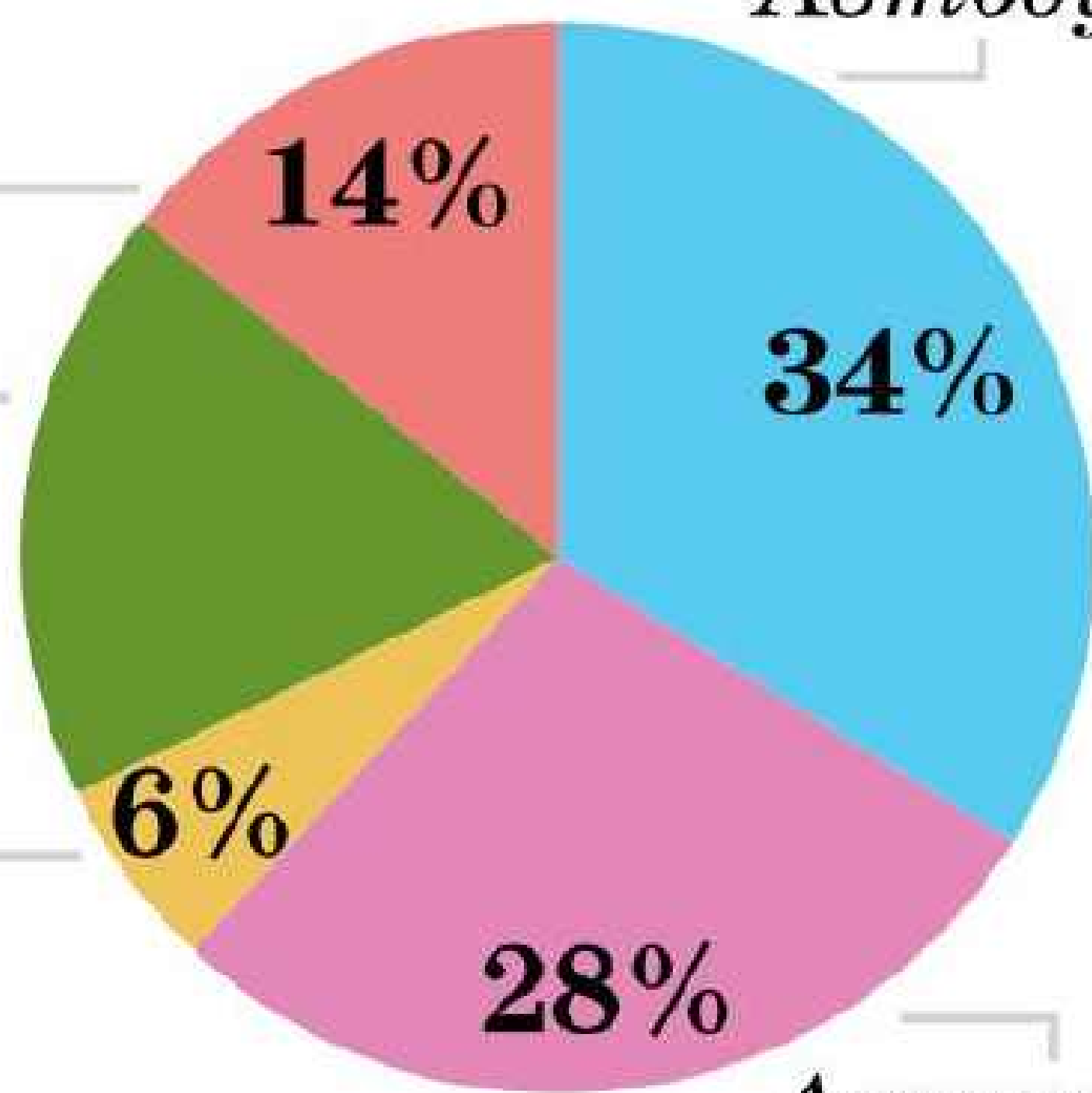
983°. На круговій діаграмі (м опитування учнів школи спорту ви добираєтесь до ли участь в опитуванні, пішки?

Тролейбус
(трамвай)

Ніякий
(пішки)

Велосипед

Автобус



значення та моду ряду.
гову діаграми.

987. Середнє арифметичне ви
12,5. До цієї вибірки д
середнє арифметичне но

988. Середнє арифметичне в
нює 9,4. Із цієї вибірки м
середнє арифметичне но



989. Результати дослідження
(табл. 45), але пропустити
відновити, якщо середн
нює 20,88? Знайдіть це ч

Елемент	5	12
Частота	2	5

990. Результати дослідження
(табл. 46)

Розділ 5

1. Скільки працівників в
2. Скільки гривень у серо
- ник на цьому підприємстві?
3. Яка заробітна плата н
- підприємстві?
4. На скільки відсотків
- бітників менша від най
- плати?

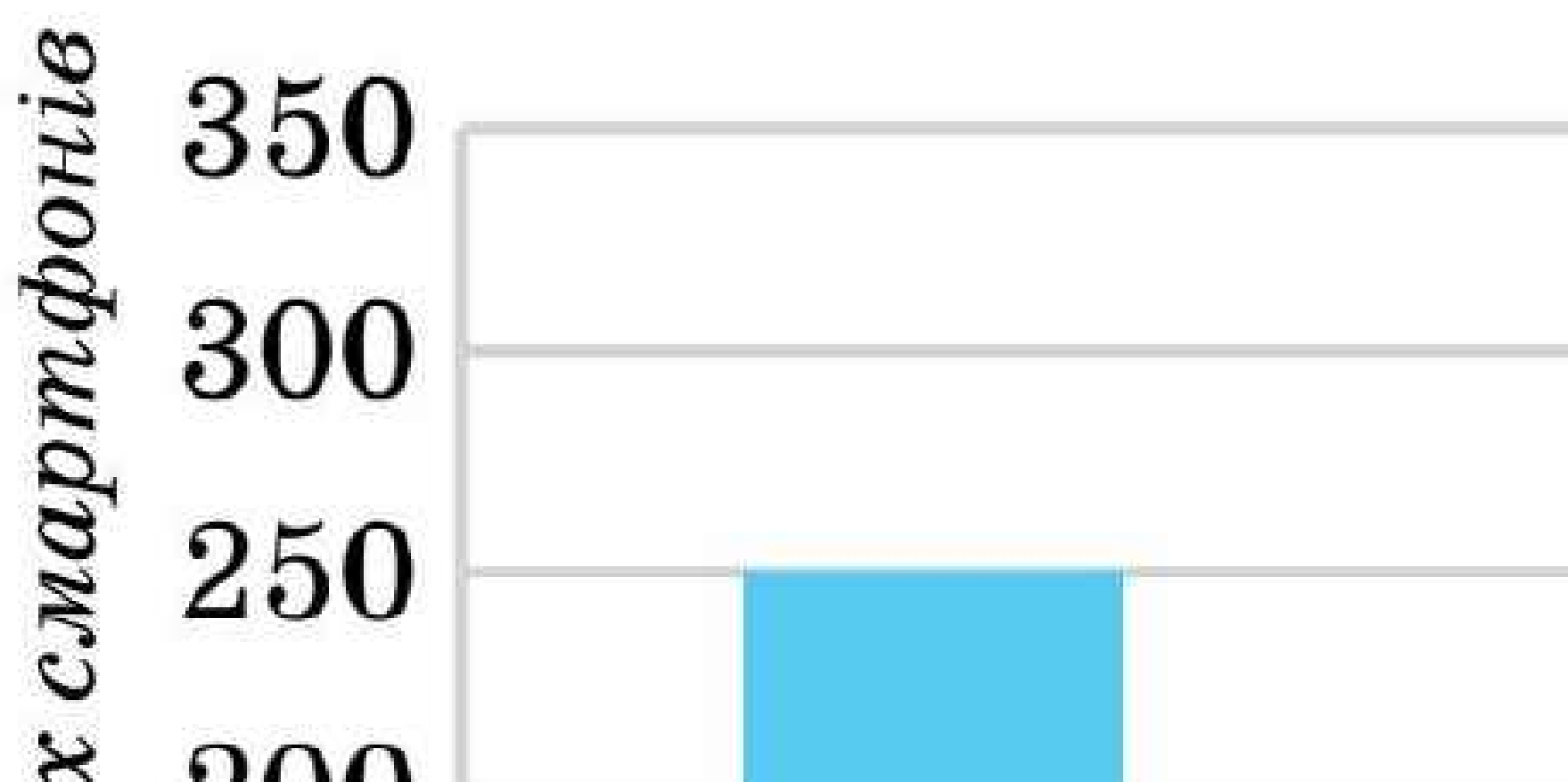
992. (НМТ 2024). На діаграм

мацію про продаж смар

ців. На скільки відсоткі

смартфонів перевищує к

у квітні?



1. Скільки всього медалей по 2020 рік на Олімпійських іграх?
2. Скільки медалей у сьомий раз отримала Ірина Кендіш за Олімпіаду?
3. Знайдіть моду отриманого йдене числове значення?
4. Доповніть діаграму даності середнє значення отримане

994*. Упродовж семестру вчитель оцінює учнів за 6 тем. Середнє значення оцінок за 6 тем дорівнює 7,8. Яку оцінку може отримати Ірина?

995*. Кожне число варіаційного ряду змінилося його: 1) середнє значення

996*. Запишіть ряд чисел, що складаються з двох цифр, у якому середнє арифметичне всіх чисел дорівнює 5,5.

Розділ 5



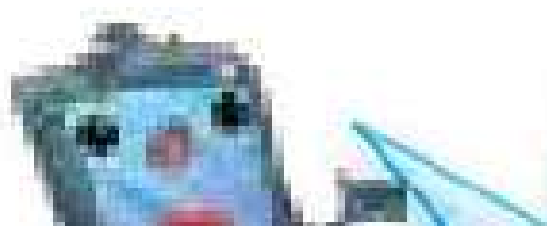
Яке правило комбінації
стосувати для вибору

Справді, хлопця можна обр
15 способами. Тоді, за правило
хлопця можна обрати $13 + 15 =$

Запам'ятайте!

Правило д

Якщо деякий елемент A м
ності елементів n способами,
 t способами, то вибрати **аб**
можна $n + t$ способами.



Розв'язання

Першого учасника естафети складають собаки.

Другим може бути один із п'яти собак.

Третім — один із чотирьох собак.

Четвертого вже можна обрати.

Отже, всіх можливих варіантів є 5.



Під час розв'язування задачі не забудьте про множення.

Задача 2 Скільки трицифрових чисел можна скласти з цифр 0, 2, 5, 7, якщо цифри в числі не повторюються?

Розв'язання

Першою цифрою шуканого числа може бути цифра 2, цифра 5, або цифра 7, тобто 3 варіанти.

Другою цифрою шуканого числа може бути цифра 0, цифра 2, цифра 5, або цифра 7, тобто 4 варіанти.

Розділ 5

Третю цифру можна обрати, залишилися дві вільні цифри.

Зрештою одержуємо $3 \cdot 3 \cdot 2$ можна скласти із заданих цифр, повторювалися.



Першою цифрою числа

2. Розв'язування комбінаторних задач



Чи будь-які задачі є комбінаторними?

Справді, комбінаторними йдеться про підрахунок певної кількості об'єктів.

Спосіб 2. Застосуємо правило першим словом шуканого із трьох варіантів.

Другим словом — два варіанти.
На третє місце залишилося
Отже, отримали $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
вання слів.

Задача 5 Скільки п'ятицифрових чисел із цифр, що мають однакову парність?

Розв'язання

Загалом існує 10 цифр, серед них 5 непарних: 1, 3, 5, 7, 9, і п'ять парних: 0, 2, 4, 6, 8.
З непарних цифр або з парних

Кількість п'ятицифрових чисел з непарних цифр (цифри можуть повторюватися)
 $\times 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5 = 3125$, оскільки
вибрати одним із п'яти способів

Розділ 5

нерозшифрованих абеток і харків'янин
Юрій Кнорозов (1922–1999), відомий у світові як дешифрувальник писемності народу мая (мал. 61). Практично виходячи з кабінету п'ять років, Кнорозов таки зробив те, що до нього не вдавалося нікому. Він розробив власний метод дешифрування писемності долини мая. У Бразилії вченого вшановують як національного героя.

Пригадайте головне

1. Поясніть, які задачі називають нелінійними.
2. Сформулюйте правило додавання.
3. Сформулюйте правило множення.

Усне тренування

1. Розв'яжіть усно рівняння.

1002°. На учнівську наукову конференцію виступав учням 8 тем з алгебри. Скільки способів вибору тем?
1) одну тему;
2) дві теми (одну з алгебри та одну з геометрії)?

1003°. У коробці 12 різних кульок. Скільки існує способів вибору?
1) одну кульку; 2) одну кульку та одну кульку?

1004°. У кондитерському відділі є 10 видів тортів та 15 видів цукерок. Скільки способів вибору?
 1) або торт, або коробку цукерок;
2) торт і коробку цукерок?

1005°. Самостійна робота з математики. Скільки існує способів вибору теми?
1) одну задачу;
2) дві задачі?

Розділ 5

1010°. Скількома способами можна розкрити координатну площину, щоб вона набувала натуральних значень?

1011°. Скількома способами можна розкрити координатну площину, щоб вона набувала десяти значень?



1012°. Скількома способами можна розкрити координатну площину, щоб вона набувала трьох значень за умови, що в координатній площині є три команди?

1013°. Скількома способами можна розкрити координатну площину, щоб вона набувала значень спортсменів на лаві переможців?

1014°. Скількома способами можна розкрити координатну площину, щоб вона набувала значень дітей?

1015°. Монету підкидають три рази, щоб визначити частоту випадання герба та решки.

1016°. Монету підкидають чотири рази, щоб визначити частоту випадання герба та решки.

1020. Скільки трицифрових ч



2, 5 і 6, якщо цифри чис
1) парним; 2) непарним

1021. Скільки існує трицифро

1022. Скільки трицифрових ч

7, 2, 1 і 0, якщо цифри
й число є: 1) парним; 2) н

1023. Скільки трицифрових ч



2, 3, 6 і 0, якщо цифри
й число є: 1) парним; 2)

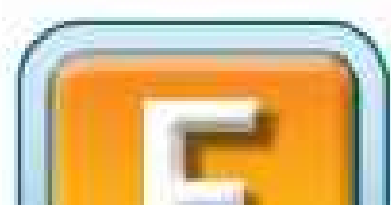
1024. Скільки чотирицифров

парних цифр, якщо:

1) усі цифри числа — різ

2) цифри в числі можуть

1025. Скільки трицифрових ч



них цифр, якщо:

- 1031***. Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 5, 7, 9?
1) усі цифри числа різні;
2) цифри числа можуть повторюватися.
- 1032***. Скільки натуральних дільників має число:
1) $2^2 \cdot 6^5$; 2) $9^5 \cdot 7^3 \cdot 8$?
- 1033***. Скільки існує трицифрових чисел, у яких:
1) є цифра 9; 2) немає цифри 9?

Проявіть компетентність

- 1034.** Із Києва до Одеси можна поїхати автобусом або автомобілем. Скільки способів існує, щоб дістатися з Києва до Одеси, якщо для подорожі:
1) можна скористатися будь-яким видом транспорту;
2) види транспорту можна комбінувати.

Кидання кубика — це *випадкова* подія, яку не можна передбачити.



Такий експеримент (випробування) називають *випадковим* або *стохастичним*.

Будь-яка випадкова подія (яка відбувається чи не відбувається) внаслідок проведення деякої дії називається *подією*.

Запам'ятайте!

Подія, що може відбутися чи не відбутися, називається випробуванням, називається подією або (коротко) *подією*.

Приклади випробувань і подій наведені в таблиці 47.

<i>Випробування</i>	
----------------------------	--

Запам'ятайте!

Подію, яка внаслідок даної ситуації **відбутися**, називають **неможливою**.

«Поява кількості очок від 1 до 6» — **достовірна подія**.

«Учитель виставив учневі оцінку 1 за даною системою оцінювання» — **неможлива подія**.

Під час кидання грального кубика відбуваються різні події, кожна з яких має свою кількість очок. Усі ці події **рівноможливі** (тобто не можуть відбутися одночасно). Наприклад, подія «вийде кубика різна кількість очок».

Запам'ятайте!

Події називаються **рівноможливими**, якщо кожної з них є **однаково** ймовірність.

Запам'ятайте!

Ймовірністю події A називають частину сприятливих для A подій до загальної кількості подій у даному випробуванні події.

$P(A)$



Позначають: $P(A)$, $P(B)$,

2. Обчислення ймовірностей випадкової події



Чи може ймовірність випадкової події дорівнювати 0?

Розділ 5

2. Подія B — «утворили не парними цифрами». Усього із цих цифрових чисел $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, тобто

Із них непарних чисел — 4,

Ймовірність події B : $P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Проаналізуємо результати,

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{2}{3}$$



Сума ймовірностей усіх елементарних подій дорівнює 1.

Задача 3 У випадковому експерименті випадуть дві монети. Яка ймовірність того, що вийде герб на обох монетах?

Розв'язання

Подія A — «герб» випаде трічі.

Ці події неможливо одночасно мати.

Дізнайтеся більше

Гра в кубики була найпопулярнішою азартною грою до кінця середньовіччя. Саме слово «азарт» походить від старонімецького слова «аль-зар», що перекладається як «гральний кубик». Найранньою книжкою з теорії ймовірностей є «Книга про гру в кубики» **Джероламо Кардано** (1501–1576). Вона була надрукована в 1663 р. У ній розглянуто способи кидання кубиків. Під час кидання двох гральних кубиків можна отримати двома способами суму 10: $5 + 5$. Якщо ж гральних кубиків три, то є «дев'ятки», і для «десятки». Практично неможливо отримати «десятку» з двох кубиків, що «дев'ятка» з'являється частіше. Це робить гру на трьох кубиках більш складною. Тут проблема полягає не в тому, щоб отримати певні числа, а в тому, щоб не отримати їх. Це робить гру не елементарною, а складною, а отже, незрозумілою для багатьох. Тут проблема полягає не в тому, щоб отримати певні числа, а в тому, щоб не отримати їх. Це робить гру не елементарною, а складною, а отже, незрозумілою для багатьох.

Розв'яжіть задачі

1036'. Які елементарні події проведення випробування
1) монету підкидають два рази;
2) у слові «родина» навмання вибирають літери;
3) зі скриньки, у якій лежать дві кульки, виймають дві кульки?

1037'. Наведіть приклад:
1) випадкової події; 2) не випадкової події.

1038'. Визначте, якими — випадковими чи певними — є події:



достовірними — є події:
1) у результаті підкидання монети вийде непарна кількість очок;
2) завтра буде дощ;
3) навмання вибраному у

1043°. У Ярини є 8 листівок
Києва і 6 листівок із Києва,
що на навімання обраній

1044°. На дошці Оксанка нап
навімання витерла одну
що Оксанка витерла:
1) цифру 4;
2) парну цифру;

1045°. У спортивних змаганнях
 20 спортсменів: 5 — з
з Молдови і решта — з
спортсменів визначаєть
вірність того, що:

- 1) першим виступатиме
- 2) останнім виступатиме
- 3) першим виступатиме

1046°. У коробці лежить 15 рі

Розділ 5

- 1) парне число;
- 2) число, менше від десяти;
- 3) число, що ділиться на
- 4) число, що складається

1051°. У скриньку помістили



цифровими числами, пр
цифрові числа. Яка ймо
втягнутій кульці напис

- 1) непарне число; 2) чис
- 3) число, що є квадратом

1052. Із п'яти предметів — іст
фія і фізкультура — на
ймовірність того, що:

- 1) першим уроком буде ф
- 2) останнім уроком буде
- 3) першим уроком буде а.

1053. Із цифр 4, 6, 5 випадко

1056. Із цифр 3, 8, 0 випадково
ве число. Цифри в числі
ймовірність того, що воно
1) парним;
2) числом, що ділиться на 8;
3) числом, меншим за 40.

1057. У класі навчається 28 учнів.
Вмання обраний учень ви
Скільки дівчат у цьому класі?

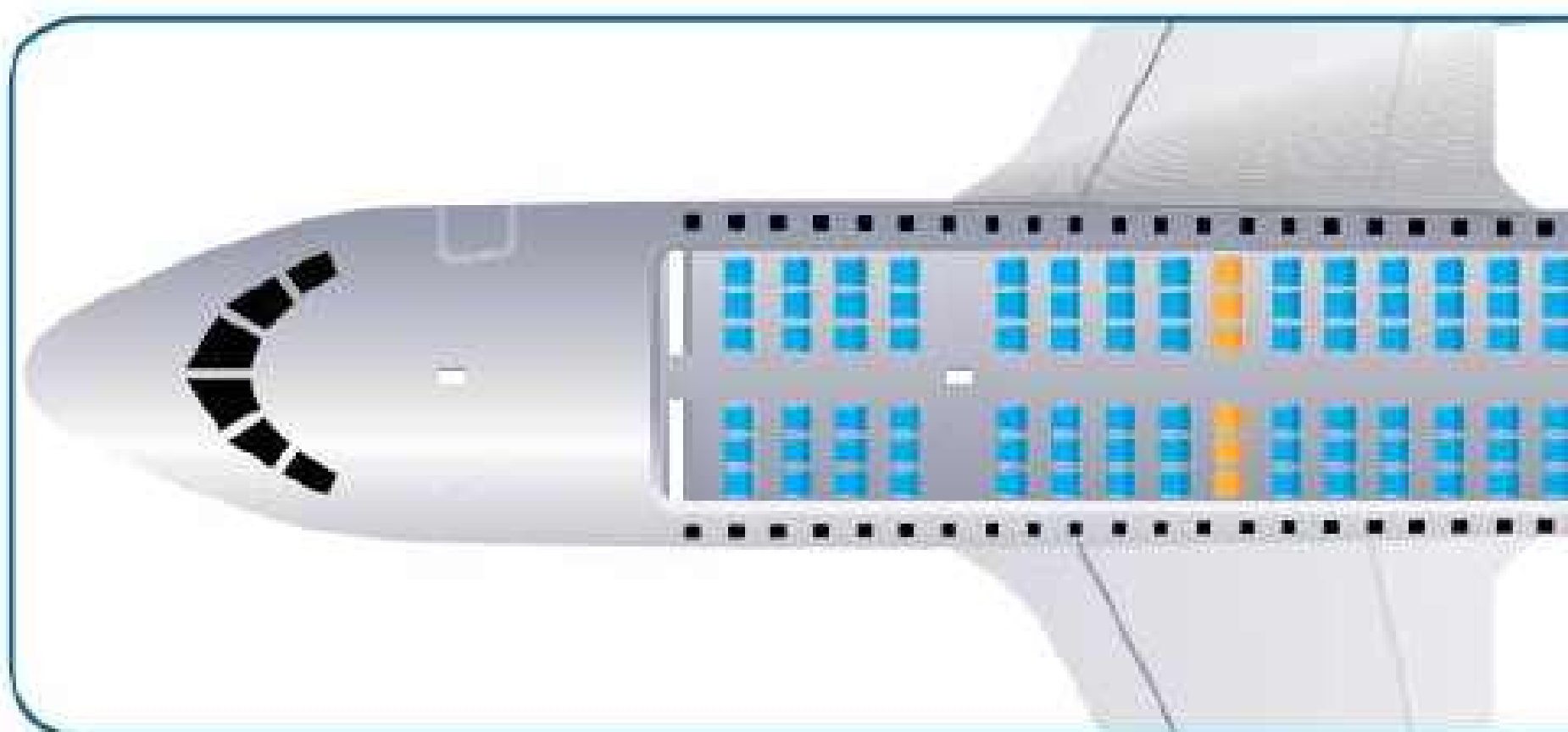
1058. У коробці 30 цукерок.
Ймовірність витягнути
шоколаду дорівнює 0,6.
шоколаду в цій коробці?

1059. У випадковому експерименті
Знайдіть ймовірність того, що
1) «герб» випаде лише один раз.

1064*. На залік з геометрії Мав
Яка ймовірність того, ш
якщо білет складається з

Проявіть компетентність

1065. (НМТ – 2024). Місця
20 рядів, у кожному р
проходом, ліворуч і пра
Комп'ютерна програма
місце для пасажира.
що пасажиріві дістан
останньому ряду.

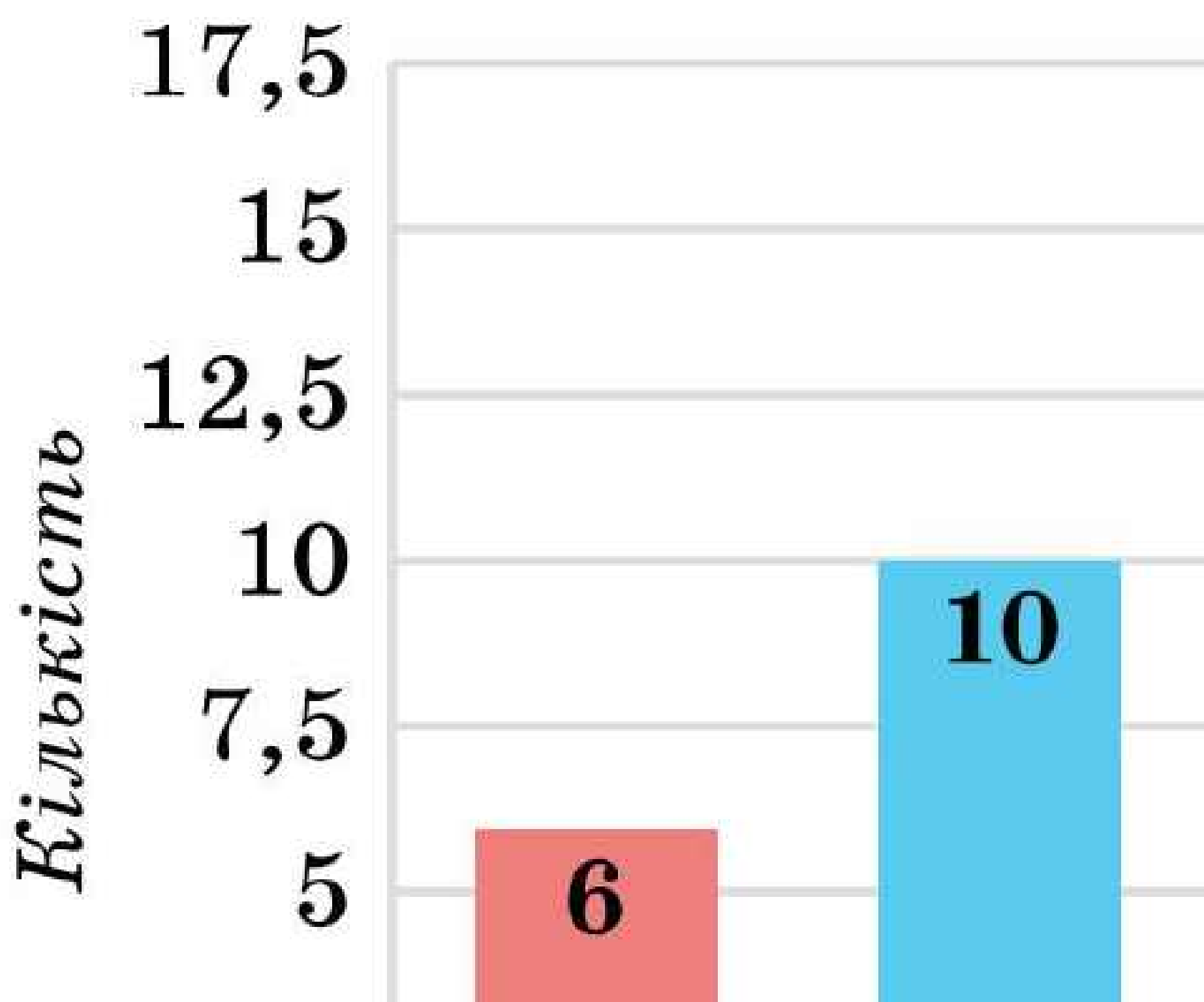


ТЕСТОВІ З

Уважно прочитайте задачі і зна
відей правильну. Для виконання тес

1°. У класі навчається 15 д
відсотків дівчат більше,
А. На 10 % . **Б.** На 15

2°. На діаграмі (мал. 63)
кількість придбаних ф
спортивної команди. Зна





ЗАДАЧІ І ДЛЯ ПОВТ

Розділ 2. РАЦІОН

qr.orioncentr.com.ua/RXj5s



qr.orioncentr.com

1. Визначте ОДЗ кожної зм



1) $\frac{2x-1}{2x^2+1}$;

2) $\frac{3y-2}{\dots}$;

6. Спростіть вираз:



$$1) \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9} - \frac{x}{x + 3};$$

7. Спростіть вираз:

$$1) \left(\frac{x - 3}{x + 3} - \frac{x + 3}{x - 3} \right) : \frac{24}{9 - x^2};$$

8. Виконайте дії:



$$1) \frac{1}{4x - x^2} + \left(\frac{1}{x^2 - 4x} + \frac{2}{16 - x^2} \right)$$

$$2) \frac{3y^2}{x^4 - xy^3} + \frac{y}{x^3 + x^2y + xy^2}$$

9. Виконайте дії:

$$1) \frac{\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}}{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}} \cdot \frac{a}{b};$$

10. Визначте значення x із

Задачі і вправи для повторення

15. Спростіть вираз:



1) $a^{-10} : a^{-6} \cdot a^{-5}$;

2) $a^{-10} : a^6 \cdot a^{-5}$;

3) $a^{-10} : a^{-6} : a^{-5}$;

4) $a^{-10} \cdot a^{-6} \cdot a^{-5}$;

5) $a^0 : a^{-8} \cdot a^{-12}$;

6) $a^0 : (a^{-8} \cdot a^{-12})$;

7) $(a^{-4})^{-3} : (a^3)^4$;

8) $(a^{-4})^{-3} \cdot (a^3)^4$;

16. Запишіть у вигляді степе



1) $9^{-5} \cdot 3^7$;

3) $(9^{-2})^3 \cdot$

2) $27^2 \cdot 9^{-7}$;

4) $(81^2)^{-9}$

17. Запишіть як степінь:



1) $2^{-3} \cdot 3^{-3}$;

2) $10^{-2} \cdot 5^{-2}$;

18. Запишіть у стандартном

1) 90; 3) 3003; 5) 0,75;

23. Оберіть серед чисел $-\frac{4}{2}$



$\sqrt{1,6}$, $2\sqrt{5}$, $-\frac{1}{7}$; 8: 1) нату

4) ірраціональні; 5) дійс

24. Порівняйте числа:

1) $\frac{1}{3}$ і 0,34; 2) $1\frac{2}{5}$ і $\sqrt{2}$;

25. Запишіть у вигляді н



скінченного періодично
десятькового дробу число

1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{9}$; 3) $\frac{3}{10}$; 4) $\frac{2}{3}$

26. Знайдіть сторону квад



та, якщо його площа д
рівнює:

1) 25 см^2 ; 2) 225 см^2 ; 3)

Задачі і вправи для повторення

32. Спростіть вираз:

1) $10\sqrt{5} + 20\sqrt{5} - 25\sqrt{5}$

2) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) +$

3) $\left(\sqrt{3 + \sqrt{2}}\right)^2 - \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$.

33. Спростіть вираз:

1) $\frac{\sqrt{12} - \sqrt{27}}{\sqrt{15} - \sqrt{3}};$

2) $\frac{\sqrt{28} + 2}{\sqrt{7} + 1};$

34. Спростіть вираз:

1) $\left(\frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 2} - \frac{4\sqrt{a}}{a - 4}\right) : \frac{a + 4}{\sqrt{a} + 2};$

3) $\frac{\sqrt{x} + 2}{x - 2\sqrt{x} + 1} : \frac{x - 4}{3\sqrt{x} - 3} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

35.

Зрізніть ось різні ірраціональні

40. Один із коренів рівняння
Знайдіть інший його кор

41. Один із коренів рівняння



Знайдіть інший його кор

42. Розкладіть квадратний

1) $x^2 - 7x + 12$;

2) $x^2 + 2x - 35$;

43. Скоротіть дріб:

1) $\frac{x+1}{3x^2+5x+2}$;

2) $\frac{x^2-11x-26}{x^2-4}$;

44. Знайдіть значення дробу



1) $\frac{7x^2-6x-1}{7x+1}$, якщо $x =$

Задачі і вправи для повторення

- 50.** Добуток двох чисел дорівнює 108, якщо:
- 1) одне із них на 9 більше за друге;
 - 2) одне із них у 10 разів менше за друге.
- 51.** Знайдіть два послідовні натуральні числа, сума яких дорівнює 380.
- 52.** Із Хмельницького до Івано-Франківська їхали автобус і автомобіль. Швидкість автомобіля 20 км/год більша за швидкість автобуса. Автобус був до пункту B на 1 год довше, ніж автомобіль. Знайдіть відстань між Івано-Франківськом та Хмельницьким.
- 53.** Відстань від Кропивницького до Івано-Франківська 400 км, пасажирський потяг їде швидше, ніж товарний. Знайдіть швидкість товарного потяга, якщо пасажирський їде на 20 км більше.

59. Бак було наповнено дощовою водою на 40 %. Який відсоток води випарувався?

60. Сливи під час сушіння втрачають 84 % вологи. Скільки сушені сливи містять 16 % води? Скільки містять свіжі сливи?



61. На шкільних змаганнях з стрибків у довжину серед хлопців були зафіксовані результати: 178 см, 182 см, 170 см, 168 см, 185 см, 182 см, 168 см, 175 см. Знайдіть середнє значення та моду.

62. Середнє арифметичне кількох чисел дорівнює 18,5. Після видалення одного з них середнє арифметичне стало дорівнювати 14. Знайдіть видалене число.

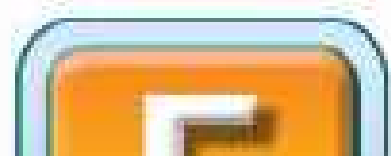
63. Після уроку з теми «Середнє арифметичне» учні склали тест з 10 питань. Середній бал становив 7,5. Після перерахунок середнього балу виявилось, що один з учнів не виконав жодного питання правильно. Скільки учнів було в класі?

Задачі і вправи для повторення

Середня температура повітря в Києві, °C

	Січ	Лют	Бер	Квіт	Трав
Днем	-1	0	6	14	21
Вночі	-6	-6	-1	5	11
За добу	-4	-3	2	9	16

- 66.** Із цифр 1, 5, 7, 8 склали числа без повторення цифр. Які:
- 1) починаються цифрою 1;
 - 2) парних;
 - 3) починаються з 51;
 - 4) не починаються цифрою 1.
- 67.** У новому шестиповерховому будинку потрібно розмістити шість фірм.





ПРОЄКТ. ГІПЕРБОЛА

Ситуація 1. Туристична агенція України світу. Для популяризації України необхідно створити рекламний буклет.

Роль. Ви працівник туристичної агенції — розробити рекламний буклет.

Продукт: туристичний буклет.

Виконання завдання

Крок 1. Об'єднайтеся в групи по 4-5 осіб, у яких розміщені туристичні буклети.

1. Розташуйте результати дослідження.
1) спростіть вираз:

$$\frac{(x-3)(x-7)}{12} - \frac{(x-7)(x-3)}{8}$$

Проект

1) розв'яжіть рівняння: $\frac{5-x}{2x}$

2) розв'яжіть рівняння: $\frac{7}{x^2}$

3) укажіть число, яке не на

ції $y = \frac{4x-11}{x+3} - 3$;

4) знайдіть значення виразу

5) визначте абсцису точки

проходить графік функції $y = \frac{5}{x}$

6) визначте ординату точк

$y = \frac{2x}{x-4} + 5$ з віссю OY — Л;

7) розв'яжіть рівняння $\frac{1-x}{1+x}$

8) визначте ординату точк

1) відкрийте сервіс Geogebra
2) скопіюйте картинку і вставте її за допомогою клавіш Ctrl+C(V);
3) використовуючи інструмент "Вектор", з'єднайте точки A і B так, щоб рисунок лежав у площині і абрис малюнка потрапив у чверть;

4) задайте функцію $f(x) = \frac{k}{x} + b$;

5) рухаючи повзунки (слайдери), змінюючи/збільшуючи значення параметрів k і b , наближайтеся до абрису споминаного малюнка.

Крок 4. Опишіть властивості функції

$f(x) = \frac{k}{x} + b$ за поданим планом

1) назвіть коефіцієнти k і b

2) назвіть область визначення



ВІДПОВІД

РОЗДІЛ 1. УЗАГАЛЬНЕННЯ ВИВЧЕНОГО

Вирази. Тотожності. Од

1. 1) 55,2; 2) 6,51; 3) 34,2; 4)

2) -640; 3) 18,5; 4) -25. 3. Павло Ти

5. 1) $x^2 + 6x - 16$; 2) $x^2 + 31x + 25$;

6. 1) $3(a - b)(a + b)$; 2) $x(3x -$

4) $2z(2z - 1)(2z + 1)$; 5) $(n + 5)$

8) $5y(2x - 3)^2$; 9) $(a + b)(a - b + 1)$;

$\times (c^2 - 5c + 25)$; 12) $(3a - 2)(9a^2 -$

3) $2,8375b$. 9. $a - 1,5$; $(a - 1,5)^2$. 10.

12. 20

29. 10 пакетів по 500 г і 40 пакетів по 250 г і 26 дронів. 32. 500 тис. грн і 450 тис. грн. 33. 10 км/год, 5 км/год. 34. 15 км/год, 5 км/год. 35. 19 км/год.

Елементи

37. 1) 25 учнів; 2) 9 учнів; 3) 9 учнів. 38. 1) 27%; 2) $\approx 27\%$. 39. 0,3 л. 40. 125 г. 41. 1) 27; 2) 27. 45. 1) 6; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 0. 46. 1) 6; 2) 6; 3) 6.

РОЗДІЛ 2. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

§ 1. Раціональні вирази. Введення

55. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) так; 5) так; 6) так; 7) так; 8) так; 9) так; 10) так; 11) так; 12) так; 13) так; 14) так; 15) так; 16) так; 17) так; 18) так; 19) так; 20) так; 21) так; 22) так; 23) так; 24) так; 25) так; 26) так; 27) так; 28) так; 29) так; 30) так; 31) так; 32) так; 33) так; 34) так; 35) так; 36) так; 37) так; 38) так; 39) так; 40) так; 41) так; 42) так; 43) так; 44) так; 45) так; 46) так; 47) так; 48) так; 49) так; 50) так; 51) так; 52) так; 53) так; 54) так; 55) так; 56) так; 57) так; 58. 1) так; 2) так; 3) так; 4) так; 5) ні; 6) так. 59. 1) $x \neq 0$; 2) $x \neq 0$; 3) $x \neq 0$; 4) $x \neq 0$; 5) b — будь-яке число. 60. 1) 2; 2) 3; 3) 9; 4) 6; 5) 15. 63. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) так. 67. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) так.

§ 2. Раціональні вирази Основна властивість

89. 1) $\frac{x^2 y^3}{4xy^4}$; 3) $\frac{2x^2 y^2}{8xy^3}$; 5)

91. Ні. $\frac{xy}{5}$. 92. 1) Так, $\frac{1}{2x}$; 2) та

93. 1) $\frac{2x}{y}$; 3) $\frac{16a}{3b}$; 5) $\frac{7x}{3y}$. 94. 1) $6x$

3) $\frac{5a^2}{6}$. 96. 1) $\frac{x-y}{2x}$; 3) $\frac{x-2y}{2y}$; 5)

3) 1,5; 5) -3; 7) $-\frac{a}{b}$; 8) $-\frac{2a}{3b}$. 98

99. 1) $\frac{3x}{x-1}$; 3) $\frac{a-2}{4a}$; 5) $\frac{y^2-1}{3y^2}$. 100

3) $4x$. 102. 1) $\frac{x-1}{x}$; 3) $\frac{a-3b}{2}$; 5) $\frac{a}{2}$

$$3) \frac{x}{x^3 y} + \frac{1}{x^3 y}; 5) \frac{12}{15b^2} + \frac{3b}{15b^2}. \quad 123$$

$$+ \frac{b}{4abc}. \quad 124. 1) \frac{2}{2a+2} + \frac{1}{2a+2};$$

$$\frac{-3}{a-1}; 5) \frac{9}{9-3y} + \frac{1}{9-3y}. \quad 126. 2) \frac{1}{20}$$

$$\frac{a+b}{a(a^2-b^2)}, \quad \frac{a}{a(a^2-b^2)}. \quad 129. 1)$$

$$131. 1) \frac{-a(a+b)}{b(a+b)} + \frac{4b}{b(a+b)}; 2) \frac{x^2}{3}$$

$$\frac{x+1}{x^4-1}, \quad \frac{x-1}{x^4-1}, \quad \frac{1}{x^4-1};$$

$$\frac{x^2+6x+5}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+5)}, \quad \frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

$$134. m = \frac{E_{\text{пов}}}{v_{\text{пов}}^2}; 0,5 \text{ кг.}$$

Відповіді

$$2) \frac{-y}{y^2 - 4}; 0,6. 157. 1) \frac{21}{9 - a^2}, 4,2. 15$$

$$3) x^2 - xy + y^2; 6) \frac{1}{a^2 - ab + b^2};$$

$$3) -(a^2 + 4a + 16); 5) \frac{1}{x + y}. 161. 1$$

$$162. 1) \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}. 163. 1) \frac{6x + 1}{6}$$

$$165. 3) \frac{1}{t(t - 1)}. 166. 1) \frac{x^2 + 1}{x}; 2$$

$$5) \frac{4 - 2a - 2a^2}{a}; 6) \frac{9b^2 - 62b}{7 - b}; 7) \frac{1}{2}$$

$$3) \frac{(b - 3)^2}{b^2 + 9}; 4) \frac{x^2}{3 - x}. 170. 1) \frac{x^2}{x}$$

$$171. \frac{10m^2 + 7m + 5}{5m^2}; 20. 172.$$

$$3) -\frac{16x^2}{5}. \quad 190. \quad 1) \frac{x^4}{36}; \quad 3) \frac{x^2}{4y^2}; \quad 5) \frac{8}{2}$$

$$192. \quad 1) \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + 2ab + b^2}; \quad 4) \frac{1}{x}$$

$$2) \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 6xy + 9y^2}; \quad 3) \frac{9a^2}{4a^2 + 1}$$

$$195. \quad 1) \left(\frac{3a}{b^2}\right)^3; \quad 2) \left(\frac{x^2 y}{(x-y)^3}\right)^2; \quad 3) \frac{1}{x^2 y^2}$$

$$198. \quad 1) 1,5a^2b^2; \quad 3) 2,75a^2b^2. \quad 199. \quad 1) 2a^2b^2$$

$$200. \quad 1) 3b; \quad 2) 4xy^2. \quad 201. \quad 1) 21a^3; \quad 2) 12a^2b^2$$

$$5) x^2 - y^2; \quad 6) \frac{a-b}{(a+b)(x+y)}. \quad 203. \quad 1) \frac{1}{x^2 y^2}$$

$$2) -0,5. \quad 205. \quad 1) \frac{3}{b^5}; \quad 2) \frac{25a^4b^6c^2}{9x^4y^4z^2}. \quad 206. \quad 1) \frac{1}{x^2 y^2}$$

§ 7. Раціонал

237. 1) 0 або 4; 3) -1 або 4; 5) 0
3) 4 або 5. 239. 1) x — будь-яке
3) x — будь-яке число; 5) x — бу
будь-яке число. 240. 1) x — будь-я
крім -5 і 4. 241. 1) 0; 2) 3; 3) 2; 4
242. 1) коренів немає; 3) коренів
нів немає. 243. 1) 0; 2) 4; 3) ко
244. 1) коренів немає; 2) коренів
нів немає; 5) -1 ; 6) -2 ; 7) -4 ; 8
246. 1) Ні; 3) ні; 5) ні. 247. 1) 2,8; 3
13) 2; 15) $-\frac{2}{3}$; 17) 7. 248. 1) 1,75;
4) ні; 5) ні. 251. 1) Ні; 3) так. 252.
немає; 5) 0; -3 . 253. 1) коренів не
254. 1) 2; 2) $-0,5$; 3) 4; 4) -3 . 255
256. 10 км/год, 40 км/год. 257. $\frac{5}{3}$.

298. 1) $\frac{1}{64}$; 3) $\frac{1}{16}$; 4) 100; 10

2) 10 000; 3) 100; 4) -100 000; 5)

4) $3^{-8} \cdot 5^{-9} \cdot 8^{-16}$. 303. 1) $5\frac{2}{3}$; 2) 50,

2) 0.

§ 9. Властивості степе

318. 1) $\frac{1}{64}$; 2) 4; 3) $\frac{1}{4}$. 319

320. 1) a^{-12} ; 2) a^{-4} ; 3) a^4 ; 4) a^{12} ; 5)

4) x^{13} ; 5) 1; 6) x^{20} . 322. 1) 10^{-1} .

2) $2^7 \cdot 2^{-x}$; 3) $12^{-8} \cdot 12^n$; 4) $3^{-p} \cdot 3^{-n}$. 3

1) 32; 3) 2; 5) 1. 327. 1) a^{12} ; 2)

328. 1) m^{12} ; 2) m^{-8} ; 4) m^{-20} . 330. 1

2) 8^{20} ; 3) 8^5 ; 4) 8^{-9} ; 5) 8^{-6} ; 6) 8^3 . 33

6) a^{-8} ; 7) m^{12} ; 8) m^{-22} . 334. 1) 5^{-50} ; 2

335. 1) 2^{-8} ; 2) 3^{30} ; 3) 3^{-30} ; 4) 10^0 ; 5)

Відповіді

- 351.** 1) $x = a^{-6}b^{32}$; 4) 7. **352.** 1) $a^{16}b^{-15}$;
356. 1) 2^{-1} ; 3) 2^{-27} . **357.** 1) $2^{-5}(2^{-1}$
358. 1) $3^{-4}(3^{-8} + 3^{16})$; 2) $3^{-4}(3^5 +$
360. 1) 12^{-12} ; 2) 1; 4) 5^{10} ; 5) $0,6^4$; 6)
 $6,12 \cdot 10^{-8}$, $7,2 \cdot 10^{-17}$, $5 \cdot 10^1$; 2) (
 $3,2 \cdot 10^8$, $8 \cdot 10^{-3}$; 3) $2,1 \cdot 10^{-10} > 0,6$;
 $3 \cdot 10^{-2}$; 4) $5,5 \cdot 10^{22} > 11 \cdot 10^{20}$,
363. 1) 0,25.

§ 10. Перетворення р

- 376.** 1) $a - 2$. **377.** 1) $\frac{1}{b+9}$;
378. 1) $\left(\frac{1}{x-y}\right)^2$; 2) $\left(\frac{1}{10+m}\right)^4$; 5) x
2) x^{-2} ; 5) x^{-5} . **382.** 1) $\frac{1}{b^3}$; 2) $\frac{1}{ca^5}$; 4)
8) $\frac{a^9 m^{15} c^5}{n^4}$. **386.** 1) 1; 2) $(a -$

Відповіді

$$y = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{якщо } x \leq -1, \\ x^2, & \text{якщо } -1 < x < 1, \text{ (мал. 39).} \\ \frac{1}{x}, & \text{якщо } x \geq 1 \end{cases}$$

§ 13. Арифметичний

510. 1) Так; 2) ні; 3) ні. 512. 1)

2) 0,4; 3) 0,5; 4) 0,07; 5) 0,06; 6)

523. 1) $\sqrt{5} > 0$; 3) $\sqrt{100} > -10$; 4) –

524. 1) $-\sqrt{6} < 0$; 2) $0 < \sqrt{0,01}$;

5) $\sqrt{74} < 9$; 6) $6 < \sqrt{38}$; 7) $6 > \sqrt{33}$;

5) 10; 6) 0,2; 7) 0,99; 9) $\frac{2}{5}$; 10) $\frac{1}{8}$.

6) $\frac{1}{7}$. 528. 1) 6; 2) 6; 3) 10; 4) 18

531. 1) 7; 2) 0,3; 3) 8; 4) 6; 5) 35; 6)

5) $\sqrt{3}(1+2\sqrt{3})$. 570. 1) $\sqrt{3}$; 2) $-\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{3}-1$; 4) $-\sqrt{3}-1$; 5) $-\sqrt{3}+1$.
 574. 1) $3-\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{7}-1$; 3) $\sqrt{2}+1$; 4) $-\sqrt{2}+1$; 5) $-\sqrt{2}-1$.

§ 14. Множина та її елементи

587. 1) 4,(1); 2) 2,35(0); 3) 0,(3); 4) 0,3(3); 5) 0,3(5); 6) 0,3(1); 7) 0,3(4); 8) 0,3(2); 9) 0,3(6); 10) 0,3(7); 11) 0,3(8); 12) 0,3(9).
 588. 1) 1,55(4); 2) 0,4(235); 3) 0,4(352); 4) 0,4(235). 589. 1) 2,88(9); 2) 2,88(8); 3) 2,88(7); 4) 2,88(6); 5) 2,88(5); 6) 2,88(4); 7) 2,88(3); 8) 2,88(2); 9) 2,88(1); 10) 2,88(0); 11) 2,88(9); 12) 2,88(8); 13) 2,88(7); 14) 2,88(6); 15) 2,88(5); 16) 2,88(4); 17) 2,88(3); 18) 2,88(2); 19) 2,88(1); 20) 2,88(0).
 590. 1) 3,444...; 2) 3,44(4); 3) 3,44(3); 4) 3,44(2); 5) 3,44(1); 6) 3,44(0); 7) 3,44(9); 8) 3,44(8); 9) 3,44(7); 10) 3,44(6); 11) 3,44(5); 12) 3,44(4); 13) 3,44(3); 14) 3,44(2); 15) 3,44(1); 16) 3,44(0).
 593. 1) Так; 2) так; 3) так; 4) ні; 5) ні; 6) ні; 7) ні; 8) ні; 9) ні; 10) ні; 11) ні; 12) ні; 13) ні; 14) ні; 15) ні; 16) ні; 17) ні; 18) ні; 19) ні; 20) ні.
 594. 1) Так; 2) так; 3) ні; 4) ні; 5) ні; 6) ні; 7) ні; 8) ні; 9) ні; 10) ні; 11) ні; 12) ні; 13) ні; 14) ні; 15) ні; 16) ні; 17) ні; 18) ні; 19) ні; 20) ні.

597. 1) 1, 4, 9; 2) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 3) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 4) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 5) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 6) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 7) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 8) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 9) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 10) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 11) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 12) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 13) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 14) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 15) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 16) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 17) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 18) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 19) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$; 20) $1, -\frac{9}{3}, 0, 4, 9$.

598. 1) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 2) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 3) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 4) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 5) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 6) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 7) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 8) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 9) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 10) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 11) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 12) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 13) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 14) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 15) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 16) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 17) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 18) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 19) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$; 20) $1, 0, 3, 3, 3, \dots$.

600. 1) $-\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{1}{3}$; 3) $-\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{1}{3}$; 5) $-\frac{1}{3}$; 6) $-\frac{1}{3}$; 7) $-\frac{1}{3}$; 8) $-\frac{1}{3}$; 9) $-\frac{1}{3}$; 10) $-\frac{1}{3}$; 11) $-\frac{1}{3}$; 12) $-\frac{1}{3}$; 13) $-\frac{1}{3}$; 14) $-\frac{1}{3}$; 15) $-\frac{1}{3}$; 16) $-\frac{1}{3}$; 17) $-\frac{1}{3}$; 18) $-\frac{1}{3}$; 19) $-\frac{1}{3}$; 20) $-\frac{1}{3}$.

606. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) ні; 5) ні; 6) ні; 7) ні; 8) ні; 9) ні; 10) ні; 11) ні; 12) ні; 13) ні; 14) ні; 15) ні; 16) ні; 17) ні; 18) ні; 19) ні; 20) ні.

Відповіді

розв'язків; 17) не має розв'язків.

4) $x = \pm\sqrt{7}$; 5) $x = \pm 3$; 7) не має розв'язків.

648. 1) $x = 25$; 2) $x = 16$; 3) $x = 9$.

6) $x = 0$. **650.** 1) x — будь-яке дійсне число.

3) $x > -10$; 4) $x > -1$. **651.** 1) $2x$.

2) $2x - 2\sqrt{xy}$. **653.** 1) $\frac{1}{\sqrt{a} - a}$; 3) $\frac{-2}{x}$.

658. 1) 4. **659.** 1) $-\sqrt{-x^3}$; 2) $-\sqrt{9y^4}$.

660. 1) $\sqrt{-3a^3}$; 3) $\sqrt{(ac)^3}$. **661.** 1) $2\sqrt{a}$.

662. 1) $3\sqrt{6}|x|$; 3) $\frac{2x^2\sqrt{3x}}{7y^6}$. **663.** 1) $\frac{1}{x^2}$.

7) $\frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$. **664.** 1) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$; 2) $\sqrt{7} + 1$.

4) $-18, 0$; 8) не має розв'язків.

6) не має розв'язків. **667.** 1) $\pm\sqrt{\frac{1}{x}}$.

РОЗДІЛ 4. КВАД

§ 17. Квадра

726. 1) $x^2 - x - 6 = 0$; 2) $x^2 - 4x + 4 = 0$; 3) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 4) $2x^2 + 2x + 5 = 0$; 5) $x^2 - 4x + 4 = 0$.
727. 1) $x^2 - 4x + 3 = 0$; 2) $6x^2 + 5x - 6 = 0$; 3) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 4) $4x^2 - 7x + 3 = 0$.
728. 1) 1; 2) 4; 3) 9; 4) 16; 5) 25; 6) 36; 7) 49; 8) 64; 9) 81; 10) 100; 11) 121; 12) 144; 13) 169; 14) 196; 15) 225; 16) 256; 17) 289; 18) 324; 19) 361; 20) 400; 21) 441; 22) 484; 23) 529; 24) 576; 25) 625; 26) 676; 27) 729; 28) 784; 29) 841; 30) 900; 31) 961; 32) 1024; 33) 1089; 34) 1156; 35) 1225; 36) 1296; 37) 1369; 38) 1444; 39) 1521; 40) 1600; 41) 1681; 42) 1764; 43) 1849; 44) 1936; 45) 2025; 46) 2116; 47) 2209; 48) 2304; 49) 2401; 50) 2500; 51) 2601; 52) 2704; 53) 2809; 54) 2916; 55) 3025; 56) 3136; 57) 3249; 58) 3364; 59) 3481; 60) 3600; 61) 3721; 62) 3844; 63) 3969; 64) 4096; 65) 4225; 66) 4356; 67) 4489; 68) 4624; 69) 4761; 70) 4900; 71) 5041; 72) 5184; 73) 5329; 74) 5476; 75) 5625; 76) 5776; 77) 5929; 78) 6084; 79) 6241; 80) 6400; 81) 6561; 82) 6724; 83) 6889; 84) 7056; 85) 7225; 86) 7396; 87) 7569; 88) 7744; 89) 7921; 90) 8100; 91) 8281; 92) 8464; 93) 8649; 94) 8836; 95) 9025; 96) 9216; 97) 9409; 98) 9604; 99) 9801; 100) 10000.
729. 1) 9; 2) 25; 3) 12,25; 4) 2,25; 5) 0,25; 6) 0,01; 7) 0,001; 8) 0,0001; 9) 0,00001; 10) 0,000001; 11) 0,0000001; 12) 0,00000001; 13) 0,000000001; 14) 0,0000000001; 15) 0,00000000001; 16) 0,000000000001; 17) 0,0000000000001; 18) 0,00000000000001; 19) 0,000000000000001; 20) 0,0000000000000001; 21) 0,00000000000000001; 22) 0,000000000000000001; 23) 0,0000000000000000001; 24) 0,00000000000000000001; 25) 0,000000000000000000001; 26) 0,0000000000000000000001; 27) 0,00000000000000000000001; 28) 0,000000000000000000000001; 29) 0,0000000000000000000000001; 30) 0,00000000000000000000000001; 31) 0,000000000000000000000000001; 32) 0,0000000000000000000000000001; 33) 0,00000000000000000000000000001; 34) 0,000000000000000000000000000001; 35) 0,0000000000000000000000000000001; 36) 0,00000000000000000000000000000001; 37) 0,000000000000000000000000000000001; 38) 0,0000000000000000000000000000000001; 39) 0,00000000000000000000000000000000001; 40) 0,000000000000000000000000000000000001; 41) 0,0000000000000000000000000000000000001; 42) 0,00000000000000000000000000000000000001; 43) 0,000000000000000000000000000000000000001; 44) 0,0000000000000000000000000000000000000001; 45) 0,00000000000000000000000000000000000000001; 46) 0,000000000000000000000000000000000000000001; 47) 0,0000000000000000000000000000000000000000001; 48) 0,00000000000000000000000000000000000000000001; 49) 0,000000000000000000000000000000000000000000001; 50) 0,0000000000000000000000000000000000000000000001; 51) 0,00000000000000000000000000000000000000000000001; 52) 0,000000000000000000000000000000000000000000000001; 53) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000001; 54) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000001; 55) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000001; 56) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000001; 57) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000001; 58) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 59) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 60) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 61) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 62) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 63) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 64) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 65) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 66) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 67) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 68) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 69) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 70) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 71) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 72) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 73) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 74) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 75) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 76) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 77) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 78) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 79) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 80) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 81) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 82) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 83) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 84) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 85) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 86) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 87) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 88) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 89) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 90) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 91) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 92) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 93) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 94) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 95) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 96) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 97) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 98) 0,000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 99) 0,0000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001; 100) 0,00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001.

736. $b = 19$, $x_2 = -\frac{1}{3}$ 737. $c = 3$, $x_2 = -\frac{1}{3}$

ні кожного з рівнянь та порівняв їх з нулем.
14 м; 2) 92 плитки; 3) 6000 грн.

§ 18. Формула коренів

Відповіді

$-2,5$; 2) -1 і $2,5$; 3) $1 \pm \sqrt{6}$; 4) 5 і -6

2) 3 і $-0,5$; 3) 2 і $\frac{1}{6}$; 4) $-3 \pm 2\sqrt{6}$; 5)

762. 1) 7 і -8 ; 2) $-0,5$ і 3 ; 3) 1 і -3 ; 4)

3) $-\frac{3}{4}$ і -3 ; 4) 8 і 1 . **764.** 1) 2 і $-\frac{1}{3}$

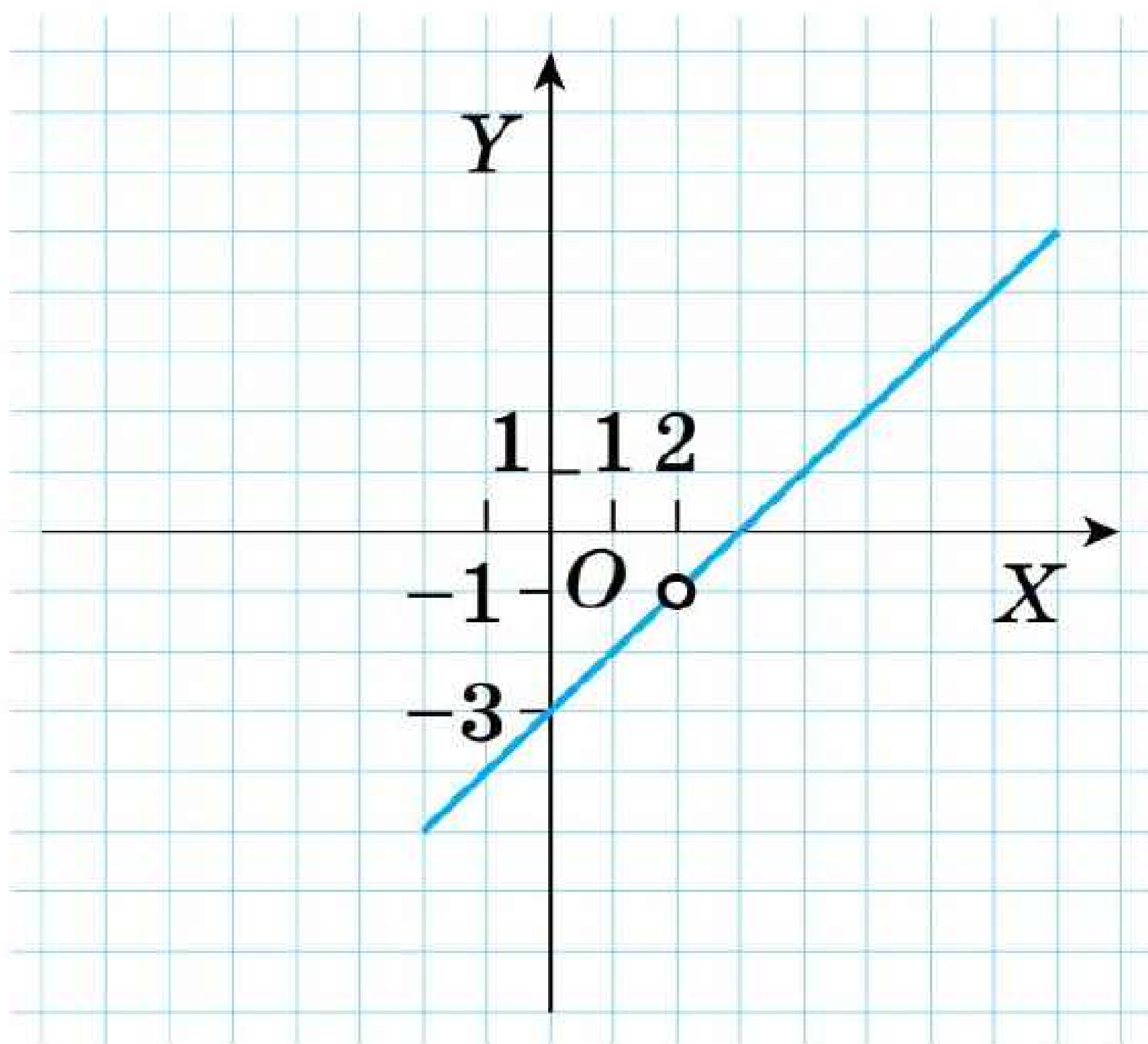
766. 7 міст. **768.** 2 % **769.** 1)

770. 1) $n < 1$; 2) $n > 1$; 3) $n = 1$. 7

рівняння з буквеними коефіцієнтами
і 20 м; периметр ділянки 112 м; 2)

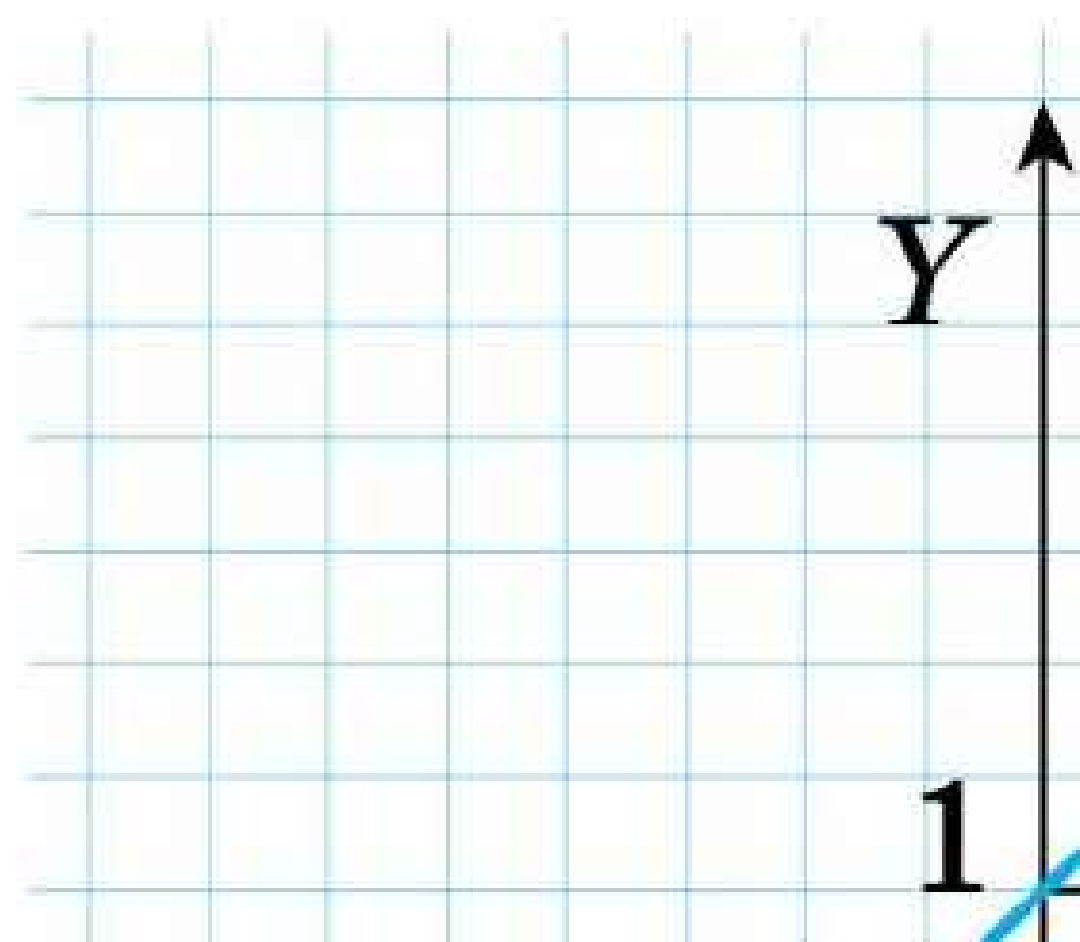
§ 19. Теор

787. 1) -4 і 1 ; 2) -2 і 8 ; 3) 3 і $-$
і -4 ; 8) 13 і 2 ; 9) -1 і -4 ; 10) -1 і -5 ;
14) -1 і -7 ; 15) 1 і 2 . **788.** 1) -9 і 1 ;



Мал. 3

821. 1) мал. 5.



Відповіді

842. 1) -6 ; 2) 2 ; 3) $0,5$; 4) $\frac{2}{3}$. 843. 1)

3) $\frac{2}{3} i - \frac{4}{5}$; 4) $4 i - 5$; 5) $-1 i 2,5$; 6)

846. $0,5$. 847. $0,5$. 848. 1) $\pm 1 i \pm 3$;

6) $\pm \sqrt{2}$; 7) $\pm 2 i \pm 4$. 849. 1) ± 2 ; 2) $\pm$

має. 850. 1) $\pm 3 i \pm \frac{1}{2}$; 2) ± 2 ; 3) $\pm \sqrt{2}$

2) $\pm 1 i \pm \frac{3}{4}$. 852. 1) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; 2) $3 i 4$

2) $-20 i - 6$. 854. 1) $8 i - 3$; 2) 6 ; 3)

2) ± 6 . 856. 1) $1 i - 0,5$; 2) $6 i - 5$. 85

3) 1 ; 4) 1 ; 5) -6 ; 6) -1 . 859. 1) 0

2) $-2 i 1$; 3) $-3 i 1$; 4) $-4 i - 2 \pm \sqrt{7}$

862. 1) 0 ; 2) 20 . 863. 1) $\pm 3 i \pm n$.

РОЗДІЛ 5. ЕЛЕМЕНТИ

§ 23. Задачі

935. 1740 грн. 936. 434 ст.
939. 17 м. 940. 265 кг. 941. 18
944. На 35 %. 945. 1) 12 %; 2) 130 %
948. 68%. 949. 250 г. 950. 60
953. 20 і 16. 954. 24 і 25. 955. 3,75
959. На $68\frac{28}{29}\%$ 960. На $9\frac{1}{11}\%$. 96
964. 3,24 кг. 965. 22 % . 966. 10,4

§ 24. Роботи

975. 34; 35. 976. 48; 39. 977
980. 6,6. 983. 300 учнів. 984. 23 %
991. 1) 100; 2) 14 680 грн; 3) 16 00
993. 1) 116; 2) 19 мед., 3) 19 і 22.

§ 25. Комбіновані

Відповіді

$$2) \frac{1}{3}; 3) \frac{1}{2} \cdot 1056. 1) \frac{2}{3}; 2) \frac{1}{3}; 3)$$

$$2) \frac{7}{8} \cdot 1060. 1) \frac{1}{6}; 2) \frac{1}{18} \cdot 1061. \frac{1}{75}$$

$$3) 0,5; 4) 0,5 \cdot 1064. \frac{21}{120} \cdot 1065. \frac{1}{10}$$

ЗАДАЧІ І ВПРАВИ

Розділ 2. Раціональні числа

1. 1) x — будь-яке число; 2) y
3) a — будь-яке число, крім -2 і -1

y — будь-яке число, крім $0,5$. 5)

b — будь-яке число, крім $0,25$

6) x — будь-яке число, крім 0 ,

z — будь-яке число, крім $2,6$.

$$3. 1) \frac{x}{x-1}; 2) \frac{x-1}{x}; 3) \frac{4-a}{a}; 4) a$$

Розділ 3. Квадратні

21. 1) Ні; 2) так; 3) так; 4) ні;
4) 0, (6). 26. 1) 5 см; 2) 15 см; 3) 1,
4) 0. 28. 1) $\sqrt{128}$; 2) $\sqrt{0,02}$; 3)
2) $5\sqrt{0,1}$; 3) a^4 . 30. 1) $x = \pm 9$; 2)
 $x = -0,5$. 31. 1) 36; 2) 144; 4) 41
35. 1) $\frac{\sqrt{7}}{7}$; 2) $\frac{\sqrt{x}}{x}$; 3) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$; 4) $\sqrt{}$

Розділ 4. Квад

36. 1) $1i - 9$; 2) $7i - 1$; 3) $3i + 3$;
3) $\frac{2}{3}$; 4) 2,5. 38. 1) $-15i + 1$; 2) $10i -$
41. $-\frac{2}{3}i - 2$. 42. 1) $(x - 4)(x - 3)$; 2)
4) $-(3x - 1)(2x - 5)$. 44. 1) -29 .



ПРЕДМЕТ

Вираз ірраціональний 178

– підкореневий 147

– – дробовий 14

– – цілий 14

вирази взаємно спряжені 181

– тотожно рівні 16

– – – на спільній ОДЗ їхніх
змінних 17

виразу значення 14

– перетворення тотожне 17

**властивість раціонального дробу
основна 26**

- додавання/віднімання раціональних дробів з однаковими знаменниками 42
- додавання/віднімання раціональних дробів із різними знаменниками 43
- зведення раціонального дробу до нового знаменника 34
- – двох раціональних дробів до спільного знаменника 36
- множення раціональних дробів 53
- піднесення раціонального дробу до степеня з натуральним показником n 54

Радикал 147

рівняння біквадратне 249



ЗМІСТ

Дорогі учні й учениці

РОЗДІЛ 1. Узагальнення і систематизація знань

Вирази. Тотожності. Одночлени і многочлени

Функції

Лінійні рівняння та їх системи

Елементи стохастики

РОЗДІЛ 2. Раціональні вирази

§ 1. Раціональні вирази. Види раціональних виразів

§ 2. Раціональний дріб. Основна властивість раціонального дробу

§ 3. Зведення раціональних дробів до спільного знаменника

§ 4. Додавання і віднімання раціональних дробів

§ 5. Множення раціональних дробів

РОЗДІЛ 4. Квадратні рівняння . . .

§ 17. Квадратні рівняння

§ 18. Формула коренів квадратного

§ 19. Теорема Вієта

§ 20. Квадратний тричлен. Розклад
на лінійні множники

§ 21. Рівняння, які зводяться до ква

§ 22. Розв'язування задач за допом

Перевірте, як засвоїли матеріал ро

РОЗДІЛ 5. Елементи стохастики

§ 23. Задачі на відсотки

§ 24. Робота з даними

§ 25. Комбінаторні задачі

§ 26. Ймовірність випадкової події.

Перевірте, як засвоїли матеріал ро

Навчальна

ТАРАСЕНКОВА І

АКУЛЕНКО Іри

ДАНЬКО Олен

КОЛОМІЄЦЬ Окс

БОГАТИРЬОВА І

СЕРДЮК Зо

АЛГЕ

Підручник д

закладів загально

Рекомендовано Міністерст

Підручник відповідає Державним

«Гігієнічні вимоги до друко

ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ РАЦІОНАЛЬНОГО ДРОБУ

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{A : C}{B : C}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{-A}{B} = -\frac{A}{-B}$$

ДІЇ З РАЦІОНАЛЬНИМИ ДРОБАМИ

$$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{D} = \frac{A \cdot D \pm B \cdot C}{C \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$$

ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНІВ

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

ВЛАСТИВОСТІ АРИФМЕТИЧНИХ КВАДРАТНИХ КОРЕНІВ

$$\sqrt{a} \geq 0, \text{ якщо } a \geq 0$$

$$[\sqrt{a}]^2 = a, \text{ якщо } a \geq 0$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}, \text{ якщо } a \geq 0 \text{ і } b \geq 0$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ якщо } a \geq 0 \text{ і } b > 0$$

$$\sqrt{a^2} = |a|, \text{ якщо } a \text{ — будь-яке число}$$

ФОРМУЛА КОРЕНІВ КВАДРАТНОГО РІВНЯННЯ

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ де } D = b^2 - 4ac$$

ТЕОРЕМА ВІЄТА

$$x^2 \mp px \mp q = 0$$

$$x_1 \mp x_2 = -p,$$