



Нова українська школа

$$4^8 > 0$$



$$S = (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



$$S = (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 + ab + ab =$$

$$0^{2015} = 0$$



	a	b
a	$S = a^2$	$S = ab$
b	$S = ab$	$S = b^2$

$$5^2 + 4^2 = 4^2 + 5^2 \\ 41 = 41$$

АЛГЕБРА

НАВЧАЄМОСЯ РАЗОМ З ПІДРУЧНИКОМ

Розглядаємо ситуацію

**Дивимосся
презентацію**

Вчимо правило

Основна властивість степенів
Два степені з рівними основами дорівнюють степеню, в якому показники додаються.
Тією самою основою і показником, що виступає множителем, можна замінити степені множників:
$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Справді, спираючись на означення степеня, спочатку розгорнемо кожний степінь у добуток, а потім згорнемо отриманий результат у степінь:

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n+m} = a^{n+m}$$

Щоб помножити кілька степенів з однією основою, треба застосувати основну властивість степенів.

Випенів.

Приклад, $a^n \cdot a^m \cdot a^k = (a^n \cdot a^m) \cdot a^k = a^{n+m} \cdot a^k = a^{n+m+k}$.

Властивість частки степенів з рівними основами
Частка степенів з рівними основами, відмінних від нуля, дорівнює степеню з тією самою основою і показником, що дорівнює різниці показників діленого й дільника:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} (n > m).$$

Доведіть цю властивість самостійно.

Чому на показники степенів накладено обмеження $n > m$?

Тому, що при $n \leq t$ у частці одержимо степінь, показник якого не є натуральним числом.

Вчимося діяти

Відповідаємо на запитання

Розглядаємо типову задачу

Перевіряємо теорію

Тренуємо усний рахунок

Розв'язуємо задачі

Вчимо терміни іншими мовами

**Одержуємо
додаткові відомості**

Виконуємо інтерактивні вправи

Перевіряємо свої знання

ПЕРЕВІРТЕ, ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 3
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що означає вираження називають стандартним?
2. Який вигляд одиченого називають? Степенем одиченого?
3. Що називають коефіцієнтом одиченого?
4. Як пишуть одиченого до степеня?
5. Як пишуть монічоні?
6. Що таке монічоні до стандартного вигляду?
7. Як записує монічоні називається старим?
8. Який член монічоні називається? Якого визначити?
9. Що називається степенем монічоні? Монічоні на моно-
10. Як означає додати монічоні? Монічоні на моно-
11. Як помножити одичено на монічоні? Монічоні на моно-
12. Як помножити називають формулами споронного моно-
13. Як пишуть формули для обчислення квадрата суми та квадрата різниці?
14. Як пишуть формули різниці квадратів.
15. Записати формулу суми кубів; різниці кубів.
16. Як пишуть формули монічоні на монічоні.
17. Записати формулу суми кубів; різниці кубів.
18. Записати формули монічоні на монічоні.

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповіді правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 3–15 хв.

№ 1

У стандартному вигляді записано одноклен:

1. $9,51$. $a + b$. $a \cdot a^3$. $\frac{5}{a}$.

2. Зведіть подібні члени многочлена:

$$y + 1,1y - 6y^3 + 2y - 1,1y^2 - y^2 - 0,1y + 7\frac{1}{10}y^3.$$

3. Який степінь многочлена $9m^3 + 1 + 2m^6 - m^4 + 8m^2$?

А. 2y - $2\frac{1}{10}y^3 - y^2$. Б. $\frac{10}{y^2} - y^2$. В. $-y^2$. Г. $-y^2 + 4y$

А. 9. Б. 8.
А. 9. Г. 6.

Одночлени і многочлени

4. Знайдіть добуток одночленів: $0,5(y^6)^3 \cdot (2y^8)^5$.

Б. y^{58} . В. $16y^{58}$. Г. $8y^{32}$.

5*. Спростіть вираз:

А. $\frac{1}{16}x^2y^2 + 9a^2$.
Б. $\frac{1}{64}x^3y^3 + 27a^3$.

В. $x^3y^3 + 27a^3 + \frac{3}{4}xya + 9a^2$.
Г. $\frac{25}{64}x^3y^3 + 27a^3$.

№ 2

... $(7a + 5b)^2$ у вигляді многочлена.

1. Подайте вираз $(a + b)^2$ у вигляді суми квадратів двох членів.
 А. $7a^2 + 35ab + 5b^2$.
 Б. $49a^2 + 35ab + 25b^2$.
 В. $49a^2 + 70ab + 25b^2$.
 Г. $7a^2 + 70ab + 5b^2$.

2. Піднесіть до квадрата двочлен $0,3x - 0,1y$.
 А. $0,3x^2 - 0,03xy + 0,1y^2$.
 Б. $0,9x^2 - 0,06xy + 0,1y^2$.
 В. $0,09x^2 - 0,06xy + 0,01y^2$.
 Г. $0,09x^2 - 0,06xy - 0,01y^2$.

3. Розкладіть на множини такі вирази:

- A. $(2c^2 - 5)(4c^4 + 10c^2 + 25)$.
- B. $(2c^2 - 5)(4c^4 + 10c^2 + 25)$.
- В. $(2c^2 + 5)(4c^4 - 10c^2 + 25)$.
- Г. $(2c^2 + 5)(4c^4 - 20c^2 + 25)$.

4. Обчисліть, не користуючись калькулятором:

- A. $101^2 - 99^2$.
- В. 400.
- A. 200.
- Г. 1.
- Б. 4.

Вкажіть правильний вираз:

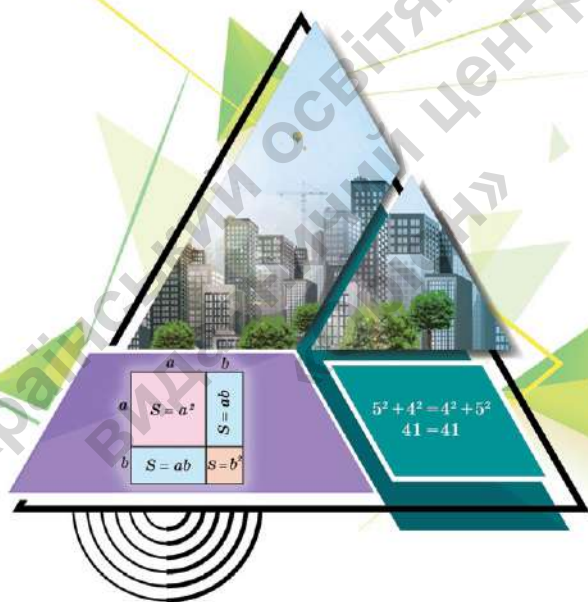
5*. Розкладіть на множники

$(x - y)^2 - z^2 - 4x^2 + 4xy + 4xz.$

А. $(x - y - z)(z - y - 3x).$ В. $(x - y + z)$
Б. $(x - y + z)(z - y - 4x).$ Г. $(x - y - z)$

АЛГЕБРА

Підручник для 7 класу
закладів загальної середньої освіти



Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

УДК 512*кл7(075.3)
А45

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 05.02.2024 № 124)

ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО

Підручник розроблено за модельною навчальною програмою
«Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти
(авторський колектив програми:

М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, Д. В. Васильєва)

Авторський колектив підручника:

Н. А. Тарасенкова, І. А. Акуленко, О. А. Данько,
О. М. Коломієць, І. М. Богатирьова, З. О. Сердюк

Адреса інтернет-ресурсу до підручника:



qr.orioncentr.com.ua/ejDlO

**Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А., Данько О. А.,
Коломієць О. М., Богатирьова І. М., Сердюк З. О.**

А45 Алгебра : підруч. для 7 кл. закладів загальної середньої
освіти / Київ: УОБЦ «Оріон», 2024. 352 с. : іл.

ISBN 978-966-991-291-6

УДК 512*кл7(075.3)

ISBN 978-966-991-291-6

© Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А.,
Данько О. А., Коломієць О. М.,
Богатирьова І. М.,
Сердюк З. О., 2024
© УОБЦ «Оріон», 2024

ДОРОГІ УЧНІ Й УЧЕНИЦІ!

Ви приступаєте до вивчення нового предмета, який називається алгебра. Слово алгебра (*аль-джебр*) є початковим словом назви одного з творів видатного узбецького математика Мухаммеда аль Хорезмі, який жив і працював у Хорезмі в IX ст. Словом *аль-джебр* він називав один зі способів перетворення рівнянь.

Алгебра — один із великих розділів математики. Вона виникла як наука про рівняння у зв'язку з потребами практики і як результат пошуку узагальнених способів розв'язування великої кількості схожих задач. Нині засобами алгебри користуються в багатьох галузях знань — фізиці, хімії, біології, економіці, комп'ютерних технологіях та інженерії.

У попередніх класах ви вже познайомилися з елементами алгебри. Ви навчилися використовувати букви для запису дій із числами, величинами, властивостей таких дій, складати та спрощувати вирази, розв'язувати деякі рівняння. Тепер ви продовжите розвивати свої вміння рахувати, міркувати, порівнювати, робити висновки, ставити запитання й відповідати на них, розв'язувати задачі та обґрунтовувати свої твердження. Для цього треба наполегливо і відповідально працювати на уроках, а також самостійно працювати вдома. А підручник вам у цьому допоможе.

Як успішно вивчати алгебру за цим підручником? Весь матеріал поділено на п'ять розділів, а розділи — на параграфи. У кожному параграфі є теоретичний матеріал і задачі. Вивчаючи теорію, особливу увагу звертайте на найважливіші формулювання, які потрібно зрозуміти, запам'ятати й уміти застосовувати під час розв'язування задач. *Курсивом* виділено терміни (наукові назви понять).

Перевірити, як засвоєно матеріал параграфа і повторити його, допоможуть запитання рубрики «Пригадайте головне», які є після кожного параграфа. А після кож-

ного розділу вміщено контрольні запитання й тестові завдання, за якими можна перевірити, як засвоєно тему.

Задачі підручника мають чотири рівні складності. Номери задач початкового рівня складності позначено штрихом ('). Це підготовчі вправи для тих, хто не впевнений, що добре зрозумів теоретичний матеріал. Номери з кружечками (°) позначають задачі середнього рівня складності. Їх треба навчитися розв'язувати всім, щоб мати змогу вивчати алгебру далі. Номери задач достатнього рівня складності не мають позначок біля номера. Навчившись розв'язувати їх, ви зможете впевнено демонструвати достатній рівень навчальних досягнень. Зірочками (*) позначено задачі високого рівня складності. Якщо не зможете відразу їх розв'язати, не засмучуйтесь, а виявіть терпіння й наполегливість. Радість від розв'язання складної задачі буде вам нагородою.

Скориставшись рубрикою **«Дізнайтеся більше»**, ви зможете поглибити й розширити свої знання.

У підручнику використовуються спеціальні позначки (пiктограми). Вони допоможуть краще зорієнтуватися в навчальному матеріалі.



— Увага! Не допустіть помилку



— Важливо знати



— Як записати



— задачі про Україну і світ



— екологічні задачі



— фінансові розрахунки



— задачі на рух та його безпеку



— задачі про збереження здоров'я



— інтерактивні вправи



— домашні справи

Бажаємо вам успіхів у пізнанні нового і задоволення від навчання!

Розділ 1. УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ВИВЧЕНОГО В 6 КЛАСІ

ЧИСЛА, ДІЇ З ЧИСЛАМИ. РОБОТА З ДАНИМИ

1. Знайдіть НСД чисельника і знаменника дробу та скоротіть дріб:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{10}{35}; & 3) \frac{88}{198}; & 5) \frac{54}{144}; & 7) \frac{84}{147}; \\ 2) \frac{42}{70}; & 4) \frac{154}{210}; & 6) \frac{170}{374}; & 8) \frac{78}{114}. \end{array}$$



2. Знайдіть НСД чисел:

1) 250 і 75; 2) 134 і 86; 3) 13 і 133; 4) 280 і 216.

3. Зведіть дроби на найменшого спільного знаменника:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{7}{28} \text{ і } \frac{2}{42}; & 3) \frac{19}{36} \text{ і } \frac{17}{41}; \\ 2) \frac{5}{72} \text{ і } \frac{13}{218}; & 4) \frac{11}{93} \text{ і } \frac{5}{45}. \end{array}$$



qr.orioncentr.com.ua/pd0sx

4. Знайдіть НСК чисел:

1) 51 і 153; 2) 21 і 17; 3) 30 і 42; 4) 660 і 2772.

5. Розташуйте числа в порядку збільшення:

$$\begin{array}{l} 1) -\frac{1}{11}; -\frac{3}{11}; -\frac{5}{11}; -\frac{7}{11}; 1\frac{6}{13}; 0; 1; \\ 2) 1,09; 1,009; -2,4; -2,04; -2,004; \\ 3) -0,5; (-0,5)^2; (-0,5)^3; \\ 4) -0,2; (-0,2)^2; (-0,2)^3; 0. \end{array}$$



qr.orioncentr.com.ua/9XPQK

6. Обчисліть:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{2}{5}; & 3) \left(6\frac{1}{7} - 10\frac{3}{14}\right) : \left(-\frac{3}{7}\right) + 0,5; \\ 2) 2\frac{1}{3} - \left(1\frac{1}{9} + 3\frac{2}{15}\right); & 4) 6,5 \cdot \frac{8}{13} + 5\frac{1}{3} : \left(-2\frac{2}{3}\right). \end{array}$$

7. Обчисліть: $-\frac{5}{7} \cdot \left(-2\frac{1}{10}\right) + \frac{5}{9} \cdot \frac{27}{45}$.

8. Обчисліть:

$$1) |-36| : |-4| + |-11| \cdot |-5|; \quad 2) \left| -\frac{3}{4} - 0,15 \right| : 0,03.$$

9. Обчисліть: $\left| -\frac{4}{5} \right| - \left| -1\frac{1}{3} \right| \cdot \left| 2\frac{1}{16} \right|$.



10. Відповідно до порад дієтологів, Оксана дотримується правила 400/600/600. Тобто калорійність її сніданку становить приблизно 400 ккал, обіду і вечері — по 600 ккал. Також вона допускає два перекуси (другий сніданок і полуденок) по 200 ккал. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму добового споживання калорій Оксаною.

МАТЕМАТИЧНІ ВИРАЗИ, РІВНОСТІ, НЕРІВНОСТІ

11. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення.

1) різниця суми чисел 2,4 і 1,6 та числа 5,18;

2) добуток суми чисел $\frac{2}{7}$ і $\frac{1}{14}$ та

числа $-\frac{1}{25}$;

3) частка від ділення суми чисел 5,1 і 1,9 на їхню різницю.



12. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення.

1) сума квадратів чисел 1,5 та 0,3;

2) квадрат різниці чисел $1\frac{2}{5}$ і $-0,2$;

3) різниця квадратів чисел $-\frac{1}{3}$ і $-\frac{5}{6}$;

4) квадрат суми чисел $-19,1$ і $9,1$.

13. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

1) добуток суми і різниці чисел -15 і 17 ;

2) квадрат суми чисел $\frac{2}{9}$ і $-\frac{1}{3}$.

14. Знайдіть значення виразу:

1) $5,4a - 3,1$, якщо $a = 2$;

2) $z + (x + y - 5z)$, якщо $x + y = 5$, $z = 2,1$.

15. Знайдіть значення виразу $8x + 8y$, якщо $x + y = -1,5$.

16. У магазин надійшли два види канцелярських наборів. Один із них коштував a грн, а інший — b грн. Поясніть, який зміст мають вирази:

1) $a + b$; 2) $a - b$; 3) $2a + 3b$; 4) $5a - 4b$.

17. Із двох пунктів, відстань між якими s км, назустріч одна одній вийшли дві туристичні групи.

Одна група рухалась зі швидкістю x км/год, а інша — зі швидкістю y км/год. Запишіть вираз для знаходження кількості годин, через яку туристичні групи зустрінуться.

18. Спростіть вираз:

1) $3,8 \cdot 5a \cdot (-7)$;

5) $3 - 17y - 4(y + 13)$;

2) $-0,25b \cdot 16k$;

6) $-4(m + n) + 6,8m + 1,8n$;

3) $2(3x - 4) + 5$;

7) $2,4 - (x - (2,6x - 6))$;

4) $-6(2a - 4) + 3(7 - a)$; 8) $5d - (4d - (3d - (2d - 1)))$.

19. Спростіть вираз:

1) $\frac{1}{2}a \cdot (-0,2b)$;

2) $9(x + 2y) - (2x - 5y)$.

20. Розв'яжіть рівняння:

1) $5x + 19 = 14$;

2) $22x - 1,1 = -x + 3,5$;

3) $13 - 2(5z - 1) = 2 + z + 2z$;

4) $7(2x - 1) - (3x - 8) = 64$;

5) $\frac{y}{2} - \frac{2y}{3} = 1$;

6) $(x - 5)(2x + 1) = 0$.



qr.orioncentr.com.ua/HjRAU

21. Розв'яжіть рівняння:

1) $3(x + 2) = 15$;

2) $8 + 1\frac{1}{5}x = \frac{9}{10}x - 16$.

ВЕЛИЧИНИ. СЮЖЕТНІ ЗАДАЧІ

22. Чи правильно, що:

1) $\frac{2}{5}$ від 1 м становлять 20 см;

2) 250 м становлять $\frac{1}{4}$ кілометра;

3) 18 хв становлять 0,3 години;

4) третина хвилини більша за 20 секунд;

5) 3 % числа 80 дорівнюють 24;

6) якщо 75 % — це число 57, то 100 % — це число 76?



qr.orioncentr.com.ua/xfDQh

23. Турист за перший день пройшов 24 км, за другий — $\frac{5}{8}$ шляху, що пройшов за перший день, а за третій — $1\frac{2}{5}$ шляху, що пройшов за другий день. Який шлях пройшов турист за три дні?

24. Подорожуючи Україною, велосипедист за перший день проїхав 129 км, що становить $\frac{3}{4}$ шляху, який він проїхав за другий день. За третій день велосипедист проїхав 0,8 того шляху, що проїхав за другий день. Який шлях подолав турист за три дні?

25. Київська телевежа — найвища телевежа України. Її висота становить 380 м. Трохи нижча Донецька телевежа. Її висота наближено становить 94,8 % висоти Київської телевежі. Знайдіть висоту Вінницької телевежі, якщо вона на 1,7 % нижча від Донецької телевежі (відповідь округліть до одиниць).



26. Двоє хлопчиків посперечались про те, скільки солі міститься в 250 г 12 % -го розчину. Андрійко

сказав, що в розчині 30 г солі, а Сашко вважає, що в розчині 40 г солі. Хто із хлопчиків правий?

27. За 2 кг печива Надійка заплатила 78 грн. Скільки гривень коштує 0,5 кг печива? Скільки кілограмів печива можна купити за 117 грн?



28. За 4 год катер проплив 80 км. Яку відстань катер пропливе за 2,5 год, рухаючись із такою самою швидкістю?



29. Відстань між Тернополем та Івано-Франківськом автомобіль проїхав за 1,5 год, а автобус — за 2 год 15 хв. Знайдіть швидкості автомобіля й автобуса, якщо автобус рухався на 30 км/год повільніше, ніж автомобіль.



30. Човен пройшов відстань між двома пристанями за течією річки за 1 год 24 хв і повернувся назад за 1,8 год. Знайдіть швидкість течії річки і відстань між пристанями, якщо власна швидкість човна — 24 км/год.



31. Новий міський парк закладено у формі прямокутника, ширина якого становить 40 % довжини. Знайдіть площу парку (у гектарах), якщо його периметр дорівнює 1,82 км.

ГРАФІКИ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

32. Дано точки $A(-1; -1)$, $B(4; -2)$, $C(3; 0)$, $D(-3; 0)$, $E(0; 0)$, $F(0; -5)$, $G(-4; 5)$ і $K(6; 3)$. З'ясуйте:

- 1) яка з даних точок лежить на осі ординат;
- 2) яка з даних точок лежить на осі абсцис;



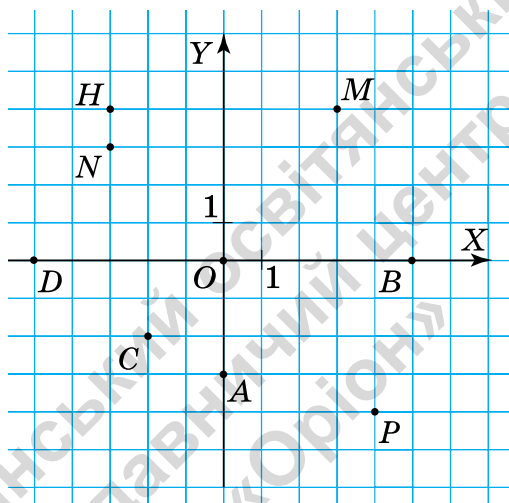
qr.orioncentr.com.ua/pvmHK

3) у яких координатних чвертях лежать інші точки.
Побудуйте ці точки на координатній площині.

- 33.** Дано точки $A(-2; -5)$, $B(3; -1)$, $C(0; 0)$, $D(-1; 0)$, $E(5; 0)$, $F(0; -4)$, $G(-7; 5)$ і $K(1; 2)$. З'ясуйте:

1) яка з даних точок лежить на осі ординат;
2) яка з даних точок лежить на осі абсцис;
3) у яких координатних чвертях лежать інші точки.
Побудуйте ці точки в координатній площині.

- 34.** За малюнком 1 визначте координати точок.



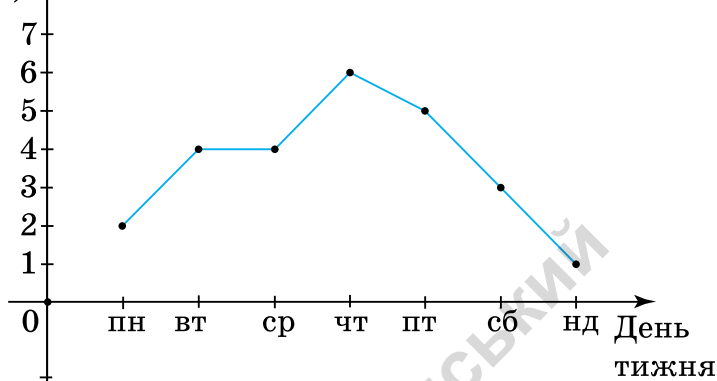
Мал. 1

- 35.** Три вершини прямокутника $ABCD$ мають координати: $A(-3; -2)$, $B(-3; 2)$ і $C(6; 2)$. Зайдіть координати вершини D . Обчисліть периметр і площу прямокутника, якщо одиничний відрізок дорівнює 1 см.

- 36.** Дано точки: $A(-3; 0)$, $B(0; 3)$, $C(0; 5)$ і $D(4; 5)$. Накресліть систему координат та побудуйте в ній прямі AB і CD . Визначте координати точки перетину прямих AB і CD .

- 37.** На малюнку 2 подано графік залежності температури повітря від дня тижня.



Температура
(°C)

Мал. 2

З'ясуйте:

- 1) якою була температура повітря в середу;
- 2) у який день температура повітря становила 3°C ;
- 3) у який день температура повітря була: найнижчою; найвищою;
- 4) на скільки градусів змінилася температура з понеділка по неділю;
- 5) у які дні температура повітря була вищою за 4°C ;
- 6) у який день температура повітря була вищою за 5°C .

- 38.** У таблиці 1 подано дані про зміни температури протягом дев'яти годин. Побудуйте графік залежності температури від часу протягом дев'яти годин.



Таблиця 1

Час (год)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Температура ($^{\circ}\text{C}$)	-4	-2	1	2	2	4	1	0	-3

З'ясуйте:

- 1) у який час температура була: -2°C ; 1°C ; 4°C ;
- 2) яка температура була: о 1 год; о 4 год; о 9 год;
- 3) о котрій годині температура була від'ємною.



Розділ 2. ВИРАЗИ І ТОТОЖНОСТІ

У розділі дізнаєтесь:

- про числові вирази та їх види;
- чим відрізняються числовий вираз і вираз зі змінними;
- що таке допустимі значення змінних у виразі;
- які вирази називають цілими;
- як обчислювати значення виразу зі змінними;
- про способи спрощення виразів;
- яка рівність є тотожністю та як її доводити;
- що таке степінь з натуральним показником та які є властивості дій зі степенями;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 1. ЧИСЛОВІ ВИРАЗИ

Ситуація. Марина й Сергій, готуючись до школи, придбали зошити в лінійку та в клітинку. Свої дані вони занесли в таблицю 2, а для обчислення вартості покупки склали вирази та знайшли їх значення.



qr.orioncentr.com.ua/JZ2OG

Таблиця 2

	Покупка Марини			Покупка Сергія		
	Ціна	Кількість	Вартість	Ціна	Кількість	Вартість
У лінійку	4 грн	20 шт.	$4 \cdot 20$ (грн)	7 грн	15 шт.	$7 \cdot 15$ (грн)
У клітинку	5 грн	10 шт.	$5 \cdot 10$ (грн)	9 грн	17 шт.	$9 \cdot 17$ (грн)
Обчислення вартості покупки	$4 \cdot 20 + 5 \cdot 10 = 130$ (грн)			$7 \cdot 15 + 9 \cdot 17 = 258$ (грн)		



Чим схожі й чим різняться отримані вирази?

Обидва ці вирази є числовими, але містять різні числа.



Запам'ятайте!

Числовий вираз — це запис, у якому використовують числа, знаки арифметичних дій і дужки для позначення того, які дії і в якій послідовності треба виконати з числами.

Наприклад, вирази $24 + 2$, $24 - 2$, $24 \cdot 2$, $24 : 2$, 24^2 є числовими виразами. А запис $15 + 5) - (($ — не є числовим виразом, оскільки не має змісту.

Запам'ятайте!

Якщо виконати всі арифметичні дії в числовому виразі, то одержимо число, що є *значенням числового виразу*.



Чи для будь-якого числового виразу можна знайти його значення?

Ні.



Наприклад, значення виразу $34 \cdot 5 + 27 : (3 \cdot 5 - 15)$ знайти неможливо, оскільки вираз у дужках набуває нульового значення: $3 \cdot 5 - 15 = 0$. Але ділити на 0 не можна. У такому випадку говорять, що даний вираз *не має значення або не має змісту*.



На 0 ділити не можна!



Щоб знайти значення виразу, необхідно дотримуватися порядку виконання дій.

Порядок виконання дій у виразі

Якщо вираз містить:	то дії виконують:
дії одного ступеня	у тому порядку, у якому вони записані
дії різних ступенів	спочатку старших ступенів
дужки	спочатку в дужках

Задача 1 Знайдіть значення числового виразу:

- 1) $13,2 - 0,7 + 19,3$;
- 2) $34 : 17 - 12,5 \cdot 4$;
- 3) $38 - (6 - 4,5)^2$.

Розв'язання

- 1) $13,2 - 0,7 + 19,3 = 12,5 + 19,3 = 31,8$;
- 2) $34 : 17 - 12,5 \cdot 4 = 2 - 50 = -48$;
- 3) $38 - (6 - 4,5)^2 = 38 - (1,5)^2 = 38 - 2,25 = 35,75$.

Дізнайтеся більше

1. Алгебра (походить від арабського слова *алдфебр*, що означає «поновлення» або «відновлення») — одна із провідних галузей сучасної математики. Слово *алдфебр* уперше трапляється у творі **Аль-Хорезмі** (IX ст.), який був присвячений розв'язуванню рівнянь першого і другого степенів. Пізніші переклади зробили слово *aldjebr* назвою всієї науки «алгебри». qr.orioncentr.com.ua/latFS



2. Сучасний погляд на алгебру як на загальну теорію алгебраїчних структур сформувався на початку XX ст. під впливом праць Д. Гільберта, Е. Штейніца, Веддерберна, Е. Артіна. Однією з видатних жінок-математик, яка зробила значний внесок у розвиток і становлення сучасної алгебри, є німечка вчена **Емілі Амаль Нетер** (1882—1935). На думку багатьох видатних алгебраїстів, вона змінила погляди наукової спільноти на цю науку. qr.orioncentr.com.ua/SmS9G



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/fEV8j

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
числовий вираз	numeric expression	numerischer Ausdruck	expression numérique

Пригадайте головне

1. Що називається числовим виразом? Наведіть приклади.
2. Що називають значенням числового виразу?
3. Який порядок виконання дій у числовому виразі без дужок?
4. У якому порядку виконують дії в числовому виразі з дужками?
5. У якому випадку числовий вираз не має змісту?

Усне тренування

Обчисліть:

$25 \cdot 67 \cdot 4;$

$0,25 \cdot 6,7 \cdot 4;$

$0,25 \cdot 67 \cdot 0,4;$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3};$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3};$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{1}{3}.$

Розв'яжіть задачі

39'. Чи є числовим виразом запис:

1) $0,15 \cdot 7 + 4;$

4) $5x + 4;$

2) $1,46 > 0,15 \cdot 3;$

5) $3^2 - 0,14 \cdot 6;$

3) $2,78 = 3,78 - 1;$

6) $6x + 5 = 1?$

Відповідь поясніть.

40'. Наведіть приклад числового виразу, що є:

- 1) сумою; 2) різницею; 3) добутком; 4) часткою;
5) квадратом числа; 6) кубом числа.

41'. Чи має зміст вираз:

1) $5 \cdot (15 - 15);$

3) $(105 : 7 - 15) : 26;$

2) $13 : (14 : 2 - 7);$

4) $(94 - 13) : (14 + 106)?$

42°. Прочитайте подані вирази. Значенням якого з виразів є число 7:

1) $63 : 9 - 3;$

3) $(94 - 19) : 5;$

2) $125 : 5 - 9 \cdot 2;$

4) $41 - 17 \cdot 2?$

43°. Дано числа 2 і 5. Із цих чисел складіть вираз, що є: 1) сумою; 2) різницею; 3) добутком; 4) часткою. Скільки таких виразів можна отримати? Знайдіть значення цих виразів.

44°. Дано числа 1 і 4. Із цих чисел складіть вираз, що є: 1) сумою; 2) різницею; 3) добутком; 4) часткою. Скільки таких виразів можна отримати? Знайдіть значення цих виразів.

45°. Знайдіть значення виразу:

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $13,6 - 19$; | 6) $48,56 : (-1,6)$; |
| 2) $-14,5 + 28$; | 7) $-0,15 : (-1,25)$; |
| 3) $-15,2 - 4,38$; | 8) $1,8 : 0,24$; |
| 4) $-84,5 - (-71,39)$; | 9) $12,1 \cdot 17,3$; |
| 5) $0,28 \cdot (-0,125)$; | 10) $-34,5 \cdot (0,2 : 5)$. |

46°. Знайдіть значення виразу:

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| 1) $19,49 + (-17,2)$; | 3) $-14,5 \cdot (-0,2)$; |
| 2) $84,5 - 21,47$; | 4) $70,8 : (-0,25)$. |

47°. Обчисліть:



- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $12\frac{1}{6} + 8\frac{2}{3}$; | 5) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{14}$; |
| 2) $16\frac{1}{8} + 2\frac{5}{6}$; | 6) $5\frac{2}{5} \cdot 3\frac{1}{3}$; |
| 3) $7 - 2\frac{3}{13}$; | 7) $2\frac{3}{4} : 1\frac{3}{8}$; |
| 4) $8\frac{1}{10} - 5\frac{2}{3}$; | 8) $\frac{3}{10} : 2\frac{4}{5}$. |



qr.orioncentr.com.ua/fx08C

48°. Обчисліть:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| 1) $16\frac{1}{4} + 14\frac{1}{12}$; | 2) $21\frac{1}{2} - 9\frac{1}{3}$; | 3) $9\frac{2}{7} \cdot 7$. |
|---------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|

49. Знайдіть значення виразу:

- 1) $0,12 \cdot 10 + 2,4 \cdot 5 \cdot 12 - 9 : 1,8$;
- 2) $(15 \cdot 0,012 + 15 : 10^2) : 0,66 - 1,8^2$;
- 3) $(3,4 + 5,1) \cdot 1\frac{3}{17} + \left(1\frac{45}{46} - 2\frac{7}{23}\right) : \frac{15}{23}$.

50. Знайдіть значення виразу:

1) $2,5 \cdot 2^3 + 7,5 \cdot (0,04 + 1,6^2) - 1,8 : 90$;

2) $\left(4\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) : 1\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{26}\right) + 2,5$;

3) $-5\frac{5}{6} : \frac{7}{18} - \left(-3\frac{1}{8}\right) \cdot (-0,8) + (-3,6)$.

51. Розставте дужки у виразі $48 - 12 \cdot 3 + 39 - 40 : 4$ так, щоб отримати значення:

1) 1502; 2) 2,75.

52. Розставте дужки у виразі $7 - 18 : 9 + 31$ так, щоб вираз набував від'ємного значення.

53. У 7-А класі навчається 25 учнів, у 7-Б — на 3 учні більше, ніж у 7-А, а в 7-В — на 5 учнів менше, ніж у 7-Б. Скільки всього учнів навчається у цих класах? Складіть числовий вираз і знайдіть його значення.

54. Учні школи взяли участь в озелененні міста. Учні



7-А класу висадили 12 дерев, учні 7-Б — на 4 дерева менше, а учні 7-В — на 5 дерев менше, ніж учні 7-А і 7-Б класів разом. Скільки всього дерев висадили учні цих класів? Складіть числовий вираз і знайдіть його значення.

55. Діти зібрали їстівні гриби — маслянки, лисички й



білі гриби — та розклали їх у три кошики у відношенні 3 : 2 : 1. Скільки білих грибів зібрали діти, якщо загалом було зібрано 114 грибів? Складіть числовий вираз і знайдіть його значення.

56. У бензобак автівки вміщується 45 л бензину. Ви-



трати бензину становлять 8,5 л на кожні 100 км шляху. Автівка вирушила в подорож з повним бензобаком і проїхала 300 км. Обчисліть, скільки літрів бензину залишилось у бензобаку після закінчення подорожі. Складіть числовий вираз для розв'язування задачі та знайдіть його значення.

57*. У виразі $1,5 - \frac{1}{4} : 3\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot 4,5^2$ розставте дужки так, щоб значення виразу було: 1) найбільшим; 2) найменшим.

58*. Обчисліть зручним способом:

1) $9 + 99 + 999 + 9999 + 99\,999$;

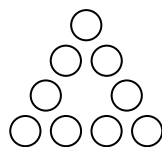
2) $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 - 7 \cdot 8 \cdot 9}{7 \cdot 8 \cdot 9 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$;

3) $\frac{101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot 104 - 100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot 103}{102 \cdot 103 \cdot 104 \cdot 105 - 101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot 104}$;

4) $\left(\left(2 - \frac{1}{7} \right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) - \dots - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right) : \frac{5}{14}$;

5) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 999 - 1000$.

59*. Як записати в кружечки числа від 1 до 9 (мал. 3) так, щоб їх сума за кожною стороною трикутника дорівнювала 20?



Мал. 3

Проявіть компетентність



60. Родина Миколи вирішила обгородити парканом свою ділянку. Ширина ділянки дорівнює 60 м, а її довжина — на 25 м більша. Яку кількість листів профнастилу завширшки 0,95 м необхідно закупити для огорожі цієї ділянки? Складіть числовий вираз і знайдіть його значення.



61. Складіть задачу про свій вік і вік інших членів своєї родини. Складіть числовий вираз для розв'язування задачі та знайдіть його значення.

§ 2. ВИРАЗИ ЗІ ЗМІННИМИ

Ситуація. Батьки Василя вирішили розмістити 10 000 грн на депозит у банку під певний відсоток річних. Щоб допомогти батькам, Василь склав вираз для обчислення річного прибутку за вкладом. Оскільки в різних банках річний відсоток відрізнявся, Василь позначив його буквою r і отримав вираз:



qr.orioncentr.com.ua/hPbgc

$$10\,000 \cdot 0,01r.$$

Вираз, який отримав Василь, містить букву, значення якої змінюється залежно від різних обставин, тому її називають *змінною*, а сам вираз — *виразом зі змінною*.



Чи кожний буквенний вираз є виразом зі змінною?

Ні.



Наприклад, буквенний вираз 2π не є виразом зі змінною, оскільки π — константа (стале число).

Запам'ятайте!

Вираз зі змінною — це запис, у якому використовують букви, що позначають змінні, числа, знаки арифметичних дій і дужки.

Задача 1 Знайдіть значення виразу:

- 1) $10a - 1,2$, якщо: а) $a = 0,1$; б) $a = -11$; в) $a = -0,5$;
- 2) $5a + 5b - 5c$, якщо $a + b - c = -2$.

Розв'язання

1. Якщо $a = 0,1$, то $10 \cdot 0,1 - 1,2 = -0,2$.
Якщо $a = -11$, то $10 \cdot (-11) - 1,2 = -111,2$.
Якщо $a = -0,5$, то $10 \cdot (-0,5) - 1,2 = -6,2$.
2. Якщо $a + b - c = -2$, то
 $5a + 5b - 5c = 5(a + b - c) = 5 \cdot (-2) = -10$.



Значення виразу зі змінними залежить від значень змінних, що входять до нього.



Чи завжди можна обчислити значення виразу зі змінною?



Ні.

Наприклад, значення виразу $\frac{7x}{x-3}$

неможливо обчислити, якщо $x = 3$, оскільки знаменник дробу перетворюється на 0 і вираз втрачає зміст.



Коротко записують так: ОДЗ змінної: $x \neq 3$.



Усі значення змінної, допустимі для даного виразу, утворюють *область допустимих значень* (ОДЗ) змінної цього виразу.

Задача 2 Знайдіть ОДЗ змінної виразу:

1) $19x + \frac{13-x}{x-5}$; 2) $\frac{(2x-1)(3x+4)}{12}$.

Розв'язання

Вираз	$19x + \frac{13-x}{x-5}$	$\frac{(2x-1)(3x+4)}{12}$
Чи є ділення на вираз зі змінною	є, на $x - 5$	немає
ОДЗ змінної	$x \neq 5$	x — будь-яке число

Якщо вираз містить лише дії додавання, віднімання, множення, ділення і піднесення до квадрата, куба чи іншого степеня з натуральним показником (про такі степені дізнаєтесь у § 5), то такий вираз називають *раціональним*. Раціональні вирази, своєю чергою, поділяють на *цілі* й *дробові* вирази (табл. 3).

Таблиця 3

Вид раціонального виразу	Приклад
Цілий раціональний вираз	$(7 - x^2) : 2; \frac{2 + 3y}{30}; 3m^2 - 4n^3 + \frac{2n}{5}$
Дробовий раціональний вираз	$(7 - x^3) : 2x; \frac{2 + 3y}{30y}; 3m^2 - 4n^3 + \frac{2n}{5m}$

Запам'ятайте!

Вираз називається *цілим*, якщо він не містить дію **ділення на вираз зі змінними**.



У цілого раціонального виразу ОДЗ кожної змінної — будь-яке число.



Коротко записують так: ОДЗ змінної: x — будь-яке число.

Цілі раціональні вирази використовують для запису багатьох відомих вам формул, наприклад:

$s = vt$ — формула шляху, пройденого учасником руху зі швидкістю v за час t ;

$P = 2(a + b)$ — формула периметра прямокутника зі сторонами a і b ;

$S = ab$ — формула площі прямокутника зі сторонами a і b ;

$S = \pi r^2$ — формула площі круга з радіусом r .

Дізнайтеся більше

Граве Дмитро Олександрович (1863–1939) — видатний математик, фундатор вітчизняної алгебраїчної школи, академік Всеукраїнської академії наук (ВУАН) (1919). Працював професором Харківського (1897), а потім Київського (1899) університетів. У 1934 став першим директором Інституту математики.

qr.orioncentr.com.ua/zlZRd



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/TmtN4

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
вираз зі змінною	variable expression	Ausdruck mit Variable	expression avec variable

Пригадайте головне

1. Що називається виразом зі змінною? Наведіть приклади.
2. Поясніть, як обчислити значення виразу зі змінною.
3. Що таке допустимі значення змінної для виразу зі змінною?
4. Які вирази називають раціональними?
5. Які вирази називають цілими?

Усне тренування

Обчисліть:

$$2,5 \cdot 2; \quad \frac{2}{3} - (-6); \quad -0,02 : 10; \quad -0,25 + (-8).$$

Розв'яжіть задачі

62'. Чи є даний запис виразом зі змінними:

- 1) $x = 1$; 3) $2\pi : 5$; 5) $m > 15$;
 2) $\frac{2c}{c-1}$; 4) $10 - 7z$; 6) $\frac{1}{2}a \neq \frac{6}{b}$?

63'. Прочитайте вираз:

- 1) $5a + 6b$; 3) $m - 25n$; 5) $3abc$;
 2) $15 \cdot 2,4 + 17$; 4) $4^2 : 4^3$; 6) $2\pi R$.

Чи є даний вираз виразом зі змінними? Відповідь поясніть.

64'. Чи є даний вираз цілим:

- 1) $a + 4,5b$; 3) $(m - n) : 5n$; 5) $\frac{abc}{3}$;
 2) $\frac{2m}{27}$; 4) $\frac{x-15}{5}$; 6) $\frac{1}{3}x + \frac{4}{x}$?

65°. Обчисліть значення виразу:



1) $2a - 5b$, якщо $a = -\frac{3}{4}$ і $b = -0,3$;

2) $8m + 6n - 7$,

якщо $m = -6$ і $n = \frac{5}{12}$;

3) $5 - 7c - 9d$, якщо $c = -\frac{3}{14}$ і $d = 0,3$;

4) $|x + 2y| - |2x - y|$, якщо $x = 2,5$ і $y = 0,7$.



qr.orioncentr.com.ua/m9ebo

66°. Обчисліть значення виразу:

1) $0,5x - 1,1$, якщо $x = 1,2$;

2) $\frac{5}{6}x + 2,3y$, якщо $x = -0,4$ і $y = -19$.

67°. Запишіть у вигляді виразу:

1) сума добутку та частки виразів a і b ;

2) різниця квадратів виразів m і n ;

3) подвоєний добуток виразів $5a$ і b ;

4) вираз, протилежний до суми виразів $3c$ і $7d$;

5) вираз, обернений до різниці виразів $9m$ і $5n$;

6) квадрат суми виразів $2x$ і $5y$;

7) квадрат різниці виразів $6a$ і $3b$.

68°. Запишіть у вигляді виразу:

1) добуток виразів a і b ;

2) частка виразів $6x$ і y ;

3) добуток суми виразів $2ab$ і $3c$ та їх різниці.

69°. За даними таблиці 4 знайдіть значення виразів:

Таблиця 4

a	10	8,4	0,75	$-\frac{1}{2}$
b	-5	4,8	0,06	10
$2a + 0,5b$				
$(a - 2b) : 4$				

70°. Знайдіть значення виразу $3c - 0,4d$, якщо:

- 1) $c = 9, d = -50$; 2) $c = 3,6, d = 3$.

71°. За даними таблиці 5 знайдіть значення виразів:

Таблиця 5

c	9	3,6	1,75	0,81
d	-50	3	-8	0,125
$3c - 0,4d$				

72°. Прочитайте вирази зі змінними. Назвіть цілі й дробові вирази. Відповідь обґрунтуйте.

- 1) $2,4 + (7 - a)$; 3) $a - \frac{b}{c}$; 5) $(2a)^2 - (5b)^2$;
 2) $-5(b - 2,8)$; 4) $\frac{a+3}{b}$; 6) $(3c + 5d)^2$.

73°. Прочитайте вирази зі змінними. Назвіть цілі й дробові вирази. Відповідь обґрунтуйте.

- 1) $x + yz$; 2) $\frac{2}{a} - \frac{b}{5}$; 3) $(f + k)^3$.

74°. Знайдіть область допустимих значень змінної виразу:

- 1) $3(x - 19)$; 3) $\frac{z-2}{4}$;
 2) $\frac{4-y}{y}$; 4) $\frac{7}{9}y$.

75°. У числовому виразі $\frac{3 \cdot 4 + 10 : 4}{4 \cdot 2}$ замініть число 4 на букву a . Чи всі значення змінної a є допустимими для одержаного виразу?

76°. Друзі виїхали з міста на велосипедах зі швидкістю v км/год і проїхали з такою швидкістю 2 год. Збільшивши швидкість на 2 км/год, вони їхали ще 1,5 год. Яку відстань проїхали друзі за весь час подорожі? Складіть вираз і обчисліть його значення, якщо $v = 12$ км/год.





77°. У магазин завезли a кг динь за ціною p_1 грн за 1 кг і b кг гарбузів за ціною p_2 грн за 1 кг. Запишіть у вигляді виразу:

- 1) вартість завезеної партії динь;
- 2) вартість завезеної партії гарбузів;
- 3) який відсоток ціни динь становить ціна гарбузів;
- 4) на скільки відсотків вартість завезеної партії динь більша за вартість завезеної партії гарбузів.



78°. Зошит коштує a грн, а блокнот — на 7 грн більше. Скільки гривень коштують 5 таких зошитів і 10 блокнотів разом? Складіть вираз для розв'язування задачі та знайдіть його значення, якщо $a = 3$.



79°. Довжина футбольного поля прямокутної форми, де тренуються учні 7-х класів, дорівнює a м, а його ширина — b м. Який зміст має вираз:

- 1) ab ;
- 2) $2(a + b)$;
- 3) $a - b$;
- 4) $\frac{a}{b}$;
- 5) $\frac{a}{b} \cdot 100\%$;
- 6) $\frac{b}{a} \cdot 100\%$?

80. Утворіть вираз зі змінною c , який має зміст:

- 1) для всіх значень змінної;
- 2) для всіх значень змінної, окрім $c = 0$;
- 3) для всіх значень змінної, окрім $c = 2$ і $c = 1\frac{1}{2}$.

81. Укажіть ОДЗ змінних і знайдіть значення виразу:

- 1) $6a + 4b$, якщо $a = 1,3$, $b = -0,25$;
- 2) $0,4c - 4d^2 + 4,5$, якщо $c = -20$, $d = 0,5$;
- 3) $\frac{2(ab + 4) + c}{11}$, якщо $a = -2,8$, $b = 10$, $c = 0,7$;
- 4) $\frac{\left(1,25k + 1\frac{1}{4}t\right) \cdot 2\frac{1}{2}}{h - 5\frac{1}{3}}$, якщо $k = 1\frac{1}{8}$, $t = -1\frac{1}{8}$, $h = 1,5$.

- 82.** Укажіть ОДЗ змінних і знайдіть значення виразу $-5,4a + 6b - 12$, якщо $a = 3$, $b = -0,15$.
- 83*.** Запишіть у вигляді виразу і, за можливості, спростіть його:
- 1) суму трьох послідовних натуральних чисел, найменше з яких дорівнює n ;
 - 2) добуток двох послідовних парних натуральних чисел, менше з яких дорівнює $2n$;
 - 3) подвоєний добуток двох послідовних натуральних чисел, більше з яких дорівнює n .
- 84*.** Знайдіть ОДЗ змінної виразу:
- 1) $\frac{2}{2 - \frac{2}{x}}$;
 - 2) $\frac{4}{4 - \frac{4}{x}}$.

Проявіть компетентність



- 85.** На малюнку 4 зображено схему розміщення споруд, призначених для очищення стічних вод. Радіус кожної очисної водойми становить r м. Знайдіть довжину огорожі прямокутної ділянки та її площу.



Мал. 4



- 86.** На придбання меблів для кабінету виділено кошти. Розрахуйте варіанти мінімальної та максимальної вартості комплекту, що містить a столів, b стільців, c шаф і d стелажів, якщо вартість столів становить 450–550 грн, стільців — 120–135 грн, шаф — 1200–1500 грн, а стелажів — 800–950 грн. Урахуйте, що для оптових покупців діє знижка 10 %. Обчисліть мінімальну та максимальну вартості покупки, якщо $a = 6$, $b = 6$, $c = 1$, $d = 3$.

§ 3. ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ

1. Тотожно рівні вирази

Ситуація. Петро Іванович запропонував учням порівняти по два вирази. Для цього треба було обчислити їх значення за різних значень змінної. Сергій порівнював вирази $x^2(x^2 + 2x)$ і $13x^2 + 14x - 24$, а Марія — вирази $7(x^2 + 5x)$ і $7x^2 + 35x$. Отримані учнями результати показано в таблицях 6 і 7.



qr.orioncentr.com.ua/zojJG

Сергій

Таблиця 6

x	-2	0	1	3
$x^2(x^2 + 2x)$	0	0	3	135
$13x^2 + 14x - 24$	0	-24	3	135

Марія

Таблиця 7

x	-2	0	1	3
$7(x^2 + 5x)$	-42	0	42	168
$7x^2 + 35x$	-42	0	42	168



Чи можна поставити знак « $=$ » між виразами, які порівнював Сергій?

Ні.



Значення цих виразів рівні лише за деяких значень змінної. Зокрема рівність не виконується для $x = 0$. Відтак, знак рівності між цими виразами поставити не можна.



Чи можна поставити знак « $=$ » між виразами, які порівнювала Марія?

Так.



Значення цих виразів рівні за будь-яких значень змінної (за розподільним законом множення відносно додавання). Тому знак рівності між цими виразами поставити можна. Такі вирази є тотожно рівними.

Запам'ятайте!

Якщо два вирази набувають відповідно рівних значень за будь-яких значень їхніх змінних, то такі вирази називають *тотожно рівними*.



Чи є тотожно рівними вирази:

$$\frac{2x^2}{2x} \text{ і } x?$$

Вирази $\frac{2x^2}{2x}$ і x **не є тотожно рів-**

ними, оскільки за $x = 0$ перший вираз втрачає зміст, а другий — ні.

Ні.



Коротко записуємо: ОДЗ-1: $x \neq 0$;

ОДЗ-2: x — будь-яке число.



Перевіряючи, чи є вирази зі змінними тотожно рівними, спочатку потрібно впевнитися, що їх ОДЗ збігаються.



Надалі в 7 класі розглядатимемо тільки цілі вирази.

Заміну виразу тотожно рівним йому виразом називають *тотожним перетворенням виразу*. Тотожні перетворення виразів виконують для *спрощення виразів*.

2. Зведення подібних доданків

Одним із тотожних перетворень виразів є *зведення подібних доданків*. З таким тотожним перетворенням виразів ви знайомі з 6-го класу.



Які доданки у виразі вважаються подібними?

З однаковою буквеною частиною.



Наприклад, у виразі $a - x + 3 - 2a$ подібними є доданки a і $-2a$.

Задача 1 Зведіть подібні доданки: $5 - x + 7y - 4x - 7y$.

Розв'язання

Запишемо вираз: $5 - x + 7y - 4x - 7y =$
 Виявимо подібні доданки: $= 5 - x + 7y - 4x - 7y =$
 Зведемо подібні доданки: $= 5 - 5x + 0 =$
 Запишемо результат: $= 5 - 5x$.



Подібні доданки, у яких коефіцієнти є протилежними числами, *взаємно знищуються*.

3. Розкриття дужок

Розкриття дужок є одним із тотожних перетворень виразів.



Правила розкриття дужок ґрунтуються на розподільному законі множення відносно додавання.

Правила розкриття дужок

Якщо перед дужками стоїть:	то доданки в дужках:
знак « $+$ »	знаки зберігають
знак « $-$ »	знаки змінюють на протилежні
числовий множник або вираз зі змінними	множать на цей множник

Задача 2 Спростіть вираз $2x(y - 4) - 5(xy - 3x)$.

Розв'язання

Запишемо вираз: $2x(y - 4) - 5(xy - 3x) =$
 Розкриємо дужки: $= 2xy - 8x - 5xy + 15x =$
 Виявимо подібні доданки: $= 2xy - 8x - 5xy + 15x =$
 Зведемо подібні доданки: $= -3xy + 7x$.



Щоб спростити вираз із дужками, спочатку розкрийте дужки, а потім зведіть подібні доданки.

4. Винесення спільного множника за дужки

Ще одним тотожним перетворенням виразів є *винесення спільного множника за дужки*. Спільним множником може бути число або вираз зі змінною.



qr.orioncentr.com.ua/d0F9U

Задача 3 Винесіть спільний множник за дужки:

$$16mn + 36n.$$

Розв'язання

Запишемо вираз:

$$16mn + 36n =$$

Виявимо спільний множник: $= 4m \cdot 4n + 9 \cdot 4n =$

Винесемо спільний множник: $= 4n(4m + 9).$



Щоб перевірити, чи правильно винесено спільний множник за дужки, виконайте обернену дію — розкрийте дужки.

Дізнайтеся більше

Позначення невідомих величин за допомогою букв уперше зустрічається в записах у **Діофанта Александрійського** (бл. III ст.). Невідому величину Діофант називає «число» (ἀριθμός) і позначає літерою ζ, квадрат невідомої — символом δν (скорочення від δύναμις — «ступінь»).

qr.orioncentr.com.ua/C5X5q



Діофант

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/LcdWL

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
спростити алгебраїчний вираз	simplifying algebraic expression	Verein- fachung algebraischer Ausdrücke	simplifier une expression algébrique

Пригадайте головне

1. Які вирази називають тотожно рівними?
2. Що називають тотожним перетворенням виразу?
3. Для чого виконують тотожні перетворення виразів?
4. Які доданки називають подібними? Як зводять подібні доданки?
5. Як розкривають дужки, якщо перед дужками стоїть знак «+»; знак «-»?

Усне тренування

Обчисліть:

- 1) $0,25 \cdot 4^2$; $(-6)^2 : 0,1$; $(-0,3)^2 + 4^3$; $-44,73 - 55,27$.
 2) $0,7 \cdot 1,3 + 19,3 \cdot 1,3$; $-11,3 \cdot 9,1 - 9,1 \cdot 8,7$.

Розв'яжіть задачі

- 87'.** Серед даних виразів оберіть той, що є тотожно рівним виразу $3x - 1$:

- 1) $1 - 3x$; 3) $2x + x - 1$;
 2) $2x \cdot x - 1$; 4) $3x + 1$.

- 88'.** Серед даних виразів оберіть той, що НЕ є тотожно рівним виразу $-18a - 4$:

- 1) $\frac{18a+4}{-1}$; 3) $-4 - 18a$;
 2) $-2a(9a + 2)$; 4) $-18a + 4$.

Обґрунтуйте свій вибір.

- 89'.** Наведіть приклади тотожно рівних виразів, що є:

1) сумою; 2) різницею; 3) добутком; 4) часткою.

- 90'.** Чи є тотожно рівними вирази:

- 1) $x + x$ і $2x$;
 2) $y \cdot y$ і y^2 ;
 3) $3c + 7d$ і $3d + 7c$;
 4) $1 + 2x$ і $2x + 1$;
 5) $3 - 6k$ і $6k - 3$;
 6) $4 \cdot 5m$ і $5 \cdot 4n$;
 7) $3y^2$ і $(6y^3) : (2y^2)$?

Відповідь поясніть.


qr.orioncentr.com.ua/AiLM4

91°. Чи є тотожно рівними вирази:

- 1) $5a + 6a$ і $11a$; 3) $5ab : a$ і $5b$;
 2) $12c \cdot 2d$ і $18cd$; 4) $(4n + 5n) : 3$ і $3n$?

92°. Спростіть вираз:

- 1) $0,2a \cdot 6$; 5) $-8a \cdot (-0,4bc)$;
 2) $7c \cdot 0,5d$; 6) $12t \cdot 5p \cdot (-4k)$;
 3) $-3m \cdot 4n$; 7) $\frac{3}{16}a \cdot \frac{4}{21}b$;
 4) $10x \cdot (-1,1yz)$; 8) $10\frac{1}{2} \cdot 9\frac{1}{3}xy$.

Який закон множення ви використали?

93°. Спростіть вираз:

- 1) $a \cdot 14b$; 3) $-5m \cdot 1,4n$;
 2) $0,2c \cdot 8d$; 4) $-7xy \cdot (-0,05z)$.

94°. Зведіть подібні доданки у виразі:

- 1) $12a + 23a$; 5) $1,1a - a - b - 0,9b$;
 2) $46c - c$; 6) $0,8x + 2,6y - 2,1x + y$;
 3) $16n + 4n + 12$; 7) $6\frac{1}{7}p - 2\frac{2}{15}q - 8\frac{5}{14}p - 1\frac{1}{3}q$;
 4) $0,8k + 10,2k - 4,5$; 8) $8\frac{2}{3}c + 1\frac{11}{24}k + \frac{13}{36}k - 4\frac{8}{9}c$.

95°. Зведіть подібні доданки у виразі:

- 1) $15a - a$;
 2) $19x + 23x - 11$;
 3) $10a - a - b - 9b$;
 4) $19 - 5m - n + 1,3m + 1,8n$.

96°. Розкрийте дужки:

- 1) $2 \cdot (a - 4)$; 7) $-x \cdot (5 - y)$;
 2) $1,5 \cdot (b + 2)$; 8) $(12a + 5) \cdot (-b)$;
 3) $-5 \cdot (6 - c)$; 9) $-6x \cdot (y - 3)$;
 4) $-0,4 \cdot (d + 2)$; 10) $(2n - m) \cdot (-5p)$;
 5) $a \cdot (8 - 1,2b)$; 11) $3t \cdot (5p + k + 6)$;
 6) $(n - 0,5) \cdot m$; 12) $(2p - 4k + 6t) \cdot 2a$.

Які закони арифметичних дій ви використали?

97°. Розкрийте дужки:

- 1) $7 \cdot (a - 2)$; 4) $-n \cdot (0,5 - m)$;
 2) $-0,2 \cdot (b - 15)$; 5) $2x \cdot (-5 + y)$;
 3) $c \cdot (d - 10)$; 6) $(3a - 2b + 1) \cdot (-c)$.

98°. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

- 1) $a - (a - b)$; 4) $2(k + p) - 3(k - p)$;
 2) $4c + (5c - 4d)$; 5) $-5(x - y + z) + 4(-x + y - z)$;
 3) $(n - m) - (m - n)$; 6) $c - (b - a) + (a - b - c)$.

99°. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

- 1) $(c - d) - 2d$;
 2) $2x - (3y - 2x)$;
 3) $4(a - b) - 2(b - a)$;
 4) $(n - 3m) - (4n - 6m)$.

100°. У квітковому магазині замовили 3 букети з гербе-
 рами за ціною p грн за кожний і 5 букетів з тро-
 яндами, ціна яких на 16 грн більша. Скільки гри-
 вень заплатили за всі букети? Складіть вираз для
 розв'язування задачі та спростіть його.

101°. Садово-дослідна станція протягом року продала
 споживачам 120 однорічних саджанців яблунь за
 ціною x грн за штуку та 160 дворічних саджанців
 яблунь, ціна яких на 25 грн більша. Скільки гри-
 вень заплатили покупці за всі саджанці? Складіть
 вираз для розв'язування задачі та спростіть його.

102°. Середнє арифметичне показників температури по-
 вітря за 2 дні вересня дорівнює a °C, температу-
 ра більш теплого дня на 4 °C вища за температуру
 більш прохолодного дня. Знайдіть, якою була тем-
 пература повітря більш прохолодного дня. Складіть
 вираз для розв'язування задачі та спростіть його.

103°. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює a , одне
 із цих чисел на 12 менше від іншого. Знайдіть мен-
 ше із цих чисел. Складіть вираз для розв'язування
 задачі та спростіть його.

104°. Винесіть спільний множник за дужки:



- 1) $11a + 11b$;
- 2) $-4c + 12d$;
- 3) $5m - m$;
- 4) $-3x + 2x$;
- 5) $ab - ac$;
- 6) $nm^2 - mn^2$;
- 7) $5ab + 15b^2$;
- 8) $-4x - 12y - 8z$;
- 9) $4a - 6b + 8c - 2$;
- 10) $pk + 12k - 6tk$;
- 11) $-7y + xy - y^2$;
- 12) $3a^2y - 12y^2 + 21y$;
- 13) $-80c^2a - 20ac - 60ca^2$;
- 14) $6p^2t^2 + 4pt^2 - 2pt$.



qr.orioncentr.com.ua/JeDgF

105°. Винесіть спільний множник за дужки:

- 1) $6a - 6b$;
- 2) $-5c - 20d$;
- 3) $3xy + 9x$;
- 4) $-4n - 6nm + 2np$.

106°. Подайте вираз у вигляді добутку:

- 1) $\frac{2}{7}x + \frac{3}{7}xy$;
- 2) $1,5ab - 0,3a$;
- 3) $-2,7cd - d$;
- 4) $-\frac{1}{3}kl - \frac{1}{18}l$;
- 5) $0,2ab + 0,4bc + 1,6b$;
- 6) $ax^2 + ax - a^2x$;
- 7) $5,5ax - 0,11x^2$;
- 8) $axy^2 - a^2xy - 3ax$.

107°. Перетворіть вираз у добуток:

- 1) $4,9xy - 1,4xz + 7yz$;
- 2) $1\frac{4}{5}abcd - 9$.

108°. Знайдіть значення виразу:

- 1) $15a + 3b$, якщо $5a + b = 19$;
- 2) $(15a + 3b) \cdot c$, якщо $5a + b = 19$, $c = 2$;
- 3) $-2x - 9y$, якщо $18x + 81y = -27$;
- 4) $-a(2x + 9y)$, якщо $18x + 81y = -27$, $a = -2$;
- 5) $-(14x - 28y)$, якщо $x - 2y = -3$;
- 6) $14xz - 28yz$, якщо $x - 2y = -3$, $z = 0,2$.

109°. Знайдіть значення виразу:

- 1) $15c - 3d$, якщо $5c - d = -3$;
- 2) $-12mn + 18mp$, якщо $m = 0,5$, $2n - 3p = -8$.

110. Спростіть вираз:

- 1) $11 - (x - (2x - 4)) + 19$;
- 2) $9c - ((d - c) + 11d)$;
- 3) $-12m - (11m - (10m + 1)) - 14$;
- 4) $3a - 0,2(-6b + 2a) - 0,5(a - 4b)$.

111. Під час відкриття ресторану швидкого харчування страва коштувала x грн, в обідній час її ціна зросла на 15 %, а після 20.00 — зменшилася на 20 % порівняно з обіднім часом. На скільки гривень збільшилася (зменшилася) ціна страви після 20.00 порівняно з вранішнім часом? Складіть вираз для розв'язування задачі та спростіть його.



112. Початкова ціна товару становила p тис. грн, а під час акції знизилася на 5 тис. грн. На скільки відсотків знизилася ціна товару під час цієї акції? Складіть вираз для розв'язування задачі.



113. Який множник треба записати замість зірочки, щоб вирази стали тотожно рівними:

- 1) $2ma + 2mb$ і $* \cdot (a + b)$;
- 2) $-mn - mp$ і $* \cdot (n + p)$;
- 3) $3ab + 3ac - 6ad$ і $* \cdot (b + c - 2d)$;
- 4) $4a^2b - 6a^2c + 12da^2$ і $* \cdot (2b - 3c + 6d)$?

114. Який множник треба записати замість зірочки, щоб вирази стали тотожно рівними:

- 1) $ca + 2cb$ і $* \cdot (a + 2b)$;
- 2) $-xyz + xyf - xyt$ і $* \cdot (z - f + t)$?

115. Відомо, що для деяких значень c і d значення виразу $c + d$ дорівнює $\frac{2}{3}$. Якого значення за тих самих значень c і d набуває вираз: 1) $6c + 6d - 6$; 2) $(-2c - 2d) : 0,4$?

- 116.** Відомо, що $a + 3b = 6$ і $c = 4$. Знайдіть значення виразу:
 1) $a + 3(b + c)$;
 2) $6b + 2(a - 5c)$.
- 117*.** Складіть вираз для знаходження: 1) суми чотирьох послідовних цілих чисел, найменше з яких дорівнює n ; 2) суми трьох послідовних парних цілих чисел, найбільше з яких дорівнює a ; 3) суми чотирьох послідовних непарних чисел, найменше з яких дорівнює $2n + 1$; 4) суми п'яти цілих чисел, кратних числу 5, узятих послідовно за зростанням. Спростіть отриманий вираз.
- 118*.** Який вираз потрібно записати замість зірочки, щоб вирази стали тотожно рівними:
 1) $4a(* + 4,5c)$ і $10ab + *$;
 2) $3,6ac - *$ і $6c(* - 3bc)$;
 3) $* + 5\frac{2}{3}yz$ і $\frac{1}{6}y(15xy + *)$?
- 119*.** Відомо, що число a кратне числу 5, а число b кратне числу 6. Доведіть, що число $6a + 5b$ кратне числу 30. Утворіть із чисел a і b вираз, що задає число, кратне числу 60.

Проявіть компетентність



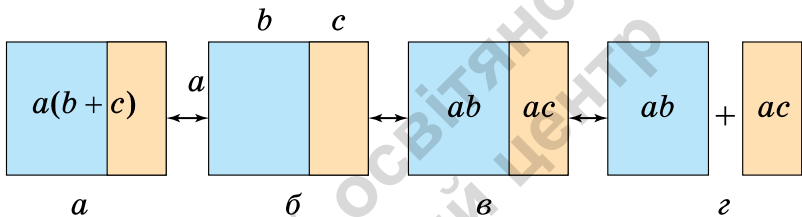
- 120.** Складіть вираз щодо витрат Тетяною часу на виконання домашнього завдання, якщо: 1) на англійську мову вона витратила a хв; 2) на математику — в 1,5 рази більше, ніж на англійську мову; 3) на українську літературу — на 10 хв більше, ніж на математику. Скільки часу виконувала домашнє завдання Тетяна, якщо завдання з англійської мови вона виконала за 20 хв?
- 121.** Складіть задачу, подібну до попередньої, за вашими власними витратами часу.

§ 4. ТОТОЖНІСТЬ

1. Що таке тотожність?

Ситуація. Наталя пригадала, що розкриття дужок і винесення спільного множника за дужки є тотожними перетвореннями виразів. Вони ґрунтуються на розподільному законі множення відносно додавання. Сергій проілюстрував цю властивість множення (мал. 5) і записав рівність:

$$a(b + c) = ab + ac.$$



Мал. 5



Як міркував Сергій?

Склав вирази для обчислення площі прямокутників на малюнках 5, 6 і 5, в та порівняв їх.



Отже, Сергій отримав *рівність*, ліва та права частини якої є *тотожно рівними виразами*.

Запам'ятайте!

Рівність, ліва і права частини якої є тотожно рівними виразами, називається тотожністю.

Правильні числові рівності, такі як: $1^2 + 2^2 + 3^2 = 3 - 10 : 2 + 4^2$ або $2 \cdot 2 = 2^2$, є *числовими тотожностями*.

Задача 1 Чи може бути тотожністю рівність:

1) $x + x = 2x$; 2) $(a - 1) \cdot a : (a - 1) = a$?

Розв'язання

1) $x + x = 2x$.

Визначимо ОДЗ змінної: ОДЗ-1: x — будь-яке число,ОДЗ-2: x — будь-яке число.Порівняємо ОДЗ змінної: ОДЗ-1 і ОДЗ-2 **збігаються**Висновок: рівність **може бути тотожністю**.

2) $(a - 1) \cdot a : (a - 1) = a$.

Визначимо ОДЗ змінної: ОДЗ-1: $a \neq 1$,ОДЗ-2: a — будь-яке число.

Порівняємо ОДЗ змінної:

ОДЗ-1 і ОДЗ-2 **не збігаються**Висновок: рівність **не може бути тотожністю**.Чи завжди є тотожністю рівність,
у якої ОДЗ-1 і ОДЗ-2 збігаються?

Ні.

Наприклад, рівність $0 \cdot x = x$ не є тотожністю.**Довести тотожність — означає довести тотожну рівність її лівої та правої частин.****2. Способи доведення тотожності**

Розглянемо чотири способи доведення тотожностей.

qr.orioncentr.com.ua/R7tn2**Задача 2** Доведіть тотожність

$$3(b + 2) - b = 3b + 5 - (b - 1).$$

Розв'язання**Спосіб 1 (перетворення лівої частини рівності).**

Перетворимо вираз у лівій частині даної рівності так, щоб він набув вигляду виразу в її правій частині:

$$\begin{aligned}
 3(b + 2) - b &= \\
 &= 3b + 6 - b = \\
 &= 3b + 5 + 1 - b = \\
 &= 3b + 5 - b + 1 =
 \end{aligned}$$

$$= 3b + 5 - (b - 1).$$

$$\text{Отже, } 3b + 5 - (b - 1) = 3b + 5 - (b - 1).$$

Звідси $3(b + 2) - b = 3b + 5 - (b - 1)$, що і вимагалось довести.

Спосіб 2 (перетворення правої частини рівності).

Перетворимо вираз у правій частині даної рівності так, щоб він набув вигляду виразу в її лівій частині:

$$\begin{aligned} 3b + 5 - (b - 1) &= \\ &= 3b + 5 - b + 1 = \\ &= 3b + 6 - b = \\ &= 3(b + 2) - b. \end{aligned}$$

$$\text{Отже, } 3(b + 2) - b = 3(b + 2) - b.$$

Звідси $3(b + 2) - b = 3b + 5 - (b - 1)$, що і вимагалось довести.

Спосіб 3 (перетворення обох частин рівності).

qr.orioncentr.com.ua/SNtRc



Перетворимо вирази в обох частинах даної рівності так, щоб вони набули одного й того самого вигляду:

$$\begin{array}{ll} 1) \ 3(b + 2) - b = & 2) \ 3b + 5 - (b - 1) = \\ & = 3b + 6 - b = \\ & = 2b + 6. \end{array}$$

$$\text{Отже, } 2b + 6 = 2b + 6.$$

Звідси $3(b + 2) - b = 3b + 5 - (b - 1)$, що і вимагалось довести.

Спосіб 4 (різницеve порівняння).

Перевіримо, чи дорівнює нулю різниця виразів у лівій і правій частинах даної рівності:

$$\begin{aligned} &3(b + 2) - b - (3b + 5 - (b - 1)) = \\ &= 3b + 6 - b - (3b + 5 - b + 1) = \\ &= 2b + 6 - (2b + 6) = \\ &= 2b + 6 - 2b - 6 = 0. \end{aligned}$$

Звідси $3(b + 2) - b = 3b + 5 - (b - 1)$, що і вимагалось довести.



Для доведення тотожності можна скористатися будь-яким із цих чотирьох способів.

Дізнайтеся більше

Доведення вважають єдиним способом встановлення істини в математиці. Проте так було не відразу. Спочатку в єгипетській і вавилонській математиці обчислювальні формули та математичні факти вгадувались, а потім експериментально перевірялись. Це вважали доказом їх істинності.

Необхідність доведення обґрунтував давньогрецький математик **Евклід** (III ст. до н. е.). Він вважав, що доведення мають бути логічними висновками з аксіом — тверджень, що приймають без доведення. У результаті з'явилися знамениті «Начала» Евкліда. qr.orioncentr.com.ua/j4ntN



Статуя Евкліда в музеї природничої історії
Оксфордського університету

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/C5xj4

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
тотожність	identity	Identität (f)	identité

Пригадайте головне

1. Що таке тотожність?
2. Що означає — довести тотожність?
3. У чому суть способу перетворення лівої частини рівності?
4. Поясніть суть способу перетворення правої частини рівності.
5. У чому суть способу перетворення обох частин рівності?
6. Поясніть суть способу різницевого порівняння.
7. Як спростувати правильність рівності зі змінними?

Усне тренування

Обчисліть усно:

1) $(8,2 + 1,8) \cdot 50$,

$(82 + 18) : 50$;

2) $(25,3 + 4,7) \cdot 0,08$,

$(253 + 47) : 6$;

3) $(0,8 + 3,16) \cdot 100$,

$(0,86 - 0,36) : 10$.

Розв'яжіть задачі

- 122'.** Чи правильно, що тотожністю може бути:
- 1) вираз;
 - 2) нерівність;
 - 3) рівність?
- 123'.** Чи може бути тотожністю рівність зі змінними, у якої:
- 1) ОДЗ-1 і ОДЗ-2 не збігаються;
 - 2) ОДЗ-1 і ОДЗ-2 збігаються?
- 124'.** Чи завжди є тотожністю рівність зі змінними, у якої ОДЗ-1 і ОДЗ-2 збігаються?
- 125°.** Чи є тотожністю запис:
- 1) $a \cdot a - 1$;
 - 2) $3a - 4a \neq 5a$;
 - 3) $a \cdot a - a^2 = 0$;
 - 4) $2a - 2 = a$;
 - 5) $4a - 2a + a = 3a$;
 - 6) $5a^2 - a^2 = 5$?
- 126°.** Чи є тотожністю запис:
- 1) $b + 2 > 0$;
 - 2) $b \cdot \frac{3}{4} - \frac{3b}{4}$;
 - 3) $-3b + 3b = 0$;
 - 4) $4b - 5b + 6b = 5b$?
- 127°.** Чи правильно, що рівність $12 - (5 - 9) = 16$ є тотожністю? Відповідь поясніть. Як змінити цю рівність, щоб вона не була тотожністю?
- 128°.** Чи правильно, що рівність $2 \cdot (10 - 29) = -38$ є тотожністю? Відповідь поясніть.
- 129°.** Що можна записати замість $*$, щоб одержати тотожність:
- 1) $2b + b = *$;
 - 2) $b \cdot * = 0$;
 - 3) $b \cdot b = *$;
 - 4) $2b + * = 0$;
 - 5) $5(8b - 6) = *$;
 - 6) $\frac{9}{15} = \frac{*}{5}$?
- 130°.** Що можна записати замість $*$, щоб одержати тотожність:
- 1) $5a - * = 2a$;
 - 2) $a \cdot * = 1$;
 - 3) $4 \cdot (a - 2) = *$;
 - 4) $7a + * = 0$?

131°. Чи є рівність тотожністю для будь-яких натуральних чисел a і b :



1) $(a + b)^2 = (b + a)^2$;

2) $(a - b)^2 = (b - a)^2$;

3) $2ab = 2(-b)(-a)$;

4) $a^2 + b^2 = (a + b)^2$;

5) $a^2 - b^2 = (a - b)^2$;

6) $|a| = a$;

7) $|a| = -a$;

8) $|a| = -|-a|$?



qr.orioncentr.com.ua/GkDrA

132°. Доведіть тотожність, виконавши перетворення лівої частини рівності:

1) $10a - (6a - 9b) = 4a + 9b$;

2) $2(x - 5y) + (2y - 2x) = -8y$;

3) $(0,7n - 0,6m) - 2(0,4n - 0,3m) = -0,1n$;

4) $5k - (6k + 1) - (6k - 1) = -7k$;

5) $-3cd + 6 = -3(cd - 2)$;

6) $2z^2 - 2z = 2z(z - 1)$;

7) $xy^2 + xy - 3xy^2 = xy(y - 3y + 1)$;

8) $ab - 2a^2b - 6ab^2 = ab(1 - 2a - 3b)$.

Які тотожні перетворення виразів ви виконали?

133°. Доведіть тотожність, виконавши перетворення лівої частини рівності:

1) $17a - 6b + 4(-5a + 4b) = -3a + 10b$;

2) $-2,2(10 - x) + 0,4(30 + x) = -10 + 2,6x$;

3) $7x - 14x^2y = 7x(1 - 2xy)$;

4) $-14n - 18m + 2mn = -2(7n + 9m - mn)$.

Які тотожні перетворення виразів ви виконали?

134°. Доведіть тотожність, виконавши перетворення правої частини рівності:

1) $4(a + b) = 10(a + b) - 6(b + a)$;

2) $c - d = 4(d - c) - 5(d - c)$;

3) $0,2c - 0,36 = 0,1(c - (0,3 - (c - 3,3)))$;

4) $a = -1\frac{2}{7}(a - 7b) + 2\frac{2}{7}a - 9b$.

Які тотожні перетворення виразів ви виконали?

135°. Доведіть тотожність, виконавши перетворення правої частини рівності:

1) $3p - 1 = 2p - (3p - (4p - 1))$;

2) $-6c = 0,8(5c - 3d) - 4(2,5c - 0,6d)$.

136°. Доведіть тотожність, виконавши перетворення обох частин рівності:

1) $9(x + y) = 5(x - y) - (-4x - 14y)$;

2) $12a - 4(3a - 7b) = (4a + b) - (4a - 27b)$;

3) $4,5m + \left(1\frac{1}{3}n + 2,5m\right) - 0,5n = 7\left(m - \frac{1}{7}n\right) + 1\frac{5}{6}n$.

137°. Доведіть тотожність, виконавши перетворення обох частин рівності:

1) $3(2a - 5b) - 11 = 16 - 3(6 + a) + 9(a - b) - 3(2b + 3)$;

2) $\left(2\frac{3}{4}m - 10,4n\right) - 4\left(\frac{3}{16}m - 1,6n\right) = -2(2n - m)$.

138°. Доведіть тотожність за допомогою способу різницевого порівняння:

1) $4,9a - 4(a - 0,6b) = 0,3(3a - 8b)$;

2) $(1,2a^2 - 3a + 1) - (0,2a^2 - 5a - 1) = a(a + 2) + 2$;

3) $0,2a(a + b) - 0,2b(a - b) = 0,2(a^2 + b^2)$;

4) $\left(p - \frac{1}{3}k\right) - \left(3p - \frac{2}{3}k\right) = (k - 2p) - \frac{2}{3}k$.

139°. Доведіть тотожність за допомогою способу різницевого порівняння: $18p - 4(2k + 5p) = -\frac{1}{2}(16k + 4p)$.

140°. Чи є тотожністю рівність:



1) $5a - 2 = a + (4a - 2)$;

2) $14(b - b) = 14$;

3) $(2x - 4y) : 2 = x - 2y$;

4) $6m \cdot (4 + m) : 6mn = (4 + m) : n$?

Відповідь обґрунтуйте.

qr.orioncentr.com.ua/gljIV



141°. Чи є тотожністю рівність:

1) $-c + d - 2c + 2 = -3c + 3d$;

2) $(9k - 6k) : 3k = 3k$?

Відповідь обґрунтуйте.

- 142.** Доведіть чи спростуйте тотожність:
- 1) $a(b - c) - b(a - c) + c(a - b) = 0$;
 - 2) $c(n + m) - c(m - n) = 2n(c + m) - 2mn$;
 - 3) $4(p + 2k) - k(8 - 4p) = 4(k - 2p)$;
 - 4) $1,2c(6 - 2p) = 0,8(9c + 6p) - p(2,4c - 4,8)$.
- 143.** Доведіть чи спростуйте тотожність:
- 1) $a(b - c - d) + a(b + c + d) = 2ab$;
 - 2) $-m(n + 4) + n(m + 4) = 4(m - n)$.
- 144.** Доведіть різними способами тотожність:
- 1) $8(a - b) + 6(b - c) - 4(a - c) = 4a - 2(b + c)$;
 - 2) $2(n + p) - 4m = 2(-n + m) - 6(m - p) + 4(n - p)$.
- 145.** Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:
- 1) $12x - 5(5 + 3x) + 3(x + 4)$;
 - 2) $8,5(y + 2) - 1,7(10 + 5y) - 15,5$;
 - 3) $a(b - 4) + b(6 - a) - 2(3b - 2a)$;
 - 4) $7 - 1\frac{1}{2}m + 6\left(\frac{1}{3}m - 5\frac{1}{3}n\right) - 0,5(m - 64n)$.
- 146.** Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:
- 1) $9(5 - y) + 6(y - 3) - 3(4 - y)$;
 - 2) $m(n - 2,8) + n(4,2 - m) - 1,4(3n - 2m) - 6$.
- 147.** Запишіть у вигляді рівності твердження:
- 1) сума квадратів чисел a і b дорівнює квадрату суми цих чисел;
 - 2) квадрат різниці чисел a і b дорівнює різниці квадратів цих чисел;
 - 3) сума двох чисел, одне з яких менше від n на 2, а друге — більше за n на 2, дорівнює подвоєному числу n ;
 - 4) сума двох протилежних чисел дорівнює 0;
 - 5) сума потроєного і подвоєного числа a дорівнює добутку чисел a і 5;
 - 6) частка від ділення модулів двох протилежних чисел дорівнює 1.

Чи є ця рівність тотожністю? Відповідь обґрунтуйте.

148*. Доведіть, що $5a(3b - 2c) + 4b(2c - 3a) - 7c(-a + b) - bc = 15$, якщо $a(b - c) = 5$.

149*. Доведіть, що за будь-яких a і b значення виразу $5a + 5b - (4b - 2 - 0,5(2a - 5b - 3(2a - 3b + 2(a + b))))$ дорівнює 2.

150*. Який вираз треба підставити замість зірочки, щоб одержати тотожність:

- 1) $2(a + b) - 2 \cdot * = 0$;
- 2) $2(a + b) - 2 \cdot * = 4b$;
- 3) $2(a + b) - 2 \cdot * = 4a + 4b$;
- 4) $2(a + b) - 2 \cdot * = 2a + 6b$;
- 5) $2(a + b) - 2 \cdot * = 4a - 4b$;
- 6) $2(a + b) - 2 \cdot * = 4b - 2a$?

151*. Доведіть, що:

- 1) середнє арифметичне трьох послідовних натуральних чисел дорівнює середньому із цих чисел;
- 2) $(10a + b) \cdot 11 = 100a + 10(a + b) + b$. Поясніть, як можна швидко помножити двоцифрове число на 11.

Проявіть компетентність



- 152.** Стовбуром дерева з ґрунту до його крони піднімається вода, яка під дією сонячних променів випаровується через листя. Якщо вирубувати дерева, то ця вода накопичуватиметься в ґрунті, що призведе до утворення болота. Доросла береза за добу випаровує близько 75 л води, бук — 100 л, а липа — 200 л. Скільки відер води щодня випаровує кожне із цих дерев, якщо одне відро вміщує 5 л? Обчисліть, скільки берез потрібно посадити на ділянці, щоб за день випаровувалося 1500 л води, якщо на цій ділянці вже ростуть 3 буки і 3 липи.



153. Клієнт поклав у банк n грн на депозит із накопиченням (капіталізацією) відсотків, за умовами якого суму річних відсотків додають до суми основного вкладу. Якою буде сума на його рахунку через 2 роки, якщо банк нараховує 7 % річних? Складіть вираз для розв'язування задачі.



154. Населення міста становить на сьогодні m тис. жителів і збільшується щороку на 3 % порівняно з попереднім роком. Яким стане населення міста через: 1) 3 роки; 2) 5 років? Складіть вираз для розв'язування задачі.

§ 5. СТЕПІНЬ 3 НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ

1. Що таке степінь з натуральним показником?

Ситуація. Ірині треба записати вираз для знаходження площі квадрата зі стороною a , а Андрієві — об'єму куба з ребром a .



qr.orioncentr.com.ua/49mpA

Свої дії вони записали так:

Ірина

Ширина: a

Довжина: a

Площа: $a \cdot a = a^2$

Андрій

Ширина: a

Довжина: a

Висота: a

Об'єм: $a \cdot a \cdot a = a^3$



Чи правильно діяли Ірина й Андрій?

Так.



Вирази a^2 і a^3 називають відповідно *квадратом числа a* і *кубом числа a* .

Добуток n рівних множників, кожний з яких дорівнює a , можна записати за допомогою *степеня*:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множників}} = a^n.$$

n множників

Степінь	Основа	Що показує	Показник	Що показує
a^n	a	яке число множать саме на себе	n	скільки рівних множників є в добутку
2^5	2	число 2 множать саме на себе	5	5 рівних множників є в добутку

Оскільки для лічби використовують натуральні числа, то виразу a^n дали назву «*ступінь з натуральним показником*». Пізніше ви дізнаєтесь про степені з іншими показниками.

Запам'ятайте!

Степенем числа a з натуральним показником n називається добуток n множників, кожний із яких дорівнює a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множників}}$$



Вираз a^n читають так: « a в степені n » або « n ний ступінь числа a ».



Тут і далі n — натуральне число.

Задача 1 Запишіть вираз $27 \cdot 3 \cdot 9$ у вигляді степеня з основою:

- 1) 3; 2) 9; 3) 27.

Розв'язання

- 1) $27 \cdot 3 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^6$;
- 2) $27 \cdot 3 \cdot 9 = 9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^3$;
- 3) $27 \cdot 3 \cdot 9 = 27 \cdot 27 = 27^2$.

Простіші властивості степенів

Якщо:	то:
показник степеня дорівнює 1	$a^1 = a$
основа степеня дорівнює 1	$1^n = 1$
основа степеня дорівнює 0	$0^n = 0$
$a^n = 0$	$a = 0$

- Задача 2** Розв'яжіть рівняння: 1) $(x + 5)^2 = 0$;
2) $(2x + 7)^5(x - 9)^4 = 0$.

Розв'язання

- 1) $(x + 5)^2 = 0$, звідси $x + 5 = 0$ і $x = -5$.
- 2) $(2x + 7)^5(x - 9)^4 = 0$, звідси:
 $(2x + 7)^5 = 0$, або $(x - 9)^4 = 0$,
 $2x + 7 = 0$, $x - 9 = 0$,
 $x = -3,5$; $x = 9$.

2. Порівняння степенів

Як можна порівняти значення степенів?

Обчисливши ці значення.



- Задача 3** Чи є рівними значення степенів:

1) 5^4 і $(-5)^4$; 2) 5^3 і $(-5)^3$?

Розв'язання

Обчислимо значення даних виразів:

- 1) $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$,
 $(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$.

Отже, $5^4 = (-5)^4$.

2) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$, $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$.

Отже, $5^3 \neq (-5)^3$.



Чи завжди треба знаходити значення степенів, щоб їх порівняти?

Ні.



Наприклад, значення 5^3 є **додатним** числом, а значення $(-5)^3$ є **від'ємним** числом, тому:

$$5^3 > (-5)^3.$$



Знак степеня залежить від знака основи степеня та від парності чи непарності показника степеня.

Знак основи	Показник степеня	Знак степеня
+	будь-який	+
-	парний	+
-	непарний	-

3. Порядок виконання дій у виразах зі степенями

Дію, за допомогою якої добуток рівних множників згортають у степінь, називають *піднесенням до степеня*. Це — дія *третього ступеня*. Під час обчислення значень виразів її виконують найпершою.

qr.orioncentr.com.ua/1lYyO



Задача 4 Обчисліть значення виразу $5x^2 + 10$, якщо $x = -3$.

Розв'язання

Запишемо вираз і значення змінної:

$$5x^2 + 10, \text{ якщо } x = -3.$$

Підставимо значення змінної:

$$5 \cdot (-3)^2 + 10 =$$

Виконаємо піднесення до степеня:

$$= 5 \cdot 9 + 10 =$$

Обчислимо значення виразу:

$$= 55.$$



У виразах, що містять степені, спочатку виконують піднесення до степеня, потім — множення або ділення, а останніми — додавання або віднімання. Тут і далі буквені показники є натуральними числами.

Дізнайтеся більше

1. Уперше степені з натуральними показниками чисел охарактеризував **Діофант Александрійський** — давньогрецький математик, який жив у III ст.

2. **Дубинчук Олена Степанівна** (1919–1994) — одна з визначних педагогинь-математик України. Народилася на Вінниччині, у м. Ямполі, закінчила механіко-математичний факультет Київського державного університету ім. Тараса Шевченка. Авторка численних підручників, методик і технологій навчання математики. Її педагогічне кредо — навчання має бути доступним і цікавим для учнів, ураховувати їхні інтереси, потреби та запити. qr.orioncentr.com.ua/PoHai



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/3DVVD

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
ступінь числа	power of a number	Potenz einer Zahl	puissance d'un nombre

Пригадайте головне

1. Що таке ступінь числа; основа степеня; показник степеня?
2. Що означає піднести число a до степеня n ?
3. Чому дорівнює a в степені 1?
4. Чому дорівнює 1 в степені n ?
5. Чому дорівнює 0 в степені n ?
6. Який знак парного степеня додатного числа; від'ємного числа?
7. Який знак непарного степеня додатного числа; від'ємного числа?
8. Який порядок виконання дій у виразі, що містить степені?

Усне тренування

1. Обчисліть :

1) 10 % числа 60; 2) 50 % числа 90; 3) 300 % числа 50.

2. Знайдіть число, якщо:

1) 10 % цього числа дорівнюють 60;

2) 20 % цього числа дорівнюють 60;

3) 200 % цього числа дорівнюють 60.

Розв'яжіть задачі155'. Прочитайте вираз: 1) 2^2 ; 2) $(-10)^5$; 3) 7^8 ; 4) $\left(\frac{3}{4}\right)^4$;5) $(-5)^{10}$; 6) 0^2 . Назвіть основу і показник степеня.

Що вони показують?

156'. Скільки разів взято множником число 5, якщо отримали степінь:

1) 5^2 ; 2) 5^5 ; 3) 5^n ; 4) 5^m ?

157'. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 8?

Таблиця 8

Степінь	2^2		7^8		$(-5)^3$		4^4	
Основа степеня		-5		0		0,9		1
Показник степеня		6		3		10		21

158'. Запишіть у вигляді степеня:

1) $2 \cdot 2 \cdot 2$;2) $-7 \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$;3) $-1,5 \cdot (-1,5) \cdot (-1,5) \cdot (-1,5)$;4) $-n \cdot (-n) \cdot (-n) \cdot (-n) \cdot (-n) \cdot (-n) \cdot (-n) \cdot (-n) \cdot (-n)$;5) $2a \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2a$;6) $(3-x) \cdot (3-x) \cdot (3-x) \cdot (3-x)$.

159'. Запишіть у вигляді добутку:

1) $(-15)^5$; 3) $(-4)^6$;2) 10^4 ; 4) a^7 .

160°. Обчисліть:

- | | |
|---------------|------------------|
| 1) 2^6 ; | 6) 3^3 ; |
| 2) $(-2)^6$; | 7) $0,5^2$; |
| 3) $(-4)^3$; | 8) $(-0,5)^2$; |
| 4) 4^3 ; | 9) $0,1^6$; |
| 5) $(-3)^3$; | 10) $(-0,1)^6$. |

qr.orioncentr.com.ua/5fAez**161°.** Обчисліть:

- | | | |
|---------------|----------------|-----------------|
| 1) 6^2 ; | 3) $(-25)^1$; | 5) $(-0,5)^3$; |
| 2) $(-6)^2$; | 4) 25^1 ; | 6) $0,5^3$. |

162°. Знайдіть a^2 , якщо a дорівнює:

- | | |
|---------|--------------------|
| 1) 10; | 3) 1,1; |
| 2) 0,1; | 4) $\frac{1}{5}$. |

163°. Знайдіть m^3 , якщо m дорівнює: 1) 10; 2) 0,1; 3) $\frac{1}{2}$.**164°.** Обчисліть: 1) 10^1 ; 2) 25^1 ; 3) 1^9 ; 4) 1^{100} ; 5) 0^6 ; 6) 0^{15} .**165°.** Обчисліть: 1) 5^1 ; 2) 1^5 ; 3) 0^{90} .**166°.** Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| 1) $x^5 = 0$; | 4) $(8 - x)^9 = 0$; |
| 2) $(x + 1)^3 = 0$; | 5) $(6 + x)^{25} = 0$; |
| 3) $(2 - x)^2 = 0$; | 6) $(x + 20)^{111} = 0$. |

167°. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1) $x^8 = 0$; | 3) $(9 - x)^2 = 0$; |
| 2) $(15 + x)^{13} = 0$; | 4) $(x + 8)^{17} = 0$. |

168°. Додатним чи від'ємним є значення степеня:

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1) $(-8)^8$; | 3) $(-3,6)^5$; |
| 2) 10^7 ; | 4) $(-1)^9$? |

169°. Додатним чи від'ємним є значення степеня:

- | | | |
|---------------|------------|---------------|
| 1) $(-4)^8$; | 2) 4^7 ; | 3) $(-4)^5$? |
|---------------|------------|---------------|

170°. Поставте знак $<$, $>$, $=$ між виразами:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) 12^3 і 0; | 4) 0 і $(-1)^6$; |
| 2) 4^6 і 0; | 5) $(-2)^5$ і 2^5 ; |
| 3) $(-7)^5$ і 0^3 ; | 6) $(-2)^6$ і 2^6 ; |

- 7) -2^6 і 2^6 ;
 8) -2^6 і $(-2)^6$;
 9) $(-2)^5$ і $(-5)^2$;
 10) 2^5 і 5^2 ;
 11) 80 і 3^4 ;
 12) $0,2^2$ і $-0,2$.



qr.orioncentr.com.ua/na2N7

171°. Порівняйте значення виразів:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $(-1)^4$ і 1^4 ; | 4) 1^7 і 1^9 ; |
| 2) $(-1)^3$ і 1^3 ; | 5) 1^{23} і $(-1)^{32}$; |
| 3) $(-1)^5$ і $(-1)^6$; | 6) $(-1)^3$ і $(-1)^5$. |

172°. Порівняйте значення виразів:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $(-4)^4$ і 4^4 ; | 3) $(-4)^5$ і 4^2 ; |
| 2) $(-4)^3$ і 4^3 ; | 4) $(-4)^6$ і 4^6 . |

173°. Знайдіть:

- 1) суму квадратів чисел 5 , -2 і -4 ;
- 2) різницю кубів чисел -10 і 5 ;
- 3) суму квадрата числа 6 і куба числа -3 .

174°. Знайдіть:

- 1) суму квадратів чисел -1 , 6 і -3 ;
- 2) квадрат суми чисел -1 , 6 і -3 .

175°. Обчисліть:

- | | |
|---|--|
| 1) $(2 + 3^2) : 0,1^2$; | 5) $4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 9^2$; |
| 2) $11 \cdot (-1)^4$; | 6) $(-3)^4 - 3^4 + 10^3 \cdot 0^6$; |
| 3) $0^8 - 4 : \left(\frac{1}{2}\right)^4$; | 7) $\left(1\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{5}{6}\right)^1 : \left(1\frac{1}{3}\right)^2$; |
| 4) $(-6)^3 + (-6^2) \cdot 3$; | 8) $(-6^3 + 6^2) \cdot 3$. |

176°. Обчисліть:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 1) $2 + 10^3 + 5 \cdot 2^4$; | 4) $(-12 + 8^2) : (-2)$; |
| 2) $-16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 2^4$; | 5) $(-12 + (-8))^2 \cdot 5$; |
| 3) $((-5)^3 + 5^2) : 10$; | 6) $(-2)^5 + 2^5 + 1^3 \cdot 3^1$. |

177°. Розв'яжіть рівняння:

1) $2 \cdot 3^2 - x = 25$; 2) $4x = 8^2$; 3) $3^4 + x = (-9)^2$.

178. Запишіть у вигляді степеня з основою 2:

1) $8 \cdot 4$; 2) $2 \cdot 4 \cdot 16$; 3) $32 \cdot 2 \cdot 64$.

179. Запишіть у вигляді степеня з основою 5:

1) $25 \cdot 5$;
2) $5 \cdot 25 \cdot 125$;
3) $25 \cdot 25 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 25$.

180. Запишіть вираз $4 \cdot 64 \cdot 16$ у вигляді степеня з основою: 1) 2; 2) 4; 3) 16.

181. Запишіть вираз $2 \cdot 8 \cdot 16$ у вигляді степеня з основою: 1) 2; 2) 4; 3) 16.

182. Знайдіть a^4 , якщо a дорівнює:

1) -2 ; 2) $-0,3$; 3) $1\frac{1}{2}$.

183. Знайдіть m^5 , якщо m дорівнює:

1) 3; 2) $-0,2$; 3) $-1\frac{2}{3}$.

184. Чи може a^2 бути меншим ніж a ? Наведіть приклад.

185. За якого натурального значення n виконується нерівність:

1) $(-6)^2 < 3^n < \left(\frac{1}{0,1}\right)^2$; 2) $0^3 \leq 0,5^n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^3$?

186. Число 9065 можна записати як суму розрядних доданків:

$9065 = 9 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 5$. Запишіть у такому вигляді число:

1) 8536; 2) 22 000.

187. Запишіть у вигляді степеня вираз:

1) $0,125 \cdot \frac{1}{8} \cdot 4 \cdot 0,25$;

2) $0,09 \cdot 0,09 \cdot 0,09 \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3)$;

$$3) 4 \cdot 27 \cdot 9 \cdot 64 \cdot 3 \cdot 16;$$

$$4) -\frac{2}{5} \cdot (-0,4) \cdot (-0,064) \cdot \frac{4}{25}.$$

188. Запишіть у вигляді степеня вираз:

$$1) 3 \cdot (-125) \cdot 4 \cdot 9 \cdot (-2);$$

$$2) 8 \cdot 25 \cdot 125 \cdot 16 \cdot 125 \cdot 2.$$

189*. Знайдіть значення виразу

$$(a^2 - 1) \cdot (a^2 - 2) \cdot (a^2 - 3) \cdot \dots \cdot (a^2 - 100),$$

якщо: 1) $a = 8$; 2) $a = -6$.

190*. Доведіть:

$$1) 11^{10} - 1 \text{ ділиться на } 10;$$

$$2) 10^{10} + 5 \text{ ділиться на } 3;$$

$$3) 41^5 - 1 \text{ ділиться на } 10;$$

$$4) 10^5 + 17 \text{ ділиться на } 9.$$

191*. Доведіть, що вираз $\frac{10^n + 8}{9}$ є натуральним числом для будь-якого натурального n .

Проявіть компетентність

192. Підлоги трьох кімнат мають форму квадратів.



Сторони перших двох відповідно дорівнюють 3 м і 4 м. Знайдіть розміри підлоги третьої кімнати, якщо її площа дорівнює сумі площ підлог двох інших кімнат.

193. Дванадцяткова система числення була створена ще стародавніми шумерами (5 тис. р. до н. е.). Елементом такої системи нині може служити лічба дюжинами. Перший, другий і третій степені числа 12 мають власні назви: 1 дюжина = 12 штук, 1 gros = 12 дюжин, 1 маса = 12 grosів. Скільки штук: 1) в 1 масі; 2) в 1 grosі?

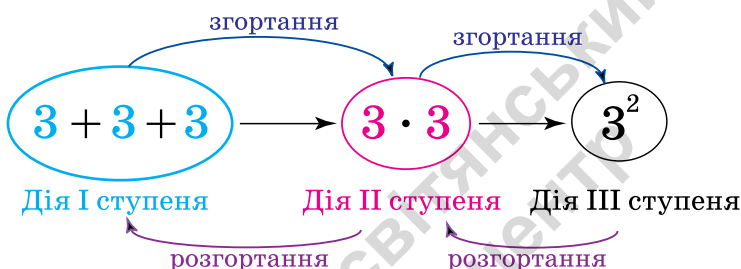
§ 6. ДІЇ ЗІ СТЕПЕНЯМИ

1. Зв'язок між діями різних ступенів

Ситуація. Дарина Олегівна дала учням завдання показати зв'язок між діями першого, другого і третього ступенів. Група учнів виконала це завдання так, як показано на малюнку 6.



qr.orioncentr.com.ua/eoTgt



Мал. 6



Чи правильні висновки зробила група учнів?



Так.

Під час дій зі степенями розрізняють два випадки, коли компоненти дії мають:

а) рівні основи; б) різні основи. Розглянемо їх окремо.

2. Дії зі степенями з рівними основами



Які дії можна виконувати зі степенями з рівними основами?



Дії всіх трьох ступенів.

Наприклад:

$$\begin{aligned} 3^3 + 3^2 &= 27 + 9 = 36, & 3^3 - 3^2 &= 27 - 9 = 18, \\ 3^3 \cdot 3^2 &= 27 \cdot 9 = 243, & 3^3 : 3^2 &= 27 : 9 = 3, \\ (3^3)^2 &= 27^2 = 729. \end{aligned}$$

Проте такі обчислення не завжди легко виконувати. Під час обчислень спираються на властивості степенів.

Запам'ятайте!**Основна властивість степенів**

Добуток двох степенів з рівними основами дорівнює степеню з тією самою основою і показником, що дорівнює сумі показників множників:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Справді, спираючись на означення степеня, спочатку розгорнемо кожний степінь у добуток, а потім згорнемо отриманий результат у степінь:

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n+m} = a^{n+m}.$$

n множників m множників $n + m$ множників

Отже, $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.



Щоб помножити кілька степенів з однією основою, треба застосувати основну властивість степенів.

Наприклад, $a^n \cdot a^m \cdot a^k = (a^n \cdot a^m) \cdot a^k = a^{n+m} \cdot a^k = a^{n+m+k}$.

Запам'ятайте!**Властивість частки степенів з рівними основами**

Частка двох степенів з рівними основами, відмінними від нуля, дорівнює степеню з тією самою основою і показником, що дорівнює різниці показників діленого й дільника:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} (n > m).$$

Доведіть цю властивість самостійно.



Чому на показники степенів накладено обмеження $n > m$?

Тому, що при $n \leq m$ у частці одержимо степінь, показник якого не є натуральним числом.





Дії другого ступеня **зі степенями**, що мають рівні основи, зводяться до відповідних дій першого ступеня **з їхніми показниками**:

множення степенів — до **додавання їх показників**;
ділення степенів — до **віднімання їх показників**.

3. Дія третього ступеня зі степенями

qr.orioncentr.com.ua/P3Gys



Яка дія зі степенями є дією третього ступеня?

Піднесення степеня до степеня.



Запам'ятайте!

Властивість піднесення степеня до степеня

Для степеня з показником m його n -й степінь дорівнює степеню з тією самою основою і показником mn :

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Справді, за означенням та основною властивістю степеня отримаємо:

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ множників}} = \overbrace{a^{m+m+\dots+m}}^{n \text{ доданків}} = a^{mn}.$$

Отже, $(a^m)^n = a^{mn}$.

Наприклад, $(2^4)^3 = 2^{12}$.



У виразі $(a^m)^n$ показники m і n називатимемо відповідно внутрішнім і зовнішнім показниками.



Дія третього ступеня **зі степенем** зводиться до відповідної дії другого ступеня **із внутрішнім і зовнішнім показниками**:

піднесення степеня до степеня — до **множення двох показників**.

4. Дії зі степенями з різними основами


qr.orioncentr.com.ua/TNDIB

Запам'ятайте!

Властивості множення степенів з різними основами

Добуток n -х степенів
чисел a і b дорівнює
 n -му степеню
добутку ab :
 $a^n \cdot b^n = (ab)^n$.

n -й степінь добутку
чисел a і b дорівнює
добутку їх n -х
степенів:
 $(ab)^n = a^n \cdot b^n$.

Запам'ятайте!

Властивості ділення степенів з різними основами

Частка n -х степенів
чисел a і b при $b \neq 0$
дорівнює n -му
степеню частки $\frac{a}{b}$:

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n.$$

n -й степінь частки
чисел a і b , якщо $b \neq 0$,
дорівнює частці
їх n -х степенів:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$



Наведені властивості дій множення і ділення є взаємно оберненими в кожній парі.

Дізнайтеся більше

Кравчук Михайло Пилипович (1892–1942) — український математик, доктор фізико-математичних наук, професор Київського політехнічного інституту. Народився в селі Човниця на Волині.

Методи М. П. Кравчука були використані для створення першого у світі комп'ютера. М. П. Кравчук був співавтором першого тритомного словника української математичної термінології.


qr.orioncentr.com.ua/b63LP

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/Tjmnd

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
показник степеня	exponent of power	Exponent einer Potenz	exposant

Пригадайте головне

1. Які дії можна виконувати зі степенями?
2. Які закони справджуються для дій зі степенями першого ступеня? Другого ступеня?
3. Яка основна властивість степенів? Доведіть її.
4. Сформулюйте властивість частки степенів з рівними основами.
5. Яка властивість піднесення степеня до степеня? Доведіть її.
6. Сформулюйте властивість частки степенів з різними основами і рівними показниками.

Усне тренування

1. Знайдіть квадрат числа a , якщо:
 - 1) $a = 7$; 2) $a = 0,7$; 3) $a = 0,07$; 4) $a = 70$.
2. Обчисліть:
 - 1) $(-7)^2$; 2) $(-0,7)^2$; 3) $(-0,07)^2$; 4) $(-70)^2$.
3. Знайдіть куб числа a , якщо:
 - 1) $a = 2$; 2) $a = 0,2$; 3) $a = -0,2$; 4) $a = -20$.
4. Обчисліть:
 - 1) $(3)^3$; 2) $(0,3)^3$; 3) $(-0,3)^3$; 4) $(-30)^3$.

Розв'яжіть задачі

- 194'. Яка з рівностей є правильною:
 - 1) $5^2 + 5^3 = 5^5$; 3) $5^2 \cdot 5^3 = 5^5$;
 - 2) $5^2 \cdot 5^3 = 25^5$; 4) $5^2 \cdot 5^3 = 5^6$?
- 195'. Яка з рівностей є правильною:
 - 1) $6^8 : 6^2 = 1^4$; 2) $6^8 : 6^2 = 6^6$; 3) $6^8 : 6^2 = 6^4$?
- 196'. Яка з рівностей є правильною:
 - 1) $(11^3)^7 = 11^{10}$; 2) $(11^3)^7 = 11^{21}$; 3) $(11^3)^7 = 33^7$?

197'. Чи є правильною рівність:

- 1) $(12 + 5)^3 = 12^3 + 5^3$; 3) $(12 \cdot 5)^3 = 12^3 + 5^3$;
 2) $(12 + 5)^3 = 12^3 \cdot 5^3$; 4) $(12 \cdot 5)^3 = 12^3 \cdot 5^3$?

198°. Запишіть у вигляді степеня з основою 2:

- 1) $2^8 \cdot 2^3$; 3) $2 \cdot 2^{13} \cdot 2^{16}$;
 2) $2^5 \cdot 2^6 \cdot 2^{10}$; 4) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^8 \cdot 2^{10}$.

199°. Запишіть у вигляді степеня з основою 8:

- 1) $8^5 \cdot 8$; 2) $8^{16} \cdot 8^9 \cdot 8^{20}$; 3) $8^3 \cdot 8^3 \cdot 8^4$.

200°. Запишіть у вигляді степеня добуток:



- 1) $10^7 \cdot 10^5$;
 2) $0,3 \cdot 0,3^2$;
 3) $4,5^{33} \cdot 4,5^4 \cdot 4,5$;
 4) $2,1^4 \cdot 2,1^3 \cdot 2,1$;
 5) $a \cdot a^5 \cdot a^{36} \cdot a^4 \cdot a^8$;
 6) $n^4 \cdot n^4 \cdot n^4$;
 7) $-4 \cdot (-4)^9$.



qr.orioncentr.com.ua/fzg29

201°. Запишіть у вигляді степеня добуток:

- 1) $5^4 \cdot 5^3 \cdot 5^6$; 4) $m^4 \cdot m^7 \cdot m^{12}$;
 2) $0,01 \cdot 0,01^9$; 5) $(-x)^2 \cdot (-x)^{15} \cdot (-x)^{23}$;
 3) $c \cdot c^8$; 6) $\frac{a}{c} \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^6 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (c \neq 0)$.

202°. Запишіть у вигляді добутку степенів:

- 1) 5^{3+4} ; 3) 8^{m+n} ; 5) m^{2x+1} ;
 2) 10^{4+x} ; 4) x^{3+a} ; 6) a^{m+n+1} .

203°. Запишіть у вигляді добутку степенів:

- 1) 2^{1+7} ; 2) 2^{6+x} ; 3) 2^{m+n} .

204°. Подайте степінь a^{60} у вигляді добутку двох степенів, один з яких:

- 1) a^3 ; 3) a^{30} ;
 2) a^5 ; 4) a^{59} .

205°. Подайте степінь m^{25} у вигляді добутку двох степенів, один з яких:

- 1) m^2 ; 2) m^5 ; 3) m^{15} .

206°. Запишіть у вигляді степеня з основою 10:

- 1) $10^8 : 10$; 4) $10^{34} : 10^{15}$;
 2) $10^{10} : 10$; 5) $10^{20} : 10^6 : 10$;
 3) $10^{15} : 10^{13}$; 6) $10^{12} : 10^9 : 10^2$.

207°. Запишіть у вигляді степеня з основою 11:

- 1) $11^{14} : 11^4$; 2) $11^{10} : 11^6$; 3) $11^{25} : 11^{13}$.

208°. Запишіть у вигляді степеня частку:

- 1) $\frac{5^9}{5^7}$; 2) $2^{14} : 2^{10}$; 3) $\frac{(-4,6)^{22}}{(-4,6)^{20}}$; 4) $(-7)^{23} : (-7)^8$.

209°. Запишіть у вигляді степеня частку:

- 1) $\frac{7^{19}}{7^3}$; 2) $\frac{0,9^{24}}{0,9^4}$; 3) $4^{16} : 4^9$; 4) $\frac{(-c)^{51}}{(-c)^{49}} (c \neq 0)$.

210°. Запишіть у вигляді частки степенів ($n \geq 6$):

- 1) 2^{9-4} ; 4) 20^{n-4} ; 7) m^{n-6} ;
 2) 9^{13-5} ; 5) $0,9^{n-3}$; 8) 5^{n-6} ;
 3) 10^{n-1} ; 6) 7^{2n-4} ; 9) a^{4n-6} .

211°. Запишіть у вигляді частки степенів ($n \geq 5$):

- 1) 7^{5-1} ; 2) 7^{n-3} ; 3) 10^{n-5} .

212°. Запишіть у вигляді степеня з основою 0,1:

- 1) $0,1^9 \cdot 0,1^{15} : 0,1^6$; 2) $\frac{0,1^{10} \cdot 0,1^3}{0,1^5}$; 3) $\frac{0,1^{100} \cdot 0,1^{200}}{0,1^{80} \cdot 0,1^{170}}$.

213°. Запишіть у вигляді степеня з основою 5:

- 1) $5^6 \cdot 5^9 : 5^3$; 2) $\frac{5^7 \cdot 5^4}{5^9}$; 3) $\frac{5^{25} \cdot 5^{25}}{5^{12} \cdot 5^8}$.

214°. Запишіть у вигляді степеня:



- 1) $(3^5)^{10}$; 6) $(a^3)^2$;
 2) $(4^{11})^9$; 7) $(a^x)^{10}$;
 3) $(20^4)^4$; 8) $(m^{10x})^x$;
 4) $((-1)^3)^{13}$; 9) $(c^m)^n$.
 5) $((-3)^{10})^4$;



qr.orioncentr.com.ua/ZgQAH

215°. Запишіть у вигляді степеня:

- 1) $(2^2)^5$; 2) $((-10)^4)^3$; 3) $(4^x)^3$; 4) $(x^m)^p$.

216°. Знайдіть a^{12} , якщо a^4 дорівнює: 1) 5; 2) 0,2; 3) 0,01.

217°. Знайдіть a^6 , якщо a^3 дорівнює: 1) 10; 2) -2; 3) -0,3.

218°. Знайдіть x :

1) $(18)^{24} = (18^x)^8$;

3) $(2,3)^{24} = (2,3^2)^x$;

2) $(99)^{24} = (99^x)^6$;

4) $(5,09)^{24} = (5,09^x)^{24}$.

219°. Поставте знак $<$, $>$, $=$ між виразами:

1) $((-2)^5)^3$ і $((-2)^5)^2$;

3) $(-7)^5$ і $(0^2)^2$;

2) $((-2)^5)^2$ і $((-2)^2)^5$;

4) $((-1)^5)^2$ і $(-1)^{32}$.

220°. Поставте знак $<$, $>$, $=$ між виразами:

1) $((-6)^9)^5$ і $((-6)^8)^2$; 2) $(-0,7)^7$ і $(0^8)^5$; 3) $((-1)^3)^3$ і 1^{16} .

221°. Запишіть у вигляді степеня:



1) $2^5 \cdot 6^5$;

6) $12^8 : 6^8$;

2) $3^7 \cdot 4^7$;

7) $6^7 : 3^7$;

3) $2^4 \cdot 3^4$;

8) $64^4 : 8^4$;

4) $6^9 \cdot 5^9$;

9) $27^3 : 9^3$;

5) $3^3 \cdot 5^3 \cdot 4^3$; 10) $\frac{14^{11}}{7^{11}}$.



qr.orioncentr.com.ua/rivE0

222°. Запишіть у вигляді степеня:

1) $3^{21} \cdot 10^{21}$; 2) $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^6$; 3) $15^{10} : 5^{10}$; 4) $42^5 : 14^5$.

223°. Подайте у вигляді степеня вираз:

1) $9a^2b^2$;

3) $0,25a^2b^4$;

5) $0,25(a+3)^2$;

2) $8a^3b^3$;

4) $(a+3)^5a^5$;

6) $(a+3)^4(a+2)^4$.

224°. Подайте у вигляді степеня вираз:

1) $4m^2p^2$; 2) $27x^3y^6$; 3) $(m+3)^4(n+2)^4$.

225°. Подайте степінь як добуток степенів:

1) $(5ab)^6$;

4) $(-0,7abc^4)^5$;

2) $(-ab^4)^2$;

5) $\left(-\frac{1}{3}x^6y\right)^3$;

3) $(4a^3b^4)^2$;

6) $\left(1\frac{1}{2}m^5p^4\right)^2$.

226°. Подайте степінь як добуток степенів:

1) $(2ab)^8$; 2) $(-a^5b)^8$; 3) $\left(3\frac{1}{2}m^5p^4\right)^2$.

227°. Подайте у вигляді квадрата вираз:

- 1) $9a^2$; 4) $400a^{40}b^{100}$;
 2) $36a^2b^2$; 5) $0,04a^8b^6c^{10}$;
 3) $81a^{12}b^{12}$; 6) $\frac{1}{4}a^2b^{18}c^2$.

228°. Подайте у вигляді куба вираз:

- 1) $27a^{12}b^{36}$; 2) $-27a^{12}b^{36}$; 3) $-27a^9b^{15}$.

229°. Обчисліть:

- 1) $(6 \cdot 0,3)^3 : 6^3$; 4) $\frac{24^6}{6^6 \cdot 2^6}$;
 2) $(12 \cdot 5)^2 : 5^2$; 5) $\frac{36^4}{3^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4}$;
 3) $\frac{18^{19}}{9^{19} \cdot 2^{19}}$; 6) $\frac{3^3 \cdot 7^3 \cdot 4^3}{84^3}$.

230°. Обчисліть:

- 1) $(5 \cdot 8)^4 : (8)^4$; 2) $(2 \cdot 0,25)^4 : 0,25^4$; 3) $\frac{64^{42}}{32^{42} \cdot 2^{42}}$.

231°. Знайдіть *, якщо:



- 1) $15^3 = * \cdot 5^3$;
 2) $20^3 = 2^3 \cdot *$;
 3) $66^{10} = * \cdot 11^{10} \cdot 3^{10}$;
 4) $24^5 = 2^5 \cdot (*)^5$;
 5) $36^7 = 6^7 \cdot (*)^7$;
 6) $36^2 = 2^2 \cdot (*)^2 \cdot 9^2$;
 7) $36 \cdot a^4 \cdot m^2 = (*)^2$;
 8) $25 \cdot m^6 \cdot 16 \cdot c^{12} = (*)^2$;
 9) $0,01 \cdot c^{100} = (*)^2$;
 10) $125 : c^3 = (*)^3$ ($c \neq 0$).



qr.orioncentr.com.ua/4T7WH

232°. Знайдіть *, якщо:

- 1) $100^{11} = 2^{11} \cdot (*)^{11}$; 3) $100^{34} = 2^{34} \cdot (*)^{34} \cdot 5^{34}$.
 2) $100^8 = 25^8 \cdot (*)^8$;

233°. Запишіть у вигляді степеня з основою 3:

- 1) $(3^3)^5 \cdot 3^2 : 3^{12}$; 2) $\frac{(3^{10})^4 \cdot 3^7}{(3^{15})^2}$; 3) $\frac{3^{18} \cdot (3^4)^5}{3^{21} \cdot 3^{13}}$.

234°. Запишіть у вигляді степеня з основою 8:

$$1) (8^{11})^8 : (8^7)^{10}; \quad 2) \frac{(8^9)^5 : 8^{10}}{(8^7)^3} \cdot 8^4; \quad 3) \frac{8 \cdot 8^5 \cdot (8^2)^3}{8^{14} : (8^5)^2}.$$

235°. Обчисліть:

$$1) (2^3)^4 : (2^3)^2 : 2^2; \quad 3) (5^{10})^9 \cdot (5^9)^{10} : 5^{179};$$

$$2) ((-3)^6)^5 : (3^4)^7 - 3^2; \quad 4) (5^4)^{10} : 5^{39} \cdot 5^2.$$

236°. Обчисліть:

$$1) (4^6)^4 : (4^3)^8 + 4^2; \quad 2) ((-7)^2)^7 : (7^5)^2 : (-7)^3.$$

237°. Запишіть у вигляді степеня вираз ($x \neq 0, x \neq -2$):

$$1) ((x+2)^3)^7 \cdot (x+2); \quad 3) (3x)^8 : (3x)^4 : 9x^2;$$

$$2) (x+2)^8 : (x+2) \cdot (x+2)^3; \quad 4) (4x)^{15} : 64x^3 \cdot 16x^2.$$

238. Скільки дільників у числа, якому дорівнює вираз:

$$1) 3^2 \cdot 3^3; \quad 2) 7 \cdot 7^7?$$

239. Знайдіть x , якщо $a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0$ і:

$$1) a^{12}b^{36} = a^2b^{10} \cdot x; \quad 3) a^{12}b^{36} = a^{22}b^{36} : x;$$

$$2) a^{12}b^{36} = a^4b^6 \cdot x; \quad 4) a^{12}b^{36} = a^{100}b^{100} : x.$$

240. Винесіть за дужки 3^n :

$$1) 3^n + 3^{n+6}; \quad 2) 3^n - 2 \cdot 3^{2+n}; \quad 3) 3^{n+5} + 3^{n+1}.$$

241. Винесіть за дужки 2^n :

$$1) 2^n + 2^{n+1}; \quad 2) 2^n - 5 \cdot 2^{n+6}; \quad 3) 2^{n+2} - 3 \cdot 2^{n+3}.$$

242. Подайте степінь 5^{12} у вигляді степеня з основою:

$$1) 5^2; \quad 2) 5^3; \quad 3) 5^4.$$

243. Подайте степінь 4^{42} у вигляді степеня з основою:

$$1) 16; \quad 2) 64; \quad 3) 4^6; \quad 4) 4^7.$$

244. Знайдіть m^{12} , якщо m^2 дорівнює: 1) 10; 2) 0,1; 3) $\frac{1}{2}$.

245. Знайдіть c^6 , якщо c^3 дорівнює: 1) -10; 2) 0,1; 3) $-\frac{1}{5}$.

246. Обчисліть:

$$1) \left(\left(1\frac{1}{3} \right)^2 \right)^2; \quad 2) \left(\left(1\frac{1}{2} \right)^4 \right)^2; \quad 3) \left(\left(2\frac{1}{2} \right)^2 \right)^3.$$

247. Запишіть у вигляді степеня:

1) $8^4 \cdot 4^3$; 2) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 0,25 \cdot \left(\frac{1}{64}\right)^5$; 3) $0,0081 \cdot 0,3 \cdot 0,09$.

248. Запишіть у вигляді степеня з основою -2 :

1) $-8 \cdot 4$; 2) $-2 \cdot 4 \cdot 16$; 3) $-32 \cdot (-2) \cdot 64$.

249. Запишіть у вигляді степеня з основою $0,5$:

1) $0,25 \cdot 0,125$; 2) $0,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$; 3) $0,00625 \cdot 2 \cdot 5$.

250. Порівняйте значення виразів:

1) 5^{30} і 3^{50} ; 3) $((-4)^3)^5$ і $((-4)^5)^7$;
2) -9^8 і $(-3)^3$; 4) 10^8 і 9^{12} .

251. Якою цифрою закінчується число:

1) 5^{45} ; 3) 6^{10} ;
2) 10^{23} ; 4) 111^{222} ?

252. Знайдіть значення виразу $a^2 \cdot b^2$, якщо:

1) $a = 27$, $b = -\frac{1}{54}$; 2) $a = -36$, $b = -1\frac{1}{9}$.

253. Знайдіть значення виразу $(a \cdot b)^3 : c^3$ ($c \neq 0$), якщо:

1) $a = 7$, $b = -6,5$, $c = 45,5$;

2) $a = \frac{5}{7}$, $b = 6\frac{3}{10}$, $c = -4,5$.

254. Запишіть вираз у вигляді степеня:

1) $8 \cdot 0,3^2 \cdot 8^5 \cdot 0,3^4$;

2) $5^{14} \cdot 0,01^8 \cdot 5^2 \cdot 0,01^8$;

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-20)^4 : 0,5^2 : 10^4$;

4) $\left(\frac{5}{13}\right)^{65} \cdot \left(2\frac{3}{5}\right)^{35}$.

255. Спростіть вираз ($a \neq 0$, $c \neq 0$, $m \neq 0$, $n \neq 0$):

1) $(a^8 c^4)^3 : (a^6 c^3)^2$;

6) $(abc^2)^9 : (a^3 c)^2$;

2) $(n^{11} m^2)^3 \cdot (nm^3)^2$;

7) $(n^{11} m^2 p)^5 \cdot (np)^2$;

3) $(a^5 : c^2)^3 \cdot (a : c^2)^2$;

8) $(4ac^2)^3 : (2ac)^2$;

4) $(n^7 m^8)^3 : (n^2 m^2)^2$;

9) $(9n^8 m^2)^3 : (81n^4 m^2)^3$;

5) $(a^{15} a^4)^3 \cdot (a^{10} a^3)^2$;

10) $(25a^4 b^3)^2 : (5a^3 b^2)^2$.

256. Спростіть вираз ($a \neq 0, c \neq 0, m \neq 0, n \neq 0$):

1) $(a^7 c^3)^5 : (a^8 c)^3$; 3) $(n p m^2)^{22} : (n^2 m^3)^9$;

2) $(a^{10} : c^3)^2 \cdot (c^2 : a^3)^5$; 4) $(5ac)^4 : (25a^2 c^2)^2$.

257. Обчисліть:

1) $\frac{15^7}{9^3 \cdot 5^8}$; 2) $\frac{42^6}{28^5 \cdot 9^3}$; 3) $\frac{10^4 \cdot 18^5}{36^4 \cdot 5^3}$; 4) $\frac{21^4 \cdot 40^3}{140^3 \cdot 15^4}$.

258. Обчисліть:

1) $\frac{18^5}{4^3 \cdot 9^4}$; 2) $\frac{3^4 \cdot 5^3 \cdot 8^2}{30^3}$.

259*. Винесіть за дужки a^n :

1) $2a^n + a^{4n+2}$; 2) $a^{2n}c + a^{n+10} + a^n$.

260*. Якою цифрою закінчується число:

1) 209^{209} ; 2) 2023^8 ; 3) 27^{82} ; 4) 44^{55} ?

261*. Порівняйте значення виразів:

1) 36^8 і $4^8 \cdot 3^7$; 4) $4^9 \cdot 6^{12}$ і $8^{11} \cdot 3^8$;

2) $6^{15} \cdot 2^{17}$ і $4^{14} \cdot 3^{16}$; 5) 28^{15} і 9^{18} ;

3) 15^{20} і $9^{19} \cdot 5^{21}$; 6) 11^{24} і 5^{36} .

262*. Обчисліть $\frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$.

Проявіть компетентність

263. Відстань від Землі до Сонця становить $150 \cdot 10^6$ км. За який час світло подолає цю відстань, якщо швидкість світла у вакуумі — $3 \cdot 10^8$ м/с?

264. Апогей — це найбільш можлива відстань від Землі до Місяця. Вона становить близько $4 \cdot 10^5$ км. За який час космічний апарат, що рухається зі швидкістю $2 \cdot 10^8$ м/год, подолає цю відстань?



ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 2**КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Що називається числовим виразом? А значенням числового виразу?
2. У якому порядку треба виконувати дії в числовому виразі без дужок; з дужками?
3. Що називається виразом зі змінними та як обчислити його значення?
4. Що таке допустимі значення змінної для виразу зі змінними?
5. Які вирази називаються раціональними? Цілими?
6. Які вирази називаються тотожно рівними?
7. Що таке тотожне перетворення виразу? Для чого їх використовують?
8. Як зводять подібні доданки?
9. Які правила розкриття дужок?
10. Як виносять спільний множник за дужки?
11. Що таке тотожність?
12. Що означає довести тотожність? Які є способи доведення тотожності?
13. Що таке степінь числа? Основа степеня? Показник степеня?
14. Що означає піднести число a до натурального степеня n ?
15. Який порядок виконання дій у виразі, що містить степені?
16. Які дії зі степенями можна виконувати?
17. Яка основна властивість степенів?
18. Сформулюйте властивість частки степенів з рівними основами.
19. Сформулюйте властивість добутку (частки) степенів з різними основами й рівними показниками.
20. Яка властивість піднесення степеня до степеня?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

1°. Спростіть вираз $4,5n + 12,4 - 2n - 1\frac{2}{9}n$.

А. $-1\frac{5}{9}n + 12,4$.

Б. $13\frac{17}{45}n$.

В. $12,4 - 1\frac{2}{9}n$.

Г. $1\frac{5}{9}n + 12,4$.

2°. Винесіть спільний множник за дужки:
 $0,4ab - 2ac + 3,6ad$.

А. $a(0,4b - 2ac + 3,6d)$.

Б. $2a(0,4b - c + 3,6d)$.

В. $2a(0,2b - c + 1,8d)$.

Г. $2a(0,2b - c + 3,6d)$.

3°. Порівняйте: -24^3 і $(-24)^3$.

А. $-24^3 > (-24)^3$.

В. $-24^3 = (-24)^3$.

Б. $-24^3 < (-24)^3$.

Г. Не можна визначити.

4. Знайдіть значення виразу $2\frac{1}{7}(14a + b) - (3b - 2,8a)$,

якщо $a = -0,5$ і $b = 2\frac{1}{3}$.

А. $-7,2$.

Б. $7,2$.

В. $-11,4$.

Г. $-18,4$.

5°. Спростіть вираз $\frac{(a^5 \cdot a)^3 \cdot 2a^6}{(a^{14} : a^8)^4}$.

А. 2.

Б. $2a^2$.

В. $2a^4$.

Г. 0.



Розділ 3. ОДНОЧЛЕНИ І МНОГОЧЛЕНИ

У розділі дізнаєтесь:

- який вираз називають одночленом; многочленом;
- які властивості дій з одночленами/многочленами;
- про формули скороченого множення;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 7. ОДНОЧЛЕН. ДІЇ З ОДНОЧЛЕНАМИ

1. Що таке одночлен?

Ситуація. У своїх лепбуках за темами «Коло і круг», «Прямокутник і квадрат» учні помітили одну особливість у виразах для обчислення периметра і площі квадрата зі стороною a (мал. 7, а), об'єму і площі повної поверхні куба з ребром a (мал. 7, б), довжини кола і площі круга з радіусом r (мал. 7, в).



qr.orioncentr.com.ua/iohJJ

$$\begin{aligned} P &= 4a \\ S &= a^2 \end{aligned}$$

а

$$\begin{aligned} V &= a^3 \\ S &= 6a^2 \end{aligned}$$

б

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ S &= \pi r^2 \end{aligned}$$

в

Мал. 7



Яка це особливість?

Усі ці вирази є цілими і містять лише дії множення й піднесення до степеня.



Запам'ятайте!

Цілий вираз, що є добутком чисел, змінних та їх натуральних степенів, називають *одночленом*.

Наприклад, $32a$, xy , $32axy$, x^2 — це одночлени.



Самі числа, змінні та їх степені з натуральними показниками також є одночленами.

Наприклад, 5 , -5 , a , x^2 , $-x^2$ — це одночлени. Їх називають найпростішими одночленами.



Чи є вираз $5 \cdot \frac{1}{x}$ одночленом?

Ні, бо цей вираз не є цілим.



2. Дії першого ступеня з одночленами



Як додати одночлени з однаковою буквеною частиною?

Їх додають як подібні доданки.



Коротко говоримо: *суму згорнули в одночлен.*

Задача 1

Чи можна згорнути в одночлен суму одночленів:

1) $25x^5y^2$ і $15x^5y^2$;

2) $25x^4y^2$ і $15x^5y^2$?

Розв'язання

1. Дані одночлени $25x^5y^2$ і $15x^5y^2$ мають ту саму буквену частину x^5y^2 , тому в сумі ці доданки можна звести:

$$25x^5y^2 + 15x^5y^2 = 40x^5y^2.$$

Отже, суму даних одночленів можна згорнути в одночлен.

2. Дані одночлени $25x^4y^2$ і $15x^5y^2$ мають різні буквені частини x^4y^2 і x^5y^2 , тому в сумі ці доданки не є подібними і їх не можна звести:

$$25x^4y^2 + 15x^5y^2.$$

Отже, дану суму не можна згорнути в одночлен.



Щоб подати у вигляді одночлена суму (різницю) одночленів:

- 1) з'ясуйте, чи є подібні доданки в даному виразі;
- 2) якщо всі доданки є подібними, то зведіть їх.



Якщо в сумі подібних доданків немає або не всі доданки є подібними, то даний вираз **не можна подати у вигляді одночлена**.

3. Дії другого ступеня з одночленами



Чи можна добуток одночленів згорнути в одночлен?

Так.



Задача 2 Знайдіть добуток одночленів $-0,2x^4y^6$ і $5axy^2$.

Розв'язання Запишемо добуток усіх найпростіших одночленів, що входять до кожного з даних одночленів:

$$\begin{aligned} & -0,2x^4y^6 \cdot 5axy^2 = \\ & = -0,2 \cdot x^4 \cdot y^6 \cdot 5 \cdot a \cdot x \cdot y^2. \end{aligned}$$

Застосувавши переставний і сполучний закони, згрупуємо числові множники та множники з однаковими змінними:

$$\begin{aligned} & -0,2 \cdot x^4 \cdot y^6 \cdot 5 \cdot a \cdot x \cdot y^2 = \\ & = (-0,2 \cdot 5) \cdot x^4x \cdot y^6y^2 \cdot a. \end{aligned}$$

Застосуємо основну властивість степеня та обчислимо добуток числових множників:

$$(-0,2 \cdot 5) \cdot x^4x \cdot y^6y^2 \cdot a = -1 \cdot x^5 \cdot y^8 \cdot a = -x^5y^8a.$$

Отже, $-0,2x^4y^6 \cdot 5axy^2 = -ax^5y^8$.



В одночленах:

- числовий множник **1 не записують**;
- від числового множника **-1 залишають тільки знак «-»** перед буквеною частиною.

4. Дія третього ступеня з одночленами

qr.orioncentr.com.ua/RHMAI



Чи можна одночлени підносити до степеня?

Так, спираючись на закони множення та властивості дій зі степенями.



Задача 3 Піднесіть до п'ятого степеня одночлен:

1) $2x$; 2) $-x^5y^8a$.

Розв'язання

$$1. (2x)^5 = 2^5 \cdot x^5 = 32x^5.$$

$$2. (-x^5y^8a)^5 = (-1)^5 \cdot (x^5)^5 \cdot (y^8)^5 \cdot a^5 = -x^{25}y^{40}a^5.$$



Щоб піднести одночлен до n -го степеня, піднесіть до цього степеня кожний його множник.

5. Стандартний вигляд одночлена



Який одночлен вважають записаним у стандартному вигляді?

Упорядкований за певними правилами (табл. 9).



Таблиця 9

Добуток	Одночлен	
	довільний вигляд	стандартний вигляд
$2x^3 \cdot 5ab$	x^310ab	$10abx^3$
$-0,2x^4y^6 \cdot 5axy^2$	$-x^4y^6axy^2$	$-ax^5y^8$



Щоб подати одночлен у стандартному вигляді:

- 1) знайдіть добуток числових множників і результат запишіть першим множником;
- 2) знайдіть добуток усіх степенів з однаковими основами і результати запишіть наступними множниками.

В одночленах, записаних у стандартному вигляді, числовий множник називають *коефіцієнтом одночлена*. Наприклад:

одночлен	$-0,2x^4y^6$	$5axy^2$	$-c^8x^5y$
коефіцієнт	$-0,2$	5	-1

Запам'ятайте!

Степенем одночлена називається **сума показників степенів змінних**, що входять до нього.



Як знаходити степінь одночлена?

Спираючись на означення, наприклад, як у таблиці 10.



Таблиця 10

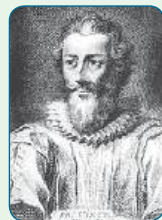
Одночлен	Сума показників	Степінь одночлена
$-0,2x^4y^6$	$4 + 6$	10
$5axy^2$	$1 + 1 + 2$	4
$5a^2$	2	2
8	0	0



Будь-яке число, відмінне від нуля, — це одночлен, степінь якого дорівнює нулю.

Дізнайтеся більше

До XVI ст. математичні викладки велися переважно словесно. Французький математик **Франсуа Вієт** (1540–1603) розмежував числа, величини та відношення і запропонував спеціальну буквену символіку. Він показав, що, оперуючи символами, можна розв'язати задачу в загальному вигляді. Вієта називають «батьком» алгебри.



qr.orioncentr.com.ua/63i08

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/51OqR

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
одночлен	monomial	Monom (<i>m</i>)	monôme

Пригадайте головне

1. Що таке одночлен?
2. Що означає додати одночлени?
3. Чи завжди можна добуток одночленів подати у вигляді одночлена?
4. Як піднести одночлен до степеня?
5. Який вигляд одночлена називають стандартним?
6. Що називають коефіцієнтом одночлена?
7. Як обчислити степінь одночлена?

Усне тренування

Обчисліть:

$$\begin{array}{lll} 1) 6^2 + 8^2; & 0,6^2 + 0,8^2; & 60^2 + 80^2; \\ 2) 12^2 + 5^2; & 1,2^2 + 0,5^2; & 120^2 + 50^2. \end{array}$$

Розв'яжіть задачі

- 265'.** Який з даних виразів є одночленом:
- 1) a^3 ;
 - 2) $3,6$;
 - 3) $a^2 + 356$;
 - 4) 0 ;
 - 5) $x^2y^3z^{12}$;
 - 6) $x + y$?
- 266'.** Які дії треба виконати, щоб знайти суму одночленів:
- 1) $a + 3a + (-a)$;
 - 2) $-5c + c + 6c$;
 - 3) $7x^2 + 2x^2$?
- 267'.** Який із даних виразів є різницею одночленів $-45ab$ і $5ab$:
- 1) $50ab$;
 - 2) $-50ab$;
 - 3) -40 ;
 - 4) $-40ab$?
- 268'.** Який із даних виразів є добутком одночленів $-0,5xy$ і $4x^2$:
- 1) $-0,2x^2y$;
 - 2) $2x^2y$;
 - 3) $-2x^3y$;
 - 4) $0,9xy$?

269'. Які помилки допущено при піднесенні одночлена до квадрата:

1) $(0,2a)^2 = 0,4a^2$;

3) $(-3xy)^2 = -9x^2y^2$;

2) $(5ab^3)^2 = 5a^2b^5$;

4) $\left(2\frac{1}{3}b^5a^7\right)^2 = 4\frac{1}{9}b^{10}a^2$?

270'. Чи правильно заповнено таблицю 11?

Таблиця 11

Одночлен	$3,5x$	y	-1	a^6b^2	$2a^3$	ab
Коефіцієнт одночлена	3,5	1	-1	8	2	1
Степінь одночлена	0	1	0	1	3	1

271'. Чи можна згорнути в одночлен суму одночленів:

1) $34xy^2$ і $1\frac{8}{11}xy^2$; 2) $4,6x^9y^2$ і $4,6x^8y^2$; 3) $35a$ і $4,6$?

272'. Запишіть суму одночлена $4xy$ і одночлена:

1) -2 ; 2) $3xy$; 3) y .

273'. Знайдіть суму одночленів:



1) $-2x$, $-8x$ і $17x$;

2) x^2 , $0,5x^2$ і $22x^2$;

3) $-xy$, xy і $9xy$;

4) $5x^3$, $25x^3$, $6x^3$ і $-15x^3$.



qr.orioncentr.com.ua/hk8oh

274'. Згорніть суму в одночлен:

1) $1,1xy^2 + 6,9xy^2$;

2) $\frac{5}{8}x^{10} + (-2x^{10})$;

3) $10a + b + (-10a) + 3b$;

4) $4,1a + 0,2a + (-5a)$;

5) $4m + 2m + 54m + (-60m)$;

6) $n^3 + 3n^2 + n^2 + 2n^3 + (-3n^3)$.

275'. Знайдіть суму одночленів:

1) $9m$, m і $12m$;

2) a^2 , $12a^2$ і $-34a^2$;

3) $-3ac$, $4ac$ і ac .

276°. Знайдіть різницю одночленів:

4) $-46mp$ i $21mp$;

5) $4m^4$ i $-2,5m^4$;

6) $-5\frac{1}{5}n^2$ i $-2n^2$.

277°. Знайдіть різницю одночленів:

2) $-x^5$ i $-4x^5$;

3) $-10,5b$ i $7b$.

278°. Подайте одночлен у вигляді добутку найпростіших одночленів:

$$2) -7\frac{5}{7}xyz^2;$$

2) $-7\frac{5}{7}xyz^2$; 3) $-a^4b$; 4) a^3bxy^2 .

3) $-a^4b$; 4) a^3bxy^2 .

279. Подайте одночлен у вигляді добутку найпростіших одночленів:

2) $-mn$;

3) ab^2y^3 .

280°. Знайдіть добуток одночленів:

$$\frac{1}{9}x^5y; \quad 2) \quad 2\frac{1}{6}a^3c^4 \text{ і } 3a^4;$$

1) $7,2x^4 + \frac{1}{9}x^5y$; 2) $2\frac{1}{6}a^3c^4 + 3a^4$; 3) $-10ab^2 + -3b$.

3) $-10ab^2$ i $-3b$.

281°. Знайдіть добуток одночлена $10a^3c^4b^5$ та одночлена:

3) $-10ab^2$;

1) $1,6xy$; 3) $-10ab^2$; 5) $\frac{8}{25}ac^6b^{14}$;

$$\frac{8}{25}ac^6b^{14};$$

4) $2\frac{1}{5}a^3c^4b^5$;

2) $-3b$; 4) $2\frac{1}{5}a^3c^4b^5$; 6) $3a^4x^4$.

6) $3a^4x^4$.

282°. Знайдіть добуток одночленів:

$$1; 2) -2x^5y^3 \text{ i}$$

1) $6x$ і $-0,2y$; 2) $-2x^5y^3$ і $3y^2x^7$; 3) $-10abc$ і $2,5ab^6c^3$.

$2y; \quad 2) -2x^5y^3 \text{ i}$

$$3y^2x^7; \quad 3) -1$$

$0abc$ i $2,5ab^6c^3$.

283°. Знайдіть квадрат одночлена:

$$2) \frac{4}{5}a^3;$$

1) $5xy^3$; 2) $\frac{4}{5}a^3$; 3) $-a^2bc^6$.

3) $-a^2bc^6$.

284°. Знайдіть куб одночлена:

2) xy ;

1) $-x^{21}y^{32}$; 2) xy ; 3) $4a^3c^4b^5$;

1) $-x^{21}y^{32}$; 2) xy ; 3) $4a^3c^4b^5$; 4) $4\frac{4}{5}a^6cb^2$.

4) $4\frac{4}{5}a^6cb^2$.

285°. Піднесіть до десятого степеня одночлен:

$$2) x^6 y^8;$$

1) $-x^5y^2$; 2) x^6y^8 ; 3) $a^5b^{65}pc$.

$$2) x^6 y^8;$$

3) $a^5b^{65}pc.$

286°. Піднесіть до степеня n одночлен x^5zy^2 , якщо n дорівнює: 1) 2; 2) 8; 3) 34; 4) 100.

287°. Піднесіть до степеня n одночлен $-xy^2$, якщо n дорівнює: 1) 3; 2) 5; 3) 200; 4) 125.

288°. Зведіть вираз до одночлена стандартного вигляду:



- 1) $5 \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot x$;
- 2) $a^3 \cdot a^3 \cdot a^3$;
- 3) $m^2 \cdot 3m \cdot 6$;
- 4) $-0,1 \cdot x \cdot 10 \cdot x^2 \cdot y$;
- 5) $2k^2 \cdot 3 \cdot l$;
- 6) $a^6 \cdot a^5$.



qr.orioncentr.com.ua/jUgTO

289°. Зведіть вираз до одночлена стандартного вигляду:

- 1) $-1 \cdot x \cdot 2 \cdot x \cdot x$;
- 2) $0,5 \cdot a \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot 0,2$.

290°. Який степінь має одночлен:

- 1) xy ;
- 2) $-\frac{5}{7}$;
- 3) $9k^{32}l^{18}$;
- 4) a^6b^5 ;
- 5) $0,32a$;
- 6) $-4сpxy$?

Назвіть коефіцієнт одночлена.

291°. Знайдіть степінь одночлена:

- 1) $0,26$;
- 2) $-7c$;
- 3) $4x^2m$;
- 4) $a^{10}b^5$.

Назвіть коефіцієнт одночлена.

292. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 12?

Таблиця 12

Одночлен	$-xy$	$0,26a^2$	a	$1,75b$	$-7x$	$81y$	$0,5a^2$
Одночлен							
Сума одночленів	$34xy$	0	$21a$	b	$\frac{5}{8}x$	0	$1\frac{1}{2}a^2$

293. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 13?

Таблиця 13

Одночлен	$-3xy$	$0,26a^2$	$-7ac$	$1,5b$	a^2
Одночлен					
Різниця одночленів	$5xy$	0	$9,2ac$	$-b$	$\frac{3}{4}a^2$

294. Спростіть вираз $b - 4a^3b^2 + (2b)^2a^3 + 3b$ та знайдіть його значення, якщо:

1) $a = 2\frac{1}{54}$, $b = -1$; 2) $a = -\frac{1}{36}$, $b = -\frac{3}{4}$.

295. Подайте одночлен $5\frac{3}{5}xma^3c^4$ у вигляді добутку:

- 1) двох одночленів;
- 2) двох одночленів, один з яких $1,2ma^2$;
- 3) двох одночленів, один з яких $-7c$.

296. Подайте xa^3 у вигляді добутку трьох одночленів.

297. Знайдіть одночлен, квадрат якого дорівнює:

1) $16a^8b^{14}$; 2) $1\frac{9}{16}x^6y^8$; 3) $0,0001a^{100}c^{40}b^{50}$.

298. Знайдіть одночлен, квадрат якого дорівнює:

1) $49b^2$; 2) $100x^{40}y^{20}$; 3) $0,04a^4c^4b^8$.

299. Знайдіть значення виразу $(a^2)^4 \cdot (a^4)^2 \cdot (a^2)^3 \cdot (a^2)^3 - a^{28}$, якщо $a = -0,0001$.

300. Знайдіть добуток одночленів:

1) $0,24x^4y^{16}$, $5z^2xy^2$ і $2z^{10}x^{15}y^2$;
 2) $3\frac{5}{8}(y^6)^5$, $(x^8)^2$, $-0,8zxy^9$ і $-\frac{3}{4}z^{12}y$;
 3) $0,4x^4y^{16}$, $-1,5x$, $-y^2$ і $0,02x^{15}y^2$.

301. Зведіть одночлен до стандартного вигляду:

1) $-0,5 \cdot x^{10} \cdot 26 \cdot y^{21} \cdot a \cdot 0,1 \cdot x \cdot y^{19}$;
 2) $\frac{2}{5} \cdot a^3 \cdot b^5 \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot c^4 \cdot b^8 \cdot a^2 \cdot 40 \cdot b^2$;
 3) $-0,125 \cdot x^7 \cdot y^7 \cdot 16 \cdot x \cdot y^2 \cdot 10^2 \cdot y^{22} \cdot y^{24}$;
 4) $-6(y^6)^5 \cdot x^3 \cdot (y^8)^2 \cdot (x \cdot x^5)^6$.

Знайдіть степінь і коефіцієнт одночлена.

302. Зведіть одночлен до стандартного вигляду:

1) $-0,25 \cdot x^8 \cdot 8 \cdot y^3 \cdot 0,1 \cdot x^8 \cdot y^6$;
 2) $\frac{3}{4} \cdot x^3 \cdot y^8 \cdot 16 \cdot x \cdot c^{10} \cdot (-0,25) \cdot x^3$.

Знайдіть степінь і коефіцієнт одночлена.

- 303.** Ребро куба a зменшили на 10 %, а потім ще на 15 %. На скільки відсотків зменшився об'єм куба?
- 304*.** Подайте одночлен $-0,08zx^{11}y^5$ у вигляді добутку двох одночленів, степені одного з яких дорівнює:
1) 4; 2) 10; 3) 0.
- 305*.** Знайдіть n , за якого рівність є правильною:
1) $(b^2 \cdot a^5 \cdot a^n)^{2n} = (ba^5)^{20}$;
2) $a^2 \cdot b^2 \cdot a^{8n} \cdot a^{2n} = b \cdot a^8 \cdot b \cdot a^8 \cdot (a^8)^2$.
- 306*.** Знайдіть значення виразу $(a^{n+1} \cdot b^n ba^{n+3})^2 \cdot (a(ba)^{n+1})^6$, якщо $a^{5(n+2)} = 5$, $b^{4(n+1)} = 0,4$.
- 307*.** Визначте знак одночлена:
1) $((-b^{200})^{301} \cdot (-b)^{515})^{24}$, якщо $b < 0$;
2) $(-a)^{1001} \cdot (-2a \cdot (-c)^{15})^5$, якщо $a < 0$, $c > 0$.

Проявіть компетентність

- 308.** Початкову ціну a грн за 1 альбом знизили спочатку на 10 %, а потім — ще на 10 %. На скільки гривень менше коштують c альбомів після двох знижок?



- 309.** Початкова ціна товару — a грн. Яка ціна товару після трьох знижок на:
1) 10 %; 2) 30 %?



§ 8. МНОГОЧЛЕН ТА ЙОГО СТАНДАРТНИЙ ВИГЛЯД

1. Що таке многочлен?

Ситуація. Галина й Денис допомагали батькам розрахувати площу даху їхнього будинку (мал. 8). Оскільки вони не знали точних розмірів даху, то позначили їх буквами. Свої результати Галина й Денис записали так:



Мал. 8



qr.orioncentr.com.ua/GLbg5

Галина

$$S = 2ad + 2bc + 2ab + cd$$

Денис

$$S = 2(a + c)(b + d) - cd$$



Чим відрізняються записи результатів Галини й Дениса?



Галина записала результат як суму одночленів, а Денис подав його складнішим виразом.

Запам'ятайте!

Вираз, що є сумою кількох одночленів, називається **многочленом**, а кожний доданок цієї суми — **членом многочлена**.

Задача 1 Чи можна перетворити у многочлен вираз:

1) $3 : (5x^3 - y^2)$; 2) $3(5x^3 - y^2)$?

Розв'язання

Вираз	Чи є вираз цілим?	Перетворення	Результат
$3 : (5x^3 - y^2)$	ні	—	перетворити у многочлен не можна
$3(5x^3 - y^2)$	так	розкриття дужок	многочлен $15x^3 - 3y^2$



Будь-який **цілий** вираз можна перетворити у многочлен.



Назву «многочлен» дають виразу лише за його початковим виглядом.

Виділяють окремі види многочленів.

Двочлен
 $7x + xy$

Тричлен
 $7x + xy + 2$



Вважають, що будь-який одночлен також є многочленом.



Чи можна спрощувати многочлен?



Так.

Наприклад: $4x^5y^2 - 3 - 5x^5y^2 = -x^5y^2 - 3$.

2. Стандартний вигляд многочлена

qr.orioncentr.com.ua/yNYh0



Який многочлен вважають записаним у *стандартному вигляді*?



У якого кожний член є одночленом стандартного вигляду і немає подібних доданків (табл. 14).

Таблиця 14

Запис многочлена	
<i>Довільний вигляд</i>	$7yx - xy + 10abx^3 - x^4y^6axy^2 + 2 - 5$
<i>Стандартний вигляд</i>	$6xy + 10abx^3 - ax^5y^8 - 3$



Щоб звести многочлен до стандартного вигляду:

- 1) подайте кожний член многочлена в стандартному вигляді;
- 2) зведіть подібні члени многочлена.

Для многочлена можна визначити *старший член*. У таблиці 15 наведено міркування для многочлена $5axy^2 - 0,2x^4y^6$.

Таблиця 15

Член многочлена	Сума показників	Степінь члена многочлена	Чи є старшим членом многочлена?
$5axy^2$	$1 + 1 + 2$	4	Ні
$-0,2x^4y^6$	$4 + 6$	10	Так

Запам'ятайте!

Степенем многочлена називається степінь його старшого члена.

Задача 2 Знайдіть степінь многочлена:

1) $x^2 - 15xy - x^5y^2 - 3$; 2) $x^3y^2 - x^2y^3$.

Розв'язання

1. Старшим членом многочлена $x^2 - 15xy - x^5y^2 - 3$ є член $-x^5y^2$. Його степінь дорівнює 7. Тому степінь многочлена дорівнює 7.

2. Многочлен $x^3y^2 - x^2y^3$ має два члени однакового степеня 5. Степінь цього многочлена дорівнює 5.



Щоб визначити степінь многочлена, знайдіть степінь кожного його члена та з'ясуйте, який із них є найбільшим.

Знайшовши степені членів многочлена, його можна *впорядкувати за степенями членів*. Наприклад:

$$\begin{aligned} x^2 - 15xy - x^5y^2 - 3 &= \\ &= -x^5y^2 + x^2 - 15xy - 3. \end{aligned}$$

Дізнайтеся більше

1. Виділяють особливі види многочленів, які знайшли широке застосування в математиці. *Симетричний многочлен* — многочлен від n змінних (n — натуральне число), що не змінюється при будь-яких перестановках змінних. Наприклад, симетричними є многочлени від двох змінних: $-43xy + x^5y^2 + x^2y^5$, $x^2 - 9 + y^2$. Справді, якщо в цих многочленах замінити x на y , а y на x , то одержимо такий самий многочлен.

2. **Гіпатія** (близько 350-370-415) — грецька жінка-астрономія, філософія, математикиня. Донька математика Теона з Александрії. Гіпатія отримала гарну освіту, в Афінах вивчала праці Платона й Арістотеля. А потім, повернувшись до Александрії, викладала математику, механіку, астрономію та філософію. qr.orioncentr.com.ua/72800



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/УрЕр6

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
многочлен	polynomial	Polynom (<i>n</i>)	polynôme

Пригадайте головне

1. Що таке многочлен?
2. Які члени многочлена називають подібними?
3. Який член многочлена називають старшим?
4. Що називається степенем многочлена?
5. Як визначити степінь многочлена?
6. Як упорядкувати многочлен за степенями його членів?

Усне тренування

1. Перетворіть у десятковий дріб:

1) $\frac{1}{4}$; 2) $4\frac{1}{5}$; 3) $1\frac{3}{4}$; 4) $\frac{3}{8}$; 5) $\frac{5}{8}$; 6) $2\frac{1}{20}$.

2. Знайдіть число, обернене до даного:

1) 3; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 0,4; 4) 0,03; 5) $1\frac{3}{4}$; 6) $2\frac{1}{20}$.

Розв'яжіть задачі

310. Який із даних виразів є многочленом:

1) $3a^2 \cdot x^3$;

3) $5 : x^3$;

2) $x^3 + x^{12}$;

4) $\frac{3}{x} + 5x$?

311'. Назвіть одночлени, сума яких є многочленом:

1) $4x + 3$;

3) $6x + 4 + x^3 + 2x^2$;

2) $5x^5 + x^6 + x$;

4) $x^{10} + 3x^5 + 7$.

312'. Запишіть двочлен, що є сумою одночленів:

1) x^2, x ;

2) $2x, 6$;

3) $4x, 6x$;

4) a^2, a^3 .

313'. Запишіть тричлен, що є сумою одночленів:

1) $x^2, x, 5$;

2) $x, 4x, 2x$;

3) x^3, y^3, z^3 .

314'. Чи правильно виділено подібні члени многочлена:

1) $a^2 + 2x^2 + 2a + 2x + x$;

2) $a^2 + x^2 + a + x + x$;

3) $a^2 + x^2 + a + x + x$;

4) $a^2 + 4x^2 + a^3 + 4$?

315'. У якому випадку правильно зведено подібні члени многочлена $-x^2 - x + 1 + 2x^2 + 3x + 4 + 2x$:

1) $-2x^2 - 3x + 5$;

3) $x^2 - 5x + 5$;

2) $x^2 - x + 5$;

4) $x^2 + 4x + 5$?

316'. Чи правильно, що старшим членом многочлена $x^3 + 5x^2 + 4x + x^5 + 3$ є:

1) x^3 ; 2) x^5 ; 3) $5x^2$; 4) 3; 5) $4x$?

317'. Який із даних многочленів записано в стандартному вигляді:

1) $x^2 + 3x + x^2 + 2$; 3) $2x^2 - 2x^3$;

2) $x \cdot x + 5x + 2$; 4) $-3x - x^2$?

318'. Чи можна згорнути многочлен в одночлен:

1) $3 + 4x + 3x$; 2) $x^2 + x^2$; 3) $3x + 5x + 4x$?

319°. Назвіть одночлени, які є членами многочлена:

1) $x - 7$; 3) $6x - 2y^2$;

2) $x^9 + 10x$; 4) $4 - 3n^3m + n^2$.

320°. Назвіть одночлени, які є членами многочлена:

1) $7ac + 4$; 2) $6x^{12} - x$; 3) $a - 6c - 2c^2$.

321°. Запишіть многочлен, що є сумою одночленів:

1) $4a^2, -a, 2a^2, 9, a^3$; 3) $-5x^8, -4x^4, 8, 6x$;

2) $-2, 3x, -x^2, x^5$; 4) $2ac^3, -3c^2, -5$.

322°. Зведіть подібні члени многочлена:

1) $12x + 9 - 4x - 5$;

2) $-2a + 10b + 7b - 13a$;

3) $6n + 8n - 5n - 3n + 7$;

4) $x^2 + 3x - 4x^2 + 2x$;

5) $-ac + a^2 - ca + 3a^2 + 2ca$;

6) $4,5xy - 6x^4 - 5\frac{1}{2}xy - 4x^4 + xy$.

qr.orioncentr.com.ua/JcPxL



323°. Зведіть подібні члени многочлена:

- 1) $-5x + 11x - 4x + 9x$;
- 2) $3,8 - 7x^2 + 3,4 - 4x^2 - 3x^2$;
- 3) $-5m^2 - 5m + 1 + 2m^2 + 9 + 2m$.

324°. Спростіть вираз:

- 1) $xx^2 + x^2 + \frac{1}{2}x^5 + (-0,5x^5)$;
- 2) $100 + p^2 + 1,4p - 2p^2 + 0,6p - 28$;
- 3) $-4 + 3ab^2a + ab + 5 - 3ab + a^2b^2$;
- 4) $-x^2 + xy^2 + 3x^2 - 8yux$.

325°. Назвіть старший член і степінь многочлена:

- 1) 5;
- 2) $4 + 3x$;
- 3) $1 + xy + x^2$;
- 4) $-2 + 7xy + 5x^3$.

326°. Назвіть старший член і степінь многочлена:

- 1) $50 + a$;
- 2) $-50 + a + b$;
- 3) $2 - 27ab + a$.

327°. Упорядкуйте за степенями членів многочлен:

- 1) $2 + 4a + 6a^8 + 1,8a^5 + 3a^2 - 2a^{10} - a^4$;
- 2) $xy^2 + 19x^2 + 3xy + 3xy^3$;
- 3) $1,6ab + b^2a^2 - 2b^3a^3 + 3,7$;
- 4) $7x^4 + 7x^5 - x^3 - 10x^2 - 6$.



328°. Упорядкуйте за степенями членів многочлен:

- 1) $2 + 3x^2 - x^4 + 4x + 2x^3$;
- 2) $y^2 + x^2 + 5xy + xy^3 + 8$.

qr.orioncentr.com.ua/7t6jn

329°. Дано многочлен $2xy - 3x - xy^2 - 8x^4y + 5$. Запишіть:

- 1) одночлени, які складають многочлен;
- 2) вільний член многочлена;
- 2) старший член многочлена;
- 4) степінь многочлена.

Упорядкуйте за степенями членів многочлен.

330°. Дано многочлен $-3a^6 - a^4 + a + 0,2a^3$. Запишіть:

- 1) одночлени, які складають многочлен;
- 2) вільний член многочлена;

3) старший член многочлена;

4) степінь многочлена.

Упорядкуйте за степенями членів многочлен.

331. Знайдіть суму двох чисел, одне з яких дорівнює $k\%$ числа 48, а інше — $d\%$ числа 100.

332. Знайдіть суму двох чисел, одне з яких дорівнює 40% числа k , а інше — 20% числа d .

333. Початкова ціна товару — a грн. Яка ціна товару після двох послідовних знижок на $a\%$? Відповідь запишіть у вигляді многочлена.



334. Ребро куба a збільшили на $a\%$, а потім — ще на $a\%$. Знайдіть довжину ребра куба після двох збільшень. Відповідь запишіть у вигляді многочлена.

335. Зведіть подібні члени многочлена:

1) $7xy^2 + 7x^2y - 4yx^2 + 4xy^2 + xy - x^2y$;

2) $10a^2 - 7a - 3b^2 - 3a + (-4a) - 21a^2 - 4a + 2b^2$;

3) $14m - 3n^3 - 2m - 3n^2 - 54m + 4n^3 + (-n)^3 - n^3$.

336. Спростіть многочлен $-0,5b - 4a^3b^2 + (2b)^2a^3 + \frac{1}{4}b + a + (-0,5)^2b$ та знайдіть значення отриманого виразу, якщо $a = 2$, $b = -\frac{9}{73}$.

337. Запишіть у стандартному вигляді многочлен:

1) $-(yz)^2 + xy^2 + x^2x - yux$;

2) $(a^2)^5 + 0,3(a^2)^3 - a^{10} + 0,7(a^3)^2 - a^6$;

3) $5\frac{1}{5}(x^2)^2 + \frac{1}{8}(x^3 \cdot x^5 \cdot x^2) - 0,2x^4 + (-0,125x^{10}) + 1$;

4) $4y^4y^5 + 4 + (-2^3)^2 \cdot ((-0,5y)^3)^3 - y \cdot (2y^2)^4$;

5) $0,4axy^2 \cdot a + (-3xy)^2 - x^2x^3 - 1,5a^2(-x) \cdot (-y)^2 + x^5$.

Який степінь отриманого многочлена?

338. Запишіть у стандартному вигляді многочлен:

1) $0,1(y^2)^2 + 6,9y^2 + \frac{1}{8}y^8 - 0,125yy^7$;

$$2) (2k^8)^3 - (2k^3k)^6 - 0,72k^3 - 1,2k^2 \cdot 0,6k;$$

$$3) -a^2b^6 - 3a^5b^2 + (-b^2a)^2b^2 - 24b^4a^3.$$

Який степінь отриманого многочлена?

- 339.** Подайте многочлен $5x^2 - x + 6$ у вигляді суми чотирьох одночленів, один з яких дорівнює:
1) x^2 ; 2) $2x^2$; 3) $5x$; 4) $-5x$; 5) x ; 6) 8 .
- 340.** Скільки різних многочленів можна утворити з одночленів $10a^3c$, $6xy$, a^3 ?
- 341*.** Дано одночлени $10a$, $6xy$, a^3 , $3b$, 5 . Утворіть із них многочлен, старший член якого дорівнює: 1) $10a$; 2) $6xy$; 3) 5 ; 4) a^3 . Скільки розв'язків має задача?
- 342*.** Знайдіть степінь многочлена, у який перетвориться даний вираз:
1) $(2b \cdot 3b^nba^n)^2 + (-4b)^3 \cdot (b^2)^n \cdot \frac{3}{4}a^{2n}b - 4b^3$;
2) $a^{n+3} \cdot a^{n+2} + b^3 \cdot a^{n+2} + b \cdot (ba^{n+1})^2$.
- 343*.** Спростіть вираз $(b \cdot a^5)^{2n} \cdot a + ba^6a^{10} + a^2 \cdot b^8 \cdot a^{8n} \cdot a^{4n} - b(a^8)^2 - b^na \cdot b^n \cdot a^{10n}$ та знайдіть степінь многочлена.

Проявіть компетентність



- 344.** Початкову ціну a грн за 1 кг крупи знизили на 10 %, а початкову ціну b грн за 1 кг цукру знизили на 5 %. На скільки гривень зменшиться вартість 4 кг цукру і 8 кг крупи після цієї знижки? Складіть вираз за умовою задачі, спростіть його та обчисліть, якщо $a = 12$, $b = 10$.
- 345.** На першу клітинку шахової дошки поклали k зерняток, на другу — у k разів більше, ніж на першу, на третю — у k разів більше, ніж на другу і т. д. Скільки зерняток буде на: 1) шести клітинках; 2) десяти клітинках? Відповідь запишіть у вигляді многочлена.

§ 9. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ

1. Додавання многочленів

Ситуація. Олег з Оксаною розв'язували задачу: «Легковий автомобіль був у дорозі 3 год. Його швидкість протягом перших двох годин руху становила a км/год, а решту часу — була на 10 км/год більшою. Яку відстань проїхав автомобіль?». Дані задачі та деякі висновки вони розмістили в таблиці 16.



qr.orioncentr.com.ua/zFtWw

Таблиця 16

	Час	Швидкість	Відстань
I частина шляху	2 год	a км/год	$2a$ км
II частина шляху	1 год	$(a + 10)$ км/год	$(a + 10)$ км



Як знайти відстань, яку проїхав автомобіль?

Додати два многочлени $2a$ і $a + 10$.



Запам'ятайте!

Додати (відняти) многочлени означає скласти вираз, що є сумою (різницею) даних многочленів, та спростити його, якщо це можливо.

Задача 1 Знайдіть суму многочленів

$$2y^2 + x^2y - 5 \text{ і } 3 - 7x^2y.$$

Розв'язання

Складемо вираз:

$$(2y^2 + x^2y - 5) + (3 - 7x^2y) =$$

Розкриємо дужки:

$$= 2y^2 + x^2y - 5 + 3 - 7x^2y =$$

Зведемо подібні члени:

$$= 2y^2 - 6x^2y - 2 =$$

Упорядкуємо за степенями: $= -6x^2y + 2y^2 - 2$.



Сума многочленів завжди має зміст.

2. Віднімання многочленів

Задача 2 Знайдіть різницю многочленів

$$2y^2 + x^2y - 5 \text{ і } 3 - 7x^2y.$$

Розв'язання

Складемо вираз: $(2y^2 + x^2y - 5) - (3 - 7x^2y) =$

Розкриємо дужки: $= 2y^2 + x^2y - 5 - 3 + 7x^2y =$

Зведемо подібні члени: $= 2y^2 + 8x^2y - 8 =$

Упорядкуємо за степенями: $= 8x^2y + 2y^2 - 8.$



Під час додавання (віднімання) двох многочленів знаки членів другого компонента дії:

- **залишаємо без змін**, якщо виконуємо **додавання**;
- **змінюємо на протилежні**, якщо виконуємо **віднімання**.

Додавання многочленів підкоряється переставному і сполучному законам додавання.

3. Скорочений запис числа

qr.orioncentr.com.ua/IJZCo



Як коротко записати число, у якому a сотень, b десятків і c одиниць?

Скорочений запис числа розгортають у суму розрядних доданків так:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

$\overline{abc}.$



Задача 3 Знайдіть двоцифрове число, яке більше за суму своїх цифр на 18, а за добуток цифр — на 14.

Розв'язання Нехай $\overline{ac}$ — шукане число, тоді:

$$\overline{ac} = 10a + c,$$

$a + c$ — сума цифр шуканого числа,

ac — добуток його цифр.

За умовою, $10a + c - (a + c) = 18$, звідси:

$$10a + c - a - c = 18, 9a = 18, a = 2.$$

За умовою, $10a + c - ac = 14$. Урахувавши, що $a = 2$, одержимо:

$$20 + c - 2c = 14, c = 6.$$

Отже, 26 — шукане число.

Дізнайтеся більше

У десятичній системі числення для запису чисел використовуються десять цифр. У цій системі будь-яке ціле невід'ємне число можна подати за допомогою степенів числа 10 ($10^1 = 10$; $10^2 = 100$ і т. д.). Наприклад: $25 = 20 + 5 = 2 \cdot 10 + 5 = 2 \cdot 10^1 + 5 = 25_{10}$. Індекс внизу вказує систему числення, у якій записане дане число.

Двійкова система числення — це система, у якій для запису чисел використовуються дві цифри: 0 і 1. Щоб записати число, його подають за допомогою степенів числа 2. Наприклад, $25 = 16 + 8 + 1 = 2^4 + 2^3 + 1 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1$. Звідси $25 = 11001_2$.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/c4V4t

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
сума многочленів	sum of polynomials	Summe der Polynome	somme de polynômes

Пригадайте головне

1. Що означає — додати многочлени?
2. Як віднімають многочлени?
3. Сформулюйте закони додавання для многочленів.
4. Як коротко записати двоцифрове число? Трицифрове число?

Усне тренування

1. Знайдіть значення виразу:

1) $-3564 : (-9) \cdot (-11 \cdot 2 + 22)$;

2) $-16 : (14 + 240 : 120) - 324$.

2. Обчисліть:

1) $56 : (-0,08) : \frac{7}{9}$; 2) $81 : (-0,9) : 3 \cdot (-0,01)$.

Розв'яжіть задачі

346'. Чи правильно виконано додавання двочлена $a + x$ та одночлена x :

- 1) $a + x + x = a + 2x$;
 2) $2(a + x) + x = 2a + 2x^2$?

347'. Треба знайти різницю многочленів:

- 1) $3y + 4x$ і $2x$; 2) $4y$ і $y^2 + 8y$.

Перед якими одночленами треба змінити знак?

348'. Чи правильно подано число як суму розрядних доданків:

- 1) $\overline{ab} = a + 10b$; 3) $\overline{ba} = 10a + b$;
 2) $\overline{ab} = 10a + b$; 4) $\overline{ba} = 10b + a$?

349°. Знайдіть суму многочленів:

- 1) m і $m + 4$; 6) $mn + m^2$ і nm ;
 2) $3c$ і $4d - c$; 7) k^2 і $k^2 - k$;
 3) x і $-x + y$; 8) $1,25x$ і $0,25x + x^2$;
 4) 10 і $5d + 0,4$; 9) $-5d$ і $-d + 5d^2 + 1$;
 5) cd і $3 + 2cd$; 10) $-5z$ і $-9z^2 + 5z + 9$.

350°. Знайдіть суму многочленів:

- 1) x і $2x + 5$; 3) x^2 і $-x^2 + x$;
 2) $7x$ і $-x - y$; 4) 4 і $10x + 12$.

351°. Виконайте додавання многочленів:

- 1) $x + y$ і $-x + y$; 7) $8x^2 + 9$ і $5x^2 + 3$;
 2) $m + 3n$ і $-m - n$; 8) $x + 5y$ і $-4x + y$;
 3) $x + 4$ і $-x - 6$; 9) $x^2 + y^3$ і $x^2 - y^3$;
 4) $4x + 3$ і $7x - 1$; 10) $4k^2 - k$ і $4k^2 + k$;
 5) $x^2 + 3x$ і $x^2 - 2x$; 11) $5a^2 + 7$ і $-a^2 + 4a$;
 6) $7y^2 - 2y$ і $y^2 - y$; 12) $a - 3$ і $a^2 - 2a + 3$;
 13) $7k^2 + 2k + 2$ і $-3k^2 - k + 4$;
 14) $4x^2 + 2y + xy$ і $-x + 4xy$.

352°. Виконайте додавання многочленів:

- 1) $x + 2y$ і $5x - y$; 3) $x^2 + y^2$ і $x^2 - y^2$;
 2) $m + 3$ і $m - 2$; 4) $2y^2 - 2y$ і $-5y^2 + y$.

353°. Доведіть тотожність:

$$1) (y - 2x) + (x + 3y) + (x - 4y) = 0;$$

$$2) (4x - y) + (-7x + y - 1) + (3x + 1) = 0.$$

354°. Доведіть тотожність $(3x - 4y) + (4y - 3x) = 0$.

355°. Знайдіть різницю многочленів:

$$1) m \text{ і } m + m^2;$$

$$8) m + 5n \text{ і } m - n;$$

$$2) x^2 \text{ і } x^2 - 3;$$

$$9) x^2 + 6x \text{ і } -x^2 + 2x;$$

$$3) m + m^2 \text{ і } m;$$

$$10) y^2 + y \text{ і } -y^2 - y;$$

$$4) 10 \text{ і } 5x + 0,4;$$

$$11) x + 3y \text{ і } -3x + y;$$

$$5) x \text{ і } -x + y;$$

$$12) x^2 + 7y^2 \text{ і } x^2 - 7y^2;$$

$$6) -3m \text{ і } -5m + 8;$$

$$13) -x^2 - x + 12 \text{ і } x^2 - x - 4;$$

$$7) a + y \text{ і } -a + y;$$

$$14) x^2 + 4y^2 + xy \text{ і } -x^2 + xy.$$

356°. Знайдіть різницю многочленів:

$$1) a \text{ і } a + y;$$

$$5) x^2 - 5x + 9 \text{ і } -5x - 2;$$

$$2) m + n \text{ і } -n;$$

$$6) 5x^3 + x^2 + x \text{ і } x^3 - x^2 + x.$$

$$3) x^2 + 8x \text{ і } -8x^2 + x;$$

$$4) y^2 + 4 \text{ і } -y^2 - 3y;$$

357°. Якими даними треба



доповнити порожні клітинки таблиці 17?



qr.orioncentr.com.ua/G3Rar

Таблиця 17

Одночлен	2	x	y^2	x^4
Многочлен	$a + 3$	$-5x + 7$	$-y^2 + 1$	$5x^4 - 4x^2$
Сума				
Різниця				

358°. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 18?

Таблиця 18

Многочлен	$a + b$	$30x$	$y + 5$
Многочлен	$a - b$	$15 - 10x$	$-y + 10$
Сума			
Різниця			

359°. Знайдіть значення виразу:

- 1) $(3x^2 + 4x + 1) + (x + 5) - (x^2 + 5x)$, якщо $x = 3$;
- 2) $(4x + 9) - (3x - 7) - 63$, якщо $x = -100$;
- 3) $(3x + 2) - (x - 7) + (-2x - 14) + 5$, якщо $x = 0,643$;
- 4) $(x^4 + x^2 + 3x) - (x^4 + x^2 - 2x)$, якщо $x = 5$.

360°. Знайдіть значення виразу:

- 1) $(2x - 1) - (5x - 2) - 11$, якщо $x = 10$;
- 2) $(m^4 + m^3 + m^2 + 1) - (m^4 - m^3 + m^2)$, якщо $m = 2$.

361°. Складіть скорочений



запис числа, у якого:

- 1) b десятків і c одиниць;
- 2) c десятків і a одиниць;
- 3) m десятків і n одиниць;
- 4) k десятків і p одиниць;
- 5) a сотень, b десятків і c одиниць;
- 6) a сотень, c десятків і a одиниць;
- 7) a сотень, a десятків і n одиниць;
- 8) p сотень, p десятків і p одиниць;
- 9) 6 сотень, 8 десятків і n одиниць;
- 10) p сотень, 7 десятків і 2 одиниці.

Подайте це число як суму розрядних доданків.

qr.orioncentr.com.ua/KuHzN



362°. Складіть скорочений запис числа, у якого:

- 1) a десятків і p одиниць;
- 2) c сотень, a десятків і p одиниць.

Подайте це число як суму розрядних доданків.

363. Спростіть вираз:

- 1) $(-3ab + 2a^2b) + (6ab - a^2b + 5b)$;
- 2) $(2a^2 + 3a + 4b) + (2a - 3a^2 - b)$;
- 3) $(0,5a + b) + \left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)$;
- 4) $\left(1\frac{2}{3}a^2 + 6,3b^2\right) + \left(-\frac{2}{3}a^2 - 4b^2\right) + (-a^2 + 4)$;
- 5) $(7xy^2 + 7x^2y - 5x^2 + 2) + (3xy + 3xy^2 - x^2)$;
- 6) $(a^2 + 2b^2) + (3a^2 + c - b^2) + (-c - 2a^2) + (-2a^2 - b^2)$;
- 7) $4,8a^2 - 0,1ab + 5,6b^2 + 3,7a^2 - 3,5b^2 - 2 - 3,1ba + 2$.

364. Доведіть, що сума:

- 1) трьох послідовних натуральних чисел ділиться на три;
- 2) п'яти послідовних натуральних чисел ділиться на п'ять.

365. Доведіть, що сума трьох послідовних парних натуральних чисел ділиться на шість.

366. Знайдіть різницю многочленів:

- 1) $0,9a + 0,8b$ і $0,1a - 0,2b$;
- 2) $\frac{1}{2} + m$ і $\frac{3}{4}m + \frac{3}{2} + n$;
- 3) $0,2m^3 + 0,1m + \frac{1}{2}$ і $0,5 + m$;
- 4) $100 + k^2 + 1,4k$ і $1,2k^2 - 0,6k - 100$;
- 5) $9,7m + 3,02mn - 3,1n^2$ і $-1,3m - 5mn + 4m^2$.

367. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 19?

Таблиця 19

Многочлен	$2x^2 - y^2 - 6$		$y^3 - 4y^4 + 5$
Многочлен		$x^3 + x - 5$	
Сума	$5x^2 + 3y^2 - 3$	$x^4 + x^3 + x^2 + 4x$	$-y^2 + y^5 - 3$

368. Нехай $a = x^2 + x - y - 2$, $b = 3x^2 - x + 15 + y$, $c = -4x^2 + 2x - 3$.

Спростіть вираз: 1) $a + b + c$; 2) $a - b + c$.

369. Знайдіть значення виразу:

- 1) $(1,4xy^2 + 5xy + 0,25) - (xy - 1,8xy^2 + 0,75) - (3,2xy^2 - 3)$, якщо $xy = -1$;
- 2) $(4y^2 - 5x^2 + 8) - (3y^2 - 1,25y + 10 - 6x^2) - 1\frac{1}{4}y$, якщо $x^2 + y^2 = 2$.

370. Знайдіть значення виразу $9x^2 + (x^2 - x^3) + (x^3 - x^4) + \dots + (x^9 - x^{10}) - (4 - x^{10})$, якщо $x = 0,5$.

- 371.** Доведіть, що значення виразу $(\frac{1}{2}am + \frac{3}{4}a) - (0,5am - \frac{1}{2}) - (0,75a + 6)$ не залежить від значення змінних, що входять до нього.
- 372.** Доведіть, що значення виразу $(x^2 + 4x + 2) - (x^2 - 12x - 2)$ кратне числу 4 за будь-якого натурального значення x .
- 373.** Доведіть, що значення виразу $(46a - 3) - (a - 12)$ кратне числу 9 за будь-якого натурального значення a .
- 374.** Запишіть у вигляді многочлена вираз:
- 1) $\overline{abc} - \overline{ab}$;
 - 2) $\overline{abc} + \overline{ab}$;
 - 3) $\overline{abc} - \overline{ab} + \overline{acb}$;
 - 4) $\overline{abc} + \overline{ab} - \overline{acb}$;
 - 5) $\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac}$;
 - 6) $\overline{abc} - \overline{acb} - \overline{bac}$.
- 375.** Запишіть у вигляді многочлена вираз:
- 1) $\overline{ba} - \overline{ab}$;
 - 2) $\overline{ba} + \overline{aa} + \overline{ba}$.
- 376.** Доведіть, що різниця двоцифрового числа і числа, яке записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку, ділиться на 9.
- 377.** Доведіть, що сума двоцифрового числа і числа, яке записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку, ділиться на 11.
- 378*.** Знайдіть усі трицифрові числа $\overline{abc}$, для яких виконується умова $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 444$.
- 379*.** У чотирицифровому числі перша цифра (кількість тисяч) — 7. Якщо в даному числі цю цифру переставити на останнє місце, то одержимо число, менше від даного на 864. Знайдіть це число.
- 380*.** Знайдіть трицифрове число $\overline{abc}$, якщо воно дорівнює сумі чисел $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{ca}$.

Проявіть компетентність

381. Ви поклали в банк А x грн під 20 % річних, а в банк В — y грн під 30 % річних. Який прибуток ви одержите через два роки?



382. У вас є три відра, кожне з яких уміщує цілу кількість літрів. Якщо вилити повне перше відро води у друге, то вона займе $\frac{2}{3}$ його об'єму, а якщо вилити у третє, то $\frac{3}{4}$ його об'єму. Сума об'ємів трьох відер менша від 30 літрів. Знайдіть об'єм кожного відра.



§ 10. МНОЖЕННЯ МНОГОЧЛЕНІВ

1. Множення одночлена на многочлен

Ситуація. Олег з Оксаною розв'язували задачу: «Першого дня легковий автомобіль їхав b год зі швидкістю a км/год, а другого — на 2 год довше з тією самою швидкістю. Яку відстань проїхав автомобіль другого дня?». Дані задачі та деякі висновки вони розмістили в таблиці 20.



qr.orioncentr.com.ua/Vl6gu

Таблиця 20

	Час	Швидкість	Відстань
I день	b год	a км/год	ab км
II день	$(b + 2)$ год	a км/год	$a(b + 2)$ км



Як знайшли відстань, яку проїхав автомобіль за другий день?

Помножили одночлен a на многочлен $b + 2$.



Запам'ятайте!

Помножити многочлен на одночлен означає скласти вираз, що є сумою добутків даного одночлена і кожного члена многочлена.

Задача 1 Знайдіть добуток одночлена y^2 і многочлена $-x + 2y$.

Розв'язання

Складемо вираз:

Розкриємо дужки:

Подамо як многочлен:

$$\begin{aligned} y^2 \cdot (-x + 2y) &= \\ &= y^2 \cdot (-x) + y^2 \cdot 2y = \\ &= -xy^2 + 2y^3. \end{aligned}$$



Чи зміниться добуток одночлена і многочлена, якщо їх поміняти місцями?

Ні.



$$\begin{aligned} \text{Наприклад, } y \cdot (x + 1) &= xy + y, \\ (x + 1) \cdot y &= xy + y. \end{aligned}$$

$$\text{Звідси } y(x + 1) = (x + 1)y.$$



Множення одночлена і многочлена підкоряється переставному і сполучному законам множення, а також розподільному закону множення відносно додавання.

2. Множення многочленів

qr.orioncentr.com.ua/3xbfM

Запам'ятайте!

Помножити многочлен на многочлен — означає скласти вираз, що є сумою добутків кожного члена одного многочлена на кожний член іншого многочлена.

Задача 2 Знайдіть добуток многочленів $y^2 - y$ і $2y - 1$.

Розв'язання

Складемо вираз:

$$(y^2 - y) \cdot (2y - 1) =$$

Запишемо суму добутків: $= y^2 \cdot (2y - 1) + (-y) \cdot (2y - 1) =$

Розкриємо дужки: $= y^2 \cdot 2y + y^2 \cdot (-1) + (-y) \cdot 2y + (-y) \cdot (-1) =$

Подамо як многочлен: $= 2y^3 - 3y^2 + y$.



Щоб помножити многочлени:

- помножте кожний член одного многочлена на кожний член іншого многочлена;
- спростіть отриманий многочлен, якщо це можливо.



Чи можна підносити многочлени до степеня?

Так.



Наприклад:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b),$$

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b).$$

Запам'ятайте!

Піднести многочлен до степеня $n > 1$ означає скласти вираз, що є добутком n множників, кожний з яких є даним многочленом.

Дізнайтеся більше

Митропольський Юрій Олексійович (1917–2008) — видатний механік і математик, академік Національної академії наук України. Народився в селі Чернишівка на Полтавщині. З 1950 р. Ю. О. Митропольський працював в Інституті математики НАН України, який згодом і очолив. Він є автором понад 750 наукових праць.

qr.orioncentr.com.ua/o26D5



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/YlgjE

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
добуток многочленів	product of polynomials	Produkt der Polynome	produit de polynômes

Пригадайте головне

1. Як помножити одночлен на многочлен?
2. Як помножити многочлен на многочлен?
3. Що називають степенем многочлена з натуральним показником, більшим за 1?
4. Які закони справджуються для множення многочленів?

Усне тренування

1. Обчисліть:

$$1) -\frac{2}{9} : (-18); \quad 2) -\frac{3}{11} \cdot \left(-\frac{11}{15}\right); \quad 3) -\frac{18}{25} : (-0,36).$$

2. Знайдіть значення виразу $(a + b)^2$, якщо:

$$1) a = 2, b = -4; \quad 2) a = -\frac{1}{3}, b = -1\frac{2}{3}; \quad 3) a = -\frac{2}{5}, b = 2,4.$$

3. Знайдіть значення виразу $a^2 + b^2$, якщо:

$$1) a = -3, b = 4; \quad 2) a = 10, b = -6; \quad 3) a = 5, b = 0,2.$$

4. Знайдіть значення виразу $(a - b)^2$, якщо:

$$1) a = 2, b = -4; \quad 2) a = -2, b = 4; \quad 3) a = -2, b = -4.$$

Розв'яжіть задачі

383'. Чи правильно виконано множення многочлена і одночлена:

$$1) (1 + x) \cdot x = 1 + 2x; \quad 2) (1 + x) \cdot x = x + x^2?$$

384'. Знайдіть добутки $x \cdot (a + b)$ і $(a + b) \cdot x$. Порівняйте отримані многочлени.

385'. Знайдіть добутки $(x \cdot (a + b)) \cdot x$ і $(a + b) \cdot (x \cdot x)$. Порівняйте отримані многочлени.

386'. Чи правильно виконано множення многочленів:

- 1) $(1 + x) \cdot (x + 2) = 2 + 2x$;
- 2) $(1 + x) \cdot (x + 2) = 3 + 2x$;
- 3) $(1 + x) \cdot (x + 2) = x^2 + 2x + 2$;
- 4) $(1 + x) \cdot (x + 2) = x^2 + 3x + 2$?

387'. Яка з рівностей є правильною:

- 1) $(x + y)^2 = (x + y) \cdot 2$;
- 2) $(1 + x)^2 = (1 + x) \cdot (x + 1)$;
- 3) $(y + x)^3 = (y + x) \cdot (x + y) \cdot (x + y)$?

388°. Помножьте одночлен і двочлен:



- 1) $-x \cdot (x + y)$;
- 2) $x \cdot (x - y)$;
- 3) $x \cdot (x - 1)$;
- 4) $m \cdot (3m + 2)$;
- 5) $(m + 2) \cdot m$;
- 6) $3m \cdot (1 + m)$;
- 7) $(a + b) \cdot (-2a)$;
- 8) $(a^2 + b^2) \cdot 4a$;
- 9) $(mn - n) \cdot 7m$;
- 10) $k^2 \cdot (-k^2 + k)$;
- 11) $-10x \cdot (1,5x^2 + x)$;
- 12) $-5d \cdot (-d - 1)$.



qr.orioncentr.com.ua/M15Px

389°. Знайдіть добуток:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $m \cdot (m + n)$; | 4) $3m \cdot (m - m^2)$; |
| 2) $10 \cdot (5x - 4)$; | 5) $(mn + m^2) \cdot 2nm$; |
| 3) $-8 \cdot (d - 2)$; | 6) $k \cdot (k^2 + k)$. |

390°. Перетворіть вираз у многочлен та спростіть його:

- 1) $3a \cdot (a - a^2) + (a^2 + a) \cdot 3a$;
- 2) $(a + b) \cdot (-2a) + a(b - a)$;
- 3) $10x \cdot (x + 3y) - 2xy \cdot (x - 4)$;
- 4) $2 \cdot (3a^2 + 2a + 4) - (-2a + 3) \cdot a$.

391°. Перетворіть вираз у многочлен та спростіть його:

- 1) $a \cdot (a + 3) + (8 - a) \cdot 4a$;
- 2) $10x \cdot (x + y) - 5y \cdot (2x - 4y)$;
- 3) $2a \cdot (a^2 + 2a + 4) - a^2 \cdot (2a + 4)$.

392°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $2(4 - x) + 3(2x - 8) = 0$;
- 2) $5(1 + 6x) - 3(8x - 1) = 0$;
- 3) $x(x - 4) - x^2 + 8 = 0$;
- 4) $x(x - 8) + 5x(x - 1) - 6x^2 = 26$.

393°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $2(4x - 1) + 3(2 - x) + 6 = 0$;
- 2) $20x(1 - 2x) + 5x(8x + 1) = 0$.

394°. Знайдіть добуток двочленів:

- 1) $(y + x) \cdot (-x - y)$;
- 2) $(y + x) \cdot (x + y)$;
- 3) $(y + x) \cdot (-x + y)$;
- 4) $(-y + x) \cdot (x - y)$;
- 5) $(2 + x) \cdot (2x + 1)$;
- 6) $(x + 3) \cdot (x + 9)$;
- 7) $(-2x + 4xy) \cdot (-x + xy)$;
- 8) $(-xy + y^2) \cdot (2 - xy)$;
- 9) $(x^2 + 3y^2) \cdot (x^2 + 2y^2)$;
- 10) $(2x^3 + x) \cdot (x^5 - 4)$;
- 11) $\left(\frac{1}{2}m + 0,5n\right) \cdot (m^2 - 2n)$;
- 12) $\left(-\frac{5}{2}k + s\right) \cdot \left(\frac{1}{2}s - 2\right)$.


qr.orioncentr.com.ua/ypTfl
395°. Виконайте множення:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $(n + m) \cdot (n + m)$; | 4) $(2x + 1) \cdot (3x - 4)$; |
| 2) $(8 + x) \cdot (x - 5)$; | 5) $(2a + x) \cdot (2x + a)$; |
| 3) $(x + 4) \cdot (-x + 6)$; | 6) $(x^2 + 5y^2) \cdot (y^2 - x^2)$. |

396°. Знайдіть квадрат двочлена:

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1) $(a + 2)^2$; | 3) $(b^2 + 1)^2$; |
| 2) $(2a - c)^2$; | 4) $(-x - 2)^2$. |

397°. Знайдіть квадрат двочлена:

- | | | |
|------------------|------------------|--------------------|
| 1) $(x + 4)^2$; | 2) $(x - y)^2$; | 3) $(x^2 + 2)^2$. |
|------------------|------------------|--------------------|

398°. Виконайте множення многочленів:

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $(x^4 + x^2 + 2)(x^2 + 12)$; | 2) $(x^4 - x^2 - 2)(x^2 - 12)$; |
|----------------------------------|----------------------------------|

3) $(a + b + 2)(a - b)$;

5) $(k^2 - k + 1)(k^4 - 3)$;

4) $(a - b - 2)(a + b)$;

6) $(k^2 + k - 1)(k^4 + 3)$.

399°. Виконайте множення многочленів:

1) $(m^4 + m^2 + 1) \cdot (m^2 - 1)$;

2) $(a - b - 1) \cdot (a + b)$;

3) $(x^2 - 3x + 4) \cdot (x - 5)$.

400°. Обчисліть значення виразу:

1) $(a + 2)(a^2 - 2a - 4) - a^3$, якщо $a = -1,4$;

2) $\left(\frac{1}{2}b + 3\right)(5b - 1) - 2,5b^2$, якщо $b = 0,5$;

3) $0,4(1 + x) + 0,3(x + 2) - 1$, якщо $x = -10$;

4) $(-1 + 3x)(x - 5) - (x - 2) \cdot 3x - 8$, якщо $x = 2,03$.

401°. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + (2 - x)(x + 1) = 0$;

2) $x^2 + (4 - x)(x - 1) = 0$;

3) $(5 - x)(x + 6) + x(x - 8) = 0$;

4) $(x + 1)(x - 1) + (9 - x)(x - 2) = 0$;

5) $(4 - x)(4x - 3) + (1 + 2x)(2x - 1) = 0$;

6) $(x - 5)(x - 2) - (x + 1)(x + 8) = 0$;

7) $(x - 1)(x + 1) - (x - 3)(x - 2) = 0$;

8) $(x - 3)(x - 4) = (x - 8)(x - 1)$.

402°. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + (3 - x)(x - 6) = 0$;

2) $(1 - x)(x + 1) + x(x - 6) = 0$;

3) $2x(x + 5) - (2x - 8)(x + 10) = 0$;

4) $(x + 2)(x - 4) + (3 - x)(x - 5) = 6$;

5) $(x - 1)(x - 6) = (x - 2)(x - 5)$.

403. Виконайте множення:

1) $10x \cdot (7y - x) \cdot 2$;

3) $-3 \cdot (2k^2 + 5k - 3) \cdot k$;

2) $y \cdot (x - 2y^2) \cdot y$;

4) $b \cdot (a^2 + b^2) \cdot a$.

404. Виконайте множення:

1) $xy \cdot (x - 2) \cdot 5$;

2) $3a \cdot (4 - a) \cdot (-2)$;

3) $xy \cdot (xy - 1) \cdot xy$.

405. Спростіть вираз:

- 1) $x^2y(xy^2 + xy) - (1 + y)x^3y^3$;
- 2) $0,3abc(2ab + c) + (-b^2a^2 - 0,7acb)0,6c$;
- 3) $xyz(x^2y^2 - z^2) + x^3(-zy^3 + z^2) - z^3(-xy + 2)$.

406. Спростіть вираз:

- 1) $a^2(a^2 + 1) - a^4(a^4 + 1) + a^8(a^8 + 1) - a^{16}(a^{16} + 1)$;
- 2) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$.

407. Обчисліть значення виразу:

- 1) $((x^3 + 1)x + 1)x + 1 - x^5$, якщо $x = 1,3$;
- 2) $(2x^2 + 4x + 3)(x + 2) - (2x^2 + 6)(x + 1)$, якщо $x = -\frac{5}{6}$.

408. Обчисліть значення виразу $((x^2 + 2)x - 3)x - x^4$, якщо $x = 1,5$.

409. Спростіть вираз:

- 1) $(x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x + y)(x^2 - xy + y^2)$;
- 2) $(2b + a)(4b^2 + a^2 + 4ab)$;
- 3) $(0,2x + y)(\frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{5}xy + y^2)$;
- 4) $(2abc - 4b^2c^2 + 5ac)(6cb + 3a^2)$;
- 5) $(x^2 + 4x + 2x^3 + 3)(x + 2) - 2(x^3 + 1)(x + 2)$.

410. Спростіть вираз:

- 1) $(a - 1)(a^2 + a + 1) - (a + 1)(a^2 - a + 1)$;
- 2) $\left(\frac{1}{2}b - 2a^2\right)(0,25b^2 + 2a^4 + a^2b)$;
- 3) $(x - y)(x + y) + (y + x)(-x - y)$.

411. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $(b^2 - 2b)b + 2b(b - 1) - (b^2 + b)(b + 1)$, якщо $b = -1,5$;
- 2) $(c^3 + 10)c - (c^2 + 10)(c^2 + 50) + 60c(c + 1)$, якщо $c = 0,5$.

412. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $(x + 4)(x + 3) - (x - 4)(x - 3) - 2x$, якщо $x = -0,02$;
- 2) $3(x - 2)^2 + 0,5x(2x + 4) - (2x)^2$, якщо $x = -1,01$.

413. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(x + 1)(x + 5) + (0,5x - 1)6x = 4(1 + x^2)$;
- 2) $(x - 1)(2x - 1)x + (1 - 2x)(x - 1) = 2x - 1$;
- 3) $(x + 6)^2 = (x - 2)^2$.

414. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення x :

- 1) $(1 + x)(x + 9) - (3 + x)(x + 7)$;
- 2) $(4 + x)(x - 7) - x(x - 3)$;

- 3) $(2x - 1)(3x + 2) - (2 + 6x)\left(x - \frac{1}{6}\right)$.

415. Доведіть, що вираз набуває додатних значень за будь-якого значення m :

- 1) $2m(m^3 + 3m - 2) + 2(2m + 1)$;
- 2) $(2 + m)^2 - 4(m - 2) + m^2$.

416. Доведіть, що вираз $(4 + 5m)(3m - 1) - 7(m - 4)$ набуває додатних значень за будь-якого значення m .

417*. Перетворіть вираз у многочлен та спростіть його:

- 1) $(-a^2 + 3b^2)(-3b^2 - a^2) - (a^2 + 4)^2 + (2b + 8)(4,5b^3 + 2)$;
- 2) $(0,25a^2b^3 + 0,2a - ba)(4a + b^2a^2) - \frac{1}{4}ba^2(-16 + b^4a^2)$;
- 3) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$;
- 4) $(a + b + c)(a + b - c) - (b + a)^2$.

418*. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $(x - 2)(5 - x)^2 - x^2(x - 12) + 5$, якщо $x = -0,2$;
- 2) $\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 1)(x + 1) - x^2\left(x + \frac{1}{2}\right)$, якщо $x = 0,012$.

419*. Спростіть вираз:

- 1) $x^{n+1}(x^{2n-1} + 1) - (x^{n+1} + 1)^2 + x^n(-x^{2n} + x)$;
- 2) $a^{n+2} - a(b^{n+1} + a^{n+1}) - b^{2n}(a^2b \cdot b^2a - (ab)^3)$.

420*. Доведіть тотожність:

- 1) $(a - 1)(a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1) = a^6 - 1$;
- 2) $(a + 1)(a^4 - a^3 + a^2 - a + 1) = a^5 + 1$;
- 3) $(a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1) = a^n - 1$.

421*. Обчисліть $(x - 1)(x - 2)\dots(x - 100)$, якщо $x = 87$.

- 422*.** Помноживши двоцифрове число на суму його цифр, отримали 814. Знайдіть це число.
- 423*.** Якщо між цифрами двоцифрового числа вписати це саме число, то отримане число буде більшим за дане в 77 разів. Знайдіть це число.
- 424*.** Знайдіть усі числа $\overline{abc}$, якщо $0,1\overline{ab} \cdot c = c + a + b$.
- 425*.** Знайдіть найменше шестицифрове число, яке зменшується у три рази при перенесенні останньої цифри, що дорівнює 1, на перше місце.
- 426*.** Знайдіть цілі значення a, b, c , за яких для будь-якого x є правильною рівність $ax^2(x+1) + b(x^2+1) \times (x-6) + cx(x^2+1) = 5x + x^2 + 6$.

Проявіть компетентність

- 427.**  Площа ділянки прямокутної форми дорівнює 100 м^2 . Якщо кожную її сторону збільшити на 5 м, то площа ділянки збільшиться на 170 м^2 . Знайдіть довжину огорожі початкової ділянки.
- 428.**  Стіл у x разів дешевший від шафи, а стілець — у x разів дешевший від стола. Скільки гривень заплатили за 16 стільців, 3 столи і 2 шафи, якщо стілець коштує a грн?

§ 11. КВАДРАТ ДВОЧЛЕНА

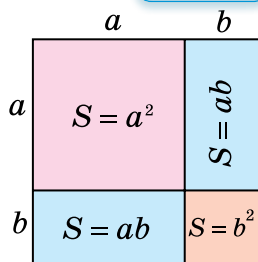
qr.orioncentr.com.ua/xvoOH



1. Квадрат суми. Квадрат різниці

Ситуація. Кожну сторону a квадрата збільшили на b . Для знаходження площі отриманого квадрата Марічка вирішила обчислити суму площ його частин так, як показано на малюнку 9, і записала:

$$\begin{aligned} S &= (a + b)^2 = a^2 + b^2 + ab + ab = \\ &= a^2 + b^2 + 2ab. \end{aligned}$$



Мал. 9



Чи правильно міркувала Марічка?

Так.



Проведіть цей дослід самостійно.

Запам'ятайте!

Квадрат $\frac{\text{суми}}{\text{різниці}}$ двох
одночленів дорівнює
сумі квадратів цих одночленів
 $\frac{\text{та їх}}{\text{без їх}}$ подвоєного добутку.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab.$$

Наведені тотожності називаються *формулами скороченого множення*. Вони можуть трапитись вам і в такому вигляді:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

Формули квадрата суми і квадрата різниці двох одночленів є тотожностями, тому їх можна застосовувати й у зворотному порядку:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2;$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

2. Повний квадрат двочлена

Тричлен $a^2 + 2ab + b^2$ називають *повним квадратом двочлена*, оскільки його можна згорнути у квадрат двочлена $(a + b)^2$.

Тричлен $a^2 - 2ab + b^2$ теж є повним квадратом двочлена і його можна згорнути у квадрат двочлена $(a - b)^2$.



qr.orioncentr.com.ua/qnmjv

Разом повний квадрат суми/різниці двочлена можна подати так:

$$a^2 \pm 2ab + b^2.$$

Задача Спростіть вираз $(a + b)^2 - ab$.

Розв'язання

Запишемо даний вираз: $(a + b)^2 - ab =$

Розгорнемо квадрат суми: $= a^2 + 2ab + b^2 - ab =$

Зведемо подібні доданки: $= a^2 + ab + b^2.$

Тричлен $a^2 + ab + b^2$ називають *неповним квадратом суми*.

Тричлен $a^2 - ab + b^2$ називають *неповним квадратом різниці*.



Повний квадрат можна згорнути у квадрат двочлена.

Неповний квадрат **не можна** згорнути у квадрат двочлена.

Дізнайтеся більше

До формул скороченого множення відносять ще дві формули — куба суми двох одночленів та куба різниці двох одночленів.

Формулу куба суми двох одночленів можна одержати, подавши куб двочлена як добуток однакових множників та розгорнувши цей добуток у многочлен:

$$(a + b)^3 = (a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a + b) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Формули куба суми та куба різниці:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/mNfq5

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
квадрат суми	square of sum	Quadrat einer Summe	carré d'une somme

Пригадайте головне

1. Які тотожності називають формулами скороченого множення?
2. Запишіть формули для обчислення квадрата суми двох одночленів та квадрата різниці двох одночленів.
3. Який вираз називають повним квадратом суми двох одночленів?
4. Чи можна згорнути повний квадрат суми двох одночленів у квадрат двочлена? А неповний квадрат?

Усне тренування

1. Обчисліть:

1) $5^3 + 5^2$; 2) $5^3 - 5^2$; 3) $5^2 - 5^3$; 4) $5^3 : 5^2$.

2. Обчисліть:

1) $(9 \cdot 0,3)^3 : 9^3$; 3) $(4 \cdot 35)^4 : (7 \cdot 20)^4$;
2) $(27 \cdot 0,1)^2 : 9^2$; 4) $(88 \cdot 9)^6 : (11 \cdot 72)^6$.

3. Обчисліть:

1) $10^{18} : 10 : 10^{15}$; 3) $(10^4)^2 \cdot 10^7 : 10^{13}$;
2) $10^{20} \cdot 10^5 : 10^{24}$; 4) $(4^5)^3 : (4^3)^5 \cdot 4^2$.

Розв'яжіть задачі

429'. Чи правильно, що:

1) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$; 2) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + ab$?

430'. Укажіть правильну формулу:

1) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab - b^2$; 3) $(a - b)^2 = a^2 - ab + b^2$;
2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; 4) $(a - b)^2 = a^2 - ab - b^2$.

431'. Чи правильно, що $(x - 3)^2$ дорівнює:

1) $x^2 + 9 - 3x$;
2) $x^2 + 9 - 6x$?

432'. Піднесіть до квадрата суму:



1) $y + a$; 5) $x + 4$;
2) $x + m$; 6) $a + 8$;
3) $a + c$; 7) $1 + y$;
4) $c + x$; 8) $10 + c$.

qr.orioncentr.com.ua/tcxof

433'. Піднесіть до квадрата суму:

1) $y + c$; 2) $a + 9$; 3) $x + 7$; 4) $2 + m$.

434°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилась тотожність:

- 1) $(2a + 3b)^2 = * + 12ab + 9b^2$;
- 2) $(* + 6b)^2 = a^2 + 12ab + 36b^2$;
- 3) $(* + 8d)^2 = 16c^2 + 64cd + 64d^2$;
- 4) $(4c + 5d)^2 = 16c^2 + 40cd + *$.

435°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилась тотожність:

- 1) $(a + 5b)^2 = * + 10ab + 25b^2$;
- 2) $(2c + 9d)^2 = 4c^2 + 36cd + *$.

436°. Піднесіть до квадрата суму:

- 1) $3x + 1$; 3) $4 + 5y$; 5) $x + 0,4y$; 7) $10m + 3n$;
- 2) $6a + 3$; 4) $5 + 12x$; 6) $7x + y$; 8) $0,5b + 1,2c$.

437°. Піднесіть до квадрата суму:

- 1) $2a + 3$; 3) $4y + x$;
- 2) $2 + 3c$; 4) $2m + 5n$.

438°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

- 1) $(x + 3y)^2$; 3) $(3a + 2c)^2$; 5) $(8y + 0,5a)^2$;
- 2) $(5a + b)^2$; 4) $(9b + 5a)^2$; 6) $(0,3y + 0,4x)^2$.

439°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

- 1) $(3x + y)^2$; 3) $(2a + 3c)^2$;
- 2) $(a + 5b)^2$; 4) $(5b + 0,9a)^2$.

440°. Спростіть вираз:

- 1) $(5 + b)^2 - 10b$; 3) $(5 + 7y)^2 - 35b$;
- 2) $(4 + 2b)^2 + 16b$; 4) $(5x + 1)^2 - 5x$.

441°. Спростіть вираз:

- 1) $(4 + b)^2 - 4b(b + 2)$; 2) $(6 + y)^2 - y(y - 6)$.

442°. Піднесіть до квадрата різницю:

- 1) $y - a$; 4) $c - x$; 7) $1 - y$; 10) $3 - a$;
- 2) $x - m$; 5) $x - 4$; 8) $10 - c$; 11) $a - 11$;
- 3) $a - c$; 6) $a - 8$; 9) $a - 3$; 12) $n - 12$.

443°. Піднесіть до квадрата різницю:

- 1) $y - c$; 2) $a - 9$; 3) $x - 7$; 4) $2 - m$.

444°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилась тотожність:

- 1) $(3a - b)^2 = 9a^2 - * + b^2$;
- 2) $(3a - *)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$;
- 3) $(6d - 4c)^2 = 36d^2 - * + 16c^2$;
- 4) $(* - 4c)^2 = 9d^2 - 24cd + 16c^2$.

445°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилась тотожність:

- 1) $(* - b)^2 = 64a^2 - 16ab + b^2$;
- 2) $(2d - *)^2 = 4d^2 - 28cd + 49c^2$.

446°. Піднесіть до квадрата різницю:



- 1) $2 - 3x$;
- 2) $6b - 5$;
- 3) $7y - 1$;
- 4) $8 - 3x$;
- 5) $m - 0,2n$;
- 6) $0,5x - 0,4y$;
- 7) $10m - 3n$;
- 8) $0,5b - 1,2c$.



qr.orioncentr.com.ua/sf3Pd

447°. Піднесіть до квадрата різницю:

- 1) $2a - 3$;
- 2) $2 - 3c$;
- 3) $4y - x$;
- 4) $2m - 5n$.

448°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

- 1) $(4x - 3)^2$;
- 2) $(b - 10c)^2$;
- 3) $(4m - n)^2$;
- 4) $(3x - 2y)^2$;
- 5) $(a - 0,5b)^2$;
- 6) $(0,4a - 6c)^2$.

449°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

- 1) $(3x - y)^2$;
- 2) $(a - 5b)^2$;
- 3) $(2a - 3c)^2$.

450°. Спростіть вираз:

- 1) $(5 - b)^2 - 25$;
- 2) $(4 - 2b)^2 + 16b$;
- 3) $(3 - 2a)^2 - 3(3 - 2a)$;
- 4) $(1 - 6y)^2 + (2x - 3)^2$.

451°. Спростіть вираз:

- 1) $(6 - y)^2 - y^2$;
- 2) $(8x - 1)^2 - (4 - 2x)^2$.

452°. Який із наступних виразів можна згорнути у квадрат двочлена:

- 1) $x^2 + 2xy - y^2$;
- 2) $x^2 + xy + y^2$?

453°. Згорніть у квадрат суми чи різниці двох одночленів:

- 1) $3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4$;
- 2) $3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4$;
- 3) $6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5$;
- 4) $6^2 + 5^2 + 2 \cdot 6 \cdot 5$.

454°. Даний тричлен згорніть у квадрат суми двох одночленів:



qr.orioncentr.com.ua/wJEzZ

- 1) $1 + 4a + 4a^2$;
- 2) $4 + 12a + 9a^2$;
- 3) $b^2 + 10b + 25$;
- 4) $b^2 + 8b + 16$.

455°. Даний тричлен згорніть у квадрат різниці:

- 1) $9 - 6a + a^2$;
- 2) $49 - 14a + a^2$;
- 3) $4b^2 - 20b + 25$;
- 4) $9b^2 - 24b + 16$.

456°. Даний тричлен згорніть у квадрат двочлена:

- 1) $4 + 4x + x^2$;
- 2) $81 - 18y + y^2$;
- 3) $36b^2 + 24b + 4$;
- 4) $64c^2 - 80c + 25$.

457°. Використавши формулу квадрата суми, обчисліть:

- 1) 51^2 ;
- 2) 62^2 ;
- 3) 83^2 ;
- 4) 111^2 .

458°. Використавши формулу квадрата різниці, обчисліть:

- 1) 39^2 ;
- 2) 59^2 ;
- 3) 18^2 ;
- 4) 97^2 .

459°. Використавши формули квадрата суми та квадрата різниці, обчисліть:

- 1) 28^2 ;
- 2) 42^2 ;
- 3) 99^2 ;
- 4) 63^2 .

460°. Спростіть вираз:

- 1) $(0,5 + b)^2 - b(b + 1)$;
- 2) $(0,3 - 0,2a)^2 - 0,9(1 - 0,2a)$;
- 3) $(0,1 + y)^2 - 0,2(y + 0,05)$;
- 4) $(0,5x + 10)^2 - 2x(5 + 0,125x)$.

461°. Спростіть вираз:

- 1) $(0,3 + x)^2 - x(x + 0,6)$;
- 2) $(0,5x - 0,1)^2 - 0,1(0,1 - x)$.

462°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(3 + x)^2 - x^2 = 0$;
- 2) $(2x - 1)^2 - 4x^2 = 0$;
- 3) $x^2 - (5 - x)^2 = 0$;
- 4) $(4x - 1)^2 - 4x(4x + 1) = 1$;
- 5) $(5 + x)^2 - x(x + 5) = 0$.

463°. Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) (4+x)^2 = x^2; & 3) (6+x)^2 - x(x+12) = 0; \\ 2) (3x-2)^2 = 9x^2; & 4) (7-3x)^2 = 3x(3x-14). \end{array}$$

464. Подайте у вигляді многочлена вираз:

$$\begin{array}{ll} 1) (-x+2y)^2; & 4) (7(y-4x))^2; \\ 2) (-3y-4x)^2; & 5) (-3y^3-4x^2)^2; \\ 3) (3(x+5y))^2; & 6) (-5a^3b^2+6b^3)^2. \end{array}$$

465. Піднесіть до квадрата вираз:

$$1) -5a-6b; \quad 2) 3(x+5y); \quad 3) 10x^2+2y^2.$$

466. Подайте у вигляді многочлена вираз:

$$\begin{array}{ll} 1) 5x(-0,2x+y)^2; & 4) 10y^3(x+0,01y)^2; \\ 2) 4y^2(-5y^2+4x^2)^2; & 5) (-a-b)^2(2a+3b); \\ 3) 6ab(-a+3b)^2; & 6) (-5c+d)(c-d)^2. \end{array}$$

467. Спростіть вираз:

$$1) 10x(-0,1x+1)^2; \quad 2) (-3c-d)(c+d)^2.$$

468. Доведіть тотожність:

$$\begin{array}{l} 1) (x+y)^2 = (-x-y)^2; \\ 2) (a+b)^2 + (-a+b)^2 = 2a^2 + 2b^2; \\ 3) (2x+4y)^2 = 4(-x-2y)^2; \\ 4) (a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2. \end{array}$$

469. Згорніть у квадрат двох одночленів:

$$\begin{array}{l} 1) 0,25b^4 + ab^2 + a^2; \\ 2) 1,21 + 2,2ab + b^2a^2; \\ 3) (a+1)^2 + 10(a+1) + 25; \\ 4) (a+2)^2 + 2a^2 - 4 + 2a + (a-1)^2. \end{array}$$

470. Згорніть у квадрат двох одночленів:

$$\begin{array}{l} 1) 0,16x^4 + 1,2x^2y^3 + 2,25y^6; \\ 2) (x+3)^2 + 2(x+3) + 1. \end{array}$$

471. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$\begin{array}{l} 1) (10+x)(-0,01x+1) + (1+0,1x)^2, \text{ якщо } x=5; \\ 2) (4x+1)^2 + 2x(-4-8x), \text{ якщо } x=24. \end{array}$$

472. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$(0,5+2x)^2 - (-0,5+2x)^2, \text{ якщо } x=2,5.$$

473. Розв'яжіть рівняння:

1) $1 + 4x + 4x^2 = 0$;

2) $25 - 20x + 4x^2 = 0$;

3) $4 - 12x + 9x^2 = 0$;

4) $(1 + x)(2x - 1) = (x - 1)x - 2$;

5) $(3x + 3)(x - 2) = (2x + 1)(x + 6) - 76$.

474. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 - 10x + 25 = 0$;

2) $(7 + 2x)x + 111 = (x - 6)(x - 5)$.

475. Сторону квадрата зменшили на 3 см, при цьому його площа зменшилася на 27 см^2 . Знайдіть сторону початкового квадрата.

476. Периметр квадрата збільшили на 16 см, при цьому його площа збільшилася на 40 см^2 . Знайдіть сторону початкового квадрата.

477. Сторону квадрата збільшили на 7 см, при цьому його площа збільшилася на 231 см^2 . Знайдіть сторону початкового квадрата.

478*. Виведіть формулу квадрата тричлена $a + b + c$. Піднесіть до квадрата вираз:

1) $a + b + 2$;

2) $8x - 2y + 3$.

479*. Сторони трьох квадратів є послідовними натуральними числами. Різниця суми площ двох менших квадратів та площі третього квадрата дорівнює 12. Знайдіть сторони цих квадратів.

480*. Згорніть у квадрат суми одночленів:

1) $(x + 5)^2 + 6x + 40 + 2(x + 8)$;

2) $(2x + 3)^2 + 16xy + 24y + 16y^2$.

481*. Дано три послідовні непарні натуральні числа. Відомо, що квадрат їх суми більший за подвоєну суму квадратів цих чисел на 227. Знайдіть ці числа.

482*. Натуральне число при діленні на 9 дає в остачі 3. Доведіть, що квадрат цього числа ділиться на 9.

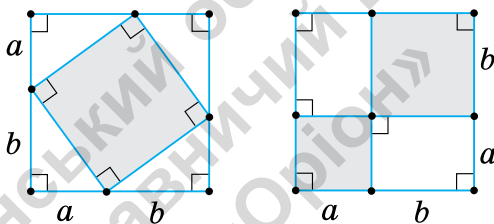
- 483*.** Деяке натуральне число при діленні на 5 дає в остачі 1, а інше натуральне число при діленні на 5 дає в остачі 2. Доведіть, що сума квадратів цих чисел ділиться на 5.

Проявіть компетентність



- 484.** Восени Марія Іванівна вирішила зменшити ділянку городу квадратної форми, на якій вона садила картоплю. Кожну сторону городу вона зменшила на 1 м, при цьому його площа зменшилася на 9 м^2 . Скільки картоплі потрібно приготувати Марії Іванівні навесні, якщо для засаджування 1 м^2 городу потрібно 4 кг картоплі?

- 485.** Чи є рівними площі незафарбованих частин першої і другої фігур на малюнку 10?



Мал. 10

§ 12. РІЗНИЦЯ КВАДРАТІВ

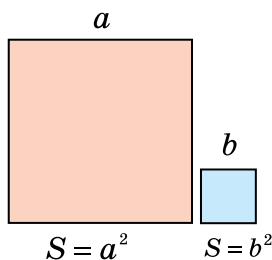
1. Добуток суми і різниці двох одночленів

Ситуація. Використавши площі двох квадратів a^2 і b^2 (мал. 11) та рівність площ фігур на малюнку 12, а (фігура без квадрата зі стороною b) і малюнку 12, б Євген вивів формулу площі прямокутника зі сторонами $a + b$ і $a - b$:

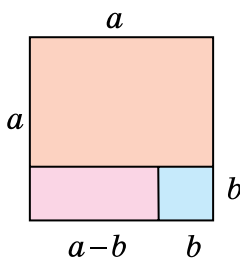


qr.orioncentr.com.ua/P8PEw

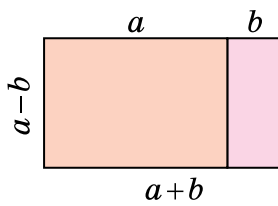
$$S = (a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$



Мал. 11



Мал. 12



б



Чи правильно міркував Євген?

Запам'ятайте!

Добуток суми і різниці двох одночленів дорівнює різниці їх квадратів.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Так.



Доведемо цю рівність:

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 = \\ &= a^2 - b^2. \end{aligned}$$

Отже, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, що й вимагалось довести.

2. Формула різниці квадратів

qr.orioncentr.com.ua/D99Es



Чи можна застосовувати доведену вище рівність у зворотному порядку?



Так.



Ця рівність є тотожністю, тому її також можна застосовувати у вигляді:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

Цю тотожність називають *формулою різниці квадратів*. Вона дозволяє замінювати різницю квадратів двох одночленів добутком їх суми й різниці.

Задача 1 Подайте у вигляді добутку двочлен $9x^6y^2 - 25$.

Розв'язання

Запишемо даний вираз:

$$9x^6y^2 - 25 =$$

Виділимо квадрати доданків: $= (3x^3y)^2 - 5^2 =$

Застосуємо ФСМ: $= (3x^3y + 5)(3x^3y - 5)$.

Задача 2 Знайдіть значення виразу $27^2 - 23^2$.

Розв'язання Застосуємо формулу різниці квадратів:

$$27^2 - 23^2 = (27 + 23) \cdot (27 - 23) = 50 \cdot 4 = 200.$$

Отже, $27^2 - 23^2 = 200$.



Формулу різниці квадратів можна застосовувати до будь-яких цілих виразів.

Дізнайтеся більше

1. Чи можна подати як добуток різницю n -х степенів двох одночленів? Виявляється, що так:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

Скориставшись цією формулою, можна подати як добуток, наприклад, такий вираз: $a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$.

2. Степанець Олександр Іванович (1942–2007) — відомий український математик. Народився в селі Комарівка на Чернігівщині в родині сільського вчителя. З 1990 був завідувачем відділу теорії функцій Інституту математики НАН України, а 1996 обійняв посаду заступника директора Інституту математики НАН України. У його науковому доробку — 200 наукових праць.



qr.orioncentr.com.ua/baSBv

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/T0IIP

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
різниця двох квадратів	difference of two squares	Differenz zweier Quadrate	la différence de deux carrés

Пригадайте головне

1. Поясніть, як знайти добуток суми і різниці двох одночленів.
2. Запишіть формулу різниці квадратів.

Усне тренування

1. Знайдіть значення виразу:

1) $3a + 4b$, якщо $a = \frac{4}{3}$, $b = -\frac{7}{4}$;

2) $0,6c + 0,4c^2$, якщо $c = -5$.

2. Знайдіть значення подвоєного добутку чисел:

1) $3 \text{ і } 2$; 2) $12 \text{ і } 8$; 3) $0,7 \text{ і } 0,2$; 4) $9 \text{ і } \frac{1}{3}$.

3. Піднесіть до квадрата одночлен:

1) $2xy$; 2) $5a^2b^3c^6$; 3) $0,3x$; 4) $2,5a^4b^2$.

Розв'яжіть задачі

486'. Чи правильно, що $(x - 5)(x + 5)$ дорівнює:

1) $x^2 + 25$; 3) $x^2 - 5$;

2) $x^2 - 25$; 4) $x - 25$?

487'. Чи правильно, що:

1) $a^2 - b^2 = (a - b)(a - b)$;

2) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$?

488'. Чи правильно, що $a^2 - 16$ дорівнює:

1) $(a - 16)(a + 16)$; 3) $(a - 4)(a + 4)$;

2) $(a - 4)^2$; 4) $(a - 8)(a + 8)$?

489'. Подайте вираз у вигляді многочлена:



1) $(x + 3)(x - 3)$;

2) $(a + 2)(a - 2)$;

3) $(c + 5)(c - 5)$;

4) $(6 + x)(6 - x)$;

5) $(x + 11)(x - 11)$;

6) $(0,4 + x)(0,4 - x)$;

7) $(0,5 + x)(0,5 - x)$;

8) $(x + 0,15)(x - 0,15)$.



qr.orioncentr.com.ua/QFZ4v

490°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1) $(x + 1)(x - 1)$;

4) $(a + 10)(a - 10)$;

2) $(m + 4)(m - 4)$;

5) $(0,3 + x)(0,3 - x)$;

3) $(x + 8)(x - 8)$;

6) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

491°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1) $(x - 3y)(x + 3y)$;

4) $(x - 6y)(x + 6y)$;

2) $(a - 2b)(a + 2b)$;

5) $(mn - 2)(mn + 2)$;

3) $(c - 5d)(c + 5d)$;

6) $(2ab - 4)(2ab + 4)$.

492°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1) $(2 - 5x)(2 + 5x)$;

2) $(3b - 7d)(3b + 7d)$;

3) $(mn - 4)(mn + 4)$;

4) $(4xy - 1)(4xy + 1)$.

493°. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 8)(x - 8) = x^2 - x$;

2) $(x + 2)(x - 2) = -4$;

3) $(x + 9)(x - 9) = x^2$;

4) $(2x + 3)(2x - 3) = (x + 3)(4x - 3)$;

5) $(3x + 1)(3x - 1) = 9x^2 + x$;

6) $(6x + 1)(6x - 1) = (4x + 1)(9x - 1)$.

494°. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 6)(x - 6) = x^2 - 4x$;

2) $(x + 10)(x - 10) + 100 = 0$;

3) $(2x + 1)(2x - 1) = 4x^2$;

4) $(4x + 5)(4x - 5) = (2x + 1)(8x - 1)$.

495°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1) $(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$;

5) $(x^2y - 8)(x^2y + 8)$;

2) $(x^4 - y^4)(x^4 + y^4)$;

6) $(ab^3 - c)(ab^3 + c)$;

3) $(x^3 - y^6)(x^3 + y^6)$;

7) $(a^2b^2 - c^2)(a^2b^2 + c^2)$;

4) $(x^5 - y^8)(x^5 + y^8)$;

8) $(a^{10}b^{20} - c^{30})(a^{10}b^{20} + c^{30})$.

496°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1) $(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$;

3) $(x^8 - y^4)(x^8 + y^4)$;

2) $(x^5 - y^5)(x^5 + y^5)$;

4) $(a^6b^3 - c^2)(a^6b^3 + c^2)$.

497°. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $(1 + 0,1x)(-0,1x + 1) - 1$, якщо $x = 10$;
- 2) $(x + 6)(x - 6) + x(5 - x)$, якщо $x = 2,04$.

498°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилась тотожність:

- 1) $4a^2b^2 - 25 = (* - 5)(* + 5)$;
- 2) $9a^2 - \frac{1}{9}c^2 = (3a - *)(3a + *)$.

499°. Подайте у вигляді добутку двочлен:



- 1) $x^2 - 16$;
- 2) $x^2 - 81$;
- 3) $4 - a^2$;
- 4) $a^2 - 9$;
- 5) $36 - n^2$;
- 6) $81m^2 - 4$;
- 7) $49y^2 - 9$;
- 8) $1,21 - m^2$.



qr.orioncentr.com.ua/Sx04w

500°. Подайте у вигляді добутку двочлен:

- 1) $a^2 - 25$;
- 2) $n^2 - 100$;
- 3) $64 - 49x^2$;
- 4) $y^2 - 2,25$.

501°. Подайте у вигляді добутку двочлен:

- 1) $x^4 - y^4$;
- 2) $x^8 - y^2$;
- 3) $a^{12} - c^{22}$;
- 4) $a^{200} - c^{20}$;
- 5) $36x^2 - y^6$;
- 6) $81a^6 - 4b^4$;
- 7) $49y^2 - 9x^8$;
- 8) $64p^2n^2 - 100m^{12}$.

502°. Подайте у вигляді добутку двочлен:

- 1) $a^6 - b^6$;
- 2) $x^{10} - y^4$;
- 3) $a^{66} - c^{100}$;
- 4) $p^2n^4 - m^8$.

503°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^2 - 36 = 0$;
- 2) $x^2 - 64 = 0$;
- 3) $x^2 - 0,49 = 0$;
- 4) $x^2 - 121 = 0$;
- 5) $4x^2 - 81 = 0$;
- 6) $25x^2 = 49$.

504°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^2 - 25 = 0$;
- 2) $x^2 - 400 = 0$;
- 3) $9x^2 = 4$;
- 4) $16 = 49x^2$.

505°. Чи правильно,
що $29^2 - 21^2 = \dots$



qr.orioncentr.com.ua/FzdtW



1) $(29 - 21)(29 - 21) = 8 \cdot 8 = 64$;

2) $(29 + 21)(29 - 21) = 50 \cdot 8 = 400$?

506°. Використавши формулу різниці квадратів, обчисліть:

1) $70^2 - 68^2$;

3) $63 \cdot 57$;

2) $1,01^2 - 0,99^2$;

4) $10,5 \cdot 9,5$.

507°. Використавши формулу різниці квадратів, обчисліть:

1) $25^2 - 24^2$;

3) $0,97 \cdot 1,03$;

2) $9,8^2 - 10,2^2$;

4) $503 \cdot 497$.

508°. Розкладіть на множники вираз:



1) $(5 + b)^2 - b^2$;

2) $(4 - b)^2 - 16$;

3) $y^2 - (7 + y)^2$;

4) $x^2 - (x + 1)^2$;

5) $(1 + x)^2 - (1 - x)^2$;

6) $(x + 2)^2 - (2 + x)^2$;

7) $(x + 6)^2 - (6 - x)^2$;

8) $(3x + 2)^2 - (5 - x)^2$.



qr.orioncentr.com.ua/llbcE

509°. Розкладіть на множники вираз:

1) $(4 + x)^2 - x^2$;

3) $(x + 3)^2 - (3 - x)^2$;

2) $(8 - x)^2 - 64$;

4) $(x + 2)^2 - (4 - x)^2$.

510. Подайте у вигляді многочлена вираз:

1) $\left(\frac{1}{3}x - 2y\right)\left(\frac{1}{3}x + 2y\right)$;

2) $\left(\frac{1}{3} + 5ax^3\right)\left(5ax^3 - \frac{1}{3}\right)$;

3) $(-0,5xy + 2)(2 + 0,5xy)$;

4) $\left(5bc^4 - 1\frac{1}{5}\right)\left(1\frac{1}{5} + 5bc^4\right)$;

5) $(-x + 6y)(6y + x)$;

6) $(-0,1xy + 5)(5 + 0,1xy)$;

7) $(-a - 0,6bc)(a - 0,6bc)$;

8) $(-a^3x - ax^3)(a^3x - ax^3)$.

511. Подайте у вигляді многочлена вираз:

1) $\left(2a - \frac{5}{6}b\right)\left(\frac{5}{6}b + 2a\right)$;

2) $(-3x + 8y)(8y + 3x)$;

3) $(-xy - 0,2ab)(xy - 0,2ab)$;

4) $(-y^5x^3 - 2)(2 - y^5x^3)$.

512. Виконайте множення двочленів:

1) $(a + 2b)(a - 2b)(a^2 + 4b^2)$;

2) $(2 + x)(2 - x)(4 + x^2)$;

3) $(x - y)(y + x)(y^2 + x^2)(y^4 + x^4)$;

4) $(1 - y^2)(y^2 + 1)(y^4 + 1)(y^8 + 1)$.

513. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $(1 + x)(1 - x)(1 + x^2)(1 + x^4)$, якщо $x = 2$;

2) $(2a + 3b)(-2a + 3b)(4a^2 + 9b^2)$, якщо $a = 3$, $b = 2$.

514. Спростіть вирази:

1) $(3 + a)(3 - a)(a^2 + 9)$;

2) $(5 + bc)(5 - bc)(25 + b^2c^2)$;

3) $(1 - x)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$.

515. Подайте у вигляді добутку вираз:

1) $(2x^2y^2 + xy)^2 - x^2y^2$; 3) $(0,2c^2d^4 + cd)^2 - 0,04c^4d^4$;

2) $\left(\frac{2}{3}a^2b^2 + 4\right)^2 - 16$; 4) $(5x^4 + 6y^2)^2 - 36y^4$.

516. Подайте у вигляді добутку вираз:

1) $(a^2c^2 + 3ac)^2 - 9a^2c^2$; 2) $(0,6c^6 + d)^2 - 0,36c^{12}$.

517. Доведіть тотожність:

1) $(a + b)^2 - (-a - b)^2 = 0$;

2) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$;

3) $(b - a)^2 - (b - a)(a + b) = 2a(a - b)$.

518. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 2)^2 - 36 = 0$;

4) $25x^2 - (7 - 5x)^2 = 14x$;

2) $(2x - 1)^2 - 4 = 0$;

5) $(4 + 3x)^2 - (6x - 2)^2 = 0$;

3) $x^2 - (6 + x)^2 = 9x$;

6) $(5x + 1)^2 - (4x + 5)^2 = 0$.

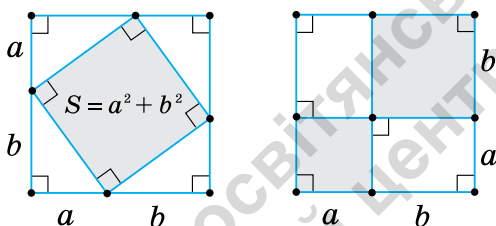
- 519.** Розв'яжіть рівняння:
1) $16x^2 - (4 + 3x)^2 = 0$; 2) $(8 + 5x)^2 - (4x - 1)^2 = 0$.
- 520.** Розв'яжіть рівняння:
1) $16 - (2 - 3x)^2 = 0$;
2) $(5 + 2x)^2 - x^2 = 0$;
3) $(8 + 5x)^2 - (4x - 1)^2 = 0$.
- 521.** Доведіть, що:
1) $34^2 - 1$ ділиться на 11;
2) $53^2 - 4$ ділиться на 5;
3) $111^2 - 9$ ділиться на 12;
4) $77^2 - 49$ ділиться на 40.
- 522.** Спростіть вираз:
1) $(a + b + c)(a + b - c)$;
2) $(a - b + c)(a + b - c)$;
3) $(x + y + 2)(x - y + 2)$;
4) $(xy + x^2 + y^2)(xy - x^2 - y^2)$.
- 523.** Сторона одного квадрата на 4 см більша за сторону іншого, а різниця їх площ дорівнює 24 см^2 . Знайдіть периметри цих квадратів.
- 524.** Периметр одного квадрата на 48 см більший за периметр іншого, а різниця їх площ дорівнює 288 см^2 . Знайдіть сторони цих квадратів.
- 525.** Сторона одного квадрата на 6 см менша від сторони іншого, а різниця їх площ дорівнює 84 см^2 . Знайдіть відношення довжин сторін цих квадратів.
- 526*.** Доведіть, що:
1) $99^2 + 20^2 = 101^2$; 3) $20^2 + 9^2 = 15^2 + 16^2$.
2) $112^2 + 15^2 = 113^2$;
- 527*.** Доведіть, що квадрат непарного натурального числа при діленні на 8 дає в остачі 1.
- 528*.** Різниця квадратів двох двоцифрових натуральних чисел, записаних одними й тими самими цифрами, дорівнює 495. Знайдіть ці числа.

Проявіть компетентність



529. Тато вирішив переклеїти шпалери в дитячій кімнаті. Стіна з вікном має форму квадрата зі стороною 3,2 м, вікно також має форму квадрата зі стороною 1,3 м. Чи вистачить татові шпалер для поклейки цієї стіни, якщо він купив 2 рулони розміром 10 м х 0,53 м?

530. Чи є рівними площі зафарбованих частин першої і другої фігур на малюнку 13?



Мал. 13

§ 13. СУМА І РІЗНИЦЯ КУБІВ

1. Скорочене множення

Ситуація. Петро Іванович вирішив перевірити, як Назар і Галина виконують множення многочленів. Назар множив многочлени $(a + b)$ і $(a^2 - ab + b^2)$, а Галина — многочлени $(a - b)$ і $(a^2 + ab + b^2)$.

Учні зробили такі записи на дошці.



qr.orioncentr.com.ua/pXSmW

Назар

$$\begin{aligned} (a + b)(a^2 - ab + b^2) &= \\ = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 &= \\ = a^3 + b^3. \end{aligned}$$

Галина

$$\begin{aligned} (a - b)(a^2 + ab + b^2) &= \\ = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 &= \\ = a^3 - b^3. \end{aligned}$$

Проаналізуйте записи Назара й Галини.



Чи є тотожно рівними початковий і кінцевий вирази в записах Назара й Галини?



Так.

Маємо ще дві формули скороченого множення:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3;$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3.$$

Ці формули можна застосовувати і в зворотному порядку.

Запам'ятайте!

$\frac{\text{Сума}}{\text{Різниця}}$ кубів двох

одночленів дорівнює добутку

$\frac{\text{суми}}{\text{різниці}}$ цих одночленів

і неповного квадрата

їх $\frac{\text{різниці}}{\text{суми}}$.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$



Чи відрізняються повний і неповний квадрати двочлена?



Так.

Повний квадрат

$$a^2 \pm 2ab + b^2$$

Неповний квадрат

$$a^2 \pm ab + b^2$$



Неповний квадрат **НЕ можна** згорнути у квадрат двочлена.

Задача 1

Подайте у вигляді многочлена вираз $(5m - 7)(25m^2 + 35m + 49)$.

Розв'язання

Запишемо даний вираз:

$$(5m - 7)(25m^2 + 35m + 49) =$$

З'ясуємо, чи є неповний квадрат:

$$= (5m - 7)((5m)^2 + (5m) \cdot 7 + 7^2) =$$

Застосуємо формулу різниці кубів:

$$= (5m)^3 - (7)^3 =$$

Спростимо вираз:

$$= 125m^3 - 343.$$

2. Розкладання многочлена на множники

qr.orioncentr.com.ua/NK7LW



Де ще застосовують формули суми й різниці кубів одночленів?



Для розкладання многочлена на множники.



Задача 2 Подайте у вигляді добутку двочлен $8 + x^3y^6$.

Розв'язання

Запишемо даний вираз:

$$8 + x^3y^6 =$$

Виділимо куби доданків:

$$= 2^3 + (xy^2)^3 =$$

Застосуємо формулу суми кубів:

$$= (2 + xy^2)(2^2 - 2xy^2 + (xy^2)^2) =$$

Спростимо вираз у других дужках:

$$= (2 + xy^2)(4 - 2xy^2 + x^2y^4).$$



Формули суми кубів і різниці кубів можна застосовувати до будь-яких цілих виразів.

Дізнайтеся більше

Натуральні числа мають багато цікавих властивостей. Проте довести їх буває складніше, ніж виявити. Розглянемо приклад.

Дільниками числа 6 є числа 1, 2, 3, 6. Для кожного із цих чисел визначимо кількість їхніх дільників. А саме: число 1 має один дільник, число 2 — два дільники, число 3 — два дільники, число 6 — чотири дільники. Отже, одержали набір чисел: 1, 2, 2, 4. Виявляється, що сума кубів цих чисел дорівнює квадрату їх суми, тобто: $1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3 = (1 + 2 + 2 + 4)^2$.

Справді:

$$1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3 = 1 + 8 + 8 + 64 = 81;$$

$$(1 + 2 + 2 + 4)^2 = 9^2 = 81.$$

Щоб перевірити цю властивість ще раз, візьмемо число 16. Його дільники — 1, 2, 4, 8, 16. Знайшовши кількість дільників кожного із цих чисел, одержимо набір чисел: 1, 2, 3, 4, 5. Складемо відповідні числові вирази:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 = 225;$$

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 = 15^2 = 225.$$

Отже, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2$.

Проте довести такий факт досить складно. Спробуйте. Можливо, ви зможете це зробити.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/T5bir

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
сума кубів	sum of cubes	Summe von Kuben	somme des cubes

Пригадайте головне

1. Запишіть формулу суми кубів.
2. Запишіть формулу різниці кубів.
3. Чому дорівнює сума кубів двох одночленів?
4. Чому дорівнює різниця кубів двох одночленів?
5. Як довести формулу суми кубів?
6. Як довести формулу різниці кубів?

Усне тренування

1) Обчисліть:

$$7^2; 0,8^2; \left(-\frac{1}{4}\right)^2; 1,1^2; -\left(\frac{1}{6}\right)^2; 2^3; (-3)^3; 4^3; \left(-\frac{1}{5}\right)^3; 0,6^3.$$

2) Подайте даний вираз у вигляді куба деякого виразу:
 $-0,001x^3$; $125y^3$; $8x^6$; $0,064x^9$; $-27x^{15}y^{12}$.

Розв'яжіть задачі

531'. Чи правильно, що:

- 1) $(a + b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + b^3$;
- 2) $(a + b)(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 + b^3$;
- 3) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$;
- 4) $(a - b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$?

532'. Чи правильно, що:

- 1) $(a + b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$;
- 2) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$;
- 3) $(a - b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 - b^3$;
- 4) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - b^3$?

533'. Укажіть правильну рівність:

- 1) $a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$;
- 2) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
- 3) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + 2ab + b^2)$;
- 4) $a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.

534'. Укажіть правильну рівність:

- 1) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
- 2) $a^3 + b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
- 3) $a^3 + b^3 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$;
- 4) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$.

535°. Чи правильно, що $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$ дорівнює:

- 1) $a^2 + 4$;
- 2) $a^3 + 4$;
- 3) $a^3 - 8$;
- 4) $a^3 + 8$?

536°. Чи правильно, що $(t - 3)(t^2 + 3t + 9)$ дорівнює:

- 1) $t^2 + 27$;
- 2) $t^3 + 9$;
- 3) $t^3 + 27$;
- 4) $t^3 - 27$?

537°. Подайте добуток у вигляді многочлена:



- 1) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$;
- 2) $(2 + 3d)(4 - 6d + 9d^2)$;
- 3) $(m - n)(m^2 + mn + n^2)$;
- 4) $(1 - 5b)(1 + 5b + 25b^2)$;
- 5) $(2 - t)(4 + 2t + t^2)$.



qr.orioncentr.com.ua/2WO9D

538°. Подайте добуток у вигляді многочлена:

- 1) $(b + c)(b^2 - bc + c^2)$;
- 2) $(a - x)(a^2 + ax + x^2)$;
- 3) $(c + 2d)(c^2 - 2cd + 4d^2)$;
- 4) $(x - 3m)(x^2 + 3mx + 9m^2)$;
- 5) $(4a + n)(16a^2 - 4an + n^2)$;
- 6) $(9m - t)(81m^2 + 9mt + t^2)$;
- 7) $(5c + 2)(25c^2 - 10c + 4)$;
- 8) $(7x - 3)(49x^2 + 21x + 9)$.

539°. Подайте добуток у вигляді многочлена:

- 1) $(a - n)(a^2 + an + n^2)$;
- 2) $(m + t)(m^2 - mt + t^2)$;
- 3) $(4yt - x)(16y^2t^2 + 4xyt + x^2)$.

540°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилася тотожність:

- 1) $(2a + 4b)(4a^2 - 8ab + 16b^2) = * + 64b^3$;
- 2) $(5x - 3b)(25x^2 + 15bx + 9b^2) = 125x^3 - *$;
- 3) $(-2x + 6y)(36y^2 + 12xy + 4x^2) = * - 8x^3$.

541°. Спростіть вираз:

- 1) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1) - 8a^3$;
- 2) $(3 - b)(b^2 + 3b + 9) + b^3$;
- 3) $a^3 - (a - 0,1c)(a^2 + 0,1ac + 0,01c^2)$;
- 4) $64 - (cd + 4)(c^2d^2 - 4cd + 16)$;
- 5) $125x^3 - (5x - 2)(25x^2 + 10x + 4) - 8x$.

542°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(1 + x)(x^2 - x + 1) - x^3 = x$;
- 2) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 8x^3 + x = 2$;
- 3) $x^3 - (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - 3x = 0$.

543°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(1 - x)(1 + x + x^2) + x^3 - x = 0$;
- 2) $(3x + 1)(9x^2 - 3x + 1) - 27x^3 + 2x = 3$.

544°. Подайте вираз у вигляді добутку:



- 1) $a^3 - 8$;
- 2) $1 - 27y^3$;
- 3) $64c^3 - d^6$.

qr.orioncentr.com.ua/0OegQ



545°. Розкладіть на множники двочлен:

- 1) $x^3 - 8$;
- 2) $27 - d^3$;
- 3) $a^6 + b^3$;
- 4) $m^3 + n^{12}$;
- 5) $c^{15} - 125d^3$;
- 6) $729x^6 + y^9$;
- 7) $k^{21} - 216p^{24}$;
- 8) $343p^{33} + 0,125q^3$;
- 9) $-0,001a^3 + b^6$;
- 10) $-0,008a^3 - a^9$;
- 11) $-0,064a^3 + a^6$;
- 12) $-0,027c^3 - 0,343a^9$.

546°. Розкладіть на множники двочлен:

- 1) $x^3 - 64$;
- 2) $125 + a^3$;
- 3) $1000y^3 - x^3$;
- 4) $0,216p^3 + q^6$;
- 5) $-m^3 + 0,001n^9$;
- 6) $-0,027x^6 - 8y^3$.

547°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилася тотожність:

- 1) $* - 27b^3 = (4a - 3b)(16a^2 + 12ab + 9b^2)$;
- 2) $0,125y^3 - * = (0,5y - 0,3b)(0,25y^2 + 0,15yb + 0,09b^2)$;
- 3) $* - x^3 = (-x + 6y)(36y^2 + 6xy + x^2)$.

548°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилася тотожність:

$$27a^3 - 0,001c^3 = (3a - *) (9a^2 + 0,3ac + 0,01c^2).$$

549°. Подайте двочлен у вигляді добутку двох виразів:

- 1) $216x^3y^9 - 0,125$;
- 2) $27a^6 - 0,064b^{12}$;
- 3) $343c^3 - 0,125a^{18}$;
- 4) $64m^3 - 1000n^{12}$;
- 5) $0,001x^3 + 0,008$;
- 6) $0,216 + y^6x^6$.

550°. Подайте двочлен у вигляді добутку двох виразів:

- 1) $1000 - 0,008x^6y^6$;
- 2) $64a^{24} - c^{33}$;
- 3) $0,001 - 8c^{12}d^{21}$.

551. Спростіть вираз:

- 1) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3)$;
- 2) $(3x - y)(3x + y)(9x^2 + 3xy + y^2)(9x^2 - 3xy + y^2)$;
- 3) $(m - 0,1n)(m^3 + 0,001n^3)(m^2 + 0,1mn + 0,01n^2)$;
- 4) $(b + 4c)(b^2 - 4bc + 16c^2)(64c^3 - b^3)$.

552. Спростіть вираз:

- 1) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x^3 - y^3) + y^6$;
- 2) $(2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)(8a^3 + b^3) + b^6$;
- 3) $64c^6 - (8c^3 - b^3)(b + 2c)(b^2 - 2bc + 4c^2)$.

553. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(1 + 2x)(4x^2 - 2x + 1) - 4x(2x^2 - 5) = 21$;
- 2) $(x + 3)(x^2 - 3x + 9) - x(x - 4)(x + 4) = 59$;
- 3) $(x - 6)(x^2 + 6x + 36) - x(x - 7)(x + 7) = 29$;
- 4) $(x - 5)(x^2 + 5x + 25) - x(x - 3)^2 = 2x(3x + 8)$.

554. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(1 + x)(x^2 - x + 1) - 0,04x(25x^2 - 5) = 20$;
- 2) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x(x - 1)^2 = 4x(0,5x + 6,5)$.

555. Спростіть вираз:

- 1) $(3 + b)^3 - b^3$;
- 2) $(5 - 4a)^3 + 64a^3$;
- 3) $343y^6 - (5 + 7y^2)^3$;
- 4) $125x^3 - (5x + 1)^3$.

556. Спростіть вираз:

- 1) $(a^2c^2 + 3ac)^3 - 27a^6c^6$;
- 2) $(x^2y + 5)^3 - 125$.

557. Обчисліть:

- 1) $\frac{77^3 - 65^3}{12} - (77^2 + 65^2)$;
- 2) $\frac{39^3 - 21^3}{18} + 39 \cdot 21$.

558. Доведіть, що:

- 1) $79^3 - 29^3$ ділиться на 25;
- 2) $10^6 - 1$ ділиться на 3.

559. Доведіть, що:

- 1) $54^3 - 24^3$ ділиться на 60;
- 2) $41^3 + 19^3$ ділиться на 20.

560. Знайдіть значення $x^3 - y^3$, якщо:

- 1) $x - y = 8$, $xy = 133$;
- 2) $x - y = 2$; $xy = 15$.

- 561.** Знайдіть значення $x^3 + y^3$, якщо:
1) $x + y = 8$, $xy = 12$; 2) $x + y = -12$; $xy = 32$.
- 562.** Периметр основи одного куба на 16 см більший за периметр основи іншого куба, а різниця їх об'ємів дорівнює 124 см^3 . Знайдіть довжину ребра кожного куба.
- 563.** Ребро одного куба на 2 см більше за ребро іншого куба. Різниця їх об'ємів дорівнює 26 см^3 . Знайдіть довжину ребра кожного куба.
- 564*.** Доведіть, що сума кубів двох послідовних непарних натуральних чисел ділиться на 4.
- 565*.** Два натуральні числа при діленні на 13 дають в остачі 1 і 3 відповідно. Доведіть, що різниця кубів цих чисел ділиться на 13.
- 566*.** Доведіть, що вираз $(x^2 - xy + y^2)^3 + (x^2 + xy + y^2)^3$ набуває невід'ємних значень за будь-яких числових значеннях змінних x і y .
- 567*.** Доведіть тотожність:
 $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 3(x + y)(y + z)(x + z)$.
- 568*.** Доведіть, що $x^3 + x^2y - xyz + y^2z + y^3 = 0$, якщо $x + y + z = 0$.

Проявіть компетентність



- 569.** Для виготовлення каркасних макетів двох кубів Сергій розрахував, що йому знадобиться 2,4 м і 4,8 м дроту (не враховуючи потреб на закріплення згинів). Яке ребро в більшого й меншого кубів? Обчисліть їх об'єми, округливши результат до сотих.



- 570.** Цукор і сіль мама зберігає в ємностях, які мають форму куба з ребрами 12 см і 8 см відповідно. На скільки більше за об'ємом мама зберігає в ємностях цукру, аніж солі?

§ 14. СПОСОБИ РОЗКЛАДАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ НА МНОЖНИКИ

1. Про суть розкладання многочлена на множники

Ситуація. Дарина Олегівна запропонувала Наталці й Тарасові розв'язати рівняння:

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$\text{і } x^2 + x - 6 = 0.$$



qr.orioncentr.com.ua/uFGJD

Наталка й Тарас зробили такі записи.

Наталка

$$(x - 2)(x + 3) = 0,$$

$$x - 2 = 0 \text{ або } x + 3 = 0,$$

$$x = 2 \text{ або } x = -3.$$

Тарас

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0,$$

$$x - 2 = 0 \text{ або } x + 3 = 0,$$

$$x = 2 \text{ або } x = -3.$$



Чому Наталка й Тарас отримали однакові відповіді?

Ліві частини рівнянь є тотожно рівними виразами.



Тарас виконав дію, обернену до дії множення многочленів, а саме, подав многочлен $x^2 + x - 6$ як добуток двох множників $(x - 2)(x + 3)$. Таку дію називають *розкладанням многочлена на множники*.

Запам'ятайте!

Розкласти многочлен на множники — означає перетворити його в добуток не менш як двох виразів.

Для розкладання многочлена на множники застосовують різні способи, як-от: винесення спільного множника за дужки, застосування формул скороченого множення, спосіб групування.

2. Винесення спільного множника за дужки



Щоб винести спільний множник (СМ) за дужки:

- 1) визначте **коефіцієнт спільного множника**. Для цього знайдіть НСД модулів коефіцієнтів членів многочлена;
- 2) визначте **буквену частину спільного множника**. До неї доберіть найнижчі степені усіх змінних, що є множниками в *кожному* із членів многочлена;
- 3) винесіть знайдені **числовий** і **буквені множники** за дужки;
- 4) запишіть вираз, що залишиться в дужках.

Задача 1 Винесіть спільний множник за дужки:

1) $2a^2b^5 - 16ab^6$; 2) $2ab(x - 4y) - (4y - x)$.

Розв'язання

1) Запишемо вираз:

Знайдемо СМ:

Винесемо СМ за дужки:

2) Запишемо вираз:

Знайдемо СМ:

Винесемо СМ за дужки:

$$-2a^2b^5 - 16ab^6 =$$

$$= -2ab^5 \cdot a - 2ab^5 \cdot 8b =$$

$$= -2ab^5(a + 8b).$$

$$2ab(x - 4y) - (4y - x) =$$

$$= 2ab(x - 4y) + (x - 4y) =$$

$$= (x - 4y)(2ab + 1).$$

3. Застосування формул скороченого множення (ФСМ)

qr.orioncentr.com.ua/kQQ9u



Як застосувати ФСМ, щоб розкласти многочлен на множники?



Треба виявити відповідну ФСМ у виразі.



Задача 2 Розкладіть на множники двочлен $4x^2y^2 - 9y^4$.

Розв'язання Задачу можна розв'язати двома способами.

Спосіб 1.

Запишемо даний вираз:

$$4x^2y^2 - 9y^4 =$$

Виділимо квадрати:

$$= (2xy)^2 - (3y^2)^2 =$$

Застосуємо ФСМ:

Винесемо СМ за дужки:

Запишемо результат:

$$\begin{aligned}
 &= (2xy + 3y^2)(2xy - 3y^2) = \\
 &= y(2x + 3y) \cdot y(2x - 3y) = \\
 &= y^2(2x + 3y)(2x - 3y).
 \end{aligned}$$

Спосіб 2.

Запишемо даний вираз:

Винесемо СМ за дужки:

Застосуємо ФСМ:

$$\begin{aligned}
 &4x^2y^2 - 9y^4 = \\
 &= y^2(4x^2 - 9y^2) = \\
 &= y^2(2x + 3y)(2x - 3y).
 \end{aligned}$$



Якщо спочатку винести спільний множник за дужки, то застосовувати формули скороченого множення буде легше.

4. Спосіб групування
qr.orioncentr.com.ua/xGvxE


Як діяти, якщо многочлен містить більше як три члени і не має спільних множників?



Застосувати спосіб групування.

**Задача 3**

Розкладіть на множники многочлен

$$a^3 - 3a^2 - 4a + 12.$$

Розв'язання

Запишемо многочлен:

Згрупуємо доданки:

Винесемо СМ за дужки:

Винесемо СМ за дужки:

Застосуємо ФСМ:

$$\begin{aligned}
 &a^3 - 3a^2 - 4a + 12 = \\
 &= (a^3 - 3a^2) - (4a - 12) = \\
 &= a^2(a - 3) - 4(a - 3) = \\
 &= (a - 3)(a^2 - 4) = \\
 &= (a - 3)(a - 2)(a + 2).
 \end{aligned}$$



Доданки у многочлені можна групувати різними способами.

Якщо за дужки**виносять множник:**

— зі знаком «+»

— зі знаком «-»

то доданки в дужках:— знаки **зберігають**— знаки **змінюють**
на протилежні

Дізнайтеся більше

Калужнін Лев Аркадійович (1914–1990) — видатний український математик-алгебраїст, доктор фізико-математичних наук, професор. Із 1955 р. працював у Київському університеті (нині — Київський національний університет імені Тараса Шевченка).

Є автором понад 130 наукових та науково-методичних праць. Створив потужну наукову школу. Наукові дослідження належать до різних розділів алгебри та дискретної математики, але найвагоміші результати стосуються теорії груп. qr.orioncentr.com.ua/uKLGK



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/mGz0u

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
розклад многочлена на множники	factoring polynomials	Faktori- sierung von Polynomen	factorisation d'un polynôme

Пригадайте головне

1. Що означає розкласти многочлен на множники?
2. Які способи розкладання многочлена на множники ви знаєте?
3. Як перевірити, чи правильно виконали винесення спільного множника за дужки?

Усне тренування

1. Обчисліть зручним способом:

1) $21 \cdot 19 + 21$; 3) $62 - 5 \cdot 31$;

2) $137 \cdot 5 - 5 \cdot 37$; 4) $125^2 - 25^2$.

2. Чи ділиться значення даного виразу на число a :

1) $15^2 - 27^2$, якщо $a = 12$; 2) $19^2 - 13^2$, якщо $a = 32$?

3. Обчисліть зручним способом:

1) $25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 5 + 5^2$;

2) $27^2 + 7^2 - 2 \cdot 27 \cdot 7$.

Розв'яжіть задачі

571'. У якій із рівностей правильно винесено спільний множник за дужки:

1) $2a + 6b = 2(a + b)$; 3) $ab + bc = a(b + c)$;

2) $2a + 6b = 2(a + 3b)$; 4) $ab + bc = b(a + c)$?

572'. У якій із рівностей правильно застосовано формулу скороченого множення:

1) $c^2 - b^2 = (c - b)(c - b)$;

2) $c^2 - b^2 = (c - b)(c + b)$;

3) $9 - b^2 = (9 + b)(9 - b)$;

4) $9 - b^2 = (3 - b)(3 + b)$;

5) $a^3 - d^3 = (a - d)(a^2 + ad + d^2)$;

6) $a^3 - d^3 = (a - d)(a^2 + 2ad + d^2)$;

7) $t^3 + 1 = (t + 1)(t^2 - t + 1)$;

8) $t^3 + 1 = (t - 1)(t^2 + t + 1)$?

573'. Розкладіть на множники многочлен способом винесення спільного множника за дужки:



1) $2x^2 + 8x$;

2) $9x^4 - 12x^3$;

3) $-x^4y^6 + x^3y^4$;

4) $6x^2 - 2x + 10x^3$;

5) $3x^3y^2 - 6x^3y^5$;

6) $-12xz^2 - 8x^3z^2$;

7) $2m^2 + 4m - 6m^3$;

8) $-6n^4 - 9n^6 - 12n^3$;

9) $0,4a^3 - 1,6a^5 + 0,8a^2$;

10) $y(7x - 3) + y(1 - 2x)$;

11) $p(5z - d) - 2p(6d + z)$;

12) $c^2(5a + 3b) + c^2(a - 8b)$.

qr.orioncentr.com.ua/LPkTQ

574'. Розкладіть на множники многочлен способом винесення спільного множника за дужки:

1) $12b^5 - 24b^3$;

3) $a^4b^3 - 9a^3b^4 - 81a^2b^2$;

2) $10a^3b + a^2b^3$;

4) $a(7b - c) + a(c - 12b)$.

575'. Розкладіть на множники вираз способом винесення спільного множника за дужки:

1) $a(b + c) - x(b + c)$;

3) $6x(y - 2z) - 3(y - 2z)$;

2) $y(a - 2b) + x(a - 2b)$;

4) $x(y + 4) + (4 + y)$;

- 5) $b(3b + 5) - 9b - 15$; 7) $6x(m - n) + (n - m)$;
 6) $2m(n - 1) - n(1 - n)$; 8) $(x^2 - y^2) + 18ab(y^2 - x^2)$.

576°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилася тотожність:

- 1) $2a^2 + 4a^3 + 6a^4 = * \cdot (1 + 2a + 3a^2)$;
 2) $9b^3 + 12b^2 + 18b^5 = 3b^2(3b + * + 6b^3)$;
 3) $25a^2b^2 + 40a^3b^3 + 65a^5b^5 = * \cdot (5 + 8ab + 13a^3b^3)$;
 4) $19b^3c^3 + 38b^2c^5 + 19b^2c^4 = 19b^2c^3(b + * + c)$.

577°. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб утворилася тотожність:

- 1) $15n^2 + 10n^7 + 35n^3 = * \cdot (3 + 2n^5 + 7n)$;
 2) $42m^5n^4 + 49m^4n^5 + 35m^3n^3 = * \cdot (6m^2n + 7mn^2 + 5)$.

578°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^2 - x = 0$; 4) $d(4d^3 - 2d^2 - 1) = -d$;
 2) $y^2 + 3y = 0$; 5) $2z(z - 3) + 14z = 19z$;
 3) $5a^2 - 4a = 0$; 6) $-x(x - 4) + 3(x - 4) = 0$.

579°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x - 2x^2 = 0$; 3) $y^2 - 2(y - 5) - 4y = 3y + 10$;
 2) $-7t^3 - 14t^2 = 0$; 4) $3(m - 3) - m(3 - m) = 0$.

580°. Знайдіть значення виразу зручним способом:

- 1) $5,76x - x^2$, якщо $x = 4,76$;
 2) $m^2n - mn^2$, якщо $m = 0,1$, $n = -0,9$.

581°. Знайдіть значення виразу зручним способом:

- 1) $12,6a - a^2$, якщо $a = 10,6$;
 2) $m^2n - mn^2$, якщо $m = 18$, $n = -2$.

582°. Доведіть, що значення виразу ділиться на a :

- 1) $7 \cdot 121 + 3 \cdot 121$, якщо $a = 10$;
 2) $14 \cdot 2023 - 14 \cdot 23$, якщо $a = 2000$;
 3) $12,5 \cdot 16,3 - 12,5 \cdot 0,3 - 12,5$, якщо $a = 15$.

583°. Розкладіть на множники многочлен, використавши формули скороченого множення:

- 1) $25m^2 - 4$; 4) $0,04a^4 - 0,81$; 7) $b^{12}c^4 - 36$;
 2) $16b^2 - 9$; 5) $9 - 36n^4$; 8) $a^2b^6 - 25$;
 3) $64 - 25a^2$; 6) $0,49a^4 - 0,04$; 9) $x^4y^2 - 0,81$.

584°. Розкладіть на множники многочлен, використавши формули скороченого множення:

1) $4m^2 - n^2$; 2) $c^6 - 16b^{10}$; 3) $x^8y^4 - 0,36$.

585°. Запишіть замість зірочок такі одночлени, щоб утворилася тотожність:

1) $4a^2 - 25b^2 = (* - 5b)(* + 5b)$;

2) $81x^2y^4 - 16a^6 = (* - 4a^3)(* + 4a^3)$;

3) $\frac{1}{9}c^2d^4 - 0,16a^2 = (* - 0,4a)(* + 0,4a)$.

586°. Подайте многочлен у вигляді добутку:

1) $9a^2 - 6ab + b^2$;

5) $0,25z^2 + cz + c^2$;

2) $16x^2 + 8xy + y^2$;

6) $c^4 - 4c^2d + 4d^2$;

3) $25c^2 - 20cd + 4d^2$;

7) $9x^6 - 48x^3y^4 + 64y^8$;

4) $a^2b^2 + 2ab + 1$;

8) $25a^{10} + 30a^5b^4 + 9b^8$.

587°. Розкладіть на множники многочлен, використавши формули скороченого множення:



1) $8a^6 - 27$;

10) $-a^2 + 10ab - 25b^2$;

2) $b^{12} - 64$;

11) $4x^4 - 12x^2 + 9$;

3) $0,125x^3 - 1$;

12) $-c^6 - 8c^3b^2 - 16b^4$.

4) $a^2b^6 - a^4b^8$;

5) $a^{12}b^3 - a^6b^6$;

6) $a^3b^3 + a^6b^6$;

7) $4m^2n^6p^4 - 16$;

8) $27a^3b^6 - 8c^9$;

9) $125a^3b^3 + 64d^3$;



qr.orioncentr.com.ua/03yzW

588°. Розкладіть на множники многочлен, використавши формули скороченого множення:

1) $b^6 + 125$;

4) $a^4 - 16$;

2) $216 - x^9$;

5) $a^{12} - 0,01$;

3) $343m^3b^9 + 8n^6$;

6) $16a^2 + 48a + 36$.

589°. Розв'яжіть рівняння:

1) $a^3 - a = 0$;

5) $-t^3 - 16t^2 - 64t = 0$;

2) $-16b^4 + b^2 = 0$;

6) $(2x - 1)^2 - 25 = 0$;

3) $4x^5 - 4x = 0$;

7) $x^2 - (3 + x)^2 = 0$;

4) $5n^6 - 6n^5 = 0$;

8) $(2x - 6)^2 - (5x + 1)^2 = 0$.

590°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^3 - 4x = 0$;
- 2) $y^3 - 14y^2 + 49y = 0$;
- 3) $4m(2 - m) + 3(m - 2) = 0$;
- 4) $(c - 5)^2 - (5 - 3c)^2 = 0$.

591°. Знайдіть значення виразу раціональним способом:

- 1) $x^4 - x^2y^2$, якщо $x = 3$, $y = 2$;
- 2) $a^2b - 16b$, якщо $a = 104$, $b = 0,2$;
- 3) $c(c^2 + 2cd + d^2) + d(c^2 + 2cd + d^2)$, якщо $c = 1,2$, $d = -0,2$;
- 4) $(5r - 1)(7 - 2s) - (2s - 7)(25r + 11)$, якщо $s = -1,5$, $r = 0,01$.

592°. Знайдіть значення виразу раціональним способом:

- 1) $a^2b + ab^2$, якщо $a = 120$, $b = -20$;
- 2) $4ab^3 - 4ab^2 + ab$, якщо $a = 4$, $b = 0,75$.

593°. Розкладіть на множники многочлен способом групування:



- 1) $2a^3 + 2a + a^2 + 1$;
- 2) $b^3 - 3b^2 + 5b - 15$;
- 3) $16m^4 - 8m^3 + 6m - 3$;
- 4) $a^3b + ab^3 + a^2 + b^2$;
- 5) $bc^2 - b^2c + 5b - 5c$;
- 6) $m^2n^2 - n^4 + 6m^2 - 6n^2$;
- 7) $a^3 - a^2b + a - b$;
- 8) $2abc + 5ac + 15 + 6b$.



qr.orioncentr.com.ua/Rok1g

594°. Розкладіть на множники многочлен способом групування:

- 1) $3x^3 + x + 3x^2 + 1$;
- 2) $5a^2 - 15ab + 2a - 6b$;
- 3) $x^3 - 3x^2 + 2x - 6$;
- 4) $0,4mn + 1,6 + 0,8m^2n + 3,2m$;
- 5) $x^2 + 3x + x + 3$;
- 6) $xy^2 - x^2y + x - y$.

595°. Запишіть замість зірочки такий двочлен, щоб утворилася тотожність:

- 1) $a^3 - 2a^2 + 4a - 8 = (a - 2) \cdot (*)$;
- 2) $2b^4 - 6b^3 + 9b - 27 = (*) \cdot (2b^3 + 9)$.

596°. Запишіть замість зірочки такий двочлен, щоб утворилася тотожність:

$$1) x^4 + 4x^3 + 5x + 20 = (*) \cdot (x^3 + 5);$$

$$2) 4b^6 - 12b^4 + 7b^2 - 21 = (b^2 - 3) \cdot (*).$$

597°. Розкладіть на множники многочлен:

$$1) 3x^3 - 3xy^2;$$

$$7) 7az^4 - 56a^4z;$$

$$2) 25a^3b - 16ab^3;$$

$$8) x^3y^3 + 64x^6y^6;$$

$$3) 5c^2d^2 - 125c^4d^4;$$

$$9) 3a^2b - 6ab^2 + 3b^3;$$

$$4) 18m^4n^2 - 162m^2n^4;$$

$$10) 7x^3 - 14x^2y + 7xy^2;$$

$$5) ac^3 - ab^3;$$

$$11) a^2 - 2ab + b^2 - c^2;$$

$$6) -8mn^3 - 27md^3;$$

$$12) 9 - c^2 - 4mc - 4m^2.$$

Якими способами ви скористалися?

598. Подайте у вигляді добутку вираз:

$$1) (a + 3)(b - 2) + (a + 3)(2b - 5);$$

$$2) (2x - 1)(5 + 7x) - (13x + 2)(2x - 1);$$

$$3) (4m - 2n)(7n + 1) + (n - 8m)(-7n - 1);$$

$$4) (y - 1)^2 - (y - 1)^2(5 - 8y);$$

$$5) (a - b)(7a - b) - (b - a)^2;$$

$$6) (6z - 5)^2(1 - z) - (5 - 6z).$$

599. Подайте у вигляді добутку вираз:

$$1) (3x - 2y)(1 - 4x) + (3x - 2y)(8 + 9x);$$

$$2) (m - 3n)(9n - 5) - (5 - 9n)(n - 6m);$$

$$3) (1 + y) - (1 + y)^2.$$

600. Відомо, що за деякого значення x значення виразу $x^2 - 4x + 5$ дорівнює 7. Знайдіть за цього самого значення x значення виразу:

$$1) 3x^2 - 12x + 15; \quad 2) x^2(x^2 - 4x + 1) - 4x(x^2 - 4x + 1).$$

601. Подайте у вигляді добутку вираз:

$$1) a^2(a + b) + 2a(a + b) + a + b;$$

$$2) x^2(x + 2) - 4x(x + 2) + 4(x + 2);$$

$$2) 9m^2(2m + 3) - 36(2m + 3).$$

602. Розкладіть на множники вираз:

$$1) (2y + 3)^2 - (5x + 1)^2; \quad 3) (3xy + 4)^2 - 9x^2y^2;$$

$$2) (4n^2 + 1)^2 - (3 + n^2)^2; \quad 4) (0,2ab + 5)^2 - 0,04a^2b^2.$$

- 603.** Розкладіть на множники вираз:
1) $(2b + 3)^2 - (5 + b)^2$; 2) $(m^2n^2 + 3)^2 - m^4n^4$.
- 604.** Розкладіть на множники вираз:
1) $(3x + 4)^3 - 27x^3$; 2) $(-2b + 3a)^3 + 8b^3$.
- 605.** Розкладіть на множники вираз і знайдіть його значення:
1) $16x^4 - (2x - 1)^4$, якщо $x = 0,5$;
2) $(2x + 5)^3 - (2x - 5)^3$, якщо $x = -0,1$.
- 606.** Розкладіть на множники вираз:
1) $(3x + 4)^4 - 81x^4$; 3) $(3x + 4)^2 - 48x$;
2) $(2a + 3b)^4 - 9b^2$; 4) $(2a + 3b)^2 - 24ab$.
- 607.** Доведіть, що:
1) $4^3 - 1$ ділиться на 7;
2) $169^2 - 44^2$ ділиться на 15;
3) $222^2 - 78^2$ ділиться на 360.
- 608.** Подайте у вигляді добутку многочлен, виділивши повний квадрат:
1) $9x^2 + 6x + 1 - 16y^2$; 3) $a^2 + 4a - 5$;
2) $16 + 9b^2 - 24b - 25a^2$; 4) $x^2 - 2x - 8$.
- 609.** Розкладіть на множники многочлен:
1) $x^2 - 5x + 6$; 3) $x^4 + 5x^2 - 6$;
2) $y^2 - 3y + 2$; 4) $x^4 - 3x^2 - 4$.
- 610.** Розкладіть на множники многочлен:
1) $x^2 - 8x + 15$; 2) $m^2 - 7m + 12$.
- 611.** Знайдіть периметр прямокутника, якщо його ширина на 2 см менша від довжини, а площа дорівнює 255 см^2 .
- 612.** На прямокутній ділянці землі, довжина якої на 30 м більша за ширину, побудовано теплицю площею 800 м^2 . Які розміри всієї ділянки, якщо теплицею не зайнято 3200 м^2 ділянки?
- 613.** Подайте у вигляді добутку многочлен:
1) $x^4 + x^2 + 1$; 2) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.



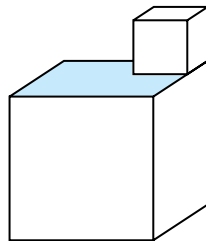
- 614*.** Доведіть, що вираз $n^4 + 3n^3 - n^2 - 3n$ ділиться на 6 за будь-якого натурального значення n .
- 615*.** Доведіть, що вираз $(2n - 1)^3 - (2n - 1)$ ділиться на 24 за будь-якого натурального значення n .
- 616*.** За умови, що $2a^2 + 4a - 1 = 6$ за деякого значення змінної a , знайдіть значення виразу:
 $12a^4 + 48a^3 + 42a^2 - 12a$.

Проявіть компетентність

- 617.** У трикімнатній квартирі підлога першої кімнати має форму квадрата зі стороною a , другої — форму квадрата зі стороною b , а третьої — форму прямокутника зі сторонами a і b відповідно. Сума площ підлог першої, другої та подвоєної площі третьої кімнати дорівнює 49 м^2 . Знайдіть периметр кімнати, підлога якої має форму прямокутника.

- 618.** Відомо, що різниця квадратів віку тата семи-класниці Ірини та її віку дорівнює добутку чисел 49 і 25. Знайдіть вік тата і дівчинки.

- 619.** Макар і Назар виготовили конструкцію з двох кубів і частково її пофарбували, як на малюнку 14. Знайдіть об'єм цієї конструкції, якщо її висота дорівнює 2,5 м, а площа пофарбованої поверхні — $1,25 \text{ м}^2$.



Мал. 14

- 620.** Галина задумала натуральне число, піднесла його до квадрата, до результату додала квадрат наступного в натуральному ряді числа, потім відняла число 1 і повідомила, що отримане число ділиться націло на 4. Чи не помилилася Галина в обчисленнях? Відповідь обґрунтуйте.

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 3

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що таке одночлен?
2. Який вигляд одночлена називають стандартним?
3. Що називають коефіцієнтом одночлена? Степенем одночлена?
4. Як піднести одночлен до степеня?
5. Що таке многочлен?
6. Як звести многочлен до стандартного вигляду?
7. Який член многочлена називається старшим?
8. Що називається степенем многочлена? Як його визначити?
9. Що означає додати многочлени?
10. Як помножити одночлен на многочлен? Многочлен на многочлен?
11. Які тотожності називають формулами скороченого множення?
12. Запишіть формули для обчислення квадрата суми та квадрата різниці.
13. Запишіть формулу різниці квадратів.
14. Запишіть формулу суми кубів; різниці кубів.
15. Що означає розкласти многочлен на множники?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

№ 1

- 1°. У стандартному вигляді записано одночлен:

А. $9,51$. Б. $a + b$. В. $a^3 \cdot a^5$. Г. $\frac{5}{a}$.

- 2°. Зведіть подібні члени многочлена:

$$y + 1,1y - 6y^3 + 2y - 1,1y^3 - y^2 - 0,1y + 7\frac{1}{10}y^3.$$

А. $2y - 2\frac{1}{10}y^3 - y^2$. Б. $\frac{1}{10}y^3 - y^2$. В. $-y^2$. Г. $-y^2 + 4y$.

- 3°. Який степінь многочлена $9m^3 + 1 + 2m^6 - m^4 + 8m$?

А. 9. В. 8.
Б. 3. Г. 6.

4. Знайдіть добуток одночленів: $0,5(y^6)^3 \cdot (2y^8)^5$.
 А. y^{22} . Б. y^{58} . В. $16y^{58}$. Г. $8y^{22}$.

- 5*. Спростіть вираз:

$$\left(\frac{1}{4}xy + 3a\right)(0,0625x^2y^2 - \frac{3}{4}xya + 9a^2).$$

- А. $\frac{1}{16}x^2y^2 + 9a^2$. В. $x^3y^3 + 27a^3 + \frac{3}{4}x^2y^2a$.
 Б. $\frac{1}{64}x^3y^3 + 27a^3$. Г. $\frac{25}{64}x^3y^3 + 27a^3$.

№ 2

- 1°. Подайте вираз $(7a + 5b)^2$ у вигляді многочлена.

А. $7a^2 + 35ab + 5b^2$.

Б. $49a^2 + 35ab + 25b^2$.

В. $49a^2 + 70ab + 25b^2$.

Г. $7a^2 + 70ab + 5b^2$.

- 2°. Піднесіть до квадрата двочлен $0,3x - 0,1y$.

А. $0,3x^2 - 0,03xy + 0,1y^2$.

Б. $0,9x^2 - 0,06xy + 0,1y^2$.

В. $0,09x^2 - 0,06xy + 0,01y^2$.

Г. $0,09x^2 - 0,06xy - 0,01y^2$.

- 3°. Розкладіть на множники многочлен $8c^6 - 125$.

А. $(2c^2 - 5)(4c^4 + 10c^2 + 25)$.

Б. $(2c^3 - 5)(4c^6 + 10c^3 + 25)$.

В. $(2c^2 + 5)(4c^4 - 10c^2 + 25)$.

Г. $(2c^2 + 5)(4c^6 - 20c^2 + 25)$.

- 4*. Обчисліть, не користуючись калькулятором:
 $101^2 - 99^2$.

А. 200.

В. 400.

Б. 4.

Г. 1.

- 5*. Розкладіть на множники вираз:

$$(x - y)^2 - z^2 - 4x^2 + 4xy + 4xz.$$

А. $(x - y - z)(z - y - 3x)$. В. $(x - y + z)(z - y + 5x)$.

Б. $(x - y + z)(z - y - 4x)$. Г. $(x - y - z)(z + y + 3x)$.



Розділ 4. ФУНКЦІЇ

У розділі дізнаєтесь:

- що таке функція, її область визначення і область значень;
- про способи задання функції;
- що називають графіком функції та як його побудувати;
- яка функція називається лінійною та які її властивості;
- яка функція називається прямою пропорційністю та які її властивості;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 15. ЩО ТАКЕ ФУНКЦІЯ?

1. Функціональна залежність

Ситуація. Мама дала Іринці 60 грн для того, щоб вона купила тістечка до чаю. Яка буде вартість покупки, якщо одне тістечко коштує 18 грн?



qr.orioncentr.com.ua/uOpEK



Від чого залежить вартість покупки?

Від кількості куплених тістечок.



Це означає, що кількість тістечок n є змінною величиною, а вартість покупки P залежить від кількості тістечок n . Тому n вважають незалежною змінною, а P — залежною змінною. У цій залежності кожному значенню n відповідає єдине значення P . І таку залежність називають *функціональною залежністю*.

Запам'ятайте!

Правило, згідно з яким кожному значенню незалежної змінної відповідає єдине значення залежної змінної, називається *функцією*.



Функцію найчастіше позначають літерою f , незалежну змінну — літерою x , а залежну змінну — літерою y . Тоді функціональну залежність змінної y від змінної x коротко записують: $y = f(x)$ і читають: «Ігрек дорівнює еф від ікс».



Незалежну змінну називають *аргументом функції*, а залежну змінну — *функцією*.

$$y = x + 2 \qquad f(x) = x + 2$$

↖ Функція ↗
↖ Аргумент ↗

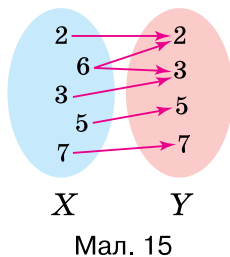


Чи кожна відповідність є функціональною залежністю?

Ні.



Наприклад, на малюнку 15 деяким натуральним числам (множина X) поставили у відповідність їх простий дільник (множина Y). Така відповідність не є функцією, бо числу 6 із множини X відповідає більше, ніж один простий дільник із множини Y . А це суперечить означенню функціональної залежності.



2. Способи задання функції



Як можна задати функцію?

По-різному.



Спосіб 1. Функцію можна задати *описово*, тобто *словесно*, наприклад, кожному учню 7-го класу поставили у відповідність число, що відповідає номеру його телефона.

Спосіб 2. Функцію можна задати *аналітично*, тобто *за допомогою формули*, наприклад, $s = 14t$, $y = 3x$.

Задача 1 Функція задана формулою $y = x^3 - 8$.

1) Знайдіть значення функції для $x = -1; 0; 2$.

2) Знайдіть значення аргументу, за якого функція набуває значення $y = 19$.

Розв'язання

1) Щоб знайти значення функції для заданих значень аргументу, підставимо ці значення у формулу, що задає функцію:

якщо $x = -1$, то $f(-1) = (-1)^3 - 8 = -1 - 8 = -9$;

якщо $x = 0$, то $f(0) = 0^3 - 8 = 0 - 8 = -8$;

якщо $x = 2$, то $f(2) = 2^3 - 8 = 8 - 8 = 0$.

2) Щоб знайти значення аргументу для $y = 19$, підставимо це значення у формулу: $19 = x^3 - 8$, звідси $x^3 = 27$, $x = 3$.

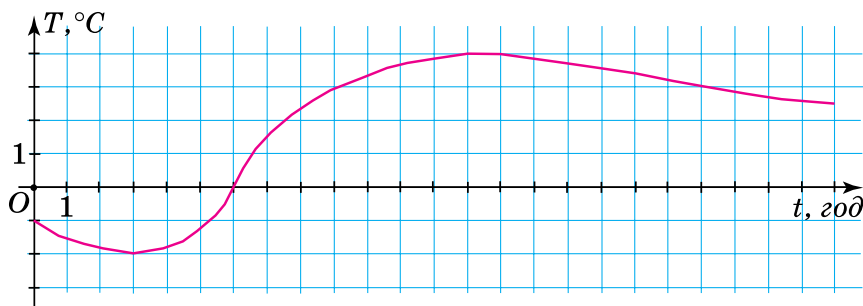
Спосіб 3. Функцію можна задати *таблицно*. Наприклад, такою є таблиця 21.

Таблиця 21

x	-2	-1	0	1	2
$y(x)$	4	-2	-4	-2	4

За таблицею, значенню аргументу $x = -1$ відповідає значення функції $y = -2$, а значенню аргументу $x = 2$ — значення функції $y = 4$.

Спосіб 4. Функцію можна задати за допомогою *графіка*. Наприклад, на малюнку 16 зображено графік зміни температури повітря впродовж доби.



Мал. 16



Щоб задати функцію, використовують такі способи:

- описовий;
- аналітичний;
- табличний;
- графічний.



qr.orioncentr.com.ua/FzY9p

3. Область визначення функції

Запам'ятайте!

Усі допустимі значення аргументу утворюють *область визначення функції*.



Область визначення функції коротко позначають $D(f)$ або $D(y)$.

Задача 2 Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

$$1) y = \frac{5x}{x+3}; \quad 2) y = \frac{4x+1}{3}.$$

Розв'язання

1) Знайдемо значення x , за яких знаменник дробу дорівнює нулю:

$$x + 3 = 0; x = -3.$$

Отже, $x = -3$ не є допустимим значенням функції, а її областю визначення є всі числа, крім $x = -3$, тобто:

$$D(y): x \neq -3.$$

2) Оскільки даний дріб має зміст за будь-якого значення x , то областю визначення функції є всі числа, тобто:

$$D(y): x \text{ — будь-яке число.}$$

4. Область значень функції

Запам'ятайте!

Усі значення, яких набуває функція для допустимих значень аргументу, утворюють *область значень функції*.



Область значень функції коротко позначають $E(f)$.

Задача 3 Периметр прямокутника зі сторонами a і b дорівнює 28 см. Складіть формулу залежності довжини сторони a від довжини сторони b . Назвіть аргумент цієї функції. Знайдіть її область визначення і область значень.

Розв'язання

1. Периметр прямокутника зі сторонами a і b дорівнює $P = 2(a + b)$. За умовою задачі $p = 28$ см. Отже, $28 = 2(a + b)$. Звідси $a = 14 - b$.

2. Для функції $a = 14 - b$ змінна b є аргументом.

3. Довжини сторін прямокутника можуть набувати лише додатних значень, тому $b > 0$ і $a > 0$. Оскільки $a = 14 - b$, то значення і незалежної змінної b , і залежної змінної a не можуть бути більшими за 14. Звідси $0 < b < 14$ і $0 < a < 14$. Отже:

$$D(f): 0 < b < 14, \quad E(f): 0 < a < 14.$$

Дізнайтеся більше

Перші спроби описати поняття «функція» були здійснені наприкінці XVII ст. **Готфрідом Вільгельмом Лейбніцем** (1646–1716), а також його учнями і послідовниками — братами Йоганном і Якобом Бернуллі. Термін «функція» належить Лейбніцу і походить від латинського слова *function*, що означає «виконання», «здійснення». Термін «аргумент функції» походить від латинського *argumentum*.



qr.orioncentr.com.ua/239YY

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/f66bd

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
функція	function	Funktion (f)	fonction

Пригадайте головне

1. Наведіть приклад функціональної залежності.
2. Сформулюйте означення функції.
3. Як позначають функцію?
4. Що називають аргументом функції?
5. Назвіть способи задання функцій.
6. Що таке область визначення функції?
7. Що таке область значень функції?

Усне тренування

Обчисліть:

- 1) $(6 + 2^2) : 5$; $(6 - 2^2) \cdot 5$; $((6 + 2) : 2)^2$; $(6 : 2 - 2)^2$;
 2) $(3^2 + 1) : 5$; $(3^2 - 2) \cdot 5$; $(3 + 2)^2 : 0,5$; $(4 \cdot 0,5)^2 - 0,2$.

Розв'яжіть задачі

- 621'.** Прочитайте запис: 1) $y = F(x)$; 2) $s = g(t)$; 3) $r = f(\varphi)$. Назвіть залежну і незалежну змінні.
- 622'.** Чи правильно, що x є аргументом функції:
 1) $y = 3x + 2$; 2) $x = 4t - 5$; 3) $r = 4\varphi^2 - 5\varphi + 1$?
- 623'.** Чи правильно, що y є функцією від a , якщо:
 1) $y = 3a + 2$; 2) $a = y^3 + 2y$; 3) $p = y^4 + 2y - 7$?
- 624°.** Кілограм помідорів коштує 45 грн. Чи пов'язані функціональною залежністю вартість помідорів та їхня маса? Якщо так, то назвіть незалежну й залежну змінні.
-  **625°.** Квиток на проїзд у міжміському автобусі коштує 123 грн. Чи пов'язані функціональною залежністю вартість поїздки великої родини та кількість членів родини? Якщо так, то назвіть незалежну й залежну змінні.
- 626°.** Кожному натуральному числу відповідає вдвічі більше натуральне число. Чи є дане правило функцією? Якщо так, то запишіть його у вигляді формули.

627°. Одна ремонтна бригада за день укладає 250 м^2 асфальту. Чи пов'язані функціональною залежністю кількість укладеного асфальту за день та кількість бригад? Якщо так, то задайте цю залежність формулою та назвіть незалежну й залежну змінні.

628°. У кафе завезли 200 кг яблук. Щодня використовують близько 25 кг . Чи пов'язані функціональною залежністю кількість яблук, що залишились і кількість днів? Якщо так, то задайте цю залежність формулою та назвіть незалежну й залежну змінні.

629°. Прочитайте функцію, задану описово, та назвіть незалежну й залежну змінні:

- 1) кожному значенню сторони квадрата відповідає певне значення його периметра;
- 2) кожному значенню кількості товару відповідає його вартість;
- 3) кожному значенню температури повітря відповідає певне значення висоти ртутного стовпчика термометра;
- 4) кожному значенню швидкості автомобіля відповідає певне значення пройденого шляху;
- 5) кожному натуральному числу поставили у відповідність квадрат цього натурального числа.

630°. Прочитайте функцію, задану описово та назвіть незалежну й залежну змінні:

- 1) кожному значенню радіуса кола відповідає певне значення діаметра цього кола;
- 2) кожному натуральному числу поставили у відповідність обернене до нього число.

631°. Прочитайте функцію, задану формулою, та назвіть аргумент і функцію:

- 1) $f(x) = 3x + 15$; 3) $h(y) = y^2 - y + 1$;
- 2) $g(y) = \frac{5x+1}{2}$; 4) $v(t) = 12$.

632°. Знайдіть значення функції $y = 5x - 6$ для:

- 1) $x = -3$; 3) $x = 0$; 5) $x = 5,4$;
 2) $x = -1$; 4) $x = 2$; 6) $x = \frac{1}{3}$.

633°. Знайдіть значення функції $y = 8 - 1,2x$ для:

- 1) $x = 0$; 3) $x = -5$; 5) $x = -0,2$;
 2) $x = 1$; 4) $x = 20$; 6) $x = 12$.

634°. Велосипедист їхав зі швидкістю 18 км/год. Запишіть у вигляді формули залежність пройденого ним шляху s від часу t . Знайдіть значення отриманої функції, якщо:



- 1) $t = 3$ год; 2) $t = 3,5$ год; 3) $t = 10,2$ год.

635°. Поїзд рухався зі швидкістю 75 км/год. Запишіть у вигляді формули залежність пройденого ним шляху s від часу t . Знайдіть значення отриманої функції, якщо:



- 1) $t = 9$ год; 2) $t = 11,5$ год; 3) $t = 20,4$ год.

636°. За даними таблиці 22 знайдіть невідомі величини, якщо $f(x) = -3x + 8$.

Таблиця 22

x	-2		1		
$f(x)$		6		0	-1

637°. За даними таблиці 23 знайдіть невідомі величини, якщо $g(x) = 7 - 5x$.

Таблиця 23

x	-3				2,4
$g(x)$		13	0	-3	

638. Функцію задано формулою: $g = 2t^2 + 4$. Назвіть:

- 1) аргумент функції; 2) область визначення функції; 3) область значень функції.

639. Функцію задано формулою: $g = 5 - x^2$. Назвіть:

- 1) аргумент функції; 2) область визначення функції; 3) область значень функції.

- 640.** Накресліть у зошиті й заповніть таблицю 24, якщо



$$y(x) = -3x^2 + 2x - 1.$$

Таблиця 24

x	-2	-1	0	1	2
$y(x)$					



qr.orioncentr.com.ua/EuEba

- 641.** Накресліть у зошиті й заповніть таблицю 25, якщо

$$f(x) = -3x^3 + x + 4.$$

Таблиця 25

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

- 642.** Працівники фабрики відраховують у пенсійний фонд 5 % своєї заробітної платні. Введіть змінні та запишіть формулу залежності відрахувань у пенсійний фонд від розміру заробітної платні. Визначте область визначення та область значень отриманої функції.



- 643.** Страховий агент отримує 6,5 % від продажу страхових полісів. Уведіть змінні та запишіть формулу залежності доходу страхового агента від розміру проданих страхових полісів. Визначте область визначення та область значень отриманої функції.



- 644.** Кожному натуральному числу поставили у відповідність остачу від ділення цього числа на 6. Чи є така залежність функціональною? Якщо так, то знайдіть її область визначення і область значень.

- 645.** Наведіть приклад функції, заданої аналітично. Назвіть її область визначення та область значень.

- 646.** Наведіть приклад функції, заданої за допомогою таблиці. Назвіть її область визначення та область значень.

- 647.** Складіть із кроком 0,5 таблицю значень функції, заданої формулою $y = x^2(2 - 3x)$, якщо $-1 \leq x \leq 2$.

648. Складіть із кроком 1 таблицю значень функції, заданої формулою $y = 3(1 - x^2)$, якщо $-3 \leq x \leq 4$.

649. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:



1) $y = \frac{3}{x-2}$;

2) $y = x^2 + 4x + 2$;

3) $y = \frac{5x+2}{3}$;

4) $y = -\frac{2}{4-3x}$.



qr.orioncentr.com.ua/PENy0

650. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

1) $y = x^3 - 7x$;

3) $y = -\frac{3}{7-21x}$;

2) $y = \frac{5}{x-5}$;

4) $y = -\frac{6x+1}{7}$.

651. Знайдіть область значень функції, заданої формулою:

1) $y = 3x^2$;

3) $y = -x^2 + 1$;

5) $y = |x| - 3$;

2) $y = x^2 + 2$;

4) $y = |x| + 7$;

6) $y = 5 - |x|$.

652. Знайдіть область значень функції, заданої формулою:

1) $y = x^2 + 4$; 2) $y = |x| - 2$.

653*. За яких значень a областю визначення функції є будь-які числа, якщо:

1) $y = x^2 + a$; 2) $y = \frac{2x}{|x|+a}$; 3) $y = \frac{x-2}{x^2+2x+a}$.

654*. Паперовий квадрат зі стороною 50 см потрібно розрізати на деяку кількість менших квадратів. Задайте формулою залежність кількості маленьких квадратів від довжини їх сторони. Скільки таких квадратів можна одержати, якщо сторона кожного дорівнює: 1) 25 см; 2) 10 см; 3) 5 см; 4) 4 см?

Проявіть компетентність

655. На пересування містом татів автомобіль витрачає щодня 8 л бензину. Задайте формулою функцію для визначення об'єму витраченого бензину залежно від кількості днів. Скільки літрів бензину потрібно купити татові, щоб йому вистачило на: 1) 5 днів; 2) 7 днів?

§ 16. КООРДИНАТНА ПЛОЩИНА. ГРАФІК ФУНКЦІЇ

1. Координатна площина

Ситуація. У будівельну компанію надійшла заявка побудувати арку на залізничний міст у вигляді кривої, що задана формулою $y = \frac{x(30-x)}{25}$, де $0 \leq x \leq 30$. Який же

вигляд має ця арка в прямокутній системі координат?



qr.orioncentr.com.ua/trHwT



Що називають прямокутною системою координат?

Пригадаймо.



Прямокутна система координат на площині (мал. 17) — це дві координатні прямі з рівними одиничними відрізками, що перетинаються під прямим кутом у початку відріку (*початку координат*); стрілками вказано додатний напрям на кожній з осей.



Координатні осі позначають так: *OX* (*вісь абсцис*) і *OY* (*вісь ординат*).

Запам'ятайте!

Площину із введеною на ній системою координат називають *координатною площиною*.

Кожній точці на площині можна поставити у відповідність пару чисел, взятих у певному порядку, і, навпаки, кожній парі чисел відповідає єдина точка координатної площини.

Така впорядкована пара чисел називається *координатами точки в даній системі координат*. На малюнку 18 точка A має координати: $x = 3, y = 2$.



Мал. 17

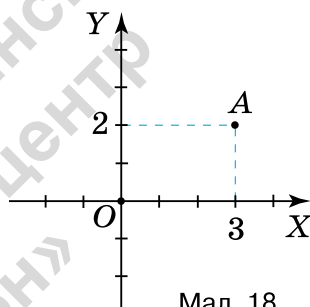


Коротко записують: $A(3; 2)$ і читають: «Точка A з координатами 3 і 2».



Точка, що лежить на осі абсцис, має координати $(x; 0)$. Точка, що лежить на осі ординат, має координати $(0; y)$.

Початок координат O має координати $(0; 0)$.



Мал. 18

2. Графік функції

qr.orioncentr.com.ua/k4lc5



Як побудувати зображення арки за формулою $y = \frac{x(30-x)}{25}, 0 \leq x \leq 30$?

Треба виконати три кроки.

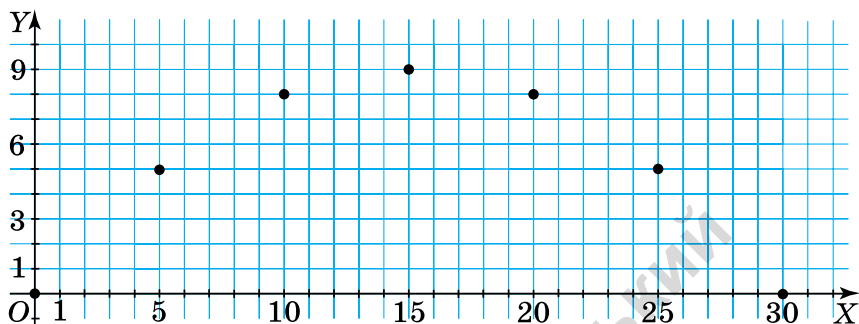


1. Складемо таблицю відповідних значень аргументу з кроком 5 (табл. 26).

Таблиця 26

x	0	5	10	15	20	25	30
y	0	5	8	9	8	5	0

2. Позначимо ці точки на координатній площині (мал. 19).



Мал. 19

3. Оскільки область визначення — усі числа від 0 до 30, то графіку належать й інші числа. Тому будемо вважати, що побудовані точки можна з'єднати плавною лінією (мал. 20).



Мал. 20

Отримали зображення арки — графік функції $y = \frac{x(30-x)}{25}$, $0 \leq x \leq 30$.

Запам'ятайте!

Графіком функції $y = f(x)$ називається зображення на координатній площині всіх точок, абсциси яких є значеннями аргументу, а ординати — відповідними значеннями даної функції.



Щоб побудувати графік функції:

- 1) знайдіть її область визначення;
- 2) заповніть таблицю значень функції для кількох значень аргументу;
- 3) на координатній площині побудуйте точки за їх координатами з таблиці;
- 4) з'єднайте ці точки плавною лінією, якщо це допускає область визначення функції.

Задача 1 Чи належить графіку функції $y = -x + 2$ точка:

- 1) $A(-3; 5)$; 2) $B(3; 1)$?

Розв'язання

Запишемо функцію:

$$y = -x + 2,$$

Підставимо значення x і y :

$$1) 5 = -(-3) + 2, \quad 2) 1 \neq -3 + 2,$$

Перевіримо рівність:

$$5 = 5.$$

$$1 \neq -1.$$

Висновок:

$$A \in y(x).$$

$$B \notin y(x).$$



Якщо координати точки задовольняють формулу, якою задано функцію, то ця точка належить графіку функції. І навпаки, якщо точка належить графіку функції, то її координати задовольняють формулу, якою задано функцію.

Задача 2 Не виконуючи побудови, знайдіть точки перетину графіка функції $y = 2x^2 - 8$ з осями координат.

Розв'язання

Вісь	Координати точки на осі	Підставляємо значення	Обчислюємо значення	Координати точок перетину з осями
OX	$(x; 0)$	$0 = 2x^2 - 8$	$x = 2$ або $x = -2$	$(2; 0)$, $(-2; 0)$
OY	$(0; y)$	$y = 2 \cdot 0^2 - 8$	$y = -8$	$(0; -8)$



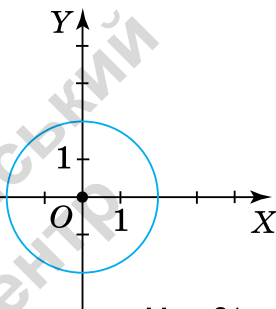
Чи будь-яка лінія в системі координат $ХОУ$ задає функцію?



Ні.

Наприклад, коло на малюнку 21 не може задавати функцію, оскільки існують такі значення незалежної змінної x , наприклад, $x = 1$, яким відповідає два значення залежної змінної y .

Уважають, що *функцію заданою графічно* в прямокутній системі координат, якщо в цій системі координат зображення містить принаймні одну точку і на ньому немає двох точок з рівними абсцисами, але різними ординатами.



Мал. 21

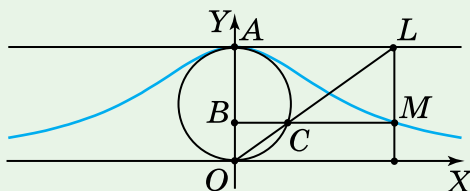
Дізнайтеся більше

Марія Гаетана Аньезі (1718–1799) — італійська вчена, математикиня і філософиня, яка вважається першою жінкою — професоркою математики у світі. Марія стала експерткою в галузі математичного аналізу, що є основою сучасної математики. У 1748 році вона опублікувала книгу «Основи аналізу для користування італійською молоддю», яка стала класичним підручником з математики.



Відома крива третього порядку $y = \frac{a^3}{a^2 + x^2}$ (мал. 22), яку досліджувала Марія Аньезі й названа «локоном Аньезі» на її честь.

qr.orioncentr.com.ua/GIJOg



Мал. 22

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/m5UVg

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
графік функції	graph of function	Graph einer Funktion	représentation graphique d'une fonction

Пригадайте головне

1. Що називають координатною площиною?
2. Які координати має точка, що лежить на осі абсцис; на осі ординат?
3. Які координати має початок координат?
4. Що називають графіком функції?
5. Як побудувати графік функції?
6. Як визначити, чи належить точка графіку функції?
7. Як знайти точки перетину графіка функції з осями координат?
8. Чи будь-яка геометрична фігура може бути графіком функції?

Усне тренування

Обчисліть:

$$1) \frac{1}{2} \cdot 2 + 5; \quad \left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot 8; \quad 1 \frac{1}{2} : \frac{1}{2} - 7; \quad 2 \frac{1}{2} \cdot (7 - 3^2);$$

$$2) -3^2 + 4 \cdot 1,5; \quad (-3)^2 + 0,5 \cdot (-4);$$

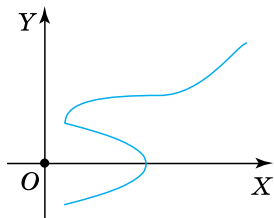
$$-(3^2 + 4 \cdot 2,5); \quad (-3^2 + 5) \cdot 2,5.$$

Розв'яжіть задачі

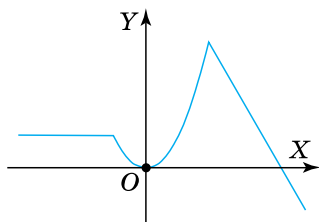
- 656'. Дано точку $A(-3; 7)$. Чи правильно, що абсциса точки A дорівнює:
1) -3 ; 2) 3 ; 3) -7 ; 4) 7 ?
- 657'. Дано точку $A(-3; 7)$. Чи правильно, що ордината точки A дорівнює:
1) -3 ; 2) 3 ; 3) -7 ; 4) 7 ?
- 658'. На якій осі лежить точка:
1) $A(-5; 0)$; 2) $B(0; 3,2)$; 3) $C\left(5\frac{3}{5}; 0\right)$; 4) $D\left(0; -1\frac{6}{7}\right)$?

659'. Чи може бути графіком деякої функції лінія, зображена:

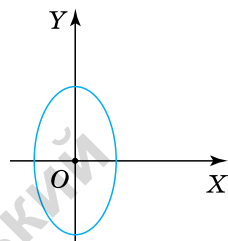
- 1) на малюнку 23; 3) на малюнку 25?
2) на малюнку 24;



Мал. 23



Мал. 24



Мал. 25

660'. Чи правильно, що точка $O(0; 0)$ належить графіку функції:

- 1) $y = 3x - 3$; 2) $y = x^2 + 1$; 3) $y = -x^2$?

661'. Які з даних точок



$A(-4, 5; 0)$, $B(8, 0; 3; 1, 05)$,
 $C(0, 6; 3, 1)$, $D(0; -1, 77)$,

$E\left(5\frac{2}{7}; 0\right)$, $M(0; 0)$,

$F(0, 3; 0)$, $K\left(0; -1\frac{1}{7}\right)$,

$L(0, 33; 0, 66)$ лежать на осі: 1) абсцис; 2) ординат?



qr.orioncentr.com.ua/zLW96

662'. Накресліть систему координат. На осі OX позначте точки з абсцисами: 1) 2,5; 2) $-3,5$; 3) 5; 4) $-1,5$. Запишіть координати цих точок.

663'. Накресліть систему координат. На осі OY позначте точки з ординатами: 1) 3; 2) $-0,5$; 3) 3,5; 4) -4 . Запишіть координати цих точок.

664'. Задайте прямокутну систему координат на площині та побудуйте в ній точки: $A(2; 1)$, $B(2; -1)$, $C(-1, 5; 3, 5)$, $D(3; -2, 5)$, $E(3; 3)$, $F(4; 3)$, $G(-3; -4)$, $H(-4; -3)$. Побудуйте прямі AC , DG , EH , BF .

665°. Накресліть систему координат. За одиничний відрізок прийміть довжину п'яти клітинок зошита. Побудуйте точки $K(-1,4; -1,2)$, $L(-1,4; 0,6)$, $M(-1,6; -0,8)$, $N(0,6; -1)$. Побудуйте прямі KM , LM , LN .

666°. Функцію задано формулою: $y = -x^2 + 2$. Заповніть таблицю 27.

Таблиця 27

x	-2	-1	0	1	2
y					

Скориставшись даними таблиці, побудуйте графік даної функції.

667°. Функцію задано формулою: $y = 2x^2 - 1$. Заповніть таблицю 28.

Таблиця 28

x	-2	-1	0	1	2
y					

Скориставшись даними таблиці, побудуйте графік даної функції.

668°. Чи належить графіку функції $y = -x^2 - 3$ точка:



- 1) $A(-1; -4)$;
- 2) $B(1; 4)$;
- 3) $C(0; 3)$;
- 4) $D(-2; -5)$?



qr.orioncentr.com.ua/4lLsC

669°. Чи належить графіку функції $y = 4 - x^2$ точка:
1) $K(-1; 3)$; 2) $L(1; -3)$; 3) $M(2; 0)$; 4) $N(-2; 6)$?

670°. Чи перетинає вісь абсцис графік функції:

- 1) $y = 2x^2 + 3$; 2) $y = -3x^2 - 4$; 3) $y = \frac{7}{2x-3}$?

671°. У якій точці перетинає вісь OY графік функції:

- 1) $y = 4x - 4$; 2) $y = -3x^2 + 3$; 3) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{12}$?

672°. У яких точках перетинає осі координат графік функції:

1) $y = 5x - 15$; 2) $y = -x^2 + 9$; 3) $y = -\frac{2}{11}x + \frac{7}{33}$?

673. Запишіть координати точки M , якщо з точкою $N(-5, 5; 4, 2)$ вона має:

- 1) рівні абсциси, але протилежні ординати;
- 2) рівні ординати, але протилежні абсциси;
- 3) протилежні абсциси й протилежні ординати;
- 4) рівні абсциси й рівні ординати.

674. Дано точку $D(4, 8; -1, 5)$. Запишіть координати точки C , якщо її абсциса й ордината:

- 1) протилежні до відповідних координат точки D ;
- 2) утричі менші від абсциси й ординати точки D ;
- 3) на 1,3 більші за абсцису й ординату точки D .

675. Побудуйте пряму MN , якщо $M(1; 1)$, $N(3; 3)$. Визначте координати ще чотирьох точок цієї прямої.

676. Побудуйте пряму PQ , якщо $P(-3, 5; 3, 5)$, $Q(2; -2)$. Визначте координати ще чотирьох точок цієї прямої.

677. Графік функції $y = x^2 + n$ проходить через точку $N(-2; 6)$. Знайдіть значення n .

678. Графік функції $y = t - 2x^2$ проходить через точку $N(-1; 3)$. Знайдіть значення t .

679. Графік функції $y = ax - 1$ проходить через точку $A\left(-1; -1\frac{2}{3}\right)$. Знайдіть значення a .

680. Побудуйте графік функції:

- 1) $y = 0,5x^2 - 1,5$, якщо $-3 \leq x \leq 3$;
- 2) $y = \frac{5x+2}{3}$, якщо $-2 \leq x \leq 1$;
- 3) $y = -\frac{4}{7}x + 1$, якщо $-7 \leq x \leq 7$;
- 4) $y = 2x - 1$, якщо $-3 \leq x \leq 1$.

- 681.** Побудуйте графік функції:
- 1) $y = -1,5x^2 + 3$, якщо $-2 \leq x \leq 1$;
 - 2) $y = \frac{3x-2}{4}$, якщо $-2 \leq x \leq 3$.
- 682*.** Побудуйте графіки функцій $y = |x|$ та $y = -x^2 + 2$. Знайдіть координати точок перетину цих графіків.
- 683*.** Побудуйте множину точок $M(x; y)$, якщо:
- 1) $-3 \leq x < 1$, $y = 2$;
 - 2) $-2 \leq y < 2$, $x = 1$.
- 684*.** Побудуйте множину точок $Q(x; y)$, якщо:
- 1) $-2 \leq x < 1,5$, $-2 \leq y < 1,5$;
 - 2) $-4 \leq y < -2$, $-3 \leq x < -1$.
- 685*.** Побудуйте всі точки $P(x; y)$ такі, що $|x| \leq 2$, $|y| \leq 5$ і:
- 1) ордината точки P протилежна до її абсциси;
 - 2) модуль ординати точки P дорівнює її абсцисі;
 - 3) абсциса точки P удвічі менша від її ординати.
- 686*.** Побудуйте графіки функцій:
- 1) $y = \begin{cases} -x, & \text{якщо } -3 \leq x < -1, \\ x^2, & \text{якщо } -1 \leq x < 2, \\ 4, & \text{якщо } 2 \leq x \leq 5; \end{cases}$
 - 2) $y = \begin{cases} -3, & \text{якщо } -4 \leq x < -2, \\ -x^2 + 1, & \text{якщо } -2 \leq x < 1, \\ x - 1, & \text{якщо } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$

Проявіть компетентність



- 687.** У понеділок до магазину завезли 5 ящиків цукерок «Ромашка» по 10 кг у кожному. Щодня магазин продає 6,5 кг цукерок. Запишіть у вигляді формули залежність маси цукерок, що залишились у магазині, від дня тижня. Визначте, скільки кілограмів цукерок залишиться в магазині в середу, у п'ятницю та в неділю. Побудуйте графік отриманої функції.

688. Побудуйте графік зміни температури за будь-який день тижня, знімаючи покази через кожні дві години. З'ясуйте:



- 1) у який час дня температура була найвищою;
- 2) у який час дня температура була найнижчою;
- 3) коли в цей день температура знижувалась;
- 4) коли в цей день температура підвищувалась.

§ 17. ЛІНІЙНА ФУНКЦІЯ

1. Що таке лінійна функція

Ситуація. Мобільний оператор пропонує своїм клієнтам тариф «Економний» за такими умовами: безлімітні дзвінки в мережі за 30 грн і додаткова плата 2 грн за хвилину розмови на інші мережі. Дмитро склав формулу залежності загальної вартості тарифного плану y від кількості хвилин x на інші мережі:



qr.orioncentr.com.ua/frKlG

$$y = 30 + 2x.$$



Чи правильно Дмитро задав функцію формулою?

Так.



Отриману функцію в загальному вигляді можна задати формулою:

$$y = kx + b,$$

де x — незалежна змінна, k і b — деякі числа.

Запам'ятайте!

Функція, яку можна задати формулою виду $y = kx + b$, де x — аргумент, k і b — деякі числа, називається лінійною функцією.



У лінійної функції:
область визначення — усі числа,
область значень — усі числа.

2. Графік лінійної функції

Задача 1 Побудуйте графік функції $y = 2x + 1$.

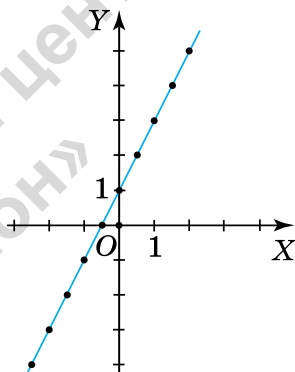
Розв'язання Дана функція є лінійною за означенням. Область її визначення — усі числа. Складемо таблицю значень цієї функції (табл. 29).

Таблиця 29

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$y(x)$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

Побудуємо ці точки на координатній площині та з'єднаємо їх суцільною лінією (мал. 26). Ця лінія і є графіком даної функції.

Переконайтеся самостійно, що всі точки графіка лінійної функції на малюнку 26 лежать на одній прямій (цей факт ви зможете строго довести в старшій школі).



Мал. 26

Запам'ятайте!

Графіком лінійної функції є пряма.



Скільки значень лінійної функції треба знайти, щоб побудувати її графік?

Два.



Для побудови прямої достатньо двох точок. Цей факт вам відомий із курсу геометрії.

Задача 2 Побудуйте графік функції $y = 3x - 2$.

Розв'язання

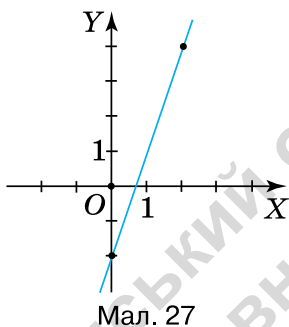
Дана функція є лінійною.

Складемо таблицю значень даної функції для двох довільних значень аргументу, наприклад, 0 і 2 (табл. 30).

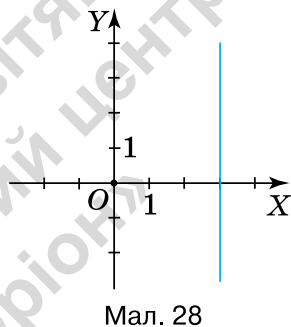
Таблиця 30

x	0	2
$y(x)$	-2	4

На координатній площині позначимо точки з координатами $(0; -2)$ і $(2; 4)$. Проведемо через них пряму. Ця пряма і є графіком даної функції (мал. 27).



Мал. 27



Мал. 28



Чи можна вважати графіком лінійної функції пряму, перпендикулярну до осі абсцис (мал. 28)?

Ні.

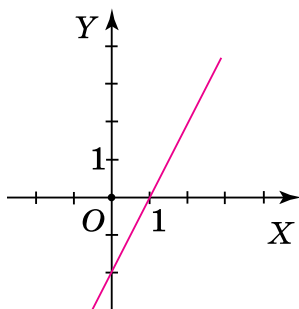


На такій прямій одному значенню x відповідає безліч значень y . Наприклад, усі точки прямої на малюнку 28 мають координати $(3; y)$, де y — будь-яке число.

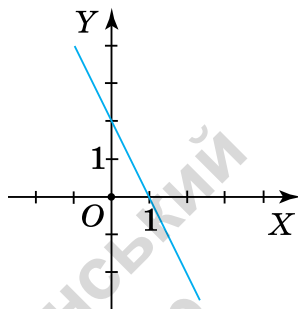
Запам'ятайте!

Кожна пряма, яка не перпендикулярна до осі абсцис, є графіком лінійної функції.

Задача 3 За графіками функцій $y = 2x - 2$ (мал. 29) і $y = -2x + 2$ (мал. 30) знайдіть усі значення аргументу, за яких значення функції: а) дорівнює нулю; б) є додатним; в) є від'ємним.



Мал. 29



Мал. 30

Розв'язання

1. За малюнком 29 для функції $y = 2x - 2$ отримаємо:

- а) $y = 0$, якщо $x = 1$;
- б) $y > 0$, якщо $x > 1$;
- в) $y < 0$, якщо $x < 1$.

2. За малюнком 30 для функції $y = -2x + 2$ отримаємо:

- а) $y = 0$, якщо $x = 1$;
- б) $y > 0$, якщо $x < 1$;
- в) $y < 0$, якщо $x > 1$.

3. Особливості графіка лінійної функції

qr.orioncentr.com.ua/73zWQ



Чи характеризує лінійну функцію число k ?

Так.



Наприклад, у функції $y = 2x - 2$ (мал. 29) коефіцієнт $k > 0$ і її графік утворює з додатним променем осі OX **гострий кут**, а у функції $y = -2x + 2$ (мал. 30) коефіцієнт $k < 0$ і її графік утворює з додатним променем осі OX **тупий кут**.

Запам'ятайте!

Графік функції $y = kx + b$ утворює з додатним променем осі OX :

- гострий кут, якщо $k > 0$;
- тупий кут, якщо $k < 0$.



Оскільки коефіцієнт k характеризує кут, який пряма утворює з додатним променем осі OX , його називають *кутовим коефіцієнтом* прямої.



Чи характеризує лінійну функцію число b ?

Так.



Число b у формулі $y = kx + b$ показує ординату точки перетину графіка лінійної функції з віссю OY .

Графік функції $y = 2x - 2$ перетинає вісь OY у точці з **ординатою -2** (мал. 29), а $y = -2x + 2$ перетинає вісь OY у точці з **ординатою 2** (мал. 30).

Запам'ятайте!

Графік лінійної функції $y = kx + b$ перетинає вісь OY в точці:

- з додатною ординатою, якщо $b > 0$;
- з від'ємною ординатою, якщо $b < 0$;
- з ординатою, що дорівнює 0 , якщо $b = 0$.

На малюнку 31 більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції. Отже, функція $y = 2x - 2$ є **зростаючою**. У неї $k > 0$.

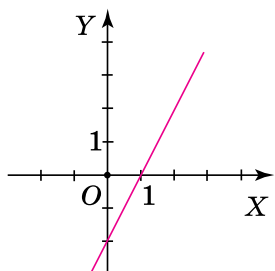
На малюнку 32 більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції. Отже, функція $y = -2x + 2$ є **спадною**. У неї $k < 0$.

На малюнку 33 зображено графік лінійної функції $y = 2$. У неї $k = 0$.

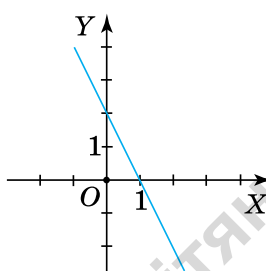
Запам'ятайте!

Лінійна функція $y = kx + b$:

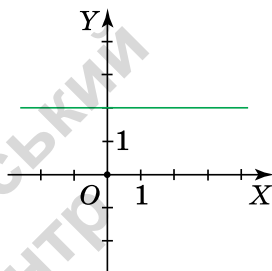
- **зростає**, якщо $k > 0$;
- **спадає**, якщо $k < 0$;
- є **сталою**, якщо $k = 0$.



Мал. 31



Мал. 32



Мал. 33

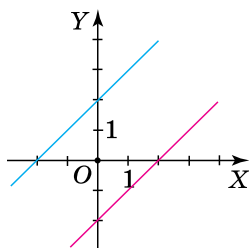
Дізнайтеся більше

Нехай задано дві лінійні функції: $y = k_1x + b_1$ і $y = k_2x + b_2$.

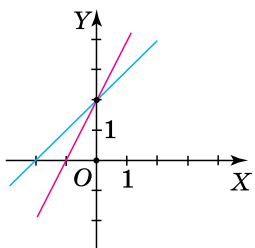
1. Якщо $k_1 = k_2$ і $b_1 = b_2$, то графіки даних функцій **збігаються**.
2. Якщо $k_1 = k_2$, а $b_1 \neq b_2$, то графіки даних функцій **паралельні**.
Наприклад, паралельними є графіки функцій $y = x + 2$ і $y = x - 2$ (мал. 34).

3. Якщо $k_1 \neq k_2$, то графіки даних функцій **перетинаються**.
Наприклад, графіки функцій $y = x + 2$ і $y = 2x + 2$ перетинаються в точці $A(0; 2)$ (мал. 35).

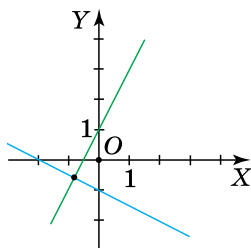
4. Особливим є випадок, коли $k_1 \cdot k_2 = -1$, тоді графіки даних функцій **взаємно перпендикулярні**. Наприклад, графіки функцій $y = 2x + 1$ і $y = -0,5x - 1$ є взаємно перпендикулярними (мал. 36).
У цих функцій $k_1 \cdot k_2 = 2 \cdot (-0,5) = -1$.



Мал. 34



Мал. 35



Мал. 36

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/5HNrO

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
лінійна функція	linear function	lineare Funktion	fonction linéaire

Пригадайте головне

1. Яка функція називається лінійною?
2. Що є графіком лінійної функції?
3. Скільки значень лінійної функції треба знайти, щоб побудувати її графік?
4. Як побудувати графік лінійної функції?
5. Як характеризує лінійну функцію число k ?
6. Як характеризує лінійну функцію число b ?
7. За яких значень k лінійна функція $y = kx + b$ є зростаючою; спадною; сталою?

Усне тренування

Обчисліть:

$$\begin{aligned}
 &1) 4 \cdot 1\frac{1}{4}; \quad 1,5 : \frac{1}{2}; \quad 10,5 - 3\frac{1}{2}; \quad 4,25 + 1\frac{3}{4}; \\
 &2) 12\frac{1}{2} : 6\frac{1}{4}; \quad -8,5 - 2\frac{1}{2}; \quad 0,75 \cdot 1\frac{1}{3}; \quad -2\frac{1}{2} + 6,5.
 \end{aligned}$$

Розв'яжіть задачі

689'. Чи є лінійною функція, яку задано формулою:

1) $y = 2x^2 + x + 1$; 2) $y = 2 + x^3$; 3) $y = 4 - 5x$?

690'. Чи правильно, що графік функції $y = 3x - 2$ проходить через точку:

1) $A(2; 2)$; 2) $B(-2; -4)$; 3) $C(1; 1)$?

691'. Чи правильно, що:



- 1) функція $y = -3x + 3$ зростає;
2) функція $y = 2$ спадає;


qr.orioncentr.com.ua/BAmcv

- 3) функція $y = 5x - 1$ спадає;
- 4) функція $y = 4x - 3$ зростає;
- 5) функція $y = -6x + 2$ спадає;
- 6) функція $y = 4x$ зростає;
- 7) функція $y = -0,5$ є сталою;
- 8) графік функції $y = 4x - 5$ перетинає вісь OY у точці $(0; -5)$;
- 9) графік функції $y = -2x + 5$ перетинає вісь OY у точці $(0; -2)$;
- 10) графік функції $y = 0,5x + 6$ утворює гострий кут з додатним променем осі OX ?

692'. Відомо, що графік функції $y = kx + b$ перетинає вісь OY в точці $A(0; -3)$. Яким у такому випадку буде значення b :

- 1) додатним; 2) від'ємним; 3) рівним нулю?

693'. Назвіть кутовий коефіцієнт прямої:

- 1) $y = 3x - 7$; 2) $y = 4 - 0,5x$; 3) $y = \frac{1}{6}x + \frac{2}{5}$.

694°. Функцію задано формулою $y = 2x - 5$. Накресліть у зошиті таблицю 31 та заповніть її.



Таблиця 31

x	-2	-1	0	1	2
y					



qr.orioncentr.com.ua/p9Tyr

695°. Функцію задано формулою $y = -x + 3$. Накресліть у зошиті таблицю 32 та заповніть її.

Таблиця 32

x	-2	-1	0	1	2
y					

696°. Побудуйте графік функції:

- 1) $y = x - 1$; 3) $y = -3x + 1$; 5) $y = -3$;
- 2) $y = -2x - 1$; 4) $y = \frac{1}{2}x + 2$; 6) $y = 4$.

697°. Побудуйте графік функції:

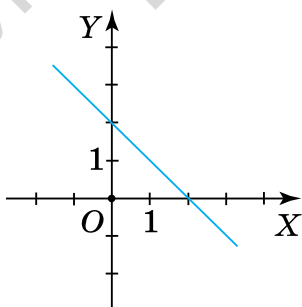
1) $y = 2x + 1$; 2) $y = -3x - 1$; 3) $y = \frac{1}{3}x - 1$; 4) $y = -1$.

698°. На малюнку 37 зображено графік деякої лінійної функції. Скориставшись графіком, знайдіть:

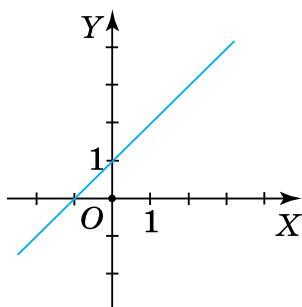
- 1) значення y , якщо $x = -1; 0; 1; 2,5$;
- 2) значення x , за якого $y = 0$;
- 3) три значення аргументу, за яких значення функції додатне;
- 4) три значення аргументу, за яких значення функції від'ємне;
- 5) значення аргументу, за яких функція зростає;
- 6) значення аргументу, за яких функція спадає.

699°. На малюнку 38 зображено графік деякої лінійної функції. Скориставшись графіком, знайдіть:

- 1) значення y , якщо $x = -1; 0; 1; 2,5$;
- 2) значення x , за якого $y = 0$;
- 3) три значення аргументу, за яких значення функції додатне;
- 4) три значення аргументу, за яких значення функції від'ємне;
- 5) значення аргументу, за яких функція зростає;
- 6) значення аргументу, за яких функція спадає.

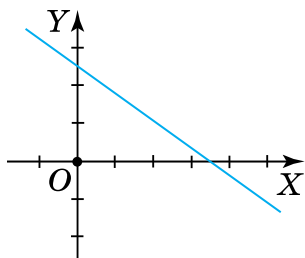


Мал. 37

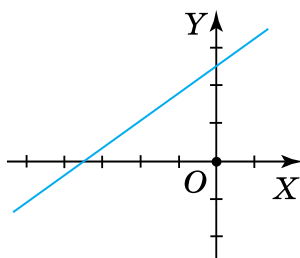


Мал. 38

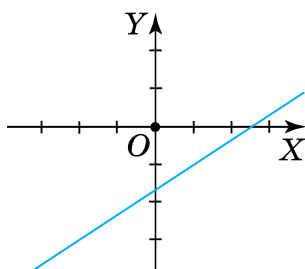
700°. За видом графіка функції $y = kx + b$ на малюнках 39–42 визначте знаки коефіцієнтів k і b .



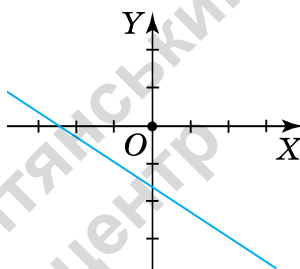
Мал. 39



Мал. 40



Мал. 41



Мал. 42

701°. Графік якої з функцій перетинає вісь ординат у точці з додатною ординатою:

- 1) $y = 6x - 5$; 3) $y = -6x - 5$; 5) $y = -6x + 5$;
 2) $y = -6x + 5$; 4) $y = 6x + 5$; 6) $y = 5$?

702°. Графік якої з функцій перетинає вісь ординат у точці з від'ємною ординатою:

- 1) $y = -7x - 6$; 3) $y = 7x - 6$;
 2) $y = -7x + 6$; 4) $y = 7x + 6$?

703°. У якій точці перетинає вісь ординат графік функції:

- 1) $y = 2x - 3$; 3) $y = -\frac{2}{5}x + \frac{8}{15}$; 5) $y = 4x$;
 2) $y = -3x + 9$; 4) $y = 1,5x - 3$; 6) $y = \frac{1}{2}x - \frac{2}{5}$?

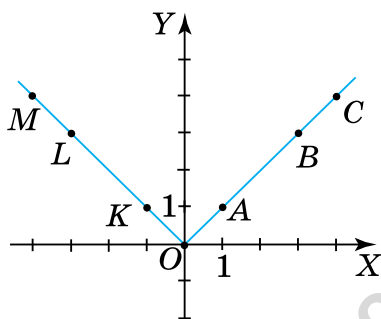
704°. У якій точці перетинає вісь абсцис графік функції:

- 1) $y = 3x - 12$; 4) $y = 1,5x + 9$;
 2) $y = -7x + 21$; 5) $y = -12x$;
 3) $y = -\frac{7}{9}x - \frac{14}{27}$; 6) $y = \frac{3}{5}x - 0,6$?

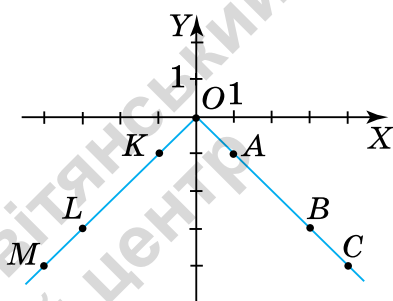
705°. У яких точках перетинає осі координат графік функції: 1) $y = -5x - 10$; 2) $y = 0,4x - 2,6$?

706°. На малюнках 43–44 зображено графіки деяких функцій. Серед точок, позначених на графіку, укажіть:

- 1) точки з рівними абсцисами й ординатами;
- 2) пари точок з протилежними абсцисами й рівними ординатами.



Мал. 43



Мал. 44

Яку закономірність помітили? Чи задовольняють координати точок кожної пари функцію, задану формулою: а) $y = |x|$; б) $y = -|x|$?

707°. Якому з графіків функцій $y = |x|$ чи $y = -|x|$ належить точка з координатами: 1) $(-2; -2)$; 2) $(1; -1)$; 3) $(-1; 1)$; 4) $(-1; -1)$; 5) $(-0,3; 0,3)$; 6) $(1,5; 1,5)$?

708°. Графік функції $y = 4x + t$ проходить через точку $M(-2; 8)$. Знайдіть значення t .

709°. Графік функції $y = bx - 1$ проходить через точку $B\left(-1; -\frac{3}{5}\right)$. Знайдіть значення b .

710. Побудуйте графік функції:

- 1) $y = 0,5x - 1,5$; 2) $y = -\frac{2x+1}{3}$; 3) $y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{3}$.

Скориставшись графіком, знайдіть усі значення аргументу, за яких значення функції: а) дорівнює нулю; б) є додатним; в) є від'ємним.

711. Побудуйте графік функції:

$$1) y = -1,5x + 3; \quad 2) y = \frac{3-2x}{5}; \quad 3) y = 1\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}.$$

Скориставшись графіком, знайдіть усі значення аргументу, за яких значення функції: а) дорівнює нулю; б) є додатним; в) є від'ємним.

712. Побудуйте графіки двох функцій в одній системі координат:

$$1) y = 2x - 1 \text{ і } y = -5x + 6; \quad 2) y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \text{ і } y = \frac{x}{2} + 3.$$

Визначте графічно координати їх точок перетину.

713. Побудуйте графіки двох функцій в одній системі координат:

$$1) y = 3x - 1 \text{ і } y = -2x + 4; \quad 2) y = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \text{ і } y = \frac{x}{5} - 1\frac{2}{5}.$$

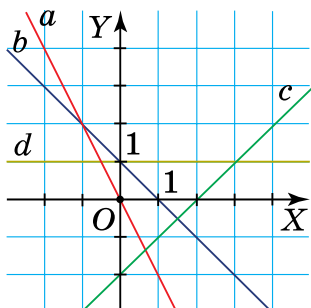
Визначте графічно координати їх точок перетину.

714. Графік функції $y = ax + b$ проходить через точки $A(-1; -3)$ і $B(0; 2)$. Знайдіть значення a і b .

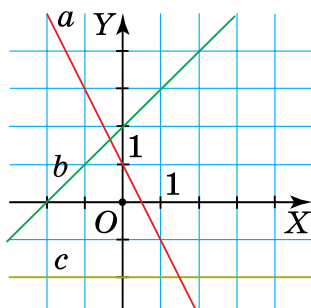
715. Задайте формулами функції, графіки яких зображено на малюнку 45.

716. Задайте формулами функції, графіки яких зображено на малюнку 46.

717. Графік функції $y = kx + b$ проходить через точку $A(-1; -10)$, а його кутовий коефіцієнт дорівнює НСД чисел 42 і 91. Знайдіть значення k і b .



Мал. 45



Мал. 46

- 718.** Графік функції $y = ax + c$ проходить через точку $B(1; 14)$, а його кутовий коефіцієнт дорівнює НСД чисел 96 і 112. Знайдіть значення a і c .
- 719.** За яких значень m графік функції $y = (2 - 3m)x + 5$ спадає?
- 720.** За яких значень m графік функції $y = (1 + 2m)x - 7$ зростає?
- 721*.** За якого значення k є паралельними графіки функцій:
- $$y = (2k + 2)x - 201,$$
- $$y = (3k - 3)x + 202?$$

- 722*.** Графік функції $y = ax + b$ перпендикулярний до графіка функції $y = 4x + 1$ і проходить через точку $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. Знайдіть значення a і b .

- 723*.** Побудуйте графік функції:

$$1) y = |x| + x; \quad 3) y = |x| - x;$$

$$2) y = 2|x| - x; \quad 4) y = \frac{|x|}{x}.$$

- 724*.** Побудуйте графік функції:

$$y = \begin{cases} x - 2, & \text{якщо } x \leq -1, \\ 3x, & \text{якщо } -1 \leq x < 2, \\ x + 4, & \text{якщо } x \geq 2. \end{cases}$$

Проявіть компетентність



- 725.** Ірина входить до шкільної команди з легкої атлетики. Під час тренувань зі стрибків у довжину тренер нараховує 5 балів за приземлення біля ближньої межі та 10 балів за приземлення за дальньою межею. Складіть формулу для обчислення загальної кількості балів Ірини, якщо вона виконала 7 стрибків і x разів приземлилась за дальню межу. Побудуйте графік отриманої функції.

§ 18. ПРЯМА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ

1. Що таке пряма пропорційність

Ситуація. Учитель фізкультури Іван Степанович провів недільний похід з учнями. Туристи рухалися зі сталою швидкістю 4,5 км/год, тому пройдена відстань s залежала тільки від часу t . Учні подали це формулою: $s = 4,5t$.



qr.orioncentr.com.ua/p4ji1



Як змінювалась відстань залежно від часу?

Прямо пропорційно.



Відстань і час на її подолання за сталої швидкості є прямо пропорційними величинами, оскільки *відношення* відстані до часу *не змінюється*. У розглянутій ситуації це відношення дорівнює 4,5 км/год.

Запам'ятайте!

Функція, яку можна задати формулою виду $y = kx$, де x — аргумент, $k \neq 0$, називається *прямою пропорційністю*.



Якщо $k = 0$, то функція $y = kx$ набуває вигляду: $y = 0$. Вона є *сталою функцією*, а тому не може бути прямою пропорційністю.

2. Графік прямої пропорційності



Чи є пряма пропорційність різновидом лінійної функції?

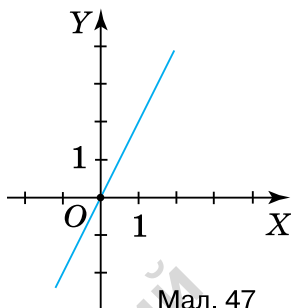
Так.



Якщо у функції $y = kx + b$ коефіцієнт $b = 0$, то одержимо функцію $y = kx$. Тому пряма пропорційність є різновидом лінійної функції.

Запам'ятайте!

Графіком прямої пропорційності є пряма, що проходить через початок координат і не збігається з осями координат.



Мал. 47

Справді, пара чисел $(0; 0)$ задовольняє формулу $y = kx$. Тому графік прямої пропорційності проходить через початок координат (мал. 47). Графік прямої пропорційності не може збігатися ані з віссю OX , оскільки $k \neq 0$ (за означенням), ані з віссю OY , оскільки формула $x = 0$ не задає функцію.

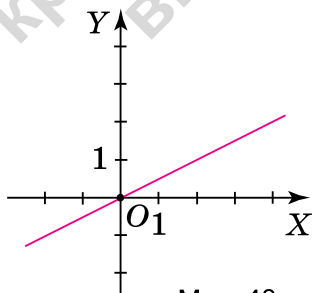
Задача Побудуйте графіки функцій $y = 0,5x$ і $y = -0,5x$.

Розв'язання

Кожна з даних функцій — пряма пропорційність, графіком якої є пряма. Побудуємо ці прямі.

$$y = 0,5x \text{ (мал. 48)}$$

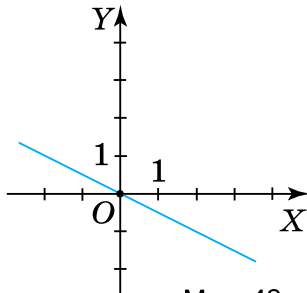
x	0	2
y	0	1



Мал. 48

$$y = -0,5x \text{ (мал. 49)}$$

x	0	2
y	0	-1



Мал. 49



Графік функції $y = kx$ утворює з додатним променем осі OX :

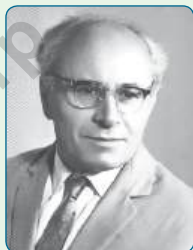
- **гострий кут**, якщо $k > 0$;
- **тупий кут**, якщо $k < 0$.

Запам'ятайте!**Властивості функції $y = kx$:**

- 1) область визначення — усі числа;
- 2) область значень — усі числа;
- 3) функція зростає, якщо $k > 0$;
- 4) функція спадає, якщо $k < 0$;
- 5) графіком є пряма;
- 6) графік не може збігатися з осями координат.

Дізнайтеся більше

Дзядик Владислав Кирилович (1919–1998) — український математик, доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України, Соросівський професор. Народився в смт Сахновщина Харківської області. У 1963 році створив відділ теорії функцій Інституту математики. В. К. Дзядик довгий час працював переважно в галузі теорії функцій. Розробив спеціальні математичні методи та перетворення, які названо на його честь «методи Дзядика» і «перетворення Дзядика».



qr.orioncentr.com.ua/jBTIL

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/ZiUEq

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
пряма пропорційність	direct proportionality	direkte Proportionalität	proportionnalité directe

Пригадайте головне

1. Яка функція називається прямою пропорційністю?
2. Назвіть властивості прямої пропорційності.
3. Що є графіком прямої пропорційності?
4. Які властивості графіка прямої пропорційності?
5. Що таке кутівий коефіцієнт? Що він показує?

Усне тренування

Порівняйте з нулем значення виразів:

- 1) $(-2,5 + 2^2) \cdot (-3)$; $(8 - 4 \cdot 2,2) \cdot 5$; $(3^2 - 4 \cdot 2,2) \cdot (-2)$;
 2) $(-3)^2 - 3^2$; $(-4)^2 + 4^2$; $-5^2 - 5^2$; $-6^2 + 6^2$.

Розв'яжіть задачі

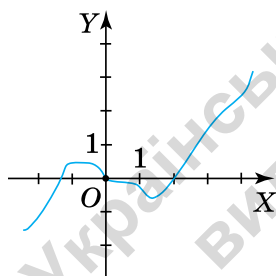
726'. Чи правильно, що функція є прямою пропорційністю:

- 1) $y = -x + 2$; 3) $y = -2$;
 2) $y = 3x$; 4) $y = -2 + 3x$?

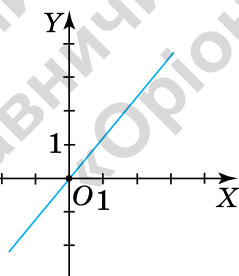
727'. Чи правильно, що функція $y = kx + b$ є прямою пропорційністю, якщо:

- 1) $k = 0$; 3) $k = 1$;
 2) $b = 0, k \neq 0$; 4) $b = 1$?

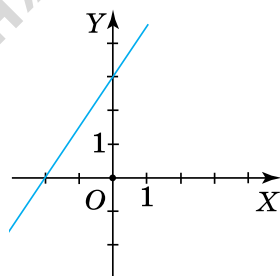
728'. На якому з малюнків 50–52 зображено графік прямої пропорційності?



Мал. 50



Мал. 51



Мал. 52

729'. Чи правильно, що точка $O(0; 0)$ належить графіку функції:

- 1) $y = 3x - 3$; 2) $y = 2x$; 3) $y = 5$?

730'. На малюнку 53 зображено графік прямої пропорційності. Скориставшись графіком, знайдіть:

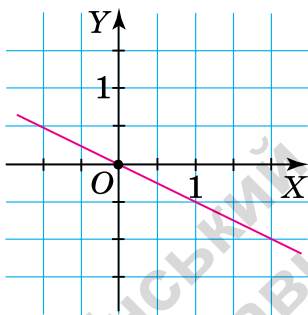
- 1) значення y , якщо $x = -1; 0; 1; 1,5$;
 2) значення x , за якого $y = 0$;
 3) три значення аргументу, за яких значення функції додатне;

4) три значення аргументу, за яких значення функції від'ємне.

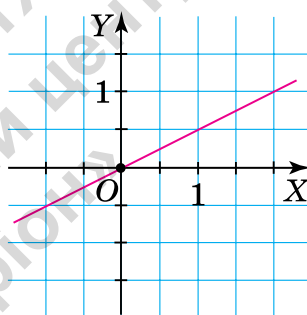
Чому дорівнює кутовий коефіцієнт даної функції? Чи існує така точка на графіку даної функції, у якої ордината дорівнює абсцисі?

731°. На малюнку 54 зображено графік прямої пропорційності. Скориставшись графіком, знайдіть:

- 1) значення y , якщо $x = -1,5; -1; 0; 1$;
- 2) значення x , за якого $y = 0$;
- 3) три значення аргументу, за яких значення функції додатне;
- 4) три значення аргументу, за яких значення функції від'ємне.



Мал. 53



Мал. 54

732°. Функцію задано формулою $y = 3x$. Накресліть у зошиті таблицю 33 та заповніть її.

Таблиця 33

x	-2	-1	0	1	2
y					

733°. Побудуйте графік функції:

- 1) $y = x$;
- 2) $y = -3x$;
- 3) $y = 0,25x$;
- 4) $y = -\frac{2}{3}x$;
- 5) $y = \frac{1}{2}x$;
- 6) $y = -\frac{3}{4}x$.

734°. Побудуйте графік функції:

- 1) $y = 4x$;
- 2) $y = -2x$.

735°. Чи проходить через початок координат графік функції:

1) $y = 5x - 1$;

3) $y = 1$;

2) $y = -3x + 1$;

4) $y = -\frac{7}{12}x$?

736°. Чи належить графіку



функції $y = \frac{5}{6}x$ точка:

1) $A(3; -2,5)$;

2) $B(6; 1)$;

3) $C(6; 5)$;

4) $D(12; 10)$;

5) $E(0,2; 1)$?



qr.orioncentr.com.ua/cjxFU

737°. Чи належить графіку функції $y = -1,3x$ точка:

1) $K(-1; 1,3)$;

3) $M(3; 3,9)$;

2) $L(1; 1,3)$;

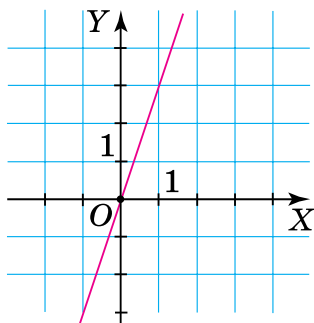
4) $N(-3; 3,9)$?

738°. Яка з точок $M(-1; -0,4)$, $N(1; -0,4)$, $P(5; 2)$, $R(-5; 2)$ належить графіку функції $y = -0,4x$?

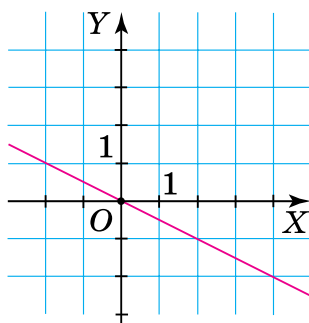
739°. Графік функції $y = nx$ проходить через точку $M(-2; 5)$. Знайдіть значення n .

740°. Графік функції $y = bx$ проходить через точку $B\left(-1; \frac{4}{7}\right)$. Знайдіть значення b .

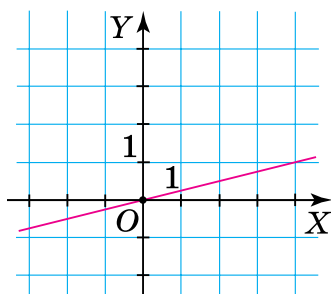
741. Задайте формулою функції, графіки яких зображено на малюнках 55–57:



Мал. 55



Мал. 56



Мал. 57

- 742.** Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її графік проходить через точку $M\left(-\frac{3}{11}; \frac{5}{33}\right)$. Побудуйте графік отриманої функції.
- 743.** Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її графік проходить через точку, ордината якої втричі менша від абсциси. Побудуйте графік отриманої функції.
- 744.** Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її графік проходить через точку, абсциса якої у 8 разів більша за ординату. Побудуйте графік отриманої функції.
- 745.** Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її кутовий коефіцієнт є числом, протилежним до середнього арифметичного всіх двоцифрових чисел, кратних числу 5 і менших від числа 42. Побудуйте графік отриманої функції.
- 746.** Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її кутовий коефіцієнт є числом, протилежним до середнього арифметичного всіх двоцифрових чисел, кратних числу 9 і менших від числа 55. Побудуйте графік отриманої функції.
- 747*.** Побудуйте графік функції:
 1) $y = 2|x|$; 2) $y = -4|x| - x$; 3) $y = 3|1 - x| - 3x - 3$.

748*. Задайте формулою функцію, графік якої проходить через початок координат і точку перетину графіків функцій $y = |x - 2|$ і $y = 4 - x$. Побудуйте графік отриманої функції.

749*. Знайдіть область визначення функції та побудуйте її графік:

$$1) y = \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}; \quad 2) y = \frac{-3x^2 - 6x}{x + 2}.$$

Проявіть компетентність

750. Щодня магазин продає товару на суму 8000 грн.



Запишіть у вигляді формули залежність кількості грошей, одержаних за проданий товар, від кількості робочих днів.

751. Щоб покласти 1 м^2 плитки, майстер використо-

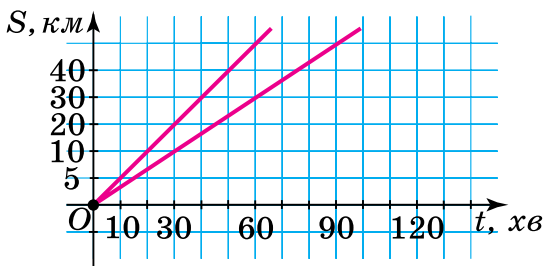


вує 2 кг будівельного клею. Задайте формулою залежність маси клею від площі стіни, яку треба облицювати плиткою. Скільки кілограмів клею знадобиться для облицювання у ванній кімнаті трьох стін прямокутної форми з розмірами $2,5 \text{ м} \times 3 \text{ м}$ кожна?

752. За графіками руху двох велосипедистів (мал. 58) з'ясуйте:



- 1) тривалість руху кожного велосипедиста;
- 2) яка була відстань між велосипедистами через 30 хв, 1 год.



Мал. 58

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 4**КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Поясніть, як побудувати прямокутну систему координат на площині.
2. Яку назву мають осі координат; точка їх перетину?
3. Що називають координатною площиною?
4. Поясніть, як визначити координати точки.
5. Які координати має початок координат?
6. На скільки координатних чвертей розбивають площину координатні осі?
7. Сформулюйте означення функції.
8. Що називають аргументом функції?
9. Що таке область визначення функції?
10. Що таке область значень функції?
11. Назвіть способи задання функції.
12. Що називають графіком функції?
13. Чи будь-яка лінія на площині може бути графіком функції?
14. Як побудувати графік функції?
15. Як визначити, чи належить точка графіку функції?
16. Поясніть, яку функцію називають зростаючою? Спадаючою?
17. Яка функція називається лінійною?
18. Що є графіком лінійної функції?
19. Як побудувати графік лінійної функції?
20. За яких значень k лінійна функція $y = kx + b$ є зростаючою; спадною; сталою?
21. Як характеризує лінійну функцію число b ?
22. Яка функція називається прямою пропорційністю?
23. Яка пряма є графіком прямої пропорційності?
24. У якому випадку графік функції $y = kx$ утворює з додатним променем осі OX гострий кут; тупий кут?
25. Яке число називають кутовим коефіцієнтом?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

- 1°. Знайдіть значення функції $y = 2x^2 - 3$, якщо $x = -2$:

А. -5 .

В. 1 .

Б. 5 .

Г. -11 .

- 2°. У якій точці перетинає вісь абсцис графік функції $y = 5x - 12$?

А. $A\left(\frac{5}{12}; 0\right)$.

В. $C(2,4; 0)$.

Б. $B(0; 12)$.

Г. $D\left(0; \frac{5}{12}\right)$.

- 3°. Яка з точок $A(-1; -1)$, $B(-1; 3)$, $C(-1; 1)$ чи $D(1; -1)$ належить графіку функції $y = -2x^3 + 1$?

А. A .

В. C .

Б. B .

Г. D .

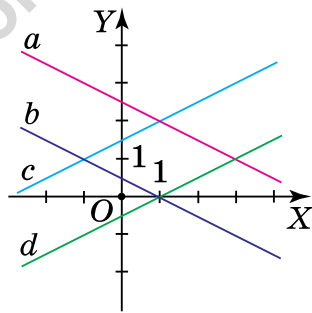
4. На малюнку 59 зображено графіки чотирьох лінійних функцій $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$ і $d(x)$. У графіків яких функцій кутові коефіцієнти додатні?

А. a і c .

В. a і b .

Б. b і d .

Г. c і d .



Мал. 59

- 5*. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її кутовий коефіцієнт є числом, протилежним до середнього арифметичного всіх додатних двоцифрових чисел, кратних числу 4 і менших від числа 41.

А. $y = 24x + b$.

В. $y = -220x$.

Б. $y = -26x$.

Г. $y = -40x$.



Розділ 5. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

У розділі дізнаєтесь:

- які рівняння називають рівносильними;
- про властивості рівносильності рівнянь;
- що таке лінійне рівняння з однією змінною; із двома змінними;
- про графік лінійного рівняння з двома змінними;
- що таке система двох лінійних рівнянь із двома змінними та як її розв'язують;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 19. РІВНЯННЯ. ВЛАСТИВОСТІ РІВНОСИЛЬНОСТІ РІВНЯНЬ

Ситуація. Учні 7-х класів вирушили в пішохідний похід. Батькам вони повідомили, що за 3 год походу вони подолали 13,5 км. При цьому за кожну наступну годину вони проходили на 0,5 км менше, ніж за попередню. Батьки встановили, яку відстань діти долали щогодини.



qr.orioncentr.com.ua/BzELm



Як батьки дізналися, яку відстань діти долали щогодини?

Склали і розв'язали рівняння.



Нехай x — відстань, яку діти пройшли за першу годину, тоді $x + (x - 0,5) + (x - 1)$ — відстань, яку пройшли діти за три години походу.

Ця відстань за умовою дорівнює 13,5 км, тому $x + (x - 0,5) + (x - 1) = 13,5$.

Ця рівність набуває смислу рівняння, якщо поставити вимогу знайти значення змінної, що перетворює дану рівність зі змінною на правильну числову рівність.

Запам'ятайте!

Рівнянням називається рівність зі змінною, значення якої треба знайти.

Значення змінної, яке перетворює рівняння на правильну числову рівність, називається *коренем рівняння*.

Наприклад, коренем рівняння $2x + (x - 0,5) - 1 = 13,5$ є число 5, оскільки $2 \cdot 5 + (5 - 0,5) - 1 = 13,5$.



Інакше кажуть: «Число 5 задовольняє рівняння».

Рівняння може мати один або кілька коренів, безліч коренів або не мати коренів (табл. 34).

Таблиця 34

Рівняння	$5x - 12 = 2x$	$(x - 5) \times (x + 3) = 0$	$x - x = 0$	$0 \cdot x = -12$
Корені рівняння	4	5 і -3	будь-яке число	немає коренів

Розв'язати рівняння — означає знайти всі його корені або встановити, що рівняння не має жодного кореня.

Рівняння, що мають одні й ті самі корені, називаються *рівносильними*. Рівняння, які не мають коренів, також вважають рівносильними.

Наприклад, рівняння $2(x - 6) + 10 = 12$ і $2x = 14$ є рівносильними, оскільки мають один корінь — число 7.



Рівносильні рівняння можна отримати, якщо:

- 1) до обох частин рівняння додати одне й те саме число;
- 2) у рівнянні перенести доданок з однієї частини в іншу, змінивши при цьому його знак на протилежний;
- 3) обидві частини рівняння помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.

Задача Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{6} - 7 = 1 - \frac{x-3}{3}$.

Розв'язання Застосуємо властивості рівносильності рівнянь і тотожні перетворення.

1. Позбудемося дробів:

$$\frac{x}{6} - 7 = 1 - \frac{x-3}{3} \quad | \cdot 6,$$

$$x - 7 \cdot 6 = 1 \cdot 6 - 2(x - 3),$$

2. Розкриємо дужки:

$$x - 42 = 6 - 2x + 6,$$

3. Усамітнимо змінну:

$$x + 2x = 6 + 6 + 42,$$

4. Зведемо подібні доданки:

$$3x = 54,$$

5. Знайдемо корінь:

$$x = 18.$$

Класифікацію рівнянь можна проводити за різними основами (табл. 35).

Таблиця 35

Рівняння	Основа класифікації	
	Кількість змінних у рівнянні	Степінь многочлена, який «породжує» рівняння
$4x + 7 = 15$	рівняння з однією змінною	рівняння першого степеня
$2x(3 - 5,1y) = 0$	рівняння з двома змінними	рівняння другого степеня

Дізнайтеся більше

Конфорович Андрій Григорович (1923–1997) — фахівець у галузі історії математики й популяризації математичних знань в Україні. У його доробку — понад 200 друкованих праць. Основні з них: «Визначні математичні задачі», «Колумби математики», «Математичні софізми і парадокси», «Добрий день, Архімеде!» та інші. qr.orioncentr.com.ua/saSm9



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/zpciQ

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
рівняння	equation	Gleichung (f)	équation

Пригадайте головне

1. Що таке рівняння?
2. Що називають коренем рівняння?
3. Що означає «розв'язати рівняння»?
4. Які рівняння називаються рівносильними?
5. Сформулюйте властивості рівносильності рівнянь.

Усне тренування

Розгадайте фокус. Оберіть будь-яке число. Помножте його на 2, додайте 8, поділіть на 2 та відніміть початкове число. Результат завжди буде 4. Чому?

Розв'яжіть задачі

753'. Яке із чисел -5 , -1 , 0 , 2 чи 4 є коренем рівняння:

- 1) $5x + 25 = 0$;
- 2) $6y - 8 = 8$;
- 3) $0,4x - 1,6 = 0$;
- 4) $4y - 12 = 4$?

754'. Чи правильно, що дане рівняння: а) має рівно один корінь; б) має більше, ніж один корінь; в) не має коренів; г) має безліч коренів:

- 1) $-2x + 8 = 0$;
- 2) $0y + 25 = 0$;
- 3) $6x - 11 = -11$;
- 4) $6 + 2y = 6 - y + 3y$;
- 5) $(x - 5)(x + 2) = 0$;
- 6) $y(y - 8)(4 - y) = 0$?

755'. Дано рівняння $-5x + 10 = 0$. Чи отримаємо рівносильне йому рівняння, якщо:

- 1) доданок 10 перенесемо в праву частину рівняння;
- 2) доданок 10 перенесемо з протилежним знаком у праву частину рівняння;
- 3) обидві частини рівняння поділимо на 5;
- 4) змінимо знаки всіх доданків на протилежні?

756°. Яку властивість рівносильності треба використати, щоб від рівняння $0,5x - 2 = 0$ перейти до рівняння:

1) $0,5x = 2$;

3) $5x - 20 = 0$;

2) $x - 4 = 0$;

4) $-0,5x + 2 = 0$?

Відповідь поясніть.

757°. Чи є рівносильним рівнянню $2x + 8 = 0$ рівняння:

1) $2x + 8 - 8 = -8$;

3) $x + 4 = 0$;

2) $2x = -8$;

4) $4x + 16 = 0$?

Відповідь поясніть.

758°. Чи є рівносильним рівнянню $5y - 20 = 0$ рівняння:

1) $5y - 20 + 20 = 20$;

3) $-5y + 20 = 0$;

2) $5y = 20$;

4) $y - 4 = 0$?

Відповідь поясніть.

759°. Чи є рівносильними рівняння:



1) $x = -x$ і $5x = -6x$;

2) $y - 3y = 3$ і $3y - y = 3$;

3) $2(x + 1) = -2(5 + x)$ і $2x = -6$;

4) $5(y - 2) - 5 = 0$ і $4y = -12$?

Відповідь обґрунтуйте.

qr.orioncentr.com.ua/cF1N2



760°. Чи є рівносильними рівняння:

1) $2x = 5 - 4x$ і $6x = 5$;

2) $y - 12 = -y$ і $3y = 18$;

3) $9x - 3(3x - 1) = 0$ і $2,5(2x - 5) = 5x$?

Відповідь обґрунтуйте.

761°. Наведіть приклад чотирьох рівносильних рівнянь.

762°. Складіть три рівносильні рівняння.

763°. Розв'яжіть рівняння:

1) $5x - 4 = 6$;

7) $6z + 3 = 66 + 3z$;

2) $5 - 2y = 11$;

8) $5x - 22 = 5 - 4x$;

3) $16 = 12 - 4x$;

9) $-12 - 7y = -4 + y$;

4) $-5 = 5y + 15$;

10) $2y + 3y = 28 - 2y$;

5) $2x = 4x + 12$;

11) $18 - 12x + 3x = 6 - 5x$;

6) $-7y = 18 - 5y$;

12) $5y - 10 - 9y = 12y - 42$.

764°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $12 - 4x = 40$; 4) $26 + 2x = 7x - 9$;
 2) $7y - 27 = -2y$; 5) $35 + 17y - 5 = 2y$;
 3) $15 - 3y = 14 - 2y$; 6) $12z = 5z - 18 - 2z$.

765°. Складіть рівняння з однією змінною, коренем якого є число: 1) -2 ; 2) $1\frac{3}{5}$.

766°. Складіть рівняння з однією змінною, коренем якого є число: 1) 5 ; 2) 0 .

767. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $2(x - 4) - 2(5 - 8x) = 18$;
 2) $9(y + 2) = 8(1 - y) + 24$;
 3) $0,4x - 2,6 = 5(0,2 - x) - 0,3(x + 4)$;
 4) $0,5(2 - x) + 2(4x - 0,2) + 5,9 = -5,5x$;
 5) $\frac{2y-3}{5} - \frac{1-y}{4} = \frac{y+5}{8} + \frac{1}{10}$;
 6) $\frac{3z+5}{8} + \frac{1}{2} = \frac{2+z}{3} + 3$;
 7) $\frac{x-4}{3} + \frac{3x-2}{6} - \frac{2x-1}{2} = x-2$;
 8) $x^2 - 3x + 3 - \frac{3x^2 - 2x + 1}{3} = \frac{1}{3}$.

768. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $3(9 + x) - 6(x - 3) = 0$;
 2) $7y - 0,3(5 - 2y) = 0,4y + 4,5$;
 3) $\frac{y}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{y}{3}$;
 4) $\frac{3-y}{3} + \frac{5y}{2} = 1 - \frac{5-y}{6}$.

769. Доведіть, що:

- 1) коренем рівняння $x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 4) - 2(x - 4)$ є будь-яке число;
 2) рівняння $4(y + 1)(y - 1)(y - 8) = 0$ має три корені;
 3) рівняння $(x + 5)(x + 4) = x(x + 9) + 4$ не має коренів.

- 770*.** Доведіть, що рівняння $0,7(x - 3) - (0,5 - 2x) = 0,9(3x - 1) + 0,1$ рівносильне рівнянню:
 1) $x^2 = -1$; 2) $|x| = -5$; 3) $-16x^4 = 81$.

Проявіть компетентність

- 771.** Про видатного математика давнини Діофанта відомо дуже мало, навіть невідомі роки його життя. На гробниці Діофанта напис складено у формі задачі. Розв'яжіть її та встановіть, скільки років прожив Діофант.

Подорожній! Поховано тут Діофанта.

І числа розкажуть тобі,

Який дивний шлях він життєвий пройшов.

Шосту частину його становило дитинство.

Минула частина дванадцята —

І пухом покрилось його підборіддя.

Сьому — в бездітному шлюбі прожив Діофант.

Минуло п'ять літ. Ощасливлений був він

Народженням первенця — сина,

Якому судилась лише половина життя його батька.

У глибокій журбі старець закінчив шлях на землі,

Ще проживши років чотири з часу,

Коли сина не стало.

Скажи, віку якого досягши, славетний помер

Діофант.

- 772.** Чи можна визначити, яка з двох ділянок землі матиме більшу площу, якщо:



- 1) ділянки мають однакову ширину, довжина першої ділянки вдвічі більша за її ширину, а довжина другої — утричі більша за її ширину;
- 2) обидві ділянки мають огорожу однакової довжини?



§ 20. ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

Ситуація. Троє рибалок Микита, Тарас і Петро розповідали семикласникам про свої рибальські здобутки.

Микита сказав: «Рибалив я нещодавно три дні. Першого дня я спіймав $\frac{1}{3}$ свого загального улову,

другого — $\frac{8}{12}$ цієї самої кількості, а третього — останні 19 рибин».

Тарас оповідав: «А я ходив на дводенну рибалку. Першого дня я спіймав на 1 рибину більше, ніж другого. Але, якщо кількість спійманої мною риби за перший день збільшити вдев'ятеро, а потім від отриманого числа відняти 9, то це буде рівно в дев'ять разів більше за кількість рибин, що я спіймав другого дня».

Петро розповів: «А я першого дня спіймав на 2,5 кг більше, ніж другого. Якби масу спійманої мною за перший день риби подвоїти, а за другий день — збільшити втричі, то весь мій улов мав би таку саму масу, як моя маса. А моя маса — 70 кг».



gr.orioncentr.com.ua/aVr5u



Хто з рибалок каже правду, а хто ні?

Тільки Петро каже правду (табл. 36).



Таблиця 36

	Позначення	Рівняння	Корінь рівняння
Микита	x — кількість усіх рибин, спійманих за 3 дні	$\frac{1}{3}x + \frac{8}{12}x + 19 = x$, $0 \cdot x + 19 = 0$	коренів немає
Тарас	x — кількість рибин, спійманих першого дня	$9x - 9 = 9(x - 1)$, $0 \cdot x = 0$	будь-яке число
Петро	y — маса риби, спійманої другого дня	$2(y + 2,5) + 3y = 70$, $5y - 65 = 0$	13



Чи є особливість у рівнянь, складених за розповідями рибалок?

Кожне рівняння:

- 1) має одну змінну;
- 2) степінь змінної в рівнянні дорівнює 1;
- 3) можна звести до виду $ax + b = 0$.

Так.



Запам'ятайте!

Рівняння виду $ax + b = 0$, де x — змінна, a і b — деякі числа, називається **лінійним рівнянням з однією змінною**.

Числа a і b називають *коефіцієнтами* лінійного рівняння.

Число b також називають *вільним членом* даного рівняння.



Чи є лінійним рівнянням з однією змінною рівняння виду $ax = c$?

Так.



Рівняння виду $ax = c$ є рівносильним рівнянню $ax + b = 0$, якщо $c = -b$. Тому будемо вважати, що $ax = c$ — це інша форма запису лінійного рівняння.



Усі інші рівняння з однією змінною, які рівносильні рівнянню $ax + b = 0$, *зводяться* до лінійного рівняння шляхом рівносильних перетворень.

Наприклад, розглянемо рівняння: $7x - 2 = 3(1 - 4x)$.

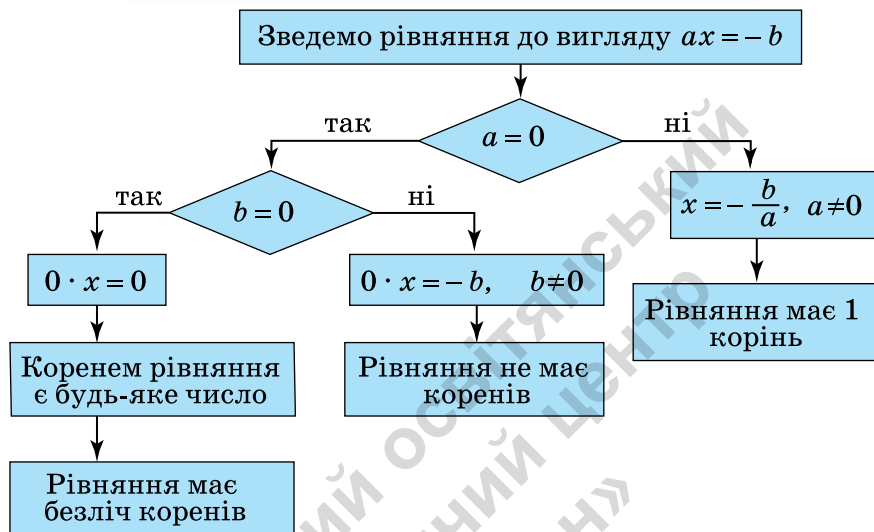
1. Розкриємо дужки: $7x - 2 = 3 - 12x$,
2. Перенесемо доданки в ліву частину рівняння: $7x + 12x - 2 - 3 = 0$,
3. Зведемо подібні доданки: $19x - 5 = 0$.

Отримане рівняння є лінійним. Отже, вихідне рівняння зводиться до лінійного.



Як розв'язати лінійне рівняння $ax + b = 0$ в загальному вигляді?

Для цього міркуємо за схемою (мал. 60).



Мал. 60



Лінійне рівняння з однією змінною може мати або **1 корінь**, або **безліч коренів**, або **не мати коренів**.



Чи кожне лінійне рівняння з однією змінною є рівнянням першого степеня?

Ні.



Наприклад, лінійні рівняння $0 \cdot x + b = 0$ і $0 \cdot x = 0$ не є рівняннями першого степеня.



Лінійне рівняння з однією змінною є рівнянням першого степеня лише тоді, коли $a \neq 0$.

Рівняння першого степеня з однією змінною завжди має 1 корінь.

Задача 1 Розв'яжіть рівняння $-3(x - 12) = 2x + 11$.

Розв'язання

1. Розкриємо дужки: $-3x + 36 = 2x + 11$,
2. Усамітнимо змінну: $-3x - 2x = 11 - 36$,
3. Зведемо подібні доданки: $-5x = -25$,
4. Знайдемо корінь: $x = 5$.



За допомогою рівнянь можна розв'язувати різні задачі. Такий спосіб розв'язування задач називають *алгебраїчним*.

Алгебраїчний спосіб розв'язування задач передбачає:

- 1) аналіз умови задачі;
- 2) складання рівняння;
- 3) розв'язування рівняння й аналіз розв'язку;
- 4) запис відповіді.

Задача 2

Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 250 км, виїхали назустріч один одному два автобуси. Швидкість одного з них на 5 км/год більша за швидкість іншого. Знайдіть швидкість кожного автобуса, якщо вони зустрілися через 2 год після початку руху.

Розв'язання

Нехай x — швидкість першого автобуса, тоді $x + 5$ — швидкість другого автобуса. Складемо короткий запис даних задачі у вигляді таблиці 37.

Таблиця 37

Автобуси	Швидкість, км/год	Час, год	Шлях, км
1 автобус	x	2	$\left. \begin{array}{l} 2x \\ 2(x+5) \end{array} \right\} 250$
2 автобус	$x + 5$	2	

Складемо та розв'яжемо рівняння:

$$2x + 2(x + 5) = 250,$$

$$2x + 2x + 10 = 250,$$

$$4x = 250 - 10,$$

$$4x = 240, | : 4$$

$$x = 60.$$

Отже, швидкість першого автобуса — 60 км/год.
Тоді швидкість другого автобуса дорівнює:
 $x + 5 = 60 + 5 = 65$ (км/год).

Дізнайтеся більше

Будь-яке рівняння, записане в загальному вигляді, можна вважати *рівнянням з параметрами* (одним чи кількома). Наприклад, у рівнянні $ax + b = 0$ коефіцієнти a і b є параметрами. Якщо $a = 0$, або $a \neq 0$, або $a = b = 0$, то вважають, що дане рівняння *змінюється якісно*, бо змінюється кількість його коренів. Такі значення параметрів називають *контрольними* (КЗП). За їх наявності розв'язування рівняння з параметрами розбивають на кілька випадків залежно від контрольних значень параметрів. У цьому полягає суть *методу розгалуження* в розв'язуванні рівнянь з параметрами. Розглянемо приклади.

Задача 3 Розв'яжіть рівняння з параметром a : $ax = 10$.

Розв'язання

Параметр:

a ,

КЗП:

$a = 0$,

Нехай $a = 0$, тоді: $0 \cdot x = 10$ — коренів немає,

Нехай $a \neq 0$, тоді: $x = \frac{10}{a}$ — корінь рівняння.

Відповідь: якщо $a = 0$, то коренів немає, якщо $a \neq 0$, то $x = \frac{10}{a}$.

Задача 4 За яких значень параметра a рівняння $(a - 2)y = a^2 - 4$ має безліч коренів?

Розв'язання

Дане рівняння має безліч коренів, якщо одночасно $a - 2 = 0$ і $a^2 - 4 = 0$. Звідси $a = 2$.

Відповідь: $a = 2$.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/gmGe6

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
лінійне рівняння	linear equation	lineare Gleichung / Linear- gleichung (f)	équation linéaire

Пригадайте головне

1. Що називається лінійним рівнянням?
2. Що таке коефіцієнти лінійного рівняння?
3. Яке число називають вільним членом лінійного рівняння?
4. Скільки коренів може мати лінійне рівняння?
5. Поясніть, як розв'язати задачу алгебраїчним методом.

Усне тренування

Учні змагалися, хто з них напише найбільше число, використавши тричі цифру 2. Отримали такі числа:

1) 222; 2) 2^{22} ; 3) 22^2 ; 4) 2^{2^2} ; 5) $22 \cdot 2$.

Упорядкуйте ці числа в порядку збільшення.

Розв'яжіть задачі

773'. Чи є дане рівняння лінійним рівнянням з однією змінною:

1) $5x = 25$;

3) $3x - 4y = 12$;

2) $2y + 2 = 8$;

4) $5y^2 - 2y = 0$?

Відповідь поясніть.

774'. Назвіть коефіцієнт і вільний член лінійного рівняння з однією змінною:

1) $4x + 16 = 0$;

2) $7y - 28 = 0$;

3) $-0,5x - 15 = 0$;

4) $-\frac{1}{4}y + \frac{2}{3} = 0$.

775'. Яке із чисел -8 , -3 , -2 , 2 , 3 чи 8 є коренем рівняння:

1) $10x + 20 = 0$;

2) $4y - 12 = 0$;

3) $0,3x + 2,4 = 0$;

4) $-3y - 9 = 0$?

776'. Скільки коренів має рівняння:

1) $-6x + 6 = 6$;

3) $5x = 5x$;

2) $0y + 25 = 0$;

4) $8y + 2 = 0$?

777°. Знайдіть корінь рівняння:



1) $20 - 5x = 0$;

6) $37 - 0,74x = -\frac{37}{50}x$.

2) $0,4y + 6 = 0$;

3) $1,8x + 9 = 9$;

4) $13,5 - 0,125x = 13\frac{1}{2} - \frac{1}{8}x$;

5) $\frac{3}{5}x - 24 = 0,6x$;



qr.orioncentr.com.ua/21Od8

778°. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{x}{3} = \frac{2x+1}{2}$;

4) $\frac{2-3x}{6} + 2 = \frac{x}{15}$;

2) $\frac{5y-1}{4} = \frac{7y}{12}$;

5) $3 - \frac{y+1}{9} = \frac{2y-8}{18}$;

3) $1 + \frac{d}{8} = \frac{1-2d}{16}$;

6) $\frac{8z-3}{2} - 4 = \frac{1-z}{7}$.

779°. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{x}{15} = \frac{1-2x}{30}$;

2) $\frac{2}{5}y + 2,7 = 0,4y$.

780°. У двох 7-х класах навчається 59 учнів, причому в 7-А класі на 5 учнів більше, ніж у 7-Б. Скільки учнів навчається в кожному класі?

781°. На двох полицях стоїть 63 книжки, причому на одній із них на 9 книжок менше, ніж на іншій. Скільки книжок стоїть на кожній полиці?

782°. Периметр прямокутника дорівнює 80 см. Знайдіть довжину кожної його сторони, якщо одна з них утричі більша за іншу.

783°. Периметр прямокутника дорівнює 70 см. Знайдіть довжину кожної його сторони, якщо одна з них на 5 см більша за іншу.

784°. Доведіть, що рівняння не має коренів:

1) $5x = 6x - (x - 19)$;

2) $3y + (2y - 1) = (y - 14) + 4(y - 20)$.

785°. Доведіть, що коренем рівняння є будь-яке число:

1) $5x + 5 = 2(x + 1) + 3(x + 1)$;

2) $4(1 - 2z) - 7\left(2z + 2\frac{6}{7}\right) + 2(11z + 8) = 0$;

3) $1 - 18y = 2y + 9 - 2(10y + 4) = 0$.

786°. Доведіть, що рівняння має один корінь:

1) $2x - 11 = 9(3 - 2x)$;

2) $\frac{2-8x}{9} = \frac{19+x}{6}$.

787. Зведіть рівняння до лінійного та розв'яжіть його:

1) $2(x + 1) = 4(1 - x) + 4$;

2) $-2(x - 2) + 2(6x - 1) = 10x - 14$;

3) $5y(5y - 2) = (5y - 1)(5y + 1)$;

4) $(y - 6)^2 - y(y + 8) = 2$.

788. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{x-6}{2} = \frac{2x+5}{3}$; 3) $\frac{3z+2}{3} + \frac{1-z}{4} + 2 = \frac{2-3z}{6}$;

2) $\frac{y-12}{9} = 3 - \frac{1-6y}{12}$; 4) $\frac{4y-5,1}{3} - \frac{1,7-3y}{4} = \frac{y+0,5}{2}$.

789. Зведіть рівняння до лінійного та розв'яжіть його:

1) $5 - 2(3 - y) = 3(1 - 2y)$; 3) $\frac{3y-4}{3} = \frac{4y-3}{2} - \frac{5-2y}{3}$;

2) $0,4(3x + 4) = 3,2(x - 2)$; 4) $(x - 4)^2 - (x + 4)^2 = 16$.

790. За якого значення змінної:

1) значення виразу $4(x - 2)(x + 2)$ дорівнює значенню виразу $(2x - 1)^2 - 1$;

2) значення виразу $5(y + 3)(y - 1)$ на 4 більше за значення виразу $(3 + 2y)^2 + y^2$;

3) значення виразу $y(y - 2)$ у 16 разів менше від значення виразу $(4y - 5)^2 + 7$?

791. За якого значення змінної:

1) значення виразу $x(x - 3)$ на 12 менше від значення виразу $(x - 6)(x + 2)$;

2) значення виразу $(y - 5)^2$ дорівнює значенню виразу $y(y - 1) - 2$?

792. Мотоцикліст за 3 год проїжджає ту саму відстань, що й автомобіліст за 1,5 год. Швидкість автомобіля на 40 км/год більша, ніж швидкість мотоцикла. Знайдіть швидкості обох учасників руху.



793. Знайдіть відстань між двома пристанями, якщо моторний човен долає цю відстань за течією річки за 3 год, а проти течії — за 6 год. Швидкість течії річки дорівнює 5 км/год.



794. Знайдіть чотири послідовні натуральні числа, якщо: 1) добуток перших двох із цих чисел на 18 менший від добутку двох наступних чисел; 2) добуток двох останніх із цих чисел на 86 більший за добуток двох перших чисел.

795. Знайдіть три послідовні натуральні числа, якщо квадрат більшого із цих чисел на 10 більший за добуток двох інших чисел.

796*. Розв'яжіть рівняння з параметрами a і b :

1) $ax + 1 = 5 - 2x$;

3) $(a^2 - 4)x + 2 = a$;

2) $(a - 1)x + 2 = a + 1$;

4) $a(y - b) = b(a - 2) + 2y$.

797*. Розв'яжіть рівняння, якщо $a \neq 0, b \neq 0$:

1) $(x + a)^2 - 2 = -2x - (a^2 - x^2)$; 3) $\frac{y}{a} - \frac{y}{b} = \frac{a-b}{a^2}$;

2) $x + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$; 4) $\frac{(2a-b)x + a^2 - b^2}{ab} = \frac{3x}{b} + \frac{a+b}{b}$.

Проявіть компетентність

798. В інтернет-магазині продавали генератори двох видів за ціною 26 тис. грн і 15 тис. грн (мал. 61). За один день їх було продано на однакову суму. Якою була середня ціна генераторів у цей день? Результат округліть до тисяч.



Мал. 61

§ 21. ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ

1. Рівняння з двома змінними

Ситуація. Учні 7-х класів організували благодійний ярмарок, на якому продавали тістечка двох різних видів за ціною 25 грн і 30 грн за штуку. Загалом вони вторгували 1950 грн.



qr.orioncentr.com.ua/vSdbC



Як математично описати цю ситуацію?

За допомогою рівняння з двома змінними.



	Ціна, грн	Кількість, шт.	Вартість, грн	
Тістечка I виду	25	x	$25x$	} 1950
Тістечка II виду	30	y	$30y$	

Отримали рівняння $25x + 30y = 1950$ із двома змінними x і y .



Що є розв'язком такого рівняння?

Упорядкована пара чисел.



Наприклад, рівняння $25x + 30y = 1950$ задовольняють упорядковані пари чисел $x_1 = 30$, $y_1 = 40$, а також, наприклад, $x_2 = 90$, $y_2 = -10$. Але умову описаної ситуації задовольняє лише пара чисел x_1 і y_1 , бо кількість тістечок не може бути від'ємним числом.

Запам'ятайте!

Упорядкована пара чисел, що задовольняє рівняння з двома змінними, називається *розв'язком* цього рівняння.



Упорядковану пару чисел x_1 і y_1 коротко записують так: $(x_1; y_1)$.



Розв'язати рівняння з двома змінними означає знайти всі його розв'язки або встановити, що розв'язків немає.



Для рівнянь із двома (чи більше) змінними термін «корінь рівняння» не використовують.



Скільки розв'язків має рівняння $25x + 30y = 1950$?

Безліч розв'язків.



Усі розв'язки рівняння $25x + 30y = 1950$ описує загальний розв'язок.



Для відшукування загального розв'язку рівняння з двома змінними:

- 1) виразити одну змінну через іншу;
- 2) записати загальний розв'язок рівняння із двома змінними (табл. 38).

Таблиця 38

	I спосіб	II спосіб
Виражаємо одну змінну через іншу	$y = (1950 - 25x) : 30 = 65 - \frac{5}{6}x$	$x = (1950 - 30y) : 25 = 78 - 1,2y$
Записуємо загальний розв'язок рівняння	$\left(x; 65 - \frac{5}{6}x\right)$, де x — будь-яке число	$(78 - 1,2y; y)$, де y — будь-яке число

2. Лінійні рівняння з двома змінними

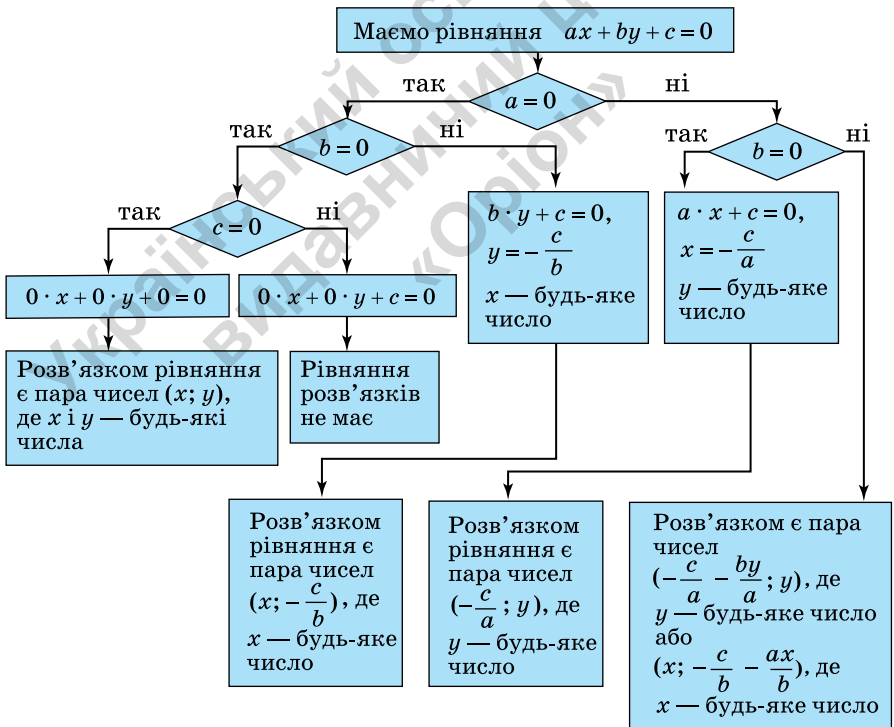
Серед рівнянь із двома змінними виділяють особливий їх вид — *лінійні рівняння*.

Запам'ятайте!

Рівняння виду $ax + by + c = 0$, де x і y — змінні, a , b і c — деякі числа, називається *лінійним рівнянням з двома змінними*.

Числа a , b і c називають *коефіцієнтами* лінійного рівняння з двома змінними. Число c інакше називають *вільним членом* даного рівняння.

Щоб з'ясувати, як залежать розв'язки лінійного рівняння з двома змінними від значень коефіцієнтів a , b і c , міркуємо за схемою (мал. 62).



Мал. 62

Задача Знайдіть три розв'язки рівняння
 $5x + 2y - 11 = 0$.

Розв'язання Задачу можна розв'язати двома способами.

Спосіб 1. Оберемо довільно три значення змінної x , а потім знайдемо значення змінної y , розв'язуючи відповідне рівняння:

- 1) нехай $x = 0$, тоді $5 \cdot 0 + 2y - 11 = 0$, звідси $y = 5,5$;
- 2) нехай $x = 4$, тоді $5 \cdot 4 + 2y - 11 = 0$, звідси $y = -4,5$;
- 3) нехай $x = -1$, тоді $5 \cdot (-1) + 2y - 11 = 0$, $y = 8$.

Отже, серед розв'язків даного рівняння є пари чисел: $(0; 5,5)$, $(4; -4,5)$ і $(-1; 8)$.

Спосіб 2. Знайдемо загальний розв'язок даного рівняння. Для цього виразимо, наприклад, y через x :

$$\begin{aligned} 5x + 2y - 11 &= 0, \\ 2y &= -5x + 11, \quad | : 2 \\ y &= -2,5x + 5,5. \end{aligned}$$

Тоді:

- 1) якщо $x = 0$, то $y = -2,5 \cdot 0 + 5,5 = 5,5$;
- 2) якщо $x = 4$, то $y = -2,5 \cdot 4 + 5,5 = -4,5$;
- 3) якщо $x = -1$, то $-2,5 \cdot (-1) + 5,5 = 8$.

Отже, серед розв'язків даного рівняння є пари чисел: $(0; 5,5)$, $(4; -4,5)$ і $(-1; 8)$.



Чи є лінійним рівнянням із двома змінними рівняння виду $ax + by = d$?



Так.

Це інша форма запису лінійного рівняння з двома змінними. Ці рівняння є рівносильними.



Лінійні рівняння із двома змінними, що мають одні й ті самі розв'язки, називаються **рівносильними**. Рівняння із двома змінними, які **не мають розв'язків**, також вважають **рівносильними**.



Щоб знайти розв'язки лінійного рівняння з двома змінними, використовують:

- 1) властивості рівносильності рівнянь;
- 2) тотожні перетворення виразів у лівій і правій частинах рівняння.

Властивості рівносильності рівнянь із двома змінними аналогічні до властивостей рівносильності рівнянь з однією змінною.



Чи кожне лінійне рівняння є рівнянням першого степеня?

Ні.



Наприклад, лінійні рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y + c = 0$ і $0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 = 0$ не є рівняннями першого степеня.

Дізнайтеся більше

Лінійне діофантове рівняння з двома змінними — це рівняння виду $ax + by = c$, де коефіцієнти й розв'язки рівняння набувають лише цілих значень. Назва — на честь давньогрецького математика Діофанта Александрійського. Таке рівняння має розв'язки в цілих числах, якщо число c ділиться на НСД(a ; b), і не має розв'язків, якщо число c не ділиться на НСД(a ; b).

Якщо дібрати або відшукати за властивостями подільності цілих чисел один із розв'язків (x_0 ; y_0) такого рівняння, тоді всі інші розв'язки даного рівняння можна знайти за формулами (доведіть самостійно): $x = x_0 + b_1 t$, $y = y_0 - a_1 t$, де t — будь-яке ціле число.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/H0qWI

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
лінійне рівняння з двома змінними	linear equation in two variables	Lineare Gleichung mit zwei Variablen	équation linéaire à deux variables

Пригадайте головне

1. Що таке лінійне рівняння з двома змінними?
2. Що є розв'язком лінійного рівняння з двома змінними?
3. Скільки розв'язків може мати лінійне рівняння з двома змінними?

Усне тренування

Обчисліть раціональним способом:

$$(83 + 45) - (-17 + 155); \quad -(17,4 + 3,8) - (19,6 + 5,2).$$

Розв'яжіть задачі

799'. Назвіть коефіцієнти лінійного рівняння з двома змінними: 1) $2x + 3y - 16 = 0$; 2) $5x - y + 12 = 0$.
Яке число є вільним членом даного рівняння?

800'. Чи є лінійним рівнянням із двома змінними рівняння: 1) $3x + 4y = 1$; 2) $2y + 2 = 0$?
Відповідь поясніть.

801°. Виразіть змінну y через змінну x у рівнянні:

$$1) 3x + y - 5 = 0; \quad 3) 8x - 3y + 10 = 0;$$

$$2) -4x + 2y + 7 = 0; \quad 4) 3x - \frac{1}{3}y - 2 = 0.$$

Знайдіть три будь-які розв'язки цього рівняння.

802°. Виразіть змінну y через змінну x у рівнянні:

$$1) 4x + y + 7 = 0;$$

$$2) 16x - 4y + 5 = 0.$$

Знайдіть два будь-які розв'язки цього рівняння.

803°. Запишіть загальний розв'язок даного рівняння, розв'язавши його відносно змінної x :

$$1) x + 2y - 8 = 0;$$

$$2) 2x - 2y + 7 = 0;$$

$$3) -8x - 16y + 2,4 = 0;$$

$$4) 4x - 1\frac{1}{7}y - 2 = 0;$$

$$5) 0,2x - 4y = 8.$$

Знайдіть три будь-які розв'язки цього рівняння.

qr.orioncentr.com.ua/RrHsw



804°. Запишіть загальний розв'язок даного рівняння, розв'язавши його відносно змінної y :

$$1) x - 5y + 12 = 0; \quad 2) -7x - 14y + 1\frac{1}{6} = 0.$$

Знайдіть два будь-які розв'язки цього рівняння.

805. Знайдіть три будь-які розв'язки рівняння:

$$\begin{aligned} 1) 4x + 2(y - 1) &= 0; \\ 2) 6(x + 2) - 2y + 12 &= 0; \\ 3) 5(2y - x) - 8 &= 0; \\ 4) 9(x - \frac{1}{4}y) + 6 &= 0. \end{aligned}$$

Розв'яжіть задачу двома способами.

806. Розв'язком рівняння $4x + 0,1y - 1,3 = 0$ є пара чисел $(1; b)$. Знайдіть b .

807. Розв'язком рівняння $0,5x + 2y - 1,5 = 0$ є пара чисел $(a; -1)$. Знайдіть a .

808. За якого значення a :

- 1) пара чисел $(a; 6a)$ є розв'язком рівняння $2x - 3y = 16$;
- 2) пара чисел $(-a; 2a)$ є розв'язком рівняння $x + 4y = 1$;
- 3) пара чисел $(11; 3a)$ є розв'язком рівняння $-x - y + 4 = 0$;
- 4) пара чисел $(-2a; 0,5a)$ є розв'язком рівняння $3x + 2y - 1 = 0$?

809. Серед розв'язків рівняння $2x + y = 12$ знайдіть таку пару, яка б складалася: 1) з двох однакових чисел; 2) з двох чисел, одне з яких у 2 рази більше за інше.

810*. Складіть лінійне рівняння з двома змінними, загальний розв'язок якого має вигляд:

$$1) (n; 5n - 1); \quad 2) (2m + 4; m).$$

811*. Розв'яжіть рівняння в натуральних числах:

$$1) 4x + 3y = 32; \quad 2) 5x - 7y = -11.$$

- 812*.** Учні 7-А і 7-Б класів разом посадили 78 дерев. Кожний учень із 7-А класу посадив по 2 дерева, а кожний учень із 7-Б — по одному. Скільки учнів у кожному з класів, якщо за нормами наповнюваності класів їх має бути від 20 до 30. Знайдіть усі можливі варіанти.



Проявіть компетентність

- 813.** За обліком семикласників, проведеним у вересні 2023 року, у двох 7-х класах школи навчаються учні та учениці 2010 і 2011 років народження. Загальний вік усіх семикласників школи становить 648 років.

- 1) Чи могла загальна кількість семикласників у школі становити 52 особи?
- 2) Скільки семикласників 2010 і 2011 років народження навчається в школі, якщо відомо, що старших за віком на 4 особи менше.

- 814.** На склад завезли соняшникову олію у 5-літрових і 10-літрових бутлях (мал. 63).



- 1) Чи зможе комірник відвантажити 193 л олії?
- 2) Скільки 10-літрових і 5-літрових бутлів необхідно взяти комірникові, щоб відвантажити 250 л олії і загальна кількість бутлів була б найменшою?



Мал. 63

§ 22. ГРАФІК ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ ІЗ ДВОМА ЗМІННИМИ

1. Графік рівняння із двома змінними

Ситуація. Сашко допомагав батькові на складі й укладав у ящик пачки зернової кави з масою по 0,5 кг або по 1 кг. Коли роботу було завершено і батько зважив ящик, то ваги показали масу 25 кг. Сестра Сашка Ірина запропонувала математично описати цю ситуацію і складала рівняння з двома змінними $0,5x + y = 25$, де x — кількість пачок кави по 0,5 кг кожна, y — кількість пачок кави по 1 кг кожна.



qr.orioncentr.com.ua/wp5wj

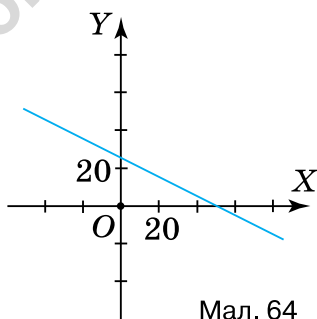


Як унаочнити загальний розв'язок рівняння $0,5x + y = 25$?

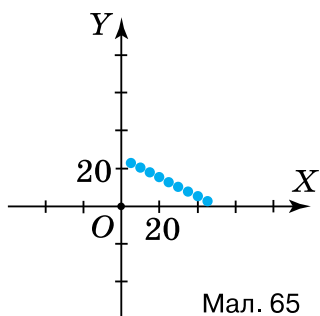
За допомогою графіка.



Загальним розв'язком рівняння $0,5x + y = 25$ є пара $(x; 25 - 0,5x)$. Якщо надавати будь-яких числових значень x та обчислити відповідні значення $y = 25 - 0,5x$, то утвориться множина пар чисел. Їх можна зобразити точками на координатній площині. Ця лінія і буде графіком даного рівняння. У рівняння $0,5x + y = 25$, де x і y будь-які числа, множина його розв'язків утворює пряму (мал. 64). Але в ситуації, розглянутій на початку параграфа, x і y — це кількості пачок кави, а відтак вони можуть набувати



Мал. 64



Мал. 65

лише натуральних значень. Тому графічним зображенням розв'язків рівняння $0,5x + y = 25$ для натуральних x і y є множина точок із натуральними координатами, що лежать на відрізку цієї прямої, розташованому в першій чверті (мал. 65).

Запам'ятайте!

Графіком рівняння з двома змінними називається зображення на координатній площині всіх точок, координати яких задовольняють дане рівняння.



Які зображення можуть бути графіками рівнянь з двома змінними?



Приклади наведено в таблиці 39.

Таблиця 39

Рівняння	Графік рівняння	Особливості графіка
$0,5x - y = 2$, де x — парне одноцифрове натуральне число		Графік містить тільки чотири точки, оскільки змінні x і y можуть набувати лише по чотири відповідні значення
$x + y = 4$		Графік містить безліч точок, оскільки змінні x і y можуть набувати будь-яких значень



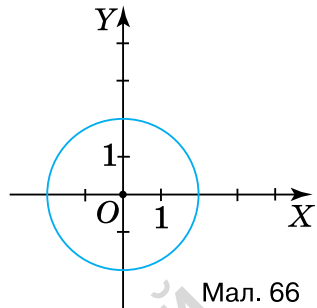
Чи кожний графік рівняння є графіком функції?



Ні, не кожний.

Наприклад, графік рівняння $x^2 + y^2 = 4$ (мал. 66) не є графіком функції, оскільки кожному значенню змінної x , де $-2 \leq x \leq 2$, відповідає два значення змінної y .

А от графік будь-якої функції $y = f(x)$ є графіком деякого рівняння.



Мал. 66

2. Графік лінійного рівняння з двома змінними



Що найперше треба зробити для побудови графіка рівняння $x + y = 4$?

Розв'язати рівняння відносно y .



Отримаємо: $y = -x + 4$. Цю рівність можна розуміти як формулу, що задає лінійну функцію $y = -x + 4$. Графіком такої функції є пряма. Отже, графіком лінійного рівняння $x + y = 4$ є пряма, зображена в другому рядку таблиці 39.



Не можна стверджувати, що графіком будь-якого лінійного рівняння з двома змінними є пряма.

Наприклад, лінійне рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$ задовольняє будь-яка пара чисел, а тому графік цього рівняння містить усі точки координатної площини.

Інакше кажуть: графіком рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$ є вся координатна площина.

3. Особливості графіка лінійного рівняння з двома змінними

Графік лінійного рівняння $ax + by + c = 0$ має особливості залежно від значень коефіцієнтів a , b і c . Щоб їх проаналізувати, перейдіть в електронний додаток за покликанням.

qr.orioncentr.com.ua/P1PfO





Графік лінійного рівняння з двома змінними
 $ax + by + c = 0$:

- є прямою, якщо принаймні $a \neq 0$ або $b \neq 0$;
- є всією площиною, якщо $a = 0$, $b = 0$ і $c = 0$;
- не містить жодної точки координатної площини, якщо $a = 0$, $b = 0$ і $c \neq 0$.

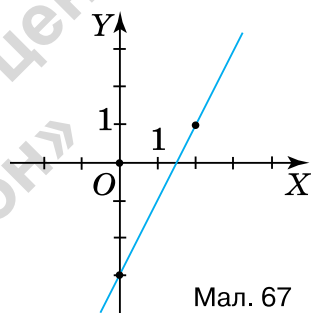
Задача Побудуйте графік рівняння $2x - y - 3 = 0$.

Розв'язання Дане рівняння є лінійним, тому його графіком є пряма $y = 2x - 3$. Для її побудови достатньо задати дві точки, що належать цій прямій (табл. 40).

Таблиця 40

x	0	2
y	-3	1

На координатній площині позначимо точки $(0; -3)$ і $(2; 1)$ та проведемо через них пряму (мал. 67). Ця пряма — шуканий графік рівняння $2x - y - 3 = 0$.



Мал. 67



Чи можна ототожнювати графік лінійного рівняння з двома змінними і графік рівняння першого степеня з двома змінними?

Ні.



Існують лінійні рівняння, що не є рівняннями першого степеня. Наприклад, такими є рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y + c = 0$ і $0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 = 0$. Детальне пояснення цього факту продумайте самостійно.



Графік **лінійного рівняння** із двома змінними може бути прямою, **всією площиною** або **не містити жодної точки** координатної площини.

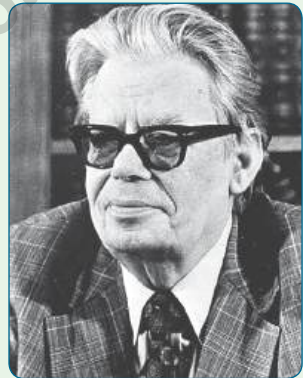
Графік **рівняння першого степеня** із двома змінними **завжди є прямою**.

Дізнайтеся більше

1. Філдсівська премія (англ. Fields Medal) — найпрестижніша нагорода з математики, яку вручають молодим математикам віком не старше 40 років. Премія названа на честь VII президента Міжнародного математичного конгресу Джона Філдса. У 2014 році вперше за 78 років існування цієї премії було нагороджено жінку — видатну іранську математикиню **Мір'єм Мірзахані** (1977–2017) за працю із поясненням симетрії викривлених поверхонь. qr.orioncentr.com.ua/uKhGH



2. Боголюбов Микола Миколайович (1909–1992) — видатний вітчизняний математик і механік, фізик-теоретик, засновник наукових шкіл з нелінійної механіки і теоретичної фізики, академік. У 1924 р. в 15-річному віці Боголюбов написав першу наукову працю, а наступного року був прийнятий до аспірантури, яку закінчив у 1929 р. Ступінь доктора математичних наук отримав у 20 років.



У 1966 р. став першим директором створеного ним Інституту теоретичної фізики в Києві.

У 1992 р. Національною академією наук України була заснована Премія НАН України імені М. М. Боголюбова, яка вручається за видатні наукові роботи в галузі математики і теоретичної фізики. На честь ученого була названа мала планета «22616 Боголюбов».

qr.orioncentr.com.ua/fQMrP

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/vASre

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
графік лінійного рівняння з двома змінними	graph of linear equation in two variables	Graph einer linearen Gleichung mit zwei Variablen	représentation graphique d'une équation linéaire à deux variables

Пригадайте головне

1. Що є графіком лінійного рівняння із двома змінними?
2. У якому випадку графіком рівняння із двома змінними є пряма? Площина?
3. У якому випадку графік рівняння із двома змінними проходить через початок координат?

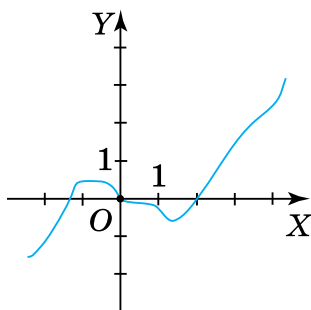
Усне тренування

Обчисліть усно:

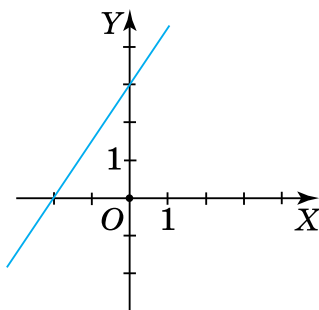
- 1) $44 : 4 + 24 : 8 + 60 : 12$; $4 \cdot 7 \cdot 25 + 2 \cdot 3 \cdot 15$;
- 2) $3,8 + 1,2 - 0,5 \cdot 2 - 3$; $0,5 \cdot 6 - 2,4 + 2,6 + 5 \cdot 1,2$.

Розв'яжіть задачі

- 815'. На якому з малюнків (мал. 68–69) зображено графік лінійного рівняння із двома змінними?

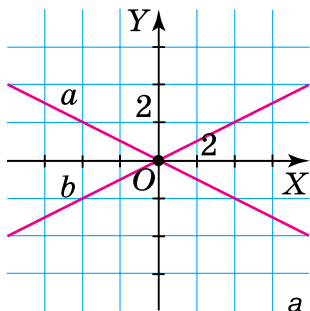
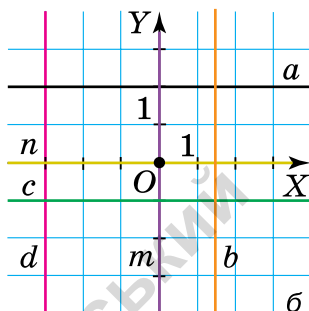


Мал. 68



Мал. 69

- 816°.** Установіть, який із коефіцієнтів a , b чи c дорівнює 0, якщо графіком рівняння $ax + by + c = 0$ є пряма (мал. 70, а, б):



Мал. 70

- 817°.** Не виконуючи побудови, з'ясуйте, чи належить графіку рівняння $6x - 2y + 1 = 0$ точка:

- 1) $A(-1; 2,5);$
- 2) $B(0; 3,5);$
- 3) $C(2; 5,5);$
- 4) $D(1,5; 5).$



qr.orioncentr.com.ua/iWdy3

- 818°.** Не виконуючи побудови, з'ясуйте, чи належить графіку рівняння $3x + 3y - 5 = 0$ точка:

- 1) $A\left(-1; \frac{2}{5}\right);$
- 2) $B\left(0; 1\frac{2}{5}\right).$

- 819°.** Для даного рівняння знайдіть значення y , що відповідає заданому значенню x :

- 1) $2x + y - 4 = 0$, якщо $x = 0$;
- 2) $4x - 2y + 5 = 0$, якщо $x = 0$;
- 3) $3x + 3y - 1 = 0$, якщо $x = 2$;
- 4) $-5x - y + 6 = 0$, якщо $x = 2$;
- 5) $-x - 2y + 2,5 = 0$, якщо $x = 0,5$;
- 6) $-0,2x + 7y - 1,1 = 0$, якщо $x = 1,5$.

- 820°.** Для даного рівняння знайдіть значення y , що відповідає заданому значенню x :

- 1) $3x - y + 2 = 0$, якщо $x = 0$;
- 2) $6x - 5y - 7 = 0$, якщо $x = 2$.

821°. Побудуйте графік лінійного рівняння із двома змінними:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| 1) $2x + y - 4 = 0$; | 4) $-x + 2y + 8 = 0$; |
| 2) $6x - 2y + 12 = 0$; | 5) $5x - 10 = 0$; |
| 3) $5x - 10y = 0$; | 6) $-2y + 4 = 0$. |

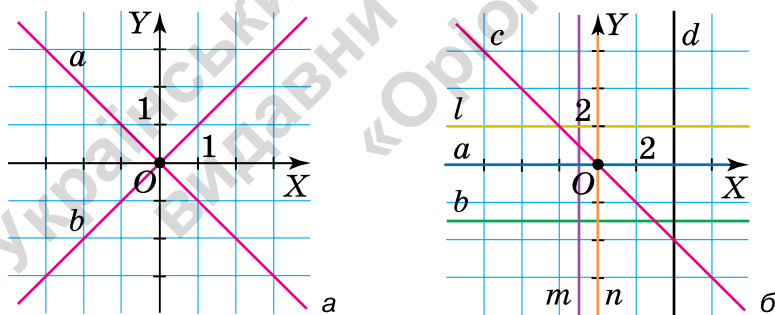
822°. Побудуйте графік лінійного рівняння із двома змінними:

- | | |
|-----------------------|-------------------|
| 1) $4x + y - 3 = 0$; | 3) $2x + 6 = 0$; |
| 2) $-4x - 8y = 0$; | 4) $y - 3 = 0$. |

823°. Знайдіть координати точки перетину графіка лінійного рівняння із двома змінними $2x - 3y - 18 = 0$ з віссю: 1) абсцис; 2) ординат.

824°. Знайдіть координати точки перетину графіка лінійного рівняння із двома змінними $5x + 4y - 20 = 0$ з віссю: 1) абсцис; 2) ординат.

825'. Складіть лінійне рівняння із двома змінними за його графіком (мал. 71, а, б):



Мал. 71

826'. Наведіть приклад лінійного рівняння із двома змінними, графіком якого є пряма, що:

- 1) проходить через початок координат;
- 2) паралельна осі абсцис;
- 3) паралельна осі ординат.

827. На графіку рівняння $0,5x + 2y - 4 = 0$ знайдіть ординату точки, абсциса якої дорівнює: 1) 4; 2) -2.

828. На графіку рівняння $4x + 0,1y - 1,3 = 0$, позначено точку, ордината якої дорівнює -3 . Знайдіть абсцису цієї точки.

829. Побудуйте графік рівняння:

1) $2(x + 1) = y + 4$;

2) $2(3y - 1,5) - 3(1 - 2x) = 0$;

3) $\frac{x - 2y}{3} = -2$;

4) $\frac{2x - y}{2} - 1 = y - 2$.

830. Побудуйте графік рівняння:

1) $x + 1 = 5(2y - 1)$;

2) $\frac{x + y}{9} - \frac{x - y}{3} = -20$.

831. У яких координатних чвертях розташований графік рівняння:



1) $2x - 3y = 0$;

2) $-2x + 2y + 1 = 0$;

3) $5x + 4y = 0$;

4) $y + 21 = 0$;

5) $5x - 10 = 0$;

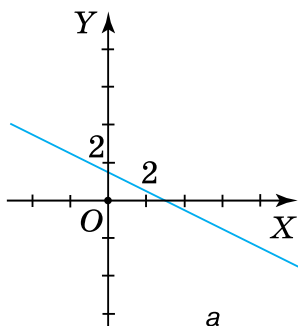
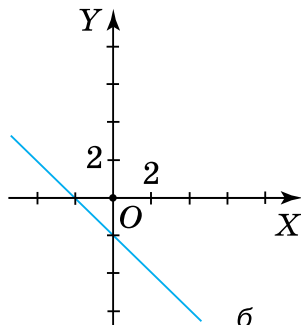
6) $-x + 3y = 0,5$;

7) $5 - y = x$?

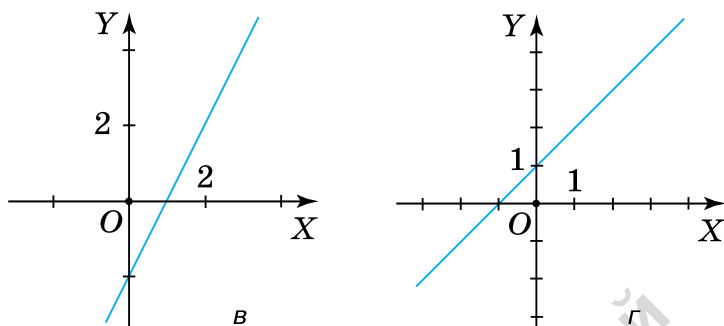


qr.orioncentr.com.ua/gkdKZ

832. Графіком рівняння $ax + by + c = 0$ є пряма (мал. 72 (а-б)). Які знаки мають коефіцієнти c і b — однакові чи різні?

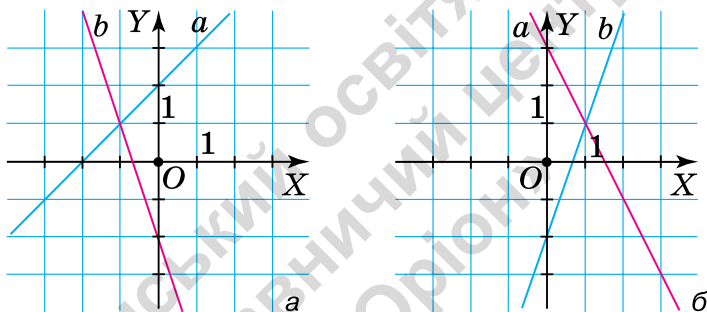


Мал. 72



Мал. 72

- 833.** Прямі, зображені на малюнках 73, a , b є графіками рівняння $ax + by + c = 0$. Які знаки мають коефіцієнти a і b — однакові чи різні?



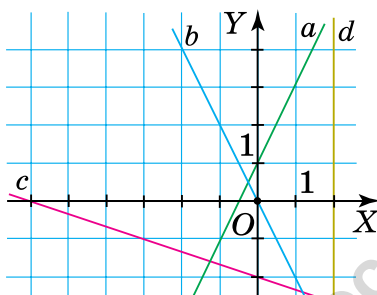
Мал. 73

- 834.** Дослідіть, як змінюється графік рівняння $ax + by + c = 0$ залежно від значень коефіцієнтів a , b і c за допомогою сервісу GeoGebra. Скористайтеся посиланням qr.orioncentr.com.ua/BiLc8. Сформулюйте висновки з ваших спостережень, якщо:
- 1) змінюється значення коефіцієнта a ;
 - 2) змінюється значення коефіцієнта b ;
 - 3) змінюється значення коефіцієнта c .
- 835.** Складіть лінійне рівняння з двома змінними, графік якого перетинає осі координат у точках:
- 1) $(0; 2)$ і $(3; 0)$;
 - 2) $(0; -4)$ і $(7; 0)$;
 - 3) $(0; 1)$ і $(-2; 0)$.

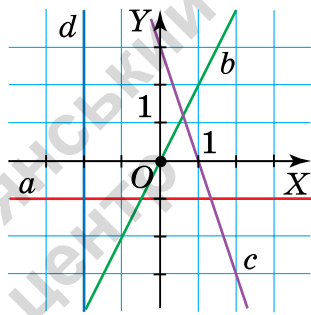
836. Складіть лінійне рівняння з двома змінними, графік якого проходить через точки:
1) $(0; 1)$ і $(1; 0)$; 2) $(0; -4)$ і $(8; 0)$.

837. Складіть лінійні рівняння з двома змінними, графіки яких зображено на малюнку 74.

838. Складіть лінійні рівняння з двома змінними, графіки яких зображено на малюнку 75.



Мал. 74



Мал. 75

839*. Визначте вид чотирикутника, вершинами якого є точки перетину графіків рівнянь:

$$x - 2 = 0, \quad x + 2 = 0, \quad 2y - 8 = 0, \quad 2y + 8 = 0.$$

840*. Чи проходить графік рівняння $2x + 6y - 7 = 0$ через точки з цілими координатами? Відповідь поясніть.

Проявіть компетентність



841. Яку найменшу (найбільшу) кількість купюр номіналом 100 грн і 200 грн треба мати, щоб заплатити за покупку вартістю 2000 грн. Побудуйте графік складеного рівняння за допомогою сервісу GeoGebra.

842. Вантаж загальною масою 50 т необхідно завантажити у двотонні й тритонні контейнери. Яку найменшу кількість таких контейнерів необхідно орендувати?

§ 23. СИСТЕМА ДВОХ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ДВОМА ЗМІННИМИ

1. Що таке система двох лінійних рівнянь із двома змінними

Ситуація. Оксана й Павло купили разом 5 шоколадок двох видів: з горішками за ціною 42 грн і з кунжутом за ціною 34 грн. За всю покупку вони заплатили 194 грн.



qr.orioncentr.com.ua/nGVZX



Скільки шоколадок кожного виду купили Оксана й Павло?

Складемо короткий запис умови ситуації (табл. 41).



Нехай x — кількість шоколадок з горішками, y — кількість шоколадок з кунжутом.

Таблиця 41

	Ціна	Кількість		Вартість	
З горішками	42 грн	x	} 5 шт.	$42x$	} 194 грн
З кунжутом	34 грн	y		$34y$	

Можемо скласти два лінійні рівняння з двома змінними $x + y = 5$ і $42x + 34y = 194$. Шукані значення змінних x і y мають задовольняти обидва рівняння одночасно. Щоб це показати, запишемо отримані рівняння одне під одним і об'єднаємо їх фігурною дужкою:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 42x + 34y = 194. \end{cases}$$

Отримали *систему двох лінійних рівнянь із двома змінними*. Якщо дібрати таку пару чисел $(x; y)$, яка задовольнятиме обидва рівняння системи, то систему буде розв'язано. Застосувавши *спосіб перебору*, отримаємо пару чисел $(3; 2)$, яка задовольняє систему. Справді:

$$\begin{cases} 3 + 2 = 5, \\ 42 \cdot 3 + 34 \cdot 2 = 194. \end{cases}$$

Отже, діти купили 3 шоколадки з горіхами і 2 — з кунжутом.

Запам'ятайте!

Розв'язком системи *двох лінійних рівнянь із двома змінними* називають таку **пару чисел $(x; y)$** , яка одночасно є розв'язком кожного рівняння системи.

Розв'язати систему рівнянь — означає знайти всі її розв'язки або встановити, що розв'язків немає.



У загальному вигляді систему двох лінійних рівнянь із двома змінними записують так:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

2. Графічний спосіб розв'язування системи двох лінійних рівнянь із двома змінними



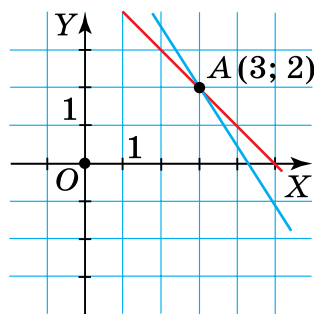
Чи завжди систему рівнянь розв'язують способом перебору?

Ні. Він не завжди зручний.



Щоб розв'язати систему лінійних рівнянь використовують графіки. Такий спосіб розв'язування системи двох рівнянь називається *графічним*.

Побудуємо в одній системі координат графіки рівнянь $x + y = 5$ і $42x + 34y = 194$ (мал. 76). Вони перетнуться в точці $A(3; 2)$. Координати цієї точки задовольняють



Мал. 76

одночасно кожне рівняння системи $\begin{cases} x + y = 5, \\ 42x + 34y = 194. \end{cases}$

Тому пара чисел (3; 2) є розв'язком системи.



Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними графічним способом, треба:

- 1) в одній системі координат побудувати графік кожного з рівнянь системи;
- 2) визначити координати точки перетину цих графіків, якщо це можливо.

3. Кількість розв'язків системи двох лінійних рівнянь із двома змінними

qr.orioncentr.com.ua/o7mzA



Скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь із двома змінними?

Залежно від розміщення двох прямих на площині.



На площині дві прямі або перетинаються, або паралельні, або збігаються. Отже, для системи двох лінійних рівнянь із двома змінними можливими є три випадки (табл. 42).

Таблиця 42

Значення коефіцієнтів рівнянь системи	Графіки рівнянь системи	Особливості розташування графіків	Кількість розв'язків системи
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$		Графіки рівнянь мають одну спільну точку	Система має єдиний розв'язок

Продовження таблиці 42

Значення коефіцієнтів рівнянь системи	Графіки рівнянь системи	Особливості розташування графіків	Кількість розв'язків системи
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$		Графіки рівнянь не мають жодної спільної точки	Система не має розв'язків
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$		Графіки рівнянь мають безліч спільних точок	Система має безліч розв'язків



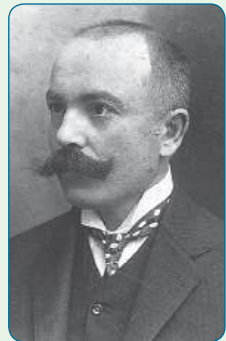
Якщо графіком одного з рівнянь системи двох лінійних рівнянь із двома змінними є вся координатна площина, то розв'язком системи є загальний розв'язок іншого рівняння системи.



Якщо одне з рівнянь системи двох лінійних рівнянь із двома змінними не має розв'язків, то система також не має розв'язків.

Дізнайтеся більше

Левицький Володимир Йосипович (1872–1956) є «основоположником математичної культури нашого народу», — так сказав про Володимира Левицького академік Михайло Кравчук. Він був незмінним редактором першого українського наукового часопису з природничих наук. Великою заслугою В. Левицького було те, що він зібрав і впорядкував матеріали з української математичної термінології, що були надруковані в 1903 р. qr.orioncentr.com.ua/PHvkV



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/4YLBM

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
система лінійних рівнянь	system of linear equations	System von linearen Gleichungen	système d'équations linéaires

Пригадайте головне

1. Що таке система двох лінійних рівнянь із двома змінними?
2. Що називають розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними?
3. Що означає — розв'язати систему рівнянь?
4. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними графічним способом?
5. Скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь із двома змінними?

Усне тренування

1) Упорядкуйте значення числових виразів за зростанням:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{99}; 25^{16}; -8^{23}; \left(-\frac{1}{2}\right)^5; (-5)^{30}; \left(-\frac{1}{2}\right)^4; \left(\frac{1}{7}\right)^{100}; (-1)^{2023}.$$

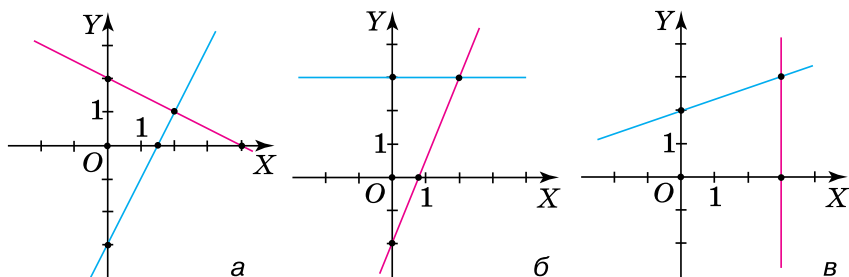
2) Обчисліть, скориставшись формулами скороченого множення:

$$69 \cdot 71; 202 \cdot 198; 105 \cdot 95; \left(15\frac{13}{15}\right)^2; 11^3 - 1.$$

Розв'яжіть задачі

843'. Перевірте, чи є розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними $\begin{cases} x + y - 6 = 0, \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$ пара чисел: 1) (1; 5); 2) (2; 4)?

844'. Назвіть розв'язок систем двох лінійних рівнянь із двома змінними, графіки яких зображені на малюнку 77 (а-в).



Мал. 77

845'. Серед пар чисел $(-1; 2)$, $(2; -1)$, $(1; 1)$ укажіть ту, що є розв'язком системи рівнянь:

$$1) \begin{cases} 2x - 7y + 5 = 0, \\ 3x - y - 2 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x + y + 1 = 0, \\ -x + y - 1 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0x + 3y = 0, \\ 2x - y - 7 = 0. \end{cases}$$

Відповідь поясніть.

846'. Перше рівняння системи має вигляд $3x - y + 5 = 0$. Наведіть приклади коефіцієнтів другого рівняння системи, щоб система: 1) мала один розв'язок; 2) не мала розв'язків; 3) мала безліч розв'язків. Поясніть свій вибір.

847'. Розв'яжіть графічно систему двох лінійних рівнянь із двома змінними:



- 1) $\begin{cases} x - y = 0, \\ 3x - y - 4 = 0; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} 3x + y = 0, \\ 4x + y - 3 = 0; \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x - y - 1 = 0, \\ x + 3y - 9 = 0; \end{cases}$
- 4) $\begin{cases} x + 2y - 4 = 0, \\ -2x + 5y - 10 = 0; \end{cases}$
- 5) $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0, \\ 2x - y - 4 = 0; \end{cases}$
- 6) $\begin{cases} 3x + y - 2 = 0, \\ 6x + 2y - 4 = 0. \end{cases}$



qr.orioncentr.com.ua/Mq5If

848°. Розв'яжіть графічно систему двох лінійних рівнянь із двома змінними:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} 2x - y = 0, \\ 3x - y - 1 = 0; \end{cases} & 3) \begin{cases} 2x + y - 2 = 0, \\ 2x + y + 1 = 0; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} 3x + y - 6 = 0, \\ 2x - 3y - 4 = 0; \end{cases} & 4) \begin{cases} -5x + y - 2 = 0, \\ 10x - 2y + 4 = 0. \end{cases} \end{array}$$

849°. Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними, розв'язком якої є пара чисел:

1) (1; 3); 2) (-1; 2); 3) (0; 5); 4) (0; 0).

850°. Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними, розв'язком якої є пара чисел:

1) (2; 0); 2) (1; -2).

851°. Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними, якщо система: 1) не має розв'язків; 2) має безліч розв'язків.

852. Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь:

1) $2x + y - 7 = 0$ і $2x - y = 1$;
2) $3x + y - 2 = 0$ і $x + 2y + 6 = 0$;
3) $-x + 2y = 1$ і $3x - 1,5y - 1,5 = 0$.

853. Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь:

$2x + y - 1 = 0$ і $-x + y - 4 = 0$.

854. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} 4x - y = -7, \\ 3x + 2y = 3; \end{cases} & 4) \begin{cases} 2(x - 4) + 3(y + 1) - 3 = 0, \\ 4(x + 1) - 2(y - 1) - 6 = 0; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} 5x - 2y = 9, \\ 7x + 2y = 3; \end{cases} & 5) \begin{cases} \frac{2y - x}{3} = 1, \\ 3(x - 1) = 2y; \end{cases} \\ 3) \begin{cases} 2x + y = -6, \\ 3x - 4y = 2; \end{cases} & 6) \begin{cases} 3(x + 1) = 4y + 1, \\ \frac{3x + 2y + 2}{6} = x + y. \end{cases} \end{array}$$

855. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x + 2y = 0, \\ 3x - y = 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4(x-1) + 2(y-1) + 8 = 0, \\ 3(2-x) - 5(1+y) - 13 = 0. \end{cases}$$

856. До рівняння $x - y + 2 = 0$ доберіть друге рівняння так, щоб отримана система рівнянь:



1) мала один розв'язок;

2) не мала розв'язків;

3) мала безліч розв'язків.

Розв'яжіть отриману систему.

qr.orioncentr.com.ua/RPCV2

857. До рівняння $-x + y - 1 = 0$ доберіть друге рівняння так, щоб отримана система рівнянь:

1) мала один розв'язок; 2) не мала розв'язків;

3) мала безліч розв'язків.

858*. За якого значення a прямі $x - 2y = 4$ і $2x + y = a$ перетинаються в точці, яка лежить на осі:

1) абсцис; 2) ординат?

859*. За яких значень a система рівнянь:
$$\begin{cases} a(x - y) = 2, \\ 3ax - y - a = 0: \end{cases}$$

1) не має розв'язків; 2) має безліч розв'язків;

3) має один розв'язок?

Проявіть компетентність



860. Сашко їхав велосипедом спочатку 20 хв на гору і 5 хв з гори, загалом проїхавши 3,5 км. Якою була швидкість руху Сашка на гору і з гори, якщо на гору він рухався втричі повільніше, аніж з гори? Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними та розв'яжіть її графічним способом.

861. *Задача Бхаскари II з трактату «Вінок системи».* Дехто сказав своєму другу: «Дай мені 100 рупій, і я стану вдвічі багатшим за тебе». Другий відповів: «Дай мені лише 10 рупій, і я стану в шість разів багатшим за тебе». Скільки грошей було в кожного?

Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними та розв'яжіть її графічним способом, використавши сервіс GeoGebra.



§ 24. АНАЛІТИЧНІ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ

1. Для чого потрібні аналітичні способи розв'язування систем

Ситуація. Сергій розв'язував графічно систему рівнянь $\begin{cases} 3x + 12y - 7 = 0, \\ y + x - 1 = 0 \end{cases}$, але точний розв'язок системи йому не вдалося знайти.



qr.orioncentr.com.ua/Qa4yD



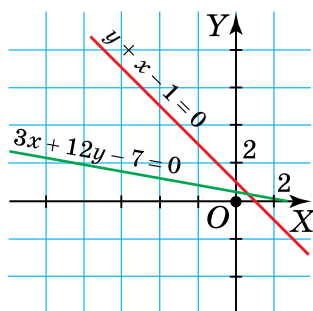
Чому Сергія спіткала невдача?

Через специфіку графічного способу.



Розв'язуючи цю систему графічно (мал. 78), Сергій знайшов лише наближений її розв'язок, оскільки не зміг установити точні координати точки перетину графіків рівнянь.

Існують інші (аналітичні) способи розв'язування систем рівнянь, а саме: *спосіб підстановки і спосіб додавання*.



Мал. 78

2. Спосіб підстановки

Задача 1 Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} 2x + y = 12, \\ 5x - 2y = 21. \end{cases}$

Розв'язання У першому рівнянні виразимо y через x , отримаємо рівність для підстановки: $y = 12 - 2x$;

Підставимо її в друге рівняння: $\begin{cases} y = 12 - 2x, \\ 5x - 2 \cdot (12 - 2x) = 21; \end{cases}$

Розв'яжемо друге рівняння системи:

$$5x - 24 + 4x = 21,$$

$$9x = 45,$$

$$x = 5;$$

Значення x підставимо

в рівність для підстановки: $y = 12 - 2 \cdot 5;$
 $y = 2.$

Отже, пара чисел $(5; 2)$ є розв'язком даної системи.



Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки, треба:

- 1) обрати рівняння системи, у якому зручніше виразити одну змінну через іншу;
- 2) в обраному рівнянні виразити «зручну» змінну через іншу, отримати рівність для підстановки;
- 3) підставити знайдений вираз в інше рівняння системи і розв'язати його;
- 4) знайдене значення змінної підставити в рівність для підстановки і знайти значення іншої змінної;
- 5) записати пару чисел, яка є розв'язком системи.

3. Спосіб додавання

Задача 2 Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} x + 3y = 10, \\ 5x - 3y = -4. \end{cases}$



qr.orioncentr.com.ua/TgsEr

Розв'язання

У лівій частині обох рівнянь маємо одночлени $3y$ і $-3y$. При додаванні вони взаємно знищуються.

Додамо ліві частини рівнянь: $x + 3y + 5x - 3y$.

Додамо праві частини рівнянь: $10 + (-4)$.

Прирівняємо отримані вирази:

$$x + 3y + 5x - 3y = 10 + (-4).$$

Розв'яжемо отримане рівняння: $6x = 6$,

$$x = 1.$$

Підставимо знайдене значення $x = 1$ в одне з рівнянь системи, наприклад, у перше рівняння:

$$1 + 3y = 10,$$

$$3y = 9,$$

$$y = 3.$$

Отже, пара чисел $(1; 3)$ є розв'язком даної системи.



Як діяти, якщо в рівняннях немає одночленів з протилежними коефіцієнтами?

Треба дібрати додаткові множники.



Додаткові множники добирають так, щоб коефіцієнти біля однієї із змінних стали протилежними числами.

Задача 3 Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 5x - 2y = 9, \\ 2x + 3y = -4. \end{cases}$

Розв'язання Доберемо додаткові множники так, щоб коефіцієнти біля змінної x стали протилежними числами.

Домножимо перше рівняння на -2 , а друге рівняння — на 5 .

$$\text{Отримаємо систему: } \begin{cases} -10x + 4y = -18, \\ 10x + 15y = -20. \end{cases}$$

Додамо відповідно ліві й праві частини рівнянь, отримаємо рівняння-суму:

$$19y = -38,$$

Розв'яжемо рівняння-суму: $y = -2$.

Підставимо $y = -2$ в перше рівняння системи:

$$5x - 2 \cdot (-2) = 9,$$

$$5x + 4 = 9,$$

$$5x = 5,$$

$$x = 1.$$

Отже, пара чисел $(1; -2)$ є розв'язком даної системи.



Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання, треба:

- 1) з'ясувати, для якої змінної її коефіцієнти в обох рівняннях зручно перетворити на протилежні числа;
- 2) знайти додаткові множники, які перетворюють ці коефіцієнти на протилежні числа;
- 3) помножити рівняння системи відповідно на ці додаткові множники;
- 4) додати отримані рівняння та замінити одне з рівнянь системи рівнянням-сумою;
- 5) розв'язати рівняння-суму;
- 6) підставити знайдений корінь в одне з рівнянь системи і розв'язати його;
- 7) записати пару чисел, яка є розв'язком системи.



Розв'язок системи лінійних рівнянь із двома змінними не залежить від того, яким способом її розв'язували.

4. Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь із двома змінними



qr.orioncentr.com.ua/CIZXn

Задача 4 Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 310 км, назустріч один одному виїхали два автомобілі. Швидкість одного з них на 5 км/год більша за швидкість іншого. Знайдіть швидкість кожного автомобіля, якщо вони зустрілися через 2 год після початку руху.

Розв'язання

Нехай x — швидкість першого автомобіля, а y — швидкість другого і $x > y$.

Складемо короткий запис даних задачі (табл. 43).

Таблиця 43

Автомобіль	Швидкість	Час	Шлях
I автомобіль	x , на 5 км/год $>$	2 год	$2x$
II автомобіль	y $\leftarrow$	2 год	$2y$

$$\left. \begin{array}{l} 2x \\ 2y \end{array} \right\} 310 \text{ км}$$

Порівняємо швидкості автомобілів: $x - y = 5$.

Шлях, який вони подолали разом за 2 год:

$$2x + 2y = 310.$$

Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ 2x + 2y = 310. \end{cases}$$

Спростимо друге рівняння:

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 155. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь способом підстановки або способом додавання, одержимо її розв'язок (80; 75). Отже, швидкість першого автомобіля становить 80 км/год, а швидкість другого — 75 км/год.

Дізнайтеся більше

1. Математика в дев'яти книгах — класичний твір, енциклопедія знань давньокитайських математиків X ст. до н. е. — II ст. до н. е. Про системи рівнянь йдеться у книгах 7 і 8. Наприклад, задача з книги 7: «Спільно купують річ. Якщо кожна людина внесе по 8 монет, то будуть 3 зайві. Якщо кожна людина внесе по 7 монет, то 4 не вистачить. Знайдіть кількість людей і ціну речі». Відповідь: 7 осіб, 53 монети. qr.orioncentr.com.ua/2p8pR

2. Софі Жермен (1776–1831) — визначна французька математикиня. Оскільки в ті часи жінок не приймали в університети, вона брала участь у письмових іспитах під псевдонімом «мосьє Ле Блан». С. Жермен цікавилася теорією чисел, окремі формули якої названі тепер її ім'ям. Їй вдалося довести окремий випадок Великої теореми Ферма. За дослідження згинання пластинок у теорії пружності їй, першій із жінок, присуджено премію Паризької академії наук (1816), а саму роботу використано під час будівництва Ейфелевої вежі (1889).



qr.orioncentr.com.ua/bDAeE

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/nxWyv

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
система лінійних рівнянь з двома змінними	system of linear equation in two variables	System von linearen Gleichungen mit zwei Variablen	système d'équations linéaires à deux variables

Пригадайте головне

1. Які є аналітичні способи розв'язування систем двох лінійних рівнянь із двома змінними?
2. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки?
3. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання?

Усне тренування

1) Обчисліть:

$$4 \cdot 0,25; \quad 0,6 : (-0,06); \quad 0,006 \cdot 0,5 : 0,02;$$

$$0,1 \cdot 50; \quad 0,5 : (-0,25); \quad 0,002 \cdot (-0,7) : 0,2.$$

2) Розташуйте числа в порядку зменшення:

$$(0,25)^{25}, \quad (-0,25)^{25}, \quad -25^4, \quad (-25)^4.$$

3) Обчисліть:

$$0,8 \cdot 0,8; \quad 0,4 : (-0,08); \quad 0,008 \cdot 0,5 : 0,2.$$

4) Розташуйте числа в порядку збільшення:

$$(-0,125)^{125}, \quad (0,125)^{125}, \quad 0^{2013}, \quad (-1)^{2023}, \quad (-7)^{77}.$$

Розв'яжіть задачі

862'. Виразіть змінну x через змінну y в рівнянні:

$$1) x - 2y - 3 = 0; \quad 2) 3x + 3y - 9 = 0; \quad 3) 2x + y - 5 = 0.$$

Для якого з рівнянь було легше виконати завдання?

863'. Виразіть змінну y через змінну x у рівнянні:

$$1) 5x + y - 15 = 0; \quad 2) 4x - 2y - 6 = 0; \quad 3) x + 2y = 12.$$

Для якого з рівнянь було легше виконати завдання?

864'. Яке рівняння одержимо, якщо замість x підставити вираз $2y$ в рівняння:

- 1) $x - 2y = 3$; 3) $x - 0,2y = 4$;
 2) $2x + y = 5$; 4) $0,5x + 2y = 20$?

Знайдіть розв'язок одержаного рівняння.

865'. Яке рівняння одержимо, якщо замість y підставити вираз $5x$ у рівняння:

- 1) $5x + y = 30$; 3) $x - 0,25y = 1,5$;
 2) $3x + 2y = 13$; 4) $5x + 0,2y = 3$?

Знайдіть розв'язок одержаного рівняння.

866'. Чи є протилежними числами коефіцієнти біля змінних у системі рівнянь:

- 1) $\begin{cases} 2x - 3y = 12, \\ 3x - 4y = 17; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 5y = 6, \\ -2x - y = 2? \end{cases}$

867'. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки:



- 1) $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ x - 3y = 7; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 10x - y = 3, \\ 6x + 4y = 11; \end{cases}$ 10) $\begin{cases} k + 2p = -6, \\ 3k + p = 2; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} 4x - y = -7, \\ 3x + 2y = 3; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} 2x - y = -6, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$ 11) $\begin{cases} 2a - b = -6, \\ a + 2b = 7; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} 3x + 2y = 9, \\ 4x - y = 12; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 2x + y = 1; \end{cases}$ 12) $\begin{cases} p - 4q = -10, \\ 2p + 3q = 13. \end{cases}$
 4) $\begin{cases} 7x - y = 38, \\ 2x + 5y = -5; \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 3m - n = 6, \\ m + 3n = 6; \end{cases}$
 5) $\begin{cases} 3x - 2y = -29, \\ x + 4y = 9; \end{cases}$

qr.orioncentr.com.ua/W1DWo



868'. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки:

- 1) $\begin{cases} x + 2y = 0, \\ 3x - y = 7; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ x + 2y = 5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x - y = 4, \\ 3x + y = -9; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} 5x - y = 22, \\ 2x + y = 6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x - 3y = 6, \\ 5x + y = -2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 8x - y = 17, \\ 6x + y = 18. \end{cases}$

869°. Дано систему $\begin{cases} 2x - 3y = 12, \\ 3x - 4y = 17. \end{cases}$ Які додаткові мно-

ники дозволять перетворити на протилежні числа коефіцієнти біля змінної: 1) x ; 2) y ?

870°. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання:



- 1) $\begin{cases} 4x - 3y = -10, \\ 5x + 3y = 1; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x - 2y = 21, \\ 3x + 4y = 3; \end{cases}$ 10) $\begin{cases} 8x - 7y = 11, \\ 6x - 5y = 8; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} 2x + 5y = 6, \\ 4x - 7y = -56; \end{cases}$ 11) $\begin{cases} 17m + 13n = 2, \\ 7m - 11n = 0; \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} 5x - y = 11, \\ 5x + y = -1; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 7x - 11y = 23, \\ 21x + 2y = -1; \end{cases}$ 12) $\begin{cases} 3p - 8q = 5, \\ 5p - 4q = 2. \end{cases}$
- 4) $\begin{cases} 4x - y = 5, \\ x + 3y = -2; \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 16x + 5y = 9, \\ 6x - 25y = -2; \end{cases}$
- 5) $\begin{cases} 3x + 2y = -2, \\ 5x - y = 14; \end{cases}$

qr.orioncentr.com.ua/dhdeK



871°. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання:

- 1) $\begin{cases} 5x - 4y = 18, \\ 3x + 4y = -2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5x - 2y = 37, \\ 3x + 4y = -9; \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} x - y = 4, \\ x + y = -10; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 10x + 9y = 11, \\ 5x + 12y = 13; \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} 4x + y = 12, \\ 6x + y = 18; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4x + 9y = -5, \\ 7x + 12y = -10. \end{cases}$

872°. Складіть систему рівнянь за умовою:



- 1) у класі — 36 учнів;
дівчат — на 6 більше за хлопців;
- 2) периметр прямокутника дорівнює 400 см, а його ширина на 12 см менша, ніж довжина;



qr.orioncentr.com.ua/gYlzc

3) 5 ящиків зі сливами і 7 ящиків із яблуками разом мають масу 300 кг; ящик із яблуками на 5 кг важчий, ніж ящик зі сливами;

4) моторний човен за 2 год руху за течією річки і за 3 год руху проти течії загалом подолав 30 км; швидкість човна за течією — на 4 км/год більша, ніж його швидкість проти течії.

Яким способом, на вашу думку, легше розв'язувати складену систему рівнянь?

873°. Складіть систему рівнянь за умовою:



1) 3 ручки і 5 олівців разом коштують 76 грн, а 2 ручки і 3 олівці — 48 грн;

2) Андрій купив зошити по 12 аркушів і по 18 аркушів у кожному; усі товщі зошити разом мають на 6 аркушів більше, ніж тонші зошити, а загалом у всіх куплених зошитах виявилось 246 аркушів;

3) два числа відносяться як $2 : 3$; сума 50 % меншого числа і 25 % більшого дорівнює 5.

Яким способом, на вашу думку, легше розв'язувати складену систему рівнянь?

874°. Сума двох чисел дорівнює 77, а їх різниця — 15. Знайдіть ці числа.

875°. Сума двох чисел дорівнює 80, а їх різниця — 26. Знайдіть ці числа.

876°. Сума двох чисел дорівнює 36. Знайдіть ці числа, якщо одне із них на 10 більше за інше.

877°. Різниця двох чисел дорівнює 12. Знайдіть ці числа, якщо одне із них у 2 рази більше за інше.

878°. Сума двох чисел дорівнює 27. Якщо від подвоєного першого числа відняти друге число, то отримаємо 24. Знайдіть ці числа.

879°. Різниця двох чисел дорівнює 8. Якщо до першого числа додати подвоєне друге число, то отримаємо 44. Знайдіть ці числа.

880°. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 5. Якщо перше число збільшити вдвічі, а друге — втричі, то сума дорівнюватиме 27. Знайдіть ці числа.

881°. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 7. Якщо перше число збільшити на 2, а друге — зменшити на 2, то результати будуть відноситись як 6 : 1. Знайдіть ці числа.

882°. Периметр прямокутника дорівнює 120 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо його довжина у 3 рази більша за ширину.

883°. Одна із сторін прямокутника на 2 см більша за іншу. Знайдіть сторони прямокутника, якщо його периметр дорівнює 24 см.

884°. За 2 кг печива і 1,5 кг цукерок заплатили 57 грн.



Скільки гривень коштує 1 кг печива, якщо він дешевший за 1 кг цукерок на 10 грн?

885°. За 5 кг яблук і 3 кг груш заплатили 72 грн. Скільки гривень коштує 1 кг груш, якщо він дорожчий за 1 кг яблук на 8 грн?



886°. Знайдіть координати точки перетину прямих:



1) $3x - y + 6 = 0,$

$2x + y + 1 = 0;$

2) $5x + 4y + 8 = 0,$

$2x + y - 1 = 0.$



qr.orioncentr.com.ua/NPVe9

887. Знайдіть координати точки перетину прямих:

1) $x - y + 6 = 0, 2x + 3y + 1 = 0.$

888. Розв'яжіть систему рівнянь:

1)
$$\begin{cases} 4(x-1) - 2(y-1) = 2, \\ 3(2-x) - 5(1+y) = -15; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 8, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 11; \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
 2) \begin{cases} 7(2x+y) - 5(3x+y) = 6, \\ 3(x+2y) - 2(x+3y) = -6; \end{cases} & 6) \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 6, \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 6; \end{cases} \\
 3) \begin{cases} (x-1)^2 - (x+1)^2 = 8y, \\ (y+2)^2 - (y+4)^2 = 2x; \end{cases} & 7) \begin{cases} \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}, \\ \frac{x}{y} - \frac{3}{4} = 0; \end{cases} \\
 4) \begin{cases} x(x-1) + 2(y+2) = x^2, \\ 5(x+2) + y(y-2) = y^2; \end{cases} & 8) \begin{cases} \frac{5x-4y}{4} - 2x = 3, \\ \frac{3x-2y}{3} + 4 = 3x. \end{cases}
 \end{array}$$

889. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{array}{ll}
 1) \begin{cases} 2(x+y) - 3(x-y) = 4, \\ 7(x-y) - 5(x+y) = -2; \end{cases} & 3) \begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} = 4; \end{cases} \\
 2) \begin{cases} (x-3)^2 - (x+1)^2 = 2y+3, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1; \end{cases} & 4) \begin{cases} \frac{5}{3-2x} = \frac{2,5}{1-y}, \\ 3x+2y = 5. \end{cases}
 \end{array}$$

890. На канікулах семикласники з Вінниці відправилися на екскурсію до Сум. За 2 год на автобусі й 6 год на поїзді вони подолали 600 км. Знайдіть швидкість поїзда, якщо на поїзді учні проїжджали за годину на 20 км більше, аніж на автобусі.



891. Під час екскурсії Карпатами туристи вирушили таким маршрутом: Львів – Мукачево – Хуст – Межигір'я – Колочава – Рахів – Буковель – Яремче – Шешори – Коломия – Івано-Франківськ. За 3 год на автомобілі й 2,5 год пішки вони подолали 250 км. Швидкість руху на автомобілі була у 20 разів більшою за швидкість руху пішки. Знайдіть швидкість, з якою туристи їхали на автомобілі.

- 892.** Два велосипедисти виїхали одночасно з двох міст, відстань між якими дорівнює 39 км, і зустрілися через 1,5 год. З якою швидкістю їхав кожний велосипедист, якщо перший проїхав до зустрічі на 3 км більше, ніж другий?
-  **893.** Два рейсові автобуси виїхали одночасно з міст Херсон і Черкаси, відстань між якими дорівнює 350 км, і зустрілися через 2,5 год. З якою швидкістю їхав кожний автобус, якщо перший проїхав до зустрічі на 25 км більше, ніж другий?
-  **894.** За 3 год за течією і 2 год проти течії теплохід проходить 280 км. За годину за течією і пів години проти течії теплохід проходить 85 км. Знайдіть власну швидкість теплохода і швидкість течії річки.
-  **895.** За 2 год за течією і годину проти течії човен пропливає 50 км. За годину проти течії та пів години за течією човен пропливає 20 км. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії річки.
- 896.** Один робітник працював за станком 3 год, а інший — 4 год. За цей час вони зробили 88 деталей. Скільки деталей зробив за цей час кожний робітник, якщо за одну годину роботи разом вони зробили 26 деталей?
- 897.** Один майстер витратив на пошиття костюмів 6 год, а інший — 5 год. За цей час вони пошили 17 костюмів. Скільки костюмів пошив кожний майстер, якщо за одну годину роботи разом вони пошили 3 костюми?
- 898.** У двох ящиках було 150 яблук. Після того, як половину яблук переклали з першого ящика в другий, у ньому залишилось у 4 рази менше яблук, ніж їх стало в другому ящику. Скільки яблук було в кожному ящику спочатку?

- 899.** На двох полицях стоїть 96 книжок. Якщо п'яту частину книжок із другої полиці перекласти на першу, то на другій полиці їх стане у 5 разів менше, ніж на першій. Скільки книжок стоїть на кожній полиці?
- 900.** Якщо до 50 % першого числа додати 50 % другого, то отримаємо 27, а якщо до 25 % першого числа додати 20 % другого, то одержимо 12. Знайдіть ці числа.
- 901.** Якщо до 25 % першого числа додати третину другого, то отримаємо 8, а якщо до 50 % першого числа додати 25 % другого, то отримаємо 11. Знайдіть ці числа.
- 902.** Складіть рівняння прямої $y = kx + b$, що проходить через точки A і B :
- 1) $A(2; 0)$, $B(0; 5)$;
 - 2) $A(-1; 1)$, $B(1; 4)$;
 - 3) $A(3; 5)$, $B(-5; -11)$;
 - 4) $A(3; -1)$, $B(1; 1)$.
- 903.** Складіть рівняння прямої $y = kx + b$, що проходить через точки A і B : $A(0; 4)$, $B(4; 0)$.
- 904.** За яких значень a і b графік рівняння $ax + by - 1 = 0$ проходить через точки:
- 1) $M(2; -1)$ і $N(-1; 1)$;
 - 2) $C(1; 2)$ і $D(-2; -7)$?
- 905*.** *Старовинна задача.* Дехто має чай двох сортів: цейлонський по 5 гривень за фунт та індійський по 8 гривень за фунт. У яких частинах потрібно змішувати ці два сорти, щоб отримати чай вартістю 6 гривень за фунт?
- 906*.** Коли Сергій підрахував носи дівчат і вуха хлопців, які були в класі, то їх виявилося 41. Коли ж він підрахував вуха дівчат і носи хлопців, то їх виявилося 43. Скільки хлопців було в класі? А скільки дівчат?

907*. Знайдіть, на скільки потрібно зменшити число 100, щоб при діленні одержаного числа як на 5, так і на 7, одержати остачу 1, і щоб перша частка була на 2 більша за другу.

908*. Знайдіть $x + y + z$ із системи рівнянь:

$$1) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0, \\ y + 3z = 9, \\ 2z = 4; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y + z = 4, \\ x - y + z = 6, \\ x - y - z = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - y - 3z = -2, \\ 3x + 4y - 5z = 4, \\ 2y + 7z = 18; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 3y - z = 8, \\ 2x + 4y + 3z = 7, \\ 3x - 2y + z = -2. \end{cases}$$

909*. За якого значення a система $\begin{cases} 4x - ay = -10, \\ x - 3y = 2 \end{cases}$:

1) має один розв'язок; 2) не має розв'язків?

910*. За яких значень a і b розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} ax + y = 4, \\ x - by = -2 \end{cases} \text{ є пара чисел } 1) (-1; 2); 2) (0; 4)?$$

Проявіть компетентність



911. У кемпінговому містечку в Яремчі є намети і будиночки. Усього їх 25. У кожному будиночку можна розмістити 4 особи, у кожному наметі — 2 особи. Скільки наметів і скільки будиночків у кемпінговому містечку, якщо загалом тут відпочиває 70 осіб і вільних місць немає?



912. Родина Петренків вирушила з Києва до Харкова, відстань між якими 480 км. Уся подорож тривала 4 год, з яких 2 год родина їхала поїздом, а решту часу — автомобілем. Якою була швидкість автомобіля, якщо вона на 60 км/год менша, ніж швидкість поїзда?

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 5

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що таке рівняння?
2. Що називають коренем рівняння? Що означає «розв'язати рівняння»?
3. Які рівняння називаються рівносильними?
4. Сформулюйте властивості рівносильності рівнянь.
5. Що називається лінійним рівнянням?
6. Скільки коренів може мати лінійне рівняння?
7. Коли лінійне рівняння не є рівнянням першого степеня?
8. Що таке лінійне рівняння з двома змінними?
9. Що є розв'язком лінійного рівняння з двома змінними?
10. Скільки розв'язків може мати лінійне рівняння з двома змінними?
11. Що є графіком лінійного рівняння з двома змінними?
12. У якому випадку графіком рівняння з двома змінними є пряма? Площина?
13. У якому випадку графік рівняння з двома змінними проходить через початок координат?
14. Що таке система двох лінійних рівнянь із двома змінними?
15. Що називають розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними?
16. Що означає «розв'язати систему рівнянь»?
17. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними графічним способом?
18. Скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь із двома змінними?
19. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки?
20. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

1°. Розв'яжіть рівняння $2(x + 5) - 3(4 - x) = 3$.

А. $\frac{3}{5}$.

Б. -1 .

В. 1 .

Г. 5 .

2°. Яка пара чисел є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0, \\ 2x - y + 1 = 0? \end{cases}$$

А. $(2; 2)$.

Б. $(1; 3)$.

В. $(-1; 5)$.

Г. $(4; 0)$.

3°. На прямій, що є графіком рівняння $6x + 2y - 5 = 0$, позначено точку, абсциса якої дорівнює 2. Знайдіть ординату цієї точки.

А. $-4,5$.

Б. $3,5$.

В. $-3,5$.

Г. $4,5$.

4. За 1 год на автобусі та 4 год на поїзді туристи проїхали 380 км. Знайдіть швидкість поїзда, якщо його швидкість на 20 км/год більша за швидкість автобуса.

А. 60 км/год.

Б. 40 км/год.

В. 120 км/год.

Г. 80 км/год.

5°. Побудуйте графік рівняння $5|x - 1| + 2y = x - 5$.



Розділ 6. ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

У розділі дізнаєтесь:

- як проводити відсоткові розрахунки;
- про використання стовпчастих і кругових діаграм;
- що таке вибірка та обсяг вибірки;
- як знайти середнє значення вибірки;
- що таке комбінаторна задача та як її розв'язувати;
- що таке випадкова подія;
- що таке ймовірність випадкової події та як її знаходити;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 25. ВІДСОТКИ

1. Що таке відсоток

Ситуація. Мама купила в аптеці трав'яний чай для Оксани, щоб підлікувати її хворе горло. Фармацевт сказав, що 0,48 суміші становить ромашка. А на упаковці написано, що ромашка становить 48 % суміші трав. Чи не помилився фармацевт?



qr.orioncentr.com.ua/WDoL8



Як перевести дріб у відсотки?



Пригадаймо.



Відсотком (процентом) називається одна сота частина.



Записують: $1 \% = \frac{1}{100}$ або $1 \% = 0,01$.

Тоді: $48 \% = 0,48$ і, навпаки, $0,48 = 48 \%$.

Отже, фармацевт не помилився.

У повсякденному житті потрібно знати зв'язок між найуживанішими відсотками й відповідними дробами (табл. 44).

Таблиця 44

Відсотки	5 %	10 %	20 %	25 %	50 %	75 %
Звичайні дроби	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
Десяткові дроби	0,05	0,1	0,2	0,25	0,5	0,75

2. Знаходження відсотка числа

Ситуація. Для переможців олімпіади з математики благодійна організація замовила 50 подарунків. За результатами змагань 28 % учасників олімпіади стали переможцями. Чи вистачить усім подарунків, якщо в олімпіаді взяли участь 175 учнів?



Як визначити кількість переможців за відомим їх відсотком?

Існує кілька способів.



Спосіб 1. Скласти пропорцію за даними задачі та розв'язати її.

Нехай x — кількість переможців.

Складаємо скорочений запис задачі:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 175 - 100 \% & \downarrow \\ & x - 28 \% & \downarrow \end{array}$$

Складаємо пропорцію:

$$\frac{175}{x} = \frac{100}{28}.$$

Розв'язуємо пропорцію:

$$x = \frac{175 \cdot 28}{100}; x = 49.$$

Записуємо відповідь:

49 переможців.

Подарунків вистачить усім.

Спосіб 2. Застосувати *правило знаходження дробу від числа*.

Оскільки $28 \% = 0,28$, то $175 \cdot 0,28 = 49$ (учнів).

Отже, 49 учнів стали переможцями в олімпіаді, тому подарунків вистачить усім.

Запам'ятайте!

Щоб знайти відсоток числа, треба подати відсоток у вигляді десяткового дробу і помножити число на цей дріб.

Задача 1 Січневий тираж газети «Свобода» становить 250 екземплярів. У лютому тираж збільшили на 20 %, а в березні — ще на 30 %. Яким став тираж газети в березні?

Розв'язання**Спосіб 1.**

1) $20\% = 0,2$, тому $250 \cdot 0,2 = 50$ (екз.);

$250 + 50 = 300$ (екз.) — тираж у лютому;

2) $30\% = 0,3$, тому $300 \cdot 0,3 = 90$ (екз.);

$300 + 90 = 390$ (екз.) — тираж у березні.

Спосіб 2. Якщо тираж збільшили на 20 %, то в лютому він становив 120 % січневого тиражу, тому $250 \cdot 1,2 = 300$ (екз.) — тираж у лютому.

Аналогічно обчислюємо тираж у березні: $300 \cdot 1,3 = 390$ (екз.).

Отже, тираж у березні становив 390 екземплярів.

3. Знаходження числа за його відсотком

Ситуація. У магазині Дмитро витратив 36 грн, що становить 75 % грошей, які дала йому мама. Скільки гривень було в Дмитра спочатку?



Як знайти початкову кількість грошей за їх відомим відсотком?

Існує кілька способів.



Спосіб 1. Скласти пропорцію за даними задачі та розв'язати її.

Нехай x — початкова кількість грошей.

Складаємо скорочений запис задачі: $x — 100\%$
 $36 — 75\%$

Складаємо пропорцію: $\frac{x}{36} = \frac{100}{75}$.

Розв'язуємо пропорцію: $x = \frac{36 \cdot 100}{75}$; $x = 48$.

Записуємо відповідь: спочатку було 48 грн.

Спосіб 2. Застосувати *правило знаходження числа за його дробом*.

Оскільки $75\% = 0,75$, то $36 : 0,75 = 48$.



У даній задачі 75% зручніше подати звичайним дробом: $75\% = \frac{3}{4}$. Тоді $36 : \frac{3}{4} = 48$.

Отже, у Дмитра спочатку було 48 грн.

Запам'ятайте!

Щоб знайти *число за його відсотком*, треба подати відсоток у вигляді дробу і поділити це значення на отриманий дріб.

Задача 2 46 % поля засіяли пшеницею, 28 % — кукурудзою, а іншу частину поля — сояшником. Знайдіть площу всього поля, якщо пшеницею засіяно на 32 га більше, ніж сояшником.

Розв'язання

Пшениця	46 %	?, на 32 га >	} ?
Кукурудза	28 %	?	
Сояшник	?	? <	

1) $100\% - (46\% + 28\%) = 26\%$ — засіяли сояшником;

2) $46\% - 26\% = 20\%$ — різниця площ (у відсотках), засіяних пшеницею і сояшником, що становить 32 га.

3) $32 : 0,2 = 160$ (га) — площа поля.

Отже, площа всього поля — 160 га.

4. Знаходження відсоткового відношення двох чисел

Ситуація. Вчителька запитала: «Скільки, відсотків часу на добу ви були на свіжому повітрі?». Допоможіть Михайлові відповісти, якщо на свіжому повітрі він був 1,5 год.



qr.orioncentr.com.ua/nYCym



Як знайти, скільки відсотків доби становить 1,5 години?

Існує кілька способів.



Спосіб 1. Скласти пропорцію за даними задачі та розв'язати її.

Нехай x — відсоток часу, який Михайло був на свіжому повітрі.

Складаємо скорочений запис задачі: $\downarrow \begin{array}{l} 1,5 - x \% \\ 24 - 100 \% \end{array} \downarrow$

Складаємо пропорцію: $\frac{1,5}{24} = \frac{x}{100}$.

Розв'язуємо пропорцію: $x = \frac{1,5 \cdot 100}{24}$; $x = 6,25 (\%)$.

Записуємо відповідь: 6,25 % доби Михайло був на свіжому повітрі.

Спосіб 2. Можна скласти відношення даних чисел, обчислити його значення та перевести у відсотки:

$$1,5 : 24 \cdot 100 \% = 6,25 \%$$

Отже, 6,25 % доби Михайло був на свіжому повітрі.

Запам'ятайте!

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел (скільки відсотків одне число становить від іншого), потрібно знайти відповідну частку і помножити її на 100 %.

Задача 3 Яку концентрацію буде мати розчин солі, якщо до 1 кг 25 % -го розчину солі додати 200 г солі?

Розв'язання Знаходимо:

масу солі в розчині: $1000 \cdot 0,25 = 250$ (г);

масу нового розчину: $1000 + 200 = 1200$ г;

масу солі в новому розчині: $250 + 200 = 450$ (г);

концентрацію нового розчину: $\frac{450}{1200} \cdot 100 \% = 37,5 \% .$

Отже, концентрація розчину буде становити 37,5 % .



Концентрація розчину (у відсотках) — це відношення маси солі до маси розчину, помножене на 100 % .

Дізнайтеся більше

У прикладній математиці існують два поняття: «прості відсотки» і «складні відсотки». У чому їх різниця? Наприклад, при простих відсотках відсоткові гроші в банку нараховуються тільки на початкову суму вкладу. А при складних відсотках відсотки нараховуються не тільки на початкову суму вкладу, але й на вже нараховані відсотки. Наприклад, якщо вкласти 10 000 грн під 10 % річних, то через рік ми отримаємо 1000 грн відсоткових грошей, а через два роки можна отримати більше, ніж 1000 грн відсотків, оскільки відсотки будуть нараховуватися не лише на суму вкладу, а й на вже нараховані відсотки.



Формула розрахунку складних відсотків така:

$A = A_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$, де A — сума вкладу в кінці n -го року, A_0 — початкова сума вкладу, p — річна відсоткова ставка, n — термін вкладу в роках.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/2lu9K

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
відсоток	percent	Prozent (n)	pourcentage

Пригадайте головне

1. Що називають відсотком?
2. Як знайти відсоток числа?
2. Як знайти число за його відсотком?
3. Як знайти відсоткове відношення двох чисел?

Усне тренування

Обчисліть:

1) $5 \cdot \frac{7}{15}$; $2 - 1\frac{7}{15}$; $21 : \frac{7}{15}$; $3,4 + \frac{7}{15}$.

2) $-8 \cdot 2,5$; $-8 : (-2,5)$; $0,6 : 0,02$; $0,6 \cdot (-0,02)$.

3) $12 : 0,01$; $1,2 : 0,01$; $0,12 : 10$; $0,012 : 100$.

Розв'яжіть задачі

- 913'.** Як перетворити десятковий дріб у відсоток?
- 914'.** Як перетворити відсоток у десятковий дріб?
- 915'.** Яку частину числа становить його 1 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 100 %?
- 916°.** Знайдіть 1 % від: 1 м, 1 ц, 1 кг.
- 917°.** Обчисліть:
-  1) 12 % числа 45;
 2) 4 % числа 0,5;
 3) 75 % числа $\frac{7}{15}$;
 4) 80 % числа 112.
- 918°.** Знайдіть число, якщо:
- 1) його 8 % — це число 24;
 - 2) його 21 % — це число 105;
 - 3) його 45 % — це число $\frac{6}{25}$;
 - 4) його 64 % — це число 1,6.


qr.orioncentr.com.ua/V8lvv

- 919°.** Фірма виконала 68 % замовлення на виготовлення 450 вікон. Скільки ще вікон треба виготовити?

- 920°.** Відремонтували 75 % дороги завдовжки 68 км. Скільки кілометрів дороги ще потрібно відремонтувати?
- 921°.** Влітку 128 учнів ліцею відвідали науковий табір, а 36 % учнів не мали такої можливості. Скільки всього учнів у ліцеї?
- 922°.** 66 пасажирів зайняли свої місця в автобусі. Вільними залишилися 12 % місць. Скільки всього місць в автобусі?
- 923°.** Турист пройшов 12 км, що становить 75 % довжини маршруту. Яка довжина всього маршруту?
- 
- 924°.** У саду ростуть 120 вишень, що становить 25 % усіх дерев. Скільки всього дерев у саду?
- 925.** Виноград при сушінні втрачає 65 % своєї маси.
- 1) Скільки родзинок вийде із 150 кг свіжого винограду?
 - 2) Скільки кілограмів свіжого винограду варто взяти, щоб насушити 63 кг родзинок?
- 926.** При обробці кавові зерна втрачають 12 % своєї маси.
- 1) Скільки кілограмів кави, придатної до вживання, отримають з 9 кг свіжих кавових зерен?
 - 2) Скільки свіжої кави варто взяти, щоб отримати 4,4 кг кави, придатної до вживання?
- 927.** У 540 г розчину міститься 81 г солі. Знайдіть концентрацію розчину (у відсотках).
- 928.** У 600 г розчину міститься 72 г кислоти. Знайдіть концентрацію розчину кислоти (у відсотках).
- 929.** Змішали 2 кг сиру, жирністю 20 %, і 3 кг сиру жирністю 5 %. Знайдіть у відсотках жирність утвореної суміші.



qr.orioncentr.com.ua/kzAb4

- 930.** Сплавили 120 кг сплаву, що містить 30 % міді, та 180 кг сплаву, що містить 9 % міді. Скільки відсотків міді містить утворений сплав?
- 931.** У математичному класі кількість хлопців становить 80 % кількості дівчат. Скільки відсотків становить кількість дівчат від кількості хлопців?
- 932.** Одну сторону прямокутника збільшили на 20 %, а іншу — зменшили на 10 %. Як змінилася площа прямокутника?
- 933.** Сторону квадрата збільшили на 10 %. На скільки відсотків збільшилась площа квадрата?
- 934.**  Товар спочатку подорожчав на 15 %, а потім подешевшав на 15 %. Як змінилась ціна товару?
- 935.** Товар спочатку подешевшав на 12 %, а потім подорожчав на 12 %. Як змінилась ціна товару?
- 936.** 2 кг сплаву міді з оловом містить 30 % міді. Скільки кілограмів олова потрібно додати до цього сплаву, щоб отриманий сплав містив 24 % міді?
- 937.**  Морська вода містить 6 % солі. Скільки кілограмів прісної води потрібно додати до 20 кг морської, щоб отриманий розчин містив 3 % солі?
- 938*.** До числа 56 дописали справа цифру нуль. На скільки відсотків збільшилось число?
- 939*.** Різниця чисел a і b дорівнює 1,5. 10 % числа a і 25 % b в сумі становлять 7,5. Знайдіть ці числа.
- 940*.**  Вкладник поклав у банк 4000 грн. Банк нараховує щорічно 5 % від суми внеску. Якою стане сума внеску через 3 роки?
- 941*.** Довжину прямокутника зменшили на 20 %. На скільки відсотків потрібно збільшити ширину прямокутника, щоб його площа не змінилась?

Проявіть компетентність

942. На весняному розпродажу в магазині на товар за ціною 350 грн зробили знижку 40 %, а через тиждень — ще на 5 %. У супермаркеті на цей товар зробили знижку 5 %, а через тиждень — ще на 40 %. А на ярмарку на цей товар була знижка 45 %. Де вигідніше купити цей товар?

943. У рекламному оголошенні повідомили, що планується підвищення ціни на товар з 24 грн до 32 грн, тобто на 25 %. Чи немає помилки в повідомленні?

§ 26. ТАБЛИЦІ Й ДІАГРАМИ**1. Таблиці даних**

Ситуація. За результатами малих олімпійських ігор у школі спортивний комітет отримав дані про кількість переможців серед учнів 7-х класів (табл. 45).



qr.orioncentr.com.ua/iSnQ2

Таблиця 45

Клас	I місце	II місце	III місце
7-А	1	1	1
7-Б	4	0	1
7-В	1	1	0



Чи можна отримати сумарні дані цих змагань?

Так.



Для цього достатньо обчислити суму місць, які виборов кожний клас:

$$7\text{-А} - 3, 7\text{-Б} - 5, 7\text{-В} - 2.$$

Очевидно, що найспритнішим був 7-Б клас.

Наочно подати підсумкові дані таблиці можна за допомогою діаграм.

2. Кругові діаграми

Для побудови *кругової діаграми* за сумарними даними змагань трьох 7-х класів круг треба поділити на три сектори. Для цього потрібно обчислити кут кожного сектора діаграми (табл. 46).

Таблиця 46

Клас	Призових місць	Відсоток	Кут сектора
7-А	3	30 %	$360 \cdot 0,3 = 108^\circ$
7-Б	5	50 %	$360 \cdot 0,5 = 180^\circ$
7-В	2	20 %	$360 \cdot 0,2 = 72^\circ$

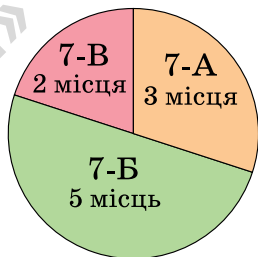
Отже, круг потрібно поділити на сектори з кутами:

108° , 180° , 72° (мал. 79)



Для побудови *кругової діаграми* треба встановити:

- 1) на скільки секторів ділити круг;
- 2) чому дорівнює кут кожного сектора.

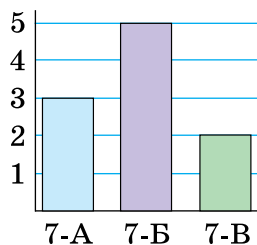


Мал. 79

3. Стовпчасті діаграми

Для побудови *стовпчастої діаграми* величини, що порівнюються, зображують у вигляді стовпчиків, висота яких або дорівнює даним величинам, або пропорційна до них.

Наприклад, на малюнку 80 стовпчаста діаграма показує співвідно-



Мал. 80

шення кількості призових місць, які вибороли учні трьох сьомих класів.

Висоту стовпчиків визначаємо пропорційно до кількості призових місць:

7-А клас: 3 од; 7-Б клас: 5 од; 7-В клас: 2 од.

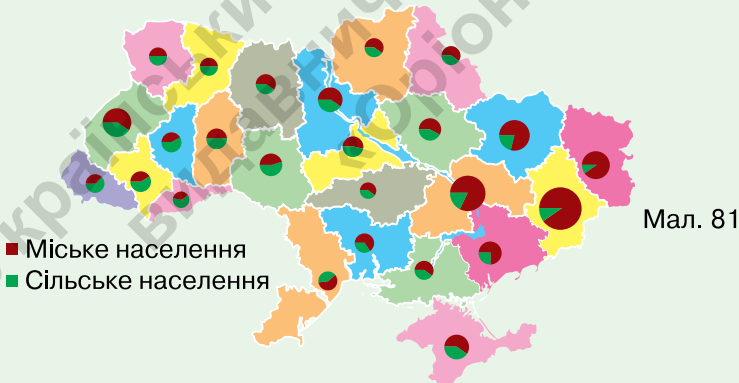


Для побудови стовпчастої діаграми:

- усі стовпчики мають бути однакової ширини і розташовані на рівних відстанях один від одного;
- можна обрати будь-яку ширину стовпчика і будь-яку відстань між стовпчиками.

Дізнайтеся більше

Одним із різновидів діаграм є картодіаграма, що являє собою поєднання діаграми з географічною картою. Картодіаграми використовують для зображення на географічній карті статистичних даних, зведених за географічним принципом. Елементи найпростішої картодіаграми можна побачити на карті України (мал. 81), де круговими діаграмами зображено розподіл населення на сільське й міське.



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/Pgpan

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
діаграма	diagram	Diagramm (n)	diagramme

Пригадайте головне

1. Які ви знаєте способи подання даних?
2. Для чого потрібні діаграми?
3. Чим відрізняються кругова і стовпчаста діаграми?
4. Поясніть, як будують кругову діаграму.
5. Поясніть, як будують стовпчасту діаграму.

Усне тренування

1. Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$; 2) $\frac{15}{4} = \frac{x}{0,8}$; 3) $x : 27 = 5 : 9$.

Розв'яжіть задачі

944'. Наведіть приклади таблиць, що трапляються вам у повсякденному житті.

945'. На сайті «Укрзалізниці» відшукали розклад руху приміського поїзда «Львів-Приміський – Ходорів». У таблиці 47 наведено його фрагмент. Чи можна за даними таблиці встановити:



Таблиця 47

№	Пункт	Приб.	Відпр.	Стоянка, хв	Δ, км	Σ, км
1	Львів	—	17 : 40		0	0
2	з.п. Городоцька	17 : 45	17 : 48	3	2	2
3	Коновальця	17 : 51	17 : 53	2	1,5	3,5
4	Персенківка	17 : 59	18 : 02	3	3,4	6,9
5	з.п. Зубрівська	18 : 06	18 : 07	1	2,8	9,7
6	Сихів	18 : 12	18 : 13	1	1,6	11,3
7	Давидів	18 : 21	18 : 33	12	7,6	18,9
8	з.п. 22 км	18 : 37	18 : 38	1	3,1	22
9	Старе Село	18 : 43	18 : 44	1	2,9	24,9

- 1) на яких станціях поїзд робить зупинки;
- 2) час відправлення зі станції;
- 3) час прибуття на станцію;
- 4) на якій станції найтриваліша стоянка;
- 5) вартість квитка до станції?

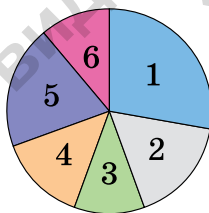
946'. Якою фігурою на круговій діаграмі зображають:
1) ціле; 2) частини цілого?

947'. Чи правильно, що на круговій діаграмі кути секторів:
1) завжди є рівними;
2) можуть не дорівнювати один одному;
3) обираються довільно;
4) є пропорційними до величин, що порівнюються?

948'. На круговій діаграмі (мал. 82) показано розподіл видів спорту, якими займаються учні сьомих класів. Чи правильно, що за діаграмою можна визначити:



- 1) який вид спорту люблять найбільше учнів;
- 2) який вид спорту є травмонебезпечним;
- 3) який вид спорту на другому місці за вподобаннями?

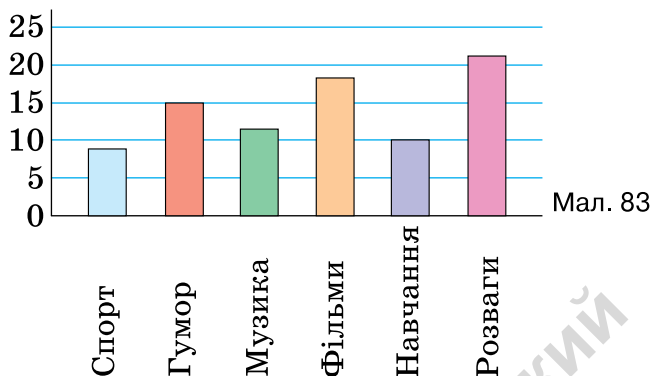


- 1 — футбол
- 2 — тхеквондо
- 3 — плавання
- 4 — шахи
- 5 — баскетбол
- 6 — теніс

Мал. 82

949'. Якими фігурами на стовпчастій діаграмі зображають величини, що порівнюються?

950'. На стовпчастій діаграмі (мал. 83) показано розподіл популярних тем ютуб-каналів серед учнів сьомих класів. Якій тематиці віддають перевагу учні?



Мал. 83

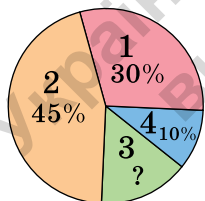
- 951°.** Якої градусної міри мають бути сектори на круговій діаграмі, якщо у класі відношення кількості хлопчиків до кількості дівчат дорівнює 2 : 3?



qr.orioncentr.com.ua/oD59P



- 952°.** На круговій діаграмі (мал. 84) показано результати опитування за запитанням: «Чому ви хочете купити велосипед?». Знайдіть відсутні дані на діаграмі та кількість людей, що дали кожну відповідь, якщо в опитуванні взяли участь 560 осіб.



- 1 — катання з друзями
 2 — піші прогулянки
 3 — заняття спортом
 4 — поїздки на роботу або навчання

Мал. 84

- 953°.** Якої висоти можуть бути стовпчики стовпчастої діаграми, якщо в класі навчається 25 хлопців і 10 дівчат?

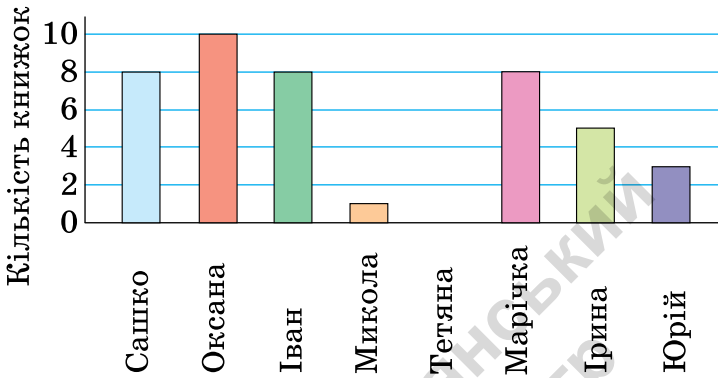
- 954°.** Стовпчаста діаграма показує, скільки книжок прочитав за літо кожний учень і кожна учениця 7-го класу. За стовпчастою діа-



qr.orioncentr.com.ua/KNhwc



грамою (мал. 85) визначте, скільки книжок прочитали: 1) Іра; 2) Юра; 3) хто з підлітків прочитав найменше книжок, а хто — найбільше.



Мал. 85

- 955°.** У фруктовому саду ростуть 75 дерев, з них яблунь — 25, вишень — 20, абрикос — 20, а решта — сливи. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.
- 956°.** У парку висадили 60 саджанців дерев, з яких дубів — 24, кленів — 8, берез — 16, а решта — липи. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.
- 957.** Установлено, що для школярів найбільш раціональним є чотириразовий режим харчування: перший сніданок становить 25 %, другий сніданок — 15 %, обід — 40 %, вечеря — 20 % денного раціону. За цими даними побудуйте кругову діаграму.
- 958.** У людському організмі вода становить 60 %, білки — 20 %, жири — 15 %, вуглеводи та інші речовини — 5 %. За цими даними побудуйте кругову діаграму.
- 959.** У таблиці 48 наведено дані про розподіл часу учня впродовж доби на різні види діяльності. Подайте час у відсотках, занесіть дані в таблицю. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

Таблиця 48

Вид діяльності	Школа	Виконання домашнього завдання	Спорт	Комп'ютерні ігри	Відпочинок на свіжому повітрі	Інші справи	Сон
Час, год	7 год	2 год	2 год	1,5 год	1,5 год	2 год	8 год
Час, %							

960. Вікторина з географії «Найбільші столиці світу» містить 24 запитання з тем «Географічне положення», «Клімат», «Економіка», «Культура», які відповідно відносяться, як 4 : 2 : 1 : 5. Скільки запитань з кожної теми у вікторині? За цими даними побудуйте стовпчасту та кругову діаграми.

961. Тест з математики містить 30 задач з алгебри, з геометрії, з логіки, що відповідно відносяться як 15 : 9 : 6. Скільки задач кожного розділу в тесті? За цими даними побудуйте стовпчасту та кругову діаграми.

962. У таблиці 49 наведено площі деяких європейських країн. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.

Таблиця 49

Країна	Площа, км ²
Україна	603 700
Франція	551 595
Італія	301 318
Німеччина	357 578
Іспанія	505 992

963. За даними Географічної енциклопедії України, виділено чотири найбільші озера України: Ялпуг — 149 км^2 , Кугурлуй — 94 км^2 , Кагул — 90 км^2 , Світязь — 26 км^2 . За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.



964*. Подайте у вигляді кругової діаграми склад трав'яного чаю: меліса — 34 %, фенхель — 20,6 %, ромашка — 14 %, м'ята — 31,4 %.

965*. У магазин завезли 160 упаковок овочевих та фруктових консервів. Овочеві консерви становлять 75 % товару, причому 40 % з них у скляній тарі. Побудуйте кругову діаграму розподілу овочевих і фруктових консервів залежно від тари.

966*. Фірмам «Альфа», «Омега» і «Гамма» належить 75 % акцій підприємства «Сиріус», які розподілені між ними у відношенні 4 : 12 : 9. Іншими 350 000 акціями володіють працівники цього підприємства. Скільки акцій має кожна фірма? За цими даними побудуйте кругову і стовпчасту діаграми.



Проявіть компетентність

967. Проведіть опитування однокласників на тему «Скільки часу на добу ви проводите в соціальних мережах?». Відповіді розподіліть на групи, наприклад: 1) від 0 до 30 хв; 2) від 30 хв до 1,5 год; 3) від 1,5 год до 2 год, 4) понад 2 год. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.



968. Проведіть опитування серед однокласників на тему «Чи допомагаєте ви батькам у домашніх справах?». Відповіді розподіліть на групи, наприклад: 1) так, регулярно; 2) так, але нерегулярно; 3) ні. За цими даними побудуйте кругову діаграму.



§ 27. ВИБІРКА ТА ЇЇ СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ

1. Що таке вибірка

Ситуація. Учні й учениці сьомого класу виконували тест з математики, що містив 10 завдань. Під час перевірки вчитель виписав кількість завдань, які правильно виконав кожний учень, і отримав такий набір чисел:

5, 9, 2, 8, 7, 7, 10, 8, 9, 6, 6, 8, 7, 7, 8, 4.

Набір числових даних, які отримав учитель, називають *вибіркою*. Кількість чисел у такому наборі називають *обсягом вибірки*. Обсяг даної вибірки $n = 16$.



qr.orioncentr.com.ua/pOZ6p



Як можна систематизувати зібрані числові дані?

Кількома способами.



Спосіб 1. Упорядкувати отриманий набір чисел, наприклад, за зростанням:

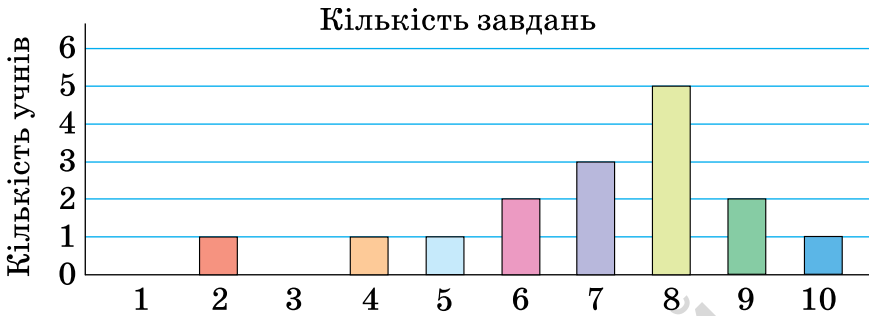
2, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 10.

Спосіб 2. Подати як *частотну таблицю* (табл. 50). У її першому рядку вкажемо кількість виконаних учнем/ученицею завдань тесту, а в другому — частоту появи цього числа в наборі, тобто кількість учнів класу, які виконали в тесті відповідну кількість завдань.

Таблиця 50

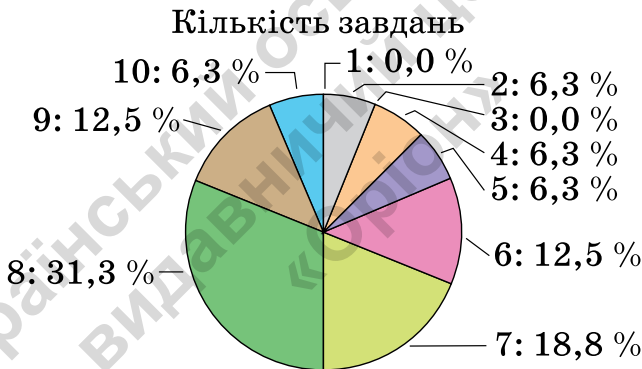
Кількість виконаних завдань	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість учнів	1	0	1	1	2	3	5	2	1

Спосіб 3. Подати дані частотної таблиці у вигляді *стовпчастої діаграми*, де за віссю абсцис розмістити бали від 2 до 10, а за віссю ординат — кількість учнів (мал. 86).



Мал. 86

Спосіб 4. Подати у вигляді *кругової діаграми* (мал. 87). Для побудови кругової діаграми потрібно встановити, на скільки секторів треба поділити круг і чому дорівнює кут кожного сектора (з цим ви знайомилися в 6 класі).



Мал. 87

2. Середнє значення вибірки



Як кількісно схарактеризувати зібрані дані?

Можна вказати їх середнє значення.



Наприклад, середнє значення вибірки, яку отримав учитель, можна обчислити двома способами.

Спосіб 1:

$$\frac{5+9+2+8+7+7+10+8+9+6+6+8+7+7+8+4}{16} = 7.$$

Спосіб 2:

$$\frac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{16} = 7.$$

Отже, число 7 є середнім значенням вибірки, яку отримав учитель.

Запам'ятайте!

Середнім значенням (середнім арифметичним) вибірки називають частку від ділення суми всіх елементів вибірки на їхню кількість.



Середнє значення вибірки позначають так: $\bar{x}$.
Читають: «ікс середнє».

Задача 1 Якого елемента не вистачає у вибірці 12, 14, 15, 17, 17, 18, якщо її середнє арифметичне дорівнює 15?

Розв'язання

Нехай x — елемент вибірки, якого не вистачає.

Обсяг вибірки: $n = 7$.

Тоді $(12 + 14 + 15 + 17 \cdot 2 + 18 + x) : 7 = 15$;

$$(93 + x) : 7 = 15;$$

$$93 + x = 105;$$

$$x = 12.$$

Отже, у вибірці не вистачає ще одного елемента 12.

3. Середнє значення величини

qr.orioncentr.com.ua/WNVoM

Ви часто чуєте вислови «середній бал», «середній зріст», «середня зарплата», які є знайомими й зрозумілими більшості людей, далеких від математики.





Як знаходять середні значення величин?

Розглянемо приклад.



Задача 2 У таблиці 51 наведено дані про віковий склад учасників шкільного театального гуртка. За цими даними знайдіть середній вік дітей.

Таблиця 51

Вік (роки)	7	8	9	10	11	12	13	14
Кількість учасників	2	6	5	4	5	4	3	1

Розв'язання $n = 30$,

$$\frac{7 \cdot 2 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 11 \cdot 5 + 12 \cdot 4 + 13 \cdot 3 + 14 \cdot 1}{30} = 10,1.$$

Отже, середній вік учасників шкільного театального гуртка становить 10,1 років.



Щоб знайти *середнє значення величини*, треба обчислити середнє арифметичне заданих числових значень цієї величини.



Середнє значення величини може не збігатися з жодним із даних її значень.

Дізнайтеся більше

Наука, що вивчає методи дослідження масових, зокрема суспільних, явищ і процесів, називається *статистикою*. У будь-якій галузі господарства, суспільного життя використовують методи і дані цієї науки. Сьогодні статистику використовують, вивчаючи життєвий рівень населення та громадську думку, оцінюючи підприємницькі та фінансові ризики, у маркетингових дослідженнях, страхуванні тощо.

Слово «статистика» походить від латинського «*status*» — стан справ, а як термін воно запропоновано німецьким вченим **Готфрідом Ахенвалем** (1719—1772) у 1749 році.

qr.orioncentr.com.ua/7dNva

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/5JQdH

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
вибірка	sample	Stichprobe (f)	sélection

Пригадайте головне

1. Що називають вибіркою?
2. Що називають обсягом вибірки?
3. Як знайти середнє значення вибірки?
4. Як знайти середнє значення величини?

Усне тренування

1. Знайдіть значення виразу:

1) $x(2 - x)$, якщо $x = -3$;

2) $(x - 5)^2$, якщо $x = -7$.

2. Обчисліть раціональним способом:

1) $0,73 \cdot 0,18 + 0,73 \cdot 0,22 + 0,73 \cdot 0,35 + 0,73 \cdot 0,25$;

2) $\frac{1}{3} \cdot 2,4 + \frac{1}{3} \cdot 7,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{3} \cdot 1,6$.

Розв'яжіть задачі

- 969'.** На замовлення підприємства легкої промисловості провели опитування учнів школи про розмір їх спортивного взуття. Чи можна вважати отриманий набір чисел вибіркою?
- 970'.** Чи є набір оцінок з алгебри у вашому щоденнику вибіркою?
- 971'.** Наведіть приклад вибірки.
- 972'.** Чи правильно, що середнє значення вибірки — це:
- 1) середнє арифметичне всіх значень вибірки;
 - 2) значення вибірки, яке трапляється найчастіше;
 - 3) число, яке «ділить» вибірку на дві рівні частини?

973'. Чи правильно, що для вибірки 1; 2; 3; 4; 5; 5; 6:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} ?$$

974°. На сайті Державної служби статистики України зібрані дані про різні сфери життя. Проаналізуйте середню заробітну плату громадян за видами економічної діяльності. На скільки гривень відрізняється середня заробітна плата в сільському господарстві та в промисловості?



975°. Знайдіть обсяг вибірки:



- 1) 12; 25; 37; 48;
- 2) 8; 8; 10; 10; 10; 10;
- 3) 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2;
- 4) 6,5; 7,7; 7,7; 8,2; 8,2; 9,5; 9,5.

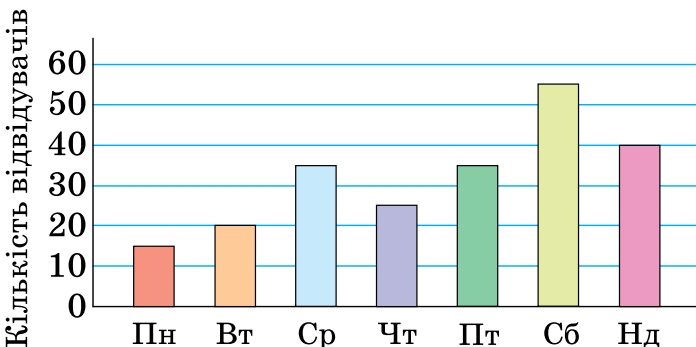
qr.orioncentr.com.ua/n2DjE

976°. Вибірку задано у вигляді таблиці (табл. 52). Визначте її обсяг.

Таблиця 52

Елементи вибірки	7	8	9	10	11	12
Частота	3	2	4	5	5	2

977°. На діаграмі (мал. 88) показано кількість відвідувачів фотовиставки «З Україною в серці» в різні дні тижня. Визначте обсяг вибірки.



Мал. 88

978°. Знайдіть середнє арифметичне набору чисел:

- 1) 18; 11; 20; 19; 2; 10;
- 2) 2,5; 4,3; 4,3; 6,2; 7,1; 7,1; 7,1;
- 3) -3; -3; -1; 0; 2; 2; 5; 7;
- 4) 145; 145; 149; 150; 150; 152; 156.

979°. Упродовж тижня Дмитро вимірював час, за який він виконував домашні завдання. Одержав такі дані: 2 год, 1,5 год, 1,8 год, 1,2 год, 2,5 год. Знайдіть середній час виконання Дмитром домашніх завдань цього тижня.



980°. Упродовж тижня Тетяна чотири рази відвідувала художню школу. Тривалість занять становила: 1,3 год, 2 год, 1 год, 0,5 год відповідно. Знайдіть середню тривалість заняття цього тижня.



981°. За яких значень x середнє арифметичне набору чисел 11,5; 12,4; 13,8; 14; x дорівнює 12,8?

982°. За яких значень x середнє арифметичне набору чисел 8,5; 2,6; 3,5; 4,8; x дорівнює 5,2?

983°. Визначте середньодобову витрату коштів на харчування в родині Терещенків за даними про такі витрати упродовж тижня (табл. 53).



Таблиця 53

День тижня	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Нд
Витрати, грн	124	106	100	102	94	128	151

984°. У таблиці 54 наведено дані про кількість уболівальників на баскетбольному турнірі в п'яти іграх. Визначте середню кількість уболівальників на баскетбольному турнірі.

Таблиця 54

Номер гри	1	2	3	4	5
Кількість уболівальників	145	112	136	142	160

985. Середнє арифметичне вибірки, що містить 12 елементів, дорівнює 8,5. До вибірки дописали число 15. Знайдіть середнє арифметичне нової вибірки.

986. Середнє арифметичне вибірки, що містить 24 елементи, дорівнює 6,4. До вибірки дописали число 18,9. Знайдіть середнє арифметичне нової вибірки.

987. Як зміниться середнє арифметичне вибірки, якщо:

- 1) до неї додати найменший елемент;
- 2) до неї додати найбільший елемент;
- 3) видалити з вибірки найменший елемент;
- 4) видалити з вибірки найбільший елемент.

988. Провели опитування учнів і учениць 7-го класу про їхній зріст. Були одержані такі дані (у сантиметрах): 166, 165, 162, 168, 165, 170, 165, 165, 165, 164, 168, 169, 168, 166, 170, 165, 163, 168, 171, 174. Складіть частотну таблицю для цієї вибірки і знайдіть середнє значення вибірки.



qr.orioncentr.com.ua/4Kurc

989. Провели опитування учнів і учениць 7-го класу щодо кількості дітей у їхніх родин. Були одержані такі дані: 1; 2; 2; 1; 3; 1; 2; 2; 1; 4; 1; 2; 2; 6; 3. Упорядкуйте даний набір чисел та знайдіть середнє значення вибірки.

990*. Результати дослідження записали в таблицю 55, але пропустили одне число. Чи можливо його відновити, якщо середнє арифметичне вибірки дорівнює 16?

Таблиця 55

Елемент	14	10	15		18	23
Частота	5	2	4	3	6	2

- 991*.** Середнє арифметичне деякого набору даних, що складається з восьми чисел, дорівнює 16. До цього набору приписали числа 15 і 17. Чому дорівнює середнє арифметичне нового набору чисел?
- 992*.** Кожне число набору даних збільшили на 10. Як змінилося його середнє значення?
- 993*.** Кожне число набору даних збільшили вдвічі. Як змінилося його середнє значення?

Проявіть компетентність

- 994.** Проведіть колективне дослідження про те, які жіночі та чоловічі імена є найбільш популярними: 1) для вашого покоління; 2) для покоління ваших батьків; 3) для покоління ваших дідусів і бабусь. За результатами опитування складіть рейтинг жіночих і чоловічих імен.
- 995.** Проведіть у своїй школі опитування про улюблені шкільні предмети. Складіть на його основі рейтинг шкільних предметів. З'ясуйте, чи спостерігається залежність цього рейтингу від віку школярів.
- 996.** Олена поставила за мету протягом двох тижнів читати в середньому 10 сторінок за день повісті «Захар Беркут» Івана Франка. Вона щодня записувала кількість сторінок, які прочитала за день: 10, 8, 11, 12, 6, 13, 10, 6, 12, 13, 4, 12, 15. Яку мінімальну кількість сторінок їй треба прочитати за чотирнадцятий день, щоб досягти своєї мети?



§ 28. КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

1. Що таке комбінаторна задача

Ситуація. Сашко, Микола й Петро виграли в лотерею два квитки в цирк. Скільки існує різних способів у друзів відвідати виставу в цирку?



qr.orioncentr.com.ua/6wEeB



Як виконати таке обчислення?

Перебрати всі можливі варіанти.



У нашій задачі задано елементи для комбінування, а вимагається знайти, скільки існує варіантів для їх комбінування. Такі задачі називаються *комбінаторними*. Для їх розв'язування використовують різні способи.

2. Спосіб перебору

Розглянемо всі можливі варіанти комбінування. У цирк можуть піти:

- 1) або Сашко й Микола;
- 2) або Сашко й Петро;
- 3) або Микола й Петро.



Суть способу перебору полягає в переборі всіх можливих варіантів із заданих елементів для комбінування.

Задача 1 Скількома способами можна розмістити на столі в один ряд підручник, зошит і щоденник?

Розв'язання Введемо позначення: підручник — П, зошит — З, щоденник — Щ.

Спосіб 1. Складемо таблицю 56.

Таблиця 56

ПЗЩ	ЗПЩ	ЩПЗ
ПЩЗ	ЗЩП	ЩЗП

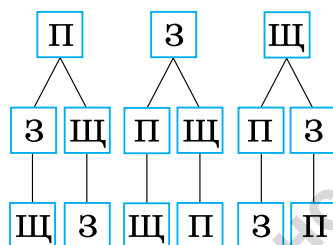
Перший стовпчик починаємо з П.

Другий стовпчик — із З.

Третій стовпчик — із Щ.

Отже, маємо 6 варіантів.

Спосіб 2. Побудуємо схему, яка допоможе виявити всі можливі варіанти (мал. 89).



Мал. 89

Порахуємо кількість квадратиків у найнижчому, третьому рівні. Їх 6. Отже, підручник, зошит і щоденник можна розмістити шістьма способами.

Щоб виписати ці варіанти комбінування, пройдемо кожним ланцюжком гілок — від найвищого до найнижчого рівня: ПЗЩ, ПЩЗ, ЗПЩ, ЗЩП, ЩПЗ, ЩЗП.

Цю схему називають *деревом можливих варіантів*.



У дереві можливих варіантів:

— стільки рівнів, скільки задано елементів для комбінування;

— на кожному рівні проводять стільки гілок, скільки елементів залишилось перебрати.

3. Правило додавання

Задача 2 Катя вирішила купити повітряну кульку — або червону, або жовту. У магазині було 3 різні червоні кульки і 4 різні жовті кульки. Скількома способами Катя може здійснити цю покупку?



qr.orioncentr.com.ua/JKTEc

Розв'язання Усього в магазині є $3 + 4 = 7$ червоних і жовтих кульок. Тому обрати або червону, або жовту кульку можна 7 способами.

Під час розв'язування задачі ми використати *правило додавання*.

Запам'ятайте!

Правило додавання

Якщо деякий елемент A можна вибрати з даної сукупності елементів n способами, а елемент B можна вибрати m способами, то вибрати **або** елемент A , **або** елемент B можна $n + m$ способами.



Елементи — це будь-які об'єкти, які можна поррахувати.

4. Правило множення

Задача 3 Катя вирішила купити дві повітряні кульки: червону й жовту. У магазині було 3 різні червоні кульки і 4 різні жовті кульки. Скількома способами Катя може здійснити покупку?

Розв'язання

1) Катя обирає першу червону кульку, а до неї можна обрати 4 різні жовті кульки. Тобто існує 4 способи.

2) Катя обирає другу червону кульку, а до неї — 4 різні жовті, тобто ще 4 способи.

3) Катя обирає третю червону кульку, а до неї — 4 різні жовті, тобто ще 4 способи.

Отже, загалом існує $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = 12$ (способів).

Задача 4 У фінал змагань зі стрибків у довжину вийшли Олег, Ігор, Максим і Дмитро. Скількома способами можуть розподілитися перші 3 місця в цих змаганнях.

Розв'язання

I місце може вибороти один із чотирьох хлопчиків.

II місце — один із трьох хлопчиків, що залишилися.

III місце — один із двох хлопчиків, що залишилися.
Отже, всіх можливих варіантів:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24.$$

Під час розв'язування задач ми використали *правило множення*.

Запам'ятайте!

Правило множення

Якщо деякий елемент A можна вибрати з даної сукупності об'єктів n способами, а елемент B — m способами, то вибрати i елемент A , i елемент B можна $n \cdot m$ способами.

Дізнайтеся більше

1. Ядренко Михайло Йосипович (1932–2004) віддавав багато сил та енергії розвитку шкільної математичної освіти, організації математичних олімпіад, виданню сучасних посібників з елементарної математики і комбінаторики, а також збірників задач до математичних олімпіад.

qr.orioncentr.com.ua/Nt9yn



2. Ющенко Катерина Логвинівна (1919–2001) — авторка першої в світі адресної мови програмування. Ця розробка випередила на два роки мову Fortran, на три — Cobol, і на п'ять — ALGOL. За сорок років роботи в Інституті кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України нею створена широковідома в Україні й за кордоном наукова школа теоретичного програмування.

qr.orioncentr.com.ua/rNc53



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/rbNAE

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
комбінаторика	combinatorics	Kombinatorik (f)	combinatoire

Пригадайте головне

1. Поясніть, які задачі називають комбінаторними.
2. У чому полягає суть способу перебору розв'язування комбінаторних задач?
3. Поясніть, як розв'язують комбінаторні задачі за допомогою дерева можливих варіантів.
4. Сформулюйте правило додавання для комбінаторних задач.
5. Сформулюйте правило множення для комбінаторних задач.

Усне тренування

1. Знайдіть значення виразів:

- | | |
|------------------------|---------------------|
| 1) $ -2 + -3 $; | 5) $ -12 - 0,5$; |
| 2) $ -10 - 5$; | 6) $ -15 - 3,5 $; |
| 3) $ -2,3 + -3,7 $; | 7) $ -2,8 + 7,7 $; |
| 4) $-4 - -2,5 $; | 8) $- 13 - 2,5 $. |

2. Яке число треба записати замість *, щоб утворилася правильна рівність:

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| 1) $-(-15) = *$; | 4) $-(-2,8) = * $; |
| 2) $-* = -5 $; | 5) $ * = *$; |
| 3) $2\frac{6}{7} = -(*);$ | 6) $ * = -*.$ |

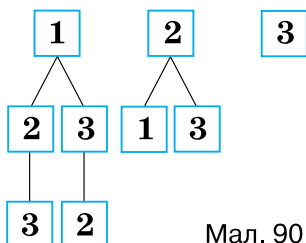
3. Обчисліть:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) $ -4 \cdot 2$; | 5) $28 : -1,4 $; |
| 2) $ -4 \cdot (-2)$; | 6) $ -10 \cdot 5,6$; |
| 3) $(-4) : -2 $; | 7) $- 8,3 : -8,3 $; |
| 4) $-(-4) : (- -2)$; | 8) $-4 \cdot -2,5 $. |

Розв'яжіть задачі

- 997'.** На кіносеанс Олегові, Ігорю, Максиму, Дмитру й Петру купили квитки в шостому ряду. Скільки елементів у цій комбінаторній задачі?
- 998'.** Назвіть усі можливі варіанти пар, утворених із букв А і У. Скільки їх?
- 999'.** Скількома способами на контурній карті можна зафарбувати в один колір дві країни, маючи синій і червоний олівці?

- 1000°.** На малюнку 90 розпочато побудову дерева можливих варіантів комбінування цифр 1, 2 і 3. Скільки рівнів має бути в дерева? Чи на всіх рівнях завершено побудову? Добудуйте дерево. Скільки варіантів комбінування отримали?



Мал. 90



qr.orioncentr.com.ua/mmRir

- 1001°.** Чи правильно виписано всі можливі варіанти комбінування букв Р, А і К в таблиці 57?

Таблиця 57

РАК	КАР
АКР	РА
РК	АК

- 1002°.** Доповніть таблицю 58 так, щоб у ній були виписані всі можливі варіанти комбінування цифр 3, 6 і 9.

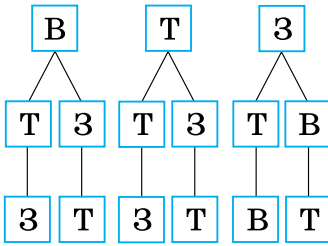
Таблиця 58

369	396
693	
963	

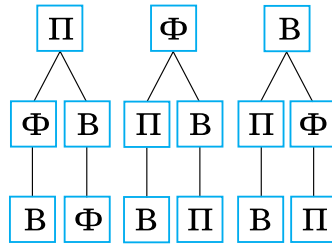
- 1003°.** Кролик подарував Вінні-Пухові банку варення, торт і банку згущеного молока. Скількома способами Вінні-Пух може поласувати солодощами? Чи правильно побудовано до задачі дерево можливих варіантів на малюнку 91?



- 1004°.** Наталка купила три морозива: пломбір, фруктове й ванільне. Скількома способами дівчинка може поласувати морозивом? Чи правильно побудовано до задачі дерево можливих варіантів на малюнку 92?

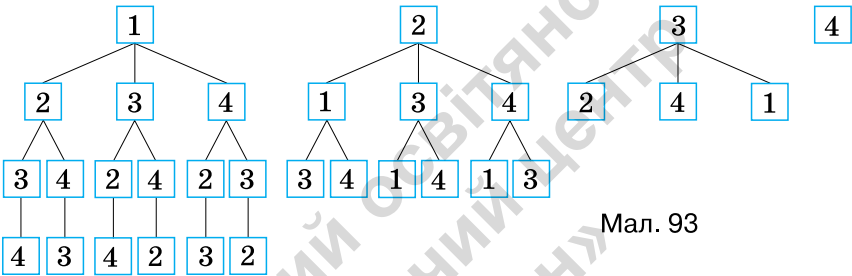


Мал. 91



Мал. 92

1005°. Випишіть усі можливі варіанти комбінування цифр 1, 2, 3 і 4. Добудуйте дерево можливих варіантів (мал. 93).



Мал. 93

1006°. Випишіть усі можливі варіанти комбінування букв А, О, І. Побудуйте дерево можливих варіантів.

1007°. На гору веде три дороги. Петро, Микола й Василь вирішили піднятися на гору різними дорогами. Скількома способами це можна зробити?

1008°. На столі лежать яблуко, банан і груша. Скількома способами можна обрати: 1) один фрукт; 2) два фрукти; 3) три фрукти?

1009°. Кафе пропонує в меню 3 перші страви, 6 других страв і 5 третіх страв. Скількома способами можна обрати:



qr.orioncentr.com.ua/qXidR

- 1) одну страву;
- 2) обід із трьох страв (по одній кожного виду)?

- 1010°.** У класі загалом 27 учнів та учениць: 12 хлопців і 15 дівчат. Скількома способами можна вибрати пару для танців (хлопця й дівчину)?
- 1011°.**  Волонтери закупили для притулку для тварин п'ять видів сухого корму та три види м'ясних консервів. Скількома способами можна нагодувати тварин обідом, що складається:
1) з однієї страви; 2) із двох страв?
- 1012°.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр:
1) 1, 2 і 3; 2) 7, 5 і 8?
- 1013°.** Скількома способами можна приклеїти три різні картинки в один ряд?
- 1014.** Скільки наборів букв можна скласти з букв І, К, Т, М?
- 1015.** Скільки наборів слів можна скласти зі слів НЕБО, СЬОГОДНІ, ЗОРЯНЕ?
- 1016.** Складіть дерево можливих варіантів розміщення чергових Петренка, Сидоренка, Василенка та Іваненка на чотирьох поверхах школи.
- 1017.** Скількома способами можна розкласти в один ряд чотири різні монети?
- 1018.** Випишіть усі можливі варіанти комбінування букв А, О, І, У. Побудуйте дерево можливих варіантів.
- 1019.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2 і 0?
- 1020.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 2 і 5 так, щоб першою стояла цифра 5?
- 1021.** На гору веде три дороги. Скількома способами можна піднятися на гору та спуститися з неї так, щоб двічі не пройти однією дорогою?

- 1022.** Дано чотирикутник. Скільки існує відрізків із кінцями в його вершинах?
- 1023.** У змаганні брало участь 10 команд. Кожна команда грала з усіма іншими командами. Скільки всього ігор було зіграно?
- 1024.** Скільки п'ятицифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4 і 5?
- 1025.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, 5 і 6, якщо: 1) усі цифри числа — різні; 2) цифри в числі можуть повторюватися?
- 1026.** Скільки двоцифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, 5 і 6, якщо: 1) усі цифри числа — різні; 2) цифри в числі можуть повторюватися?
- 1027.** Скільки є двоцифрових чисел із різними цифрами?
- 1028.** Скільки існує трицифрових чисел із різними цифрами?
- 1029*.** Оля, Юля, Іра, Іван і Олег купили квитки на концерт. Скількома способами можуть розсістися діти, щоб усі дівчата сиділи поряд?
- 1030*.** Скільки трицифрових чисел можна утворити з парних цифр, якщо:
1) усі цифри числа — різні;
2) цифри в числі можуть повторюватися?
- 1031*.** Скільки варіантів комбінування слів ТАНКУ, У, СНІЖИНКИ, КРУЖЛЯЛИ можна скласти? У скількох із них утворюється речення?
- 1032*.** Скільки п'ятицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 2, 3, 8, 0, якщо на місці тисяч може стояти 2 або 3, а на місці десятків — 8 або 4?
- 1033*.** Скільки варіантів комбінування букв М, А, И, К, Р можна скласти? У скількох із них утворюється слово?

Проявіть компетентність

1034. Марія забула дві останні цифри номера мобільного телефона подруги. Скільки варіантів їй доведеться перебрати?



1035. Ви вирішили відвідати музей, театр і виставку. Скільки варіантів вашої культурної програми ви можете розробити?

1036. На малюнку 94 зображено три фрагменти узору. Скількома способами можна утворити орнамент?



Мал. 94

§ 29. ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ

1. Випадкова подія

Ситуація. Оксана й Сашко перед уроком алгебри ведуть дискусію.

Оксана: «Мене, ймовірно, сьогодні вчителька буде викликати до дошки».

Сашко: «Ні, тебе нещодавно опитували, тому більш ймовірно, що до дошки піду я».



qr.orioncentr.com.ua/bXnzF



Чому учні вживають у розмові слово «ймовірно»?

Вони не знають точно, чи викличуть їх до дошки, чи ні.



Опитування біля дошки — це *подія*, яка може відбутися або не відбутися.

Запам'ятайте!

Явище, про яке можна сказати, що воно відбудеться чи не відбудеться за певних умов, називається *випадковою подією* або (коротко) *подією*.



Події позначають буквами: A , B , C . Читають: подія A , подія B , подія C .

Математики вважають, що будь-яка випадкова подія відбувається (чи не відбувається) внаслідок проведення деякого експерименту.

Наприклад, проведемо експеримент — підкидання монети.



Мал. 95

Результати експерименту: випаде або «герб», або «цифра» (мал. 95) — це події A і B .



Такий експеримент (випробування) називають *випадковим* або *стохастичним*.

2. Достовірна й неможлива події



Скільки різних подій може відбутися внаслідок одного підкидання грального кубика?

Шість.



Усі випробування з підкидання грального кубика завершуються настанням лише однієї з шести подій.

Наприклад, у результаті одного підкидання грального кубика із шести можливих подій відбудеться лише одна подія: або поява 1, або поява 2, або поява 3, або поява 4, або поява 5, або поява 6.



Запам'ятайте!

Подію, яка в результаті даного випробування **неодмінно відбудеться**, називають **достовірною**.

Подію, яка внаслідок даного випробування **не може відбутися**, називають **неможливою**.

Наприклад, подія B — «поява на одній з граней грального кубика 7 очок» є *неможливою*.

Задача 1 У скриньці знаходяться білі кульки. Зі скриньки можна виймати тільки по одній кульці. Якою є подія:

- 1) вийнято білу кульку; 2) вийнято чорну кульку?

Розв'язання

1. Подія A — «вийнято білу кульку» — це достовірна подія, бо в даному випробуванні вона є єдино можливим його результатом.

2. Подія B — «вийнято чорну кульку» — це неможлива подія, бо в даному випробуванні такого результату не може статися.

3. Ймовірність випадкової події

Під час підкидання грального кубика події «поява 1», «поява 2», «поява 3», «поява 4», «поява 5», «поява 6» є *рівноможливими* і *несумісними*.



qr.orioncentr.com.ua/t3xVD



Події називаються **рівноможливими**, якщо поява кожної з них є **однаково можливою** порівняно з іншими.

Події називають **несумісними**, якщо поява однієї з них **виключає** появу іншої.

Події «поява 1», «поява 3» і «поява 5» є *сприятливими* для події «поява непарної кількості очок», а події «поява 2», «поява 4» і «поява 6» — для події «поява парної кількості очок».

Запам'ятайте!

Ймовірністю події A називається відношення числа m сприятливих для A подій до числа n усіх рівноможливих у даному випробуванні подій:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$



Позначають: $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$.

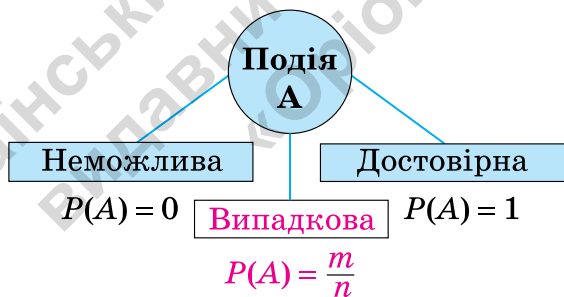
Читають: «ймовірність події A , ймовірність події B , ймовірність події C ».

Числа m і n можуть дорівнювати одне одному.

Наприклад, ймовірність *достовірної* події «поява від 1 до 6 очок» у результаті одного підкидання грального кубика дорівнює 1, оскільки $\frac{m}{n} = \frac{6}{6} = 1$.



Ймовірність події може набувати значень лише від 0 до 1 (мал. 96).



Мал. 96

Задача 2

Зі скриньки, у якій є 3 чорні та 5 білих кульок, навмання вийняли одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька: 1) чорна; 2) біла?

Розв'язання

1. Подія A — «вийнято чорну кульку».

Загальна кількість кульок $n = 8$.

Чорних кульок 3, тому $m = 3$.

Ймовірність події A : $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{8}$.

2. Подія B — «вийнято білу кульку».

Загальна кількість кульок $n = 8$.

Білих кульок 5, тому $m = 5$.

Ймовірність події B : $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{5}{8}$.

Проаналізуємо результати, отримані в задачі 2:

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(B) = \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$$

Запам'ятайте!

Сума ймовірностей усіх рівноможливих подій випробування дорівнює 1.

Ймовірність однієї з двох рівноможливих подій випробування можна визначити як різницю числа 1 і ймовірності іншої події. Наприклад:

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Задача 3 Кидають два гральні кубики. Яка ймовірність того, що в сумі випаде 6 очок?

Розв'язання Подія C — «у сумі випало 6 очок».

Можливими є такі пари чисел на двох гральних кубиках:

1 і 5, 2 і 4, 3 і 3, 4 і 2, 5 і 1.

Отже, $m = 5$.

Порахуємо загальну кількість варіантів. У результаті підкидання одного грального кубика можливі шість різних варіантів. А при підкиданні двох кубиків: $6 \cdot 6 = 36$. Отже, $n = 36$.

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{5}{36}.$$

Дізнайтеся більше

1. Стохастичність (від грецького *στόχος* — мета, припущення) означає випадковість.

2. Теорія ймовірностей — це розділ математики, який вивчає закономірності випадкових явищ. Виникла в середині XVII століття, коли були поширені азартні ігри, в яких результат залежав від випадку (ігри з кубиками, гра в «орлянку», деякі картярські ігри). Вони і спонукали до аналізу випадкових подій.

Вважають, що історія теорії ймовірностей розпочинається з роботи **Якоба Бернуллі** (1654–1705) «*Ars Conjectandi*» («Мистецтво припущень»), яка була опублікована в 1713 році.

3. Позначення $P(A)$ походить від першої літери французького слова *probabilite* — ймовірність. qr.orioncentr.com.ua/5UDZV



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/H4upK

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
ймовірність	probability	Wahrscheinlichkeit (<i>f</i>)	probabilité

Пригадайте головне

1. Що таке подія?
2. Яку подію називають достовірною?
3. Яку подію називають неможливою?
4. Які події називають несумісними?
5. Які події називають рівноможливими?
6. Що таке ймовірність події?
7. Як знайти ймовірність події?
8. Яких значень може набувати ймовірність події?

Усне тренування

Обчисліть:

$$1) 0,3 \cdot \frac{2}{10} \cdot 10;$$

$$\frac{5}{10} \cdot 0,5 \cdot 0,08 \cdot 2,5;$$

$$2) 0,25 \cdot 0,001 \cdot 0,2 \cdot 1000; \quad 0,25 \cdot 6,24 \cdot 0,4;$$

$$3) \frac{4}{5} + 8\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} + \frac{1}{5}; \quad \frac{5}{9} \cdot 0,3 \cdot \frac{9}{5} + \frac{10}{11} \cdot 1,1 \cdot 12.$$

Розв'яжіть задачі

1037'. Які події можна отримати внаслідок проведення випробування:

- 1) монету підкидають один раз;
- 2) монету підкидають два рази;
- 3) гральний кубик кидають один раз;
- 4) стріляють по мішені один раз;
- 5) стріляють по мішені два рази;
- 6) зі скриньки, у якій лежать біла і чорна кульки, виймають кульку?

1038'. Наведіть приклад:

- 1) випадкової події;
- 2) неможливої події;
- 3) достовірної події.

1039'. Визначте якими (випадковими, неможливими чи достовірними) є події:



qr.orioncentr.com.ua/0k5tk

- 1) у результаті підкидання грального кубика випаде 6 очок;
- 2) завтра буде сонячна погода;
- 3) при підкиданні одного грального кубика випаде не більше, ніж 6 очок;
- 4) після 29 лютого настає 30 лютого;
- 5) вибране навмання двоцифрове число є парним;
- 6) якщо сьогодні понеділок, то завтра буде вівторок.

1040'. Тарас загадав натуральне число. Якими є наступні події:

- 1) це число парне;
- 2) це число менше від нуля;

- 3) це число просте;
- 4) це число має дільником число 1?

1041°. Проведіть випробування з підкиданням двох гральних кубиків та підрахуйте суму очок на кубиках. Якими є наступні події:

- 1) сума очок дорівнює 3;
- 2) сума очок є парним числом;
- 3) сума очок більша за 1;
- 4) сума очок більша за 18?

1042°. Проведіть випробування з підкиданням двох гральних кубиків та підрахуйте модуль різниці очок на кубиках. Якими є наступні події:

- 1) модуль різниці дорівнює 0;
- 2) модуль різниці є непарним числом;
- 3) модуль різниці дорівнює 7;
- 4) модуль різниці менший від 6?

1043°. Запишіть слово «ймовірність». Якими є наступні події:

- 1) у слові є літера а;
- 2) у слові відсутня літера б;
- 3) із букв цього слова можна скласти інші слова;
- 4) у слові менше, ніж 15 літер.

1044°. Монету підкидають один раз. Яка ймовірність того, що випаде «цифра»?

1045°. Монету підкидають один раз. Яка ймовірність того, що випаде «герб»?

1046°. Оля загадала двоцифрове просте число. Яка ймовірність того, що це число:

- 1) 13;
- 2) непарне;
- 3) 48;
- 4) більше за 20;
- 5) парне;
- 6) 97?

1047°. Катруся загадала одноцифрове натуральне число. Яка ймовірність того, що це число:

- 1) 8; 2) 0; 3) непарне?

1048°. Гральний кубик кидають один раз. Підрахуйте ймовірність події:



- 1) «випадає 2 очки»;
- 2) «випадає 5 очок»;
- 3) «випадає парне число очок»;
- 4) «випадає число очок, кратне числу 3».



qr.orioncentr.com.ua/1Non2

1049°. Гральний кубик кидають один раз. Підрахуйте ймовірність події:

- 1) «випадає 3 очки»;
- 2) «випадає непарне число очок».

1050°. У класі навчаються 14 хлопців і 16 дівчат. Один учень захворів. Яка ймовірність того, що це:

- 1) хлопець; 2) дівчина?

1051°. У змаганнях брали участь 17 хлопців і 15 дівчат, які мають рівні шанси на перемогу. Яка ймовірність того, що перше місце виборов:

- 1) хлопець;
- 2) дівчина?

1052°. Зі скриньки, у якій є 6 червоних, 5 чорних та 4 білі кульки, навмання вийнято одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька:

- 1) червона;
- 2) біла;
- 3) не червона?

1053°. Зі скриньки, у якій є 4 сині, 5 червоних та 7 зелених кульок, навмання вийнято одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька:

- 1) синя;
- 2) зелена;
- 3) не зелена?

1054°. У родині двоє дітей. Яка ймовірність того, що обидві дитини — хлопчики, якщо припустити, що ви-

падки народження хлопчика й дівчинки є рівноможливими подіями?

- 1055.** У родині двоє дітей. Яка ймовірність того, що в родині є хлопчик і дівчинка, якщо випадки народження хлопчика й дівчинки є рівноможливими подіями?
- 1056.** Монету підкидають два рази. Яка ймовірність того, що випадуть:
- 1) дві «цифри»;
 - 2) два «герби»;
 - 3) «цифра і герб»?
- 1057.** Підкидають дві монети. Яка ймовірність того, що монети упадуть однаковою стороною доверху?
- 1058.** У змаганнях зі штовхання ядра беруть участь 9 спортсменів із Данії, 3 спортсмени зі Швеції, 8 спортсменів із Норвегії та 5 — із Фінляндії. Порядок, у якому виступають спортсмени, визначається жеребкуванням. Знайдіть ймовірність того, що спортсмен, який виступає останнім, виявиться з Фінляндії.
- 1059.** У змаганнях із плавання беруть участь 4 спортсмени з Польщі, 8 спортсменів із Болгарії, 7 спортсменів із Румунії і 5 — зі Словенії. Порядок, у якому виступають спортсмени, визначається жеребкуванням. Знайдіть ймовірність того, що спортсмен, який виступає першим, виявиться з Польщі.
- 1060.** На завод привезли партію, що містить 1000 підшипників, із яких 30 підшипників не відповідають стандарту. Визначте ймовірність того, що взятий навмання підшипник виявиться стандартним.
- 1061.** На фабриці виготовляють сумки. За день було виготовлено 170 сумок, із яких 5 виявилися з прихованими дефектами. Знайдіть ймовірність того, що куплена в магазині сумка з цієї партії виявиться якісною.

- 1062.** У випадковому експерименті кидають два гральні кубики. Знайдіть ймовірність того, що в сумі випаде 8 очок.
- 1063.** У випадковому експерименті кидають два гральні кубики. Знайдіть ймовірність того, що на кубиках випаде однакова кількість очок.
- 1064*.** У випадковому експерименті кидають три гральні кубики. Знайдіть ймовірність того, що в сумі випаде 14 очок.
- 1065*.** У випадковому експерименті монету кидають тричі. Знайдіть ймовірність того, що «герб» випаде всі три рази.
- 1066*.** У сьомому класі 30 учнів. Зі списку учнів випадково обирають одного учня. Ймовірність того, що вік навмання взятого учня менший від 13 років, дорівнює $\frac{1}{5}$. Знайдіть кількість учнів цього класу, які мають вік, менший від 13 років.

Проявіть компетентність

- 1067.** Проведіть випробування з підкиданням трьох монет і вкажіть, які з наступних подій у цьому випробуванні відбулися, а які — ні:
- 1) подія A — «гербів і цифр випало порівну»;
 - 2) подія B — «гербів випало більше»;
 - 3) подія C — «цифр випало більше».
- 1068.** Дарина й Сергій придумали гру: кидають два гральні кубики, і якщо сума очок дорівнює 11, то виграла Дарина, а якщо сума очок дорівнює 12, то виграв Сергій. У кого з дітей більше шансів виграти — у Дарини чи в Петра?
- 1069.** Складіть та розв'яжіть власну задачу, аналогічну до попередньої.

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 6**КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

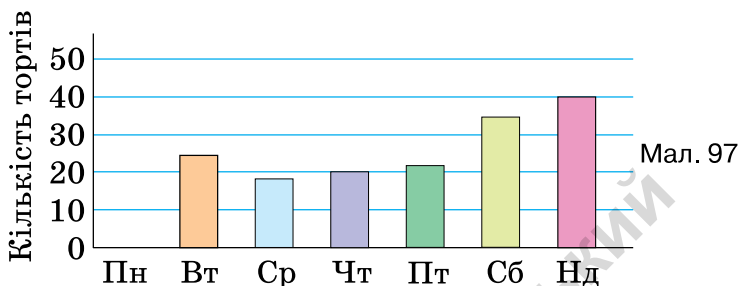
1. Що називають відсотком?
2. Як знайти відсоток числа; число за його відсотком; відсоткове відношення двох чисел?
3. Які способи представлення даних ви знаєте?
4. Чим відрізняються кругова і стовпчаста діаграми?
5. Поясніть, як будують кругову діаграму; стовпчасту діаграму.
6. Що називають вибіркою; обсягом вибірки?
7. Як знайти середнє арифметичне вибірки?
8. Як знайти середнє значення величини?
9. Поясніть, які задачі називають комбінаторними.
10. У чому полягає суть способу перебору розв'язування комбінаторних задач?
11. Поясніть, як розв'язують комбінаторні задачі за допомогою дерева можливих варіантів.
12. Сформулюйте правило додавання для комбінаторних задач.
13. Сформулюйте правило множення для комбінаторних задач.
14. Що таке подія?
15. Яку подію називають достовірною?
16. Яку подію називають неможливою?
17. Які події називають несумісними; рівноможливими?
18. Що таке ймовірність події?
19. Як знайти ймовірність події?
20. Яких значень може набувати ймовірність події?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

- 1°. Тетяна прочитала 168 сторінок, що становить 48 % усієї книжки. Скільки сторінок у книжці?
А. 8064 с.
Б. 350 с.
В. 450 с.
Г. 546 с.

- 2°. На діаграмі (мал. 97) відображено кількість проданих тортів у кондитерській. Які з поданих тверджень правильні?



- А. У п'ятницю продали більше тортів, ніж у вівторок.
 Б. Найменше тортів продали у вівторок.
 В. У неділю продали понад удвічі більше тортів, ніж у середу.
 Г. У четвер продали на 50 % менше тортів, ніж у суботу.
- 3°. На тренуванні Максим учився кидати м'яч у кільце. Виконавши 60 кидків, він влучив у кільце 35 разів. Яка ймовірність влучання в баскетбольне кільце?
- А. $\frac{7}{12}$. Б. $\frac{5}{12}$. В. $\frac{1}{35}$. Г. $\frac{1}{25}$.
4. Скільки парних трицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 5, якщо всі цифри в запису числа різні?
- А. 12. Б. 6. В. 3. Г. 2.
- 5*. У класі за контрольну роботу з алгебри 8 учнів отримали оцінку 12; 4 учні — оцінку 10; 7 учнів — оцінку 8; 3 учні — оцінку 6, а кілька учнів — оцінку 5. Скільки учнів отримали оцінку 5, якщо середній бал класу за контрольну роботу дорівнює 9?
- А. 6 учн. Б. 5 учн. В. 4 учн. Г. 3 учн.



ЗАДАЧІ І ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

Розділ 2. ВИРАЗИ І ТОТОЖНОСТІ

qr.orioncentr.com.ua/T5I6J



- Дано числа 4 і 2. Складіть вираз, який є: 1) сумою цих чисел; 2) різницею цих чисел; 3) добутком цих чисел; 4) часткою цих чисел; 5) степенем, у якого перше число є основою; 6) степенем, у якого перше число є показником. Знайдіть значення цих виразів.
- Знайдіть значення виразу:
1) $18 - 10 \cdot \frac{5}{6} \cdot 1 \cdot \frac{13}{35} + 6 \cdot \frac{5}{14}$; 3) $\left(3 \frac{2}{3} - 1 \frac{2}{7} \cdot 5 \frac{4}{9}\right) : (-2,5)$;
2) $5 \frac{4}{7} \cdot 2 \frac{9}{13} - 1 \frac{2}{3} : \left(4 \frac{2}{9} - 2 \frac{5}{6}\right)$; 4) $0,6 \cdot \frac{5}{6} - \left(3 \frac{5}{9} - 2 \frac{2}{15}\right) : 9,6$.
- Обчисліть найбільш раціональним способом:
1) $1,64 \cdot 4,8 + 4,8 \cdot 3,36$; 4) $\frac{3}{5} + 4 \frac{3}{4} + 1 \frac{2}{5} + 4 \frac{1}{4}$;
2) $5,32 \cdot 3,1 - 3,32 \cdot 3,1$; 5) $\left(3 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot 6$;
3) $3 \frac{2}{5} \cdot 2 \frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7$; 6) $6 \frac{2}{13} \cdot 5 \frac{1}{6} + 5 \frac{11}{13} \cdot 5 \frac{1}{6}$.
- У 7-А класі навчається 20 учнів, у 7-Б класі — на 3 учні менше, ніж у 7-А класі, а в 7-В класі — на 5 учнів більше, ніж у 7-Б класі. Скільки всього учнів навчається у цих класах? Складіть числовий вираз для розв'язування задачі та знайдіть його значення.
- На першій полиці стоїть 15 книжок, на другій — на 7 книжок менше, ніж на першій, а на третій — стільки книжок, скільки на першій і другій полицях разом. Скільки всього книжок стоїть на трьох полицях? Складіть числовий вираз для розв'язування задачі та знайдіть його значення.

6. Яке число треба записати замість зірочки, щоб вираз не мав змісту:

1) $\frac{5^2 - 2 \cdot 0,5}{2 \cdot * + 4}$; 2) $\frac{2,4 : 6 - 3}{(12 - *) : 5}$?

7. Знайдіть значення виразу:

1) $12a - 4b + 5$, якщо $a = -1\frac{2}{3}$, $b = 0,25$;

2) $0,15c - 14d^2 + 4,5$, якщо $c = -20$, $d = \frac{1}{2}$.

8. Якими даними потрібно доповнити таблицю 1.

Таблиця 1

x	5	-10	1,2	$\frac{2}{3}$
y	0,2	10	-0,4	$-\frac{1}{6}$
$x + y$				
$2x + 5y$				
$y - x$				
$\frac{y - 2}{x}$				

9. Чи всі значення змінних є допустимими для виразу:

1) $2a - b + 3c$; 2) $\frac{2}{x - 5}$; 3) $\frac{n - 5}{n + 2}$; 4) $\frac{2m + 4}{5}$?

10. У числовому виразі $\frac{3 \cdot 5 + 0,5 : 5}{4 \cdot 5 - 12}$ замініть число 5 на букву a . Чи всі значення змінної a є допустимими для одержаного виразу?

11. Чи є цілим вираз:

1) $\frac{2x - 4}{3}$; 2) $\frac{a + 6}{a}$; 3) $\frac{10m - 2n}{m - 3}$; 4) $\frac{7c - d}{(c + 4)(d - 6)}$?

- 12.** Одна сторона прямокутника дорівнює a см, а інша — на 4 см більша. Складіть вирази для знаходження периметра і площі прямокутника. Знайдіть значення цих виразів, якщо:

1) $a = 5$ см; 2) $a = 2,5$ см.

- 13.** Складіть вираз для обчислення кількості учнів у сьомому класі, у якому навчається x хлопців та y дівчат. Знайдіть значення цього виразу за даними вашого класу.

- 14.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $2,2(a + 5) - 0,4(a - 2,5)$, якщо $a = -5$;

2) $\frac{1}{3}\left(6 - \frac{3}{5}b\right) + 2(2,5b - 3,5) - \frac{1}{6}(3,6 - 1,2b)$, якщо $b = 4$.

- 15.** Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1) $5(3x - 7) - \frac{1}{5}(10x - 5)$;

2) $4,5x - \frac{2}{3}(8x - 12) - 4 + 2x - \frac{2}{3}(x - 6)$.

- 16.** За даними значеннями a заповніть таблицю 2.

Таблиця 2

a	4	-3,6	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{15}$
$a + 1$				
$\frac{1}{a}$				
$4a$				
$-3a + 8$				
$\frac{a - 8}{2}$				

- 17.** Дано вирази $(3x - 4)$ і $(2x + 1)$. Складіть вираз, який є:

- 1) сумою цих виразів; 2) різницею цих виразів;

3) добутком цих виразів; 4) часткою цих виразів. Спростіть одержані вирази та знайдіть їх значення для $x = -4$.

18. Знайдіть значення виразу $\frac{-0,6x^2 - 1}{1 - 2y}$, якщо $x = -2$, $y = -0,4$.
19. Трицифрове число містить a сотень, b десятків і c одиниць. Складіть і спростіть вираз: 1) сума даного числа і числа, записаного тими самими цифрами у зворотному порядку; 2) різниця даного числа і числа, записаного тими самими цифрами у зворотному порядку.
20. Доведіть, що значення виразу не залежить від змінної x :
1) $5x + (3x - 8(5 + x))$; 2) $5(x - 12) + 4(6 - x) - (x - 2)$.
21. Доведіть тотожність за допомогою способу перетворення лівої частини рівності:
1) $10a - (3a - 9b) = 7a + 9b$;
2) $(0,5c + d) - 2(0,5d - 0,3c) = 1,1c$.
22. Доведіть тотожність за допомогою способу перетворення правої частини рівності:
1) $2y = -1\frac{2}{9}(x - 9y) + 1\frac{2}{9}x - 9y$;
2) $9m + 1 = 4(m + n) - 5(n - m) + (n + 1)$.
23. Доведіть тотожність за допомогою способу перетворення обох частин рівності:
1) $10a - 2(3a - 2b) = (2a + b) - (-2a - 3b)$;
2) $(5c + 2) - 0,4(2d + 5) - 0,7d = 7\left(c - \frac{1}{7}d\right) - 2\left(c + \frac{1}{4}d\right)$.
24. Доведіть тотожність за допомогою способу різницевого порівняння:
1) $20x - 4(x - 0,5y) = 13x + 3(x - y) + 5y$;
2) $5 + \left(1\frac{2}{3}n - 2m\right) - \frac{2}{3}n = \left(m + \frac{1}{3}n + 2\right) - \left(3m - \frac{2}{3}n - 3\right)$.

25. Доведіть тотожність:

- 1) $(a+1)(a+2)-2=(a-3)(a+4)+4$;
 2) $2(3b+1)(5-b)+3=50-2(b-1,5)(3b-1)$.

26. Запишіть у вигляді степеня з основою 6:

- 1) $36 \cdot 36$;
 2) $6 \cdot 36 \cdot 216$;
 3) $36 \cdot 6 \cdot 36 \cdot 36$.

27. Запишіть вираз $2 \cdot 4 \cdot 64 \cdot 8$ у вигляді степеня з основою:

- 1) 2; 2) 4; 3) 8; 4) 16; 5) 64.

28. Запишіть вираз $25,6 : 0,25 \cdot 40$ у вигляді степеня з основою:

- 1) 2; 2) 4; 3) 8.

29. Знайдіть:

- 1) суму квадратів чисел 0,4, -0,3 і -0,5;
 2) квадрат суми чисел 0,4, -0,3 і -0,5;
 3) різницю квадрата числа 4 і куба числа -2;
 4) квадрат різниці кубів чисел -1 і 3.

30. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 3?

Таблиця 3

a	1	-1,1	$\frac{1}{5}$	-0,6
a^2				
a^3				

31. Знайдіть значення виразу $a^2 \cdot b^3$, якщо:

- 1) $a=15$, $b=-\frac{1}{5}$; 2) $a=-\frac{1}{6}$, $b=-3$; 3) $a=-0,9$, $b=\frac{1}{3}$.

32. Порівняйте значення виразів:

- 1) $(-13)^{13}$ і 12^{12} ; 4) 1^{90} і 1^{99} ;
 2) $(-7)^3$ і 7^3 ; 5) $(-1)^{22}$ і 0^{22} ;
 3) $(-1)^{21}$ і 1^{12} ; 6) $(-9)^7$ і $(-9)^9$.

33. Запишіть у вигляді степеня ($a \neq 0, x \neq 0$):

- 1) $x^4 \cdot x^7 \cdot x^{12}$; 4) $a \cdot a^4 \cdot a^6 \cdot a \cdot a^5$;
 2) $x^4 \cdot x^6 \cdot x^{12} \cdot x^4 \cdot x$; 5) $\frac{a^6 \cdot a^{24} \cdot a^2}{a^{11} \cdot a^7 \cdot a}$;
 3) $x^5 \cdot x^7 \cdot x^{21} : x^{12} : x^4 \cdot x$; 6) $a^6 \cdot a^{54} : a^{36} \cdot a : a^8$.

34. Запишіть у вигляді степеня з основою 8:

- 1) $16^8 : 2^8$; 3) $2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$;
 2) $2^3 \cdot 4^3$; 4) $56^5 : 7^5$.

35. Запишіть у вигляді степеня:

- 1) $7 \cdot 0,1^4 \cdot 7^2 \cdot 0,1^6 \cdot 7^7$; 3) $11^3 \cdot 11^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 0,5^{15} \cdot 11^9$;
 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^6 \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^8$; 4) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot 1,2^6$.

36. Запишіть у вигляді степеня з показником 3:

- 1) $81 : 3^3 \cdot 27 : 3^2$; 3) $54 \cdot 54^2 : 18^3$;
 2) $9^9 : 243 \cdot 3^8$; 4) $0,27 \cdot 100 \cdot 9^3$.

37. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x^6 = 0$;
 2) $(x + 8)^8 = 0$;
 3) $(-x)^7 = 0$;
 4) $(2 - 5x)^3 = 0$;
 5) $(6 - x)^6 (x + 4)^4 = 0$;
 6) $(-3 - x)^4 (x + 3)^4 = 0$.

38. Якою цифрою закінчується число:

- 1) $(-555)^4 + 6516^{23} + 1201^{25}$;
 2) $12340^{54} + 12346^{63} + 5^{21}$?

39. Обчисліть:

- 1) $\left(27 \cdot (-9)^7 + \left(\frac{2}{5}\right)^2\right) \cdot \left(0,2 - \frac{1}{5}\right)^3$;
 2) $(-9^3)^5 : ((-3^5)^3)^2$;
 3) $-10^3 \cdot (-5)^2 : ((-25)^3 \cdot (-2^2)) \cdot 40$;
 4) $(-30^4 : ((-6)^2)^2) : 5^2$.

40. Спростіть вираз ($a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0, y \neq 0$):

1) $(x^4)^2 \cdot (x^5)^6 \cdot x^3 x^6 : (x^3)^{10}$;

2) $(aa^5)^4 : (a^6 a^4)^2$;

3) $(a^7)^4 \cdot (a^6 : a^4)^2 \cdot (a^5 : a^4)^3$;

4) $(a^{44} : a)^3 : (a^5 : a^3)^{50}$;

5) $(a^{12} a^4)^3 - (aa^5)^8$;

6) $x^4 \cdot ((x^6)^3)^2 - (2x^{30})^3 : (x^2)^{25}$;

7) $((-y^2)^2 \cdot x^3)^6 \cdot x : (-x^4 \cdot y^9)$;

8) $(a^2)^4 \cdot (a^2)^6 \cdot (a^8)^4 : (a^{11})^4$;

9) $\frac{(a^5 \cdot b^2)^3 \cdot a^{23}}{b \cdot (a^{18} : a^8)^3}$;

10) $\frac{a^9 \cdot (b^5 \cdot a^{11})^4}{(b^3 \cdot a^2)^3 \cdot a^8}$.

41. За якого натурального значення змінної n виконується нерівність:

1) $\left(\frac{1}{0,25}\right)^3 < 4^n \leq -(-2)^5 \cdot (-3)^2$;

2) $\frac{1}{2} \leq 0,5^n \leq 30^3 : 6^3 : 500?$

42. Обчисліть $\frac{4 \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 15^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 20^3}$.

Розділ 3. ОДНОЧЛЕНИ І МНОГОЧЛЕНИ

qr.orioncentr.com.ua/mmDsE



qr.orioncentr.com.ua/8uzu1



1. Зведіть одночлен до стандартного вигляду:

1) $-0,4 \cdot x^{15} \cdot 5 \cdot y^2 \cdot z \cdot 0,3 \cdot y$;

2) $\frac{2}{3} \cdot x^3 \cdot y^3 \cdot x \cdot y^{10} \cdot (-0,12) \cdot x^7 \cdot y^7 \cdot 10 \cdot x \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot y^4$.

2. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 4?

Таблиця 4

Одночлен	$2x^2$	$4a$	$2m$	$m^2 n^2$	$2,8$	$9a$
Одночлен	$0,5x^2$	$-3ab$	$-60m$	$3n^2$	$5a$	$9b$
Сума одночленів						
Різниця одночленів						
Добуток одночленів						

3. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 5?

Таблиця 5

Одночлен	y^2	$5,6a$	mnp	$-3m^2 n^3$	x^3	$-16x^2$	$0,02ya$
Одночлен	$-yx^2$	$4,4a$	pnm	$m^3 n^2$	$5x^6$	$-4x^2$	$0,8yx$
Сума одночленів							
Різниця одночленів							
Добуток одночленів							

4. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 6?

Таблиця 6

A	$-0,3x^{15}y^{52}$	$-2a^4c^9b^{10}$	$\frac{4}{5}xy$	$-12p^4m^{12}$
A^2				
A^3				

5. Піднесіть одночлен $-a^5b^4c$ до степеня, що дорівнює:
1) 2; 2) 5; 3) 100.

6. Зведіть одночлени до стандартного вигляду та знайдіть їх добуток:

1) $0,2x^6y^{15} \cdot (x^2)^3$, $-1,5z^3 \cdot 6xy^5$ і $-zx^{15}y^2$;

2) $(-y^2)^5 \cdot (-x^4)^2$, $-0,15xy^9$, $-\frac{1}{5}x^{12}y$ і $-0,03(-x)^5 \cdot (-y)^2$.

7. Зведіть одночлени до стандартного вигляду та знайдіть їх добуток:

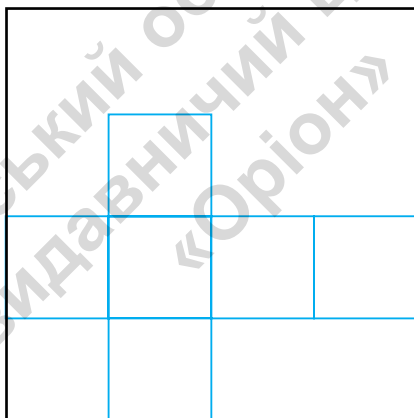
1) $-x^{4n}y^4 \cdot 5xy^{2n}$ і $2(x^n)^2x$; 2) $(y^{n+1})^8 \cdot (-x^n)^2$ і $(-xy^2)^n$.

8. Знайдіть значення n , за яких рівність є правильною:

1) $a^{2n} \cdot a^{5n} \cdot (a^n)^2 = (aa^5)^3$;

2) $x^2 \cdot x^{4n} \cdot (x^{2n})^3 = x^{30} : (x \cdot x \cdot (x^8)^2)$.

9. З аркуша паперу розмірами $2,4 \cdot 10^2 \times 2,4 \cdot 10^2$ мм вирізали розгортку куба (мал. 1). Знайдіть об'єм куба.



Мал. 1

10. Спростіть вираз: 1) $2(a^6)^3 + (a^2)^9 - (5a^5)^2 \cdot (-a^2)^4$;

2) $b \cdot \frac{2}{81}a^3 \cdot 9^3 + ab^2 \cdot ac - 18ba^3$.

11. Зведіть подібні члени многочлена:

1) $5,85xy - 8,1x^2 - 5\frac{1}{2}xy - 0,9x^2 - 0,35xy$;

2) $51xy^2 + 13xy - 4yx + 13x^2y - 9xy$;

- 3) $7a^2 - 26b + 24a - b \cdot 13 - 3a + (-67a) - 5,5a^2 - 46a$;
 4) $14mn - 28mn^3 - 3,5nm + (-n)^3m$.

12. Упорядкуйте за степенями членів многочлен:

- 1) $7x^2 + 3 + x$;
 2) $-4,5 - 2x^2 + 67x$;
 3) $4x + 6x^3 + 1,8x^5 + 3x^2 - 2,9$;
 4) $-9,8x^4 + \frac{1}{3}x^5 + 5x^3 - 0,7x^2 - 6$;
 5) $6ab + 9,7b^2a^2 + 2b^3a + 3,75a$;
 6) $-a^{22}b^8 + 6,05b^{23}a^{25} + 2b^{15}a^3 + 3$.

Який степінь многочлена?

13. Знайдіть суму одночлена і многочлена:

- 1) $-m$ і $m + 5m^2$; 4) $6x^2$ і $5x + 0,01$;
 2) $6k^2$ і $k^2 - 3$; 5) $0,2x$ і $-5x^2 + 15x + 1$;
 3) $-\frac{1}{5}mn + 4m$ і $0,2nm$; 6) cd і $3 - d + c - 2cd$.

14. Знайдіть добуток двочленів:

- 1) $(12 + x) \cdot (0,2x - 4)$; 5) $(10 + x) \cdot (4x - 1) \cdot (x - 10)$;
 2) $(x + 4,5) \cdot (-x - 2)$; 6) $(x^2 + 36) \cdot (-x - 6) \cdot (-x + 6)$;
 3) $(x^2 + x) \cdot (2x + x)$; 7) $(2 - x) \cdot (2x + 1) \cdot (-0,5 + x)$;
 4) $(x^3 + x^2) \cdot (x - 1)$; 8) $(x + 4) \cdot (x - 4) \cdot (x - 5) \cdot (x + 2)$.

15. Знайдіть значення виразів:

- 1) $5(a + 5) - a(a + 5)$, якщо $a = 5$;
 2) $\left(\frac{1}{9}b + 2\right) \cdot (3b)^2 - (b^2 + 10)(-1 + b) - 19(b^2 + 1)$, якщо $b = 0,01$;
 3) $(x - y)(2x + y) + (y + x)(-x + 2y)$, якщо $x^2 + y^2 = 16,4$.

16. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $6a(a + 0,5) - 2(3a^2 + a)$, якщо $a = -2,234$;
 2) $3(5b^2 + b) + 10b(b - 0,1) - (5b + 1)^2$, якщо $b = \frac{3}{8}$;
 3) $(x - y)(3x + y) - (y + x)(-x + 3y) + 4(y + x)(-x + y)$,
 якщо $xy = 0,25$.

17. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 7?

Таблиця 7

Многочлен	$x - 6$	$a + 1$	$0,3 + m^2$	$a^2bc^2 - abc^2$
Мночлен	$x + 4$	$a^2 - a + 1$	$m - 0,3$	$-c^2ba - a^2bc^2$
Сума				
Різниця				
Добуток				

18. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 8?

Таблиця 8

Многочлен	$-x^3 - y^2$		$y^3 - 8y^2 + 5$	$a^2 - 2$
Многочлен		$x^3 - x$		
Сума	$5x^3 + 3y^2 - 4$	$x^3 - x^2 + x - 1$		
Різниця			$-y^2 + y^3$	
Добуток				$a^4 - 4$

19. Перетворіть вираз у многочлен та спростіть його:

1) $(1,8a^2 + 5,6b^2) + (2,09a^2 - 3b^2) - (3,5a^2 + 1) - (1 + 0,1b^2) - (5a^2 - 3,1b^2 - 2)$;

2) $(-24a^2 + 0,5b^2 + 6) - 2\left(4a^2 - 2\frac{1}{2}b^2\right) + 3\left(-6a^2 + 4 - \frac{1}{2}b^2\right)$;

3) $a \cdot a^4 - 2a^{12} \cdot a^5 : a^{12} + a^8 \cdot a^2 : a^5$;

4) $(x^4)^n + (x^{2n})^5 - (x^2)^{3n} \cdot x^{4n} + (x^n)^7 - (-x^2)^{2n}$.

Знайдіть степінь одержаного многочлена.

20. Перетворіть вираз у многочлен та спростіть його:

1) $3\left(-3b + \frac{1}{2}a\right)\left(-b + \frac{1}{6}a\right) - 0,25a(a - 12b)$;

2) $\left(\frac{1}{3}x - 0,4y\right)\left(1\frac{1}{2}x + 9y\right) - 6y\left(\frac{1}{2}x - 0,6y\right)$;

3) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) - (a^2 + b^2)^2 + (ab - 1)(ab + 1)$;

4) $a^{5n-2}(a^{2+n})^3 - (a^2a^n)^3 : a^{n+3} - (-a^4)^{2n+1} + a^{2n}a^3$.

21. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(-x + 8) + (-x - 5) = 21$;
- 2) $(9x + 11) - (4x - 8) - (x - 1) = 27$;
- 3) $12 - 3(x - 2) = 4(3 + 2x)$;
- 4) $4(4x + 0,5x^2) - (2x^2 - 5) = 17$;
- 5) $(3x + (-x)^2 + 2,8) - (x^2 + x^3) - 12,2 = 2 - x^3$;
- 6) $(5 + x^4 + 6,6x^3) - (x^4 - x^2 - 3x + 8x^3 - 2) = 7 + 3x + x^2$;
- 7) $(x^2 + 5x + 0,25) + (5x^2 + 0,75) - (6x^2 - 3x) = -1$;
- 8) $(4y^2 - 5) - (3y^2 - 1,25y + 10) - y^2 = 2,5$.

22. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{2}{5}x(0,3x - 2) = 4 + 0,12x^2$;
- 2) $-0,125x(8x^2 - 2) + x(x^2 - 6,75) = 0$;
- 3) $\left(\frac{x}{3} + 1\right)(x - 7) = \frac{(x + 2)^2}{3}$;
- 4) $2x^2 + x - 4 - \frac{(x - 2)(x - 3)}{3} = -6$;
- 5) $\left(0,1x - \frac{1}{2}\right)\left(0,6x + \frac{2}{5}\right) - (5 + 3x)\left(\frac{1}{50}x - 0,4\right) = 0$;
- 6) $\left(1\frac{1}{6}x - 0,7\right)\left(\frac{2}{7}x - 1\right) - \frac{1}{3}(x^2 - x + 2,1) = 0$.

23. Доведіть, що сума многочленів $-0,125mn^2 - 1\frac{1}{12}mn - 1,27, \frac{1}{8}mn^2 + 1\frac{5}{6}mn - 1,23$ і $-\frac{3}{4}mn + 4,5$ дорівнює 2 не залежно від значень змінних, що входять до нього.

24. Сума двох двоцифрових чисел, у яких однакове число десятків, дорівнює 90. Знайдіть ці числа, якщо число одиниць першого на 6 більше за число одиниць другого.

25. Двоцифрове число на 18 більше за суму його цифр. Знайдіть це число, якщо число одиниць на 2 менше від числа його десятків.

26. Обчисліть, не користуючись калькулятором:

1) $111^2 - 111 \cdot 42 + 21^2$;

3) $246^2 + 554^2 + 246 \cdot 1108$;

2) $8,67^2 + 3,67^2 - 3,67 \cdot 17,34$;

4) $3,37^2 + 2,63^2 + 5,26 \cdot 3,37$.

27. Подайте у вигляді многочлена вираз:

1) $5x(-3x + 4y)^2$;

3) $4x^2y^2(3y^2 - 2x^2)^2$;

2) $10ab(a - 0,1b)^2$;

4) $5c^2(2 + 0,4c)^2$.

28. Спростіть вираз:

1) $(3 + 2b)^2 - 24b$;

3) $(5 - a)^2 - 5(5 - 2a)$;

2) $(5 + 2c)^2 - 4c^2$;

4) $(4 + 3y)^2 - (3y - 4)^2$.

29. Розв'яжіть рівняння:

1) $(4x - 3)^2 = 16x^2$;

2) $(3 + 2x)^2 = (2x - 1)(2x - 5)$;

3) $(1 + 5x)^2 - 5x(2 + 5x) = 0$;

4) $(7 + 4x)^2 = 2x(8x + 3,5)$.

30. Доведіть тотожність: $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$.

31. *Задача Діофанта.* Доведіть, що для будь-яких чисел a, b, c і d виконуються тотожності:

1) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2$;

2) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$.

32*. Спростіть вираз: $(x^2 + y - 4)^2 - (x^2 + y - 1)(x^2 + y - 8)$.

33*. Знайдіть значення виразу: $a^2 + \frac{1}{a^2}$, якщо:

1) $a + \frac{1}{a} = 4,5$;

2) $a - \frac{1}{a} = 4,5$.

34. Обчисліть, не користуючись калькулятором:

1) $98^2 - 48^2$; 2) $2,32^2 - 0,68^2$; 3) $67 \cdot 73$.

35. Запишіть замість $*$ такий одночлен, щоб утворилась тотожність:

1) $9a^2b^2 - 81 = (* - 9)(* + 9)$;

2) $\left(\frac{5}{7}m + 7n\right)^2 = * + 10mn + 49n^2$;

$$3) \left(1\frac{1}{3}c - 6d\right)^2 = * - 16cd + 36d^2;$$

$$4) (0,6ab - 0,5x)^2 = 0,36a^2b^2 - * + 0,25x^2.$$

36. Розв'яжіть рівняння:

$$1) (11 + 5x)^2 - (5x - 1)^2 = 0;$$

$$2) (3 + x)^3 - x^3 = 9x^2;$$

$$3) (4x + 5)^2 - (4x + 3)^2 = 0;$$

$$4) (2 - 3x)^3 = 9x^2 \cdot (6 - 3x).$$

37. Доведіть, що за будь-якого натурального n значення виразу:

$$1) (3 + 2n)^2 - (2 + 3n)^2 \text{ ділиться на } 5;$$

$$2) (4 + 2n)^3 - 8n^3 \text{ ділиться на } 4.$$

38. Спростіть вираз двома способами:

$$1) (x + 3)^2 - (x - 3)^2;$$

$$2) (x + 2)^3 - (x - 2)^3.$$

39. Доведіть, що:

1) різниця квадратів двох послідовних натуральних чисел є непарним числом;

2) різниця квадратів двох послідовних парних натуральних чисел ділиться на 4;

3) різниця квадратів двох послідовних непарних натуральних чисел ділиться на 8.

40. Площа квадрата дорівнює площі прямокутника, у якого одна сторона на 3 см менша від сторони квадрата, а інша — на 4 см більша за сторону квадрата. Знайдіть сторони квадрата і прямокутника.

41. Сторону квадрата зменшили на 3 см, при цьому його площа зменшилась на 39 см^2 . Знайдіть початкову сторону квадрата.

42. Ребро куба зменшили на 2 см, при цьому його об'єм зменшився на 218 см^3 . Знайдіть початкове ребро куба.

43. Розкладіть на множники многочлен:

- 1) $2b^5 + 6b + 3b^4 + 9$; 3) $x^5y^2 - 5x^3 + 35 - 7x^2y^2$;
 2) $(5x + 1)^3 - 64x^3$; 4) $(-4a + 3xy)^3 + 8x^3y^3$.

44. Дано три послідовні натуральні числа. Доведіть, що добуток першого і третього числа дорівнює квадрату другого числа, зменшеного на 1.

Розділ 4. ФУНКЦІЇ

qr.orioncentr.com.ua/qUFoy



qr.orioncentr.com.ua/pn61M



1. Дано функції: $f(x) = -3x^2 + 5x + 1$ і $g(x) = 2 + 2x^2 + 3x$. Порівняйте:

- 1) $f(1)$ і $g(1)$; 2) $f(2)$ і $g(-2)$; 3) $f(-1)$ і $g(0)$.

2. Розв'яжіть рівняння $f(x) = 0$, якщо:

- 1) $f(x) = 5x + 1$; 2) $f(x) = 5|x| - 1$; 3) $f(x) = 5|x| + 1$.

3. Розв'яжіть рівняння $f(x) = g(2)$, якщо:

- 1) $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = 3x - 1$;
 2) $f(x) = 2|x| + 1$, $g(x) = 5x - 7$.

4. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

- 1) $y = -\frac{4}{2x-5}$; 2) $y = x^2 + \frac{4}{x} + 2$; 3) $y = \frac{5x+2}{3} + \frac{3}{5x-2}$.

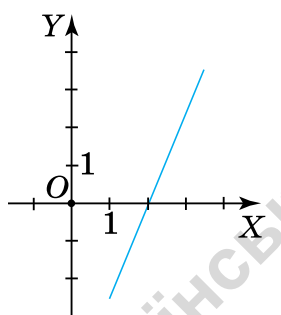
5. Знайдіть область значень функції, заданої формулою:

- 1) $y = -5x^2$; 2) $y = -x^2 + 3$; 3) $y = 4x^2 - 2$;

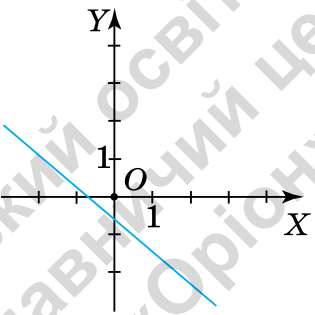
6. Чи проходить через початок координат графік функції:

- 1) $y = x^2$; 3) $y = -8$;
 2) $y = -6x + 1,4$; 4) $y = -\frac{4}{11}x$?

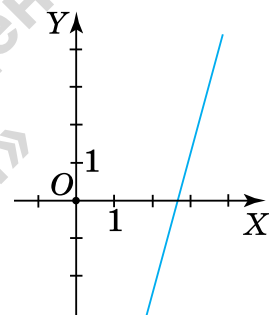
7. Чи належить графіку функції $y = -2x^2 + 3x + 1$ точка:
 1) $A(-1; -4)$; 2) $B(1; 0)$; 3) $C(0; 1)$; 4) $D(2; -1)$?
8. Побудуйте графік функції:
 1) $y = 3x - 4$; 3) $y = -2x + 3$;
 2) $y = 0,5x - 1,5$; 4) $y = \frac{5}{6}x - \frac{2}{3}$.
9. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину з осями координат графіка функції:
 1) $y = 3x - 11$; 2) $y = -3,5x + 14$; 3) $y = -2,4x + 3,6$.
10. На малюнках 2–7 зображено графіки лінійних функцій, заданих формулою $y = ax + b$. Визначте знаки коефіцієнтів a і b .



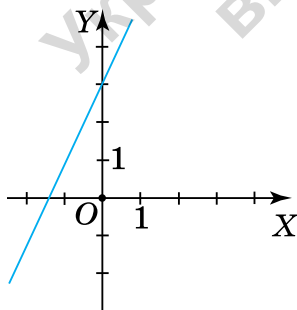
Мал. 2



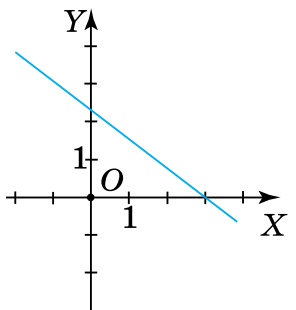
Мал. 3



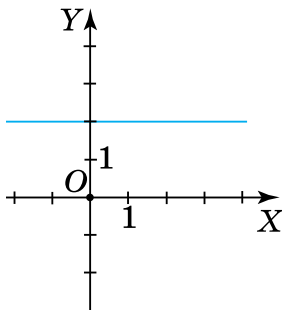
Мал. 4



Мал. 5



Мал. 6



Мал. 7

11. Знайдіть координати точки графіка функції $y = 4x + 12$, якщо:

- 1) абсциса й ордината точки рівні між собою;
 - 2) абсциса й ордината точки є протилежними числами;
 - 3) сума абсциси й ординати точки дорівнює 10.
- 12.** Графік функції $y = ax + b$ проходить через точки $A(1; -3)$ і $B(2; 2)$. Знайдіть значення a і b .
- 13.** Графік функції $y = kx + b$ проходить через точку $A(1; 21)$, а його кутовий коефіцієнт дорівнює НСД чисел 168 і 360. Знайдіть значення k і b .
- 14.** Задайте формулою функцію, графік якої є прямою, що паралельна осі OX і проходить через точку $M(a; b)$. Накресліть у зошиті таблицю 9 та заповніть її.

Таблиця 9

$M(a; b)$	(;)	(3; -3)	(-1;)	$\left(-\frac{1}{3}; \frac{3}{7}\right)$
a	2			
b	2		2,5	
Функція				

- 15.** Чи належить графіку функції $y = |2x - 1| - 2$ точка:
 1) $A(1; -1)$; 2) $B(1; 1)$; 3) $C(-1; -5)$; 4) $D(-1; 1)$?
- 16.** Знайдіть область значень функції:
 1) $y = |x| - 4$; 2) $y = |x| + 2$; 3) $y = 3|x|$; 4) $y = -5|x| + 1$.
- 17*.** Побудуйте графік функції:
 1) $y = |x| - 2$; 3) $y = -|x| + 2$;
 2) $y = |x - 1| - 2$; 4) $y = |x + 1| + 2$.
- 18*.** Побудуйте графік функції:

$$y = \begin{cases} -2, & \text{якщо } x \leq -1, \\ x - 1, & \text{якщо } -1 \leq x < 1, \\ 4x - 4, & \text{якщо } x \geq 1. \end{cases}$$

19*. Побудуйте графік функції:

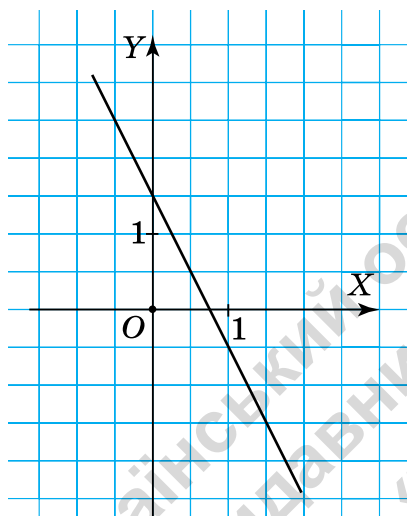
1) $y = 2|x| - 1$; 3) $y = \frac{1}{2}|x| - 1$;

2) $y = -2|x - 1| - 1$; 4) $y = \left|\frac{x}{2}\right| + 1$.

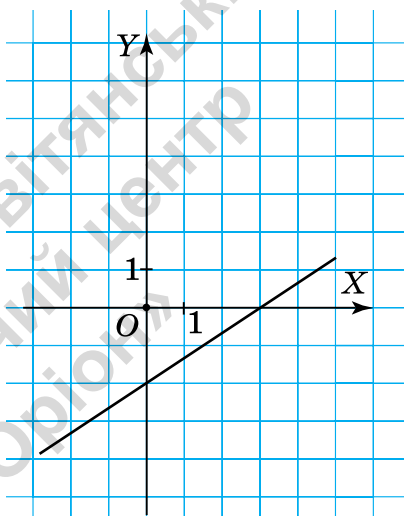
20*. Побудуйте графік функції:

1) $y = |x + 1| + |x - 2|$; 2) $y = |x - 3| - |x + 1|$.

21*. На малюнках 8, 9 зображено графіки лінійних функцій. Задайте формулами ці функції.



Мал. 8



Мал. 9

22. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, а її графік проходить через точку $N(a; b)$. Накресліть у зошиті таблицю 10 та заповніть її.

Таблиця 10

$N(a; b)$	(;)	(; -8)	(-1;)	$\left(-\frac{3}{14}; \frac{3}{7}\right)$
a	-2	4		
b	1		-3,5	
Функція				

23. Побудуйте графік функції:

1) $y = x$; 2) $y = -3x$; 3) $y = 0,25x$.

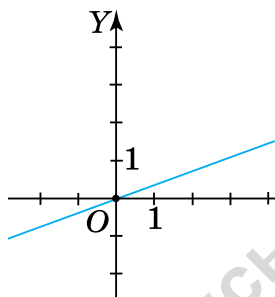
24. Знайдіть область визначення і область значень функції:

1) $y = \frac{5}{9}x$; 2) $y = 2|x|$; 3) $y = -\frac{7}{11}x$; 4) $y = -\frac{2}{3}|x|$.

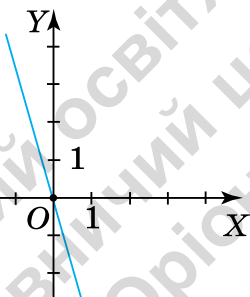
25*. Побудуйте графік функції:

1) $y = \left| \frac{x}{3} \right|$; 2) $y = -3|x|$; 3) $y = -|2x| + x$.

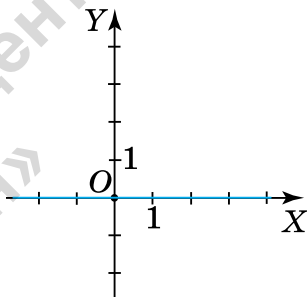
26. На малюнках 10–12 зображено графіки лінійних функцій, заданих формулою $y = ax$. Визначте знак коефіцієнта a .



Мал. 10



Мал. 11



Мал. 12

27. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її графік проходить через точку, ордината якої у 5 разів менша від відповідної абсциси. Побудуйте графік одержаної функції.

28. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її графік проходить через точку, абсциса якої у 2,5 рази більша за відповідну ординату. Побудуйте графік одержаної функції.

29. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її кутовий коефіцієнт дорівнює середньому арифметичному всіх непарних додатних одноцифрових чисел. Побудуйте графік.

30. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її кутовий коефіцієнт є числом, протилежним до $\frac{2}{21}$ від суми всіх двоцифрових чисел, кратних числу 7 і менших від числа 31. Побудуйте графік одержаної функції.

Розділ 5. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

qr.orioncentr.com.ua/G9Qyz



1. Чи є рівносильними рівняння:
 - 1) $5x - 7 = 2x + 9$ і $5x - 2x = 9 + 7$;
 - 2) $7 - 2y = 6y - 18$ і $2y - 6y = -18 - 7$?
2. Знайдіть корінь рівняння:
 - 1) $7 - 3x - 3 = 10 - 4x$; 3) $-1,2x + 5 = 3 - 0,4x$;
 - 2) $5 + 2y - 6 = 5y + 8$; 4) $1,5y - 4 = 5 + 0,9y$.
3. Розв'яжіть рівняння:
 - 1) $2(x - 5,5) + 4 = 7,5 - 3,5(2x - 1)$;
 - 2) $8 - 1,5(3x + 2) = \frac{2}{3}(4 - 6x)$;
 - 3) $0,8(3 - 10y) = 12 - 2,5(3y - 5)$;
 - 4) $\frac{y+3}{2} - 2y = -y - \left(1 - \frac{6-2y}{3}\right)$.
4. Доведіть, що:
 - 1) рівняння $(x + 3)(x - 2) - (3 + x)^2 = 9$ має один корінь;
 - 2) рівняння $5y(y + 2) = (2y + 1)^2 + y^2 + 6y$ не має коренів.
5. У двох 7-х класах навчається 55 учнів, причому в 7-А класі на 3 учні більше, ніж у 7-Б. Скільки учнів навчається в кожному класі?
6. У трьох кошиках 125 яблук. У другому кошику на 20 яблук менше, ніж у першому, і на 15 яблук більше, ніж у третьому. Скільки яблук у кожному кошику?

7. Одна сторона прямокутника утричі більша за іншу. Знайдіть сторони прямокутника, якщо його периметр дорівнює 24 см.

8. Відстань між пунктами A і B дорівнює 390 км.



Два автобуси одночасно виїхали із цих пунктів назустріч один одному і зустрілись через 3 год. Знайдіть швидкість кожного автобуса, якщо швидкість одного з них на 10 км/год менша від швидкості іншого.

9. Знайдіть три послідовні натуральні числа, якщо їх сума дорівнює 906.

10. Для даного рівняння заповніть таблицю 11.

Таблиця 11

Лінійне рівняння з двома змінними	$x - y + 7 = 0$	$2x + y - 6 = 0$	$x - 2y + 10 = 0$
виразити y через x			
виразити x через y			

11. У рівнянні $4x - 2y + 5 = 0$ виразіть змінну:

1) y через змінну x ;

2) x через змінну y .

Знайдіть два будь-які розв'язки цього рівняння.

12. Побудуйте графік рівняння:

1) $2x - y + 3 = 0$; 3) $-3x - y + 4 = 0$;

2) $5x - 2y = 0$; 4) $-x + 2y - 8 = 0$.

13. До рівняння $2x - y + 3 = 0$ доберіть інше рівняння так, щоб одержана система двох лінійних рівнянь із двома змінними: 1) мала один розв'язок; 2) не мала розв'язків; 3) мала безліч розв'язків.

- 14.** Розв'яжіть графічно систему двох лінійних рівнянь із двома змінними:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} x - y = 0, \\ 3x - y - 6 = 0; \end{cases} & 3) \begin{cases} x - 3y - 1 = 0, \\ x - 3y + 1 = 0; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} 2x + y = 0, \\ 4x + y - 2 = 0; \end{cases} & 4) \begin{cases} x + 2y - 4 = 0, \\ -2x - 4y + 8 = 0. \end{cases} \end{array}$$

- 15.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = -4; \end{cases} & 4) \begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - y = 5; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} 3x - 2y = 14, \\ 2x + y = 7; \end{cases} & 5) \begin{cases} 3x - 2y = 1, \\ 2x + y = 3; \end{cases} \\ 3) \begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = -4; \end{cases} & 6) \begin{cases} 5x - 3y = 11, \\ 3x + y = 1. \end{cases} \end{array}$$

- 16.** Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0, \\ 2x - y = 2; \end{cases} & 3) \begin{cases} \frac{x+3}{4} - \frac{y+2}{2} = 0, \\ 3x + y = 1; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 0, \\ 2x + y = 26; \end{cases} & 4) \begin{cases} \frac{2-x}{3} - \frac{y+6}{6} = 0, \\ x + 2y = -1. \end{cases} \end{array}$$

- 17.** Сума двох чисел дорівнює 55, а їх різниця — 5. Знайдіть ці числа.
- 18.** Сума двох чисел дорівнює 100. Знайдіть ці числа, якщо одне з них на 10 більше за інше.
- 19.** Різниця двох чисел дорівнює 15. Знайдіть ці числа, якщо одне з них у 4 рази більше за інше.
- 20.** Сума двох чисел дорівнює 33. Якщо від подвоєного першого числа віднімемо друге число, то одержимо 12. Знайдіть ці числа.
- 21.** Різниця двох чисел дорівнює 10. Якщо до першого числа додамо подвоєне друге число, то одержимо 31. Знайдіть ці числа.

22. Дано два числа. Сума подвоєного першого числа і другого числа дорівнює 17. Сума подвоєного другого числа і першого числа дорівнює 19. Знайдіть ці числа.

23. Дано два числа. Сума цих чисел дорівнює 180. Якщо одне із цих чисел зменшимо у 2 рази, а інше число збільшимо у 2 рази, то в сумі одержимо число 115. Знайдіть ці числа.

24. Знайдіть дріб, який набуває значення $\frac{3}{4}$, якщо його чисельник збільшити на 6, і набуває значення $\frac{1}{2}$, якщо його знаменник зменшити на 2.

25. Якщо чисельник дробу помножимо на 2, а від знаменника віднімемо 2, то одержимо 2. Якщо ж від чисельника віднімемо 4, а знаменник помножимо на 4, то одержимо $\frac{1}{12}$. Знайдіть цей дріб.

26. За 5 кг печива і 3 кг цукерок заплатили 135 грн. Скільки гривень коштує 1 кг печива, якщо він дешевший від 1 кг цукерок на 13 грн?



27. Легковий автомобіль за 3,5 год проїхав ту саму відстань, що й вантажний за 5 год. Знайдіть їхні швидкості, якщо швидкість легкового автомобіля на 30 км/год більша за швидкість вантажного.



28. Два автомобілі виїхали одночасно з двох міст, відстань між якими дорівнює 225 км, і зустрілися через 1,5 год. З якою швидкістю їхав кожний автомобіль, якщо перший проїхав до зустрічі на 15 км більше, ніж другий?



29. Катер пропливає відстань між двома містами за 4 год за течією річки і за 6 год проти течії. Знайдіть швидкість катера і швидкість течії, якщо відстань між селами дорівнює 60 км.



- 30.**  Із пункту A до пункту B виїхав легковий автомобіль зі швидкістю 90 км/год. У цей самий час вантажний автомобіль, що рухався в тому самому напрямку зі швидкістю 70 км/год, вже проїхав 100 км шляху. До пункту B автомобілі прибули одночасно. Знайдіть відстань між пунктами A і B , якщо відомо, що різниця між часом, який перебував у дорозі кожний автомобіль, становить 2 год.
- 31.**  За 2 год за течією річки і 1 год проти течії моторний човен проходить 63 км, а за 1 год за течією і 2 год проти течії — 57 км. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії.
- 32.** Батько старший за доньку на 26 років, а через 4 роки він буде старший за неї втричі. Скільки років батькові й скільки років доньці?

Розділ 6. ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

qr.orioncentr.com.ua/g9ct2



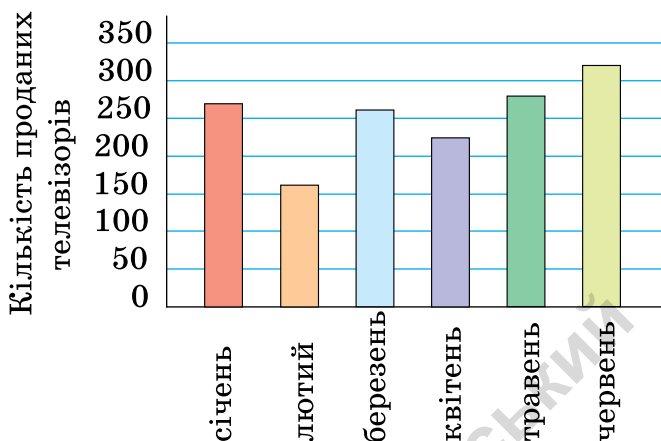
- 1.** Із цукрових буряків у результаті обробки можна отримати 15% цукру. Яку масу цукру можна отримати з $995,8$ тис. т цукрових буряків, зібраних на полях Полтавської області цього року?
- 2.** На цукровому заводі працює $38,5\%$ жінок, усі інші — чоловіки. Скільки всього працівників на заводі, якщо чоловіків — 123 .
- 3.**  40% маршруту автопробігу на підтримку України проходило по степу, 32% — по долині річки, а інші 84 км — по гірській місцевості. Яка довжина маршруту?
- 4.**  До підвищення цін проїзд в автобусі коштував 10 грн, а після підвищення став коштувати 13 грн. На скільки відсотків підвищилась ціна?
- 5.** Відомо, що 15% числа x дорівнюють 40% числа y . Знайдіть відношення чисел x та y .

6. Кількість яблунь у саду становить 40 % кількості абрикос. Скільки яблунь і скільки абрикос росте в саду, якщо яблунь на 54 менше, ніж абрикос?
7. Сума трьох чисел дорівнює 392. Перше число дорівнює 116, а друге — на 40 % більше, ніж третє. Знайдіть ці числа.
8. Після першої реконструкції виробництва продуктивність праці підвищилася на 20 %, а після другої — ще на 15 %. На скільки відсотків підвищилася продуктивність на виробництві після двох реконструкцій?
9. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо периметр квадрата збільшити на 10 %?
10. Скільки води потрібно долити до 8,4 кг 12 % розчину солі, щоб, одержати 10 % -й розчин?
11. Населення міста становить 28 350 людей. На діаграмі (мал. 13) показано відсоток чоловіків. За даними кругової діаграми знайдіть:
 - 1) скільки чоловіків у місті;
 - 2) скільки дітей у місті та скільки відсотків вони становлять від кількості всіх громадян?



Мал.13

12. (ЗНО, 2021) На діаграмі (мал. 14) відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Які з наведених тверджень є правильними?



Мал. 14

- 1) найменшу кількість телевізорів продано у квітні;
- 2) у січні продано 240 телевізорів;
- 3) у березні продано телевізорів більше, ніж у лютому;
- 4) у червні продано менше трьохсот телевізорів.



13. За даними на малюнку 14 знайдіть скільки телевізорів у середньому продавали за місяць у супермаркеті протягом шести місяців.



14. За яких значень x середнє арифметичне чисел 1,5; 2,6; 3,5; 4,8; x дорівнює 4,2?
15. Хлопчик забув код дверей, але пам'ятав, що він складається із чотирьох цифр, серед яких тільки цифри «0» та «1». Скільки існує можливих варіантів комбінацій цифр, щоб відкрити двері?
16. Скільки двоцифрових чисел можна скласти із цифр: 1) 4, 6, 8; 2) 6, 5, 0?
17. Скількома способами можна скласти розклад на понеділок із п'яти уроків?
18. Скільки різних прапорів можна створити у вигляді трьох горизонтальних смуг однакової ширини трьох кольорів — білого, зеленого й жовтого?

19. На тарілці 5 однакових на вигляд млинців. Серед них 3 — із м'ясом, інші — із сиром. Скільки існує варіантів вибору:
- 1) одного млинця;
 - 2) двох млинців з різною начинкою?
20. Учні сьомого класу — Петро і Микола — порівнюють дати своїх днів народження. Визначте якими (випадковими, неможливими чи достовірними) є події:
- 1) їхні дні народження співпадають;
 - 2) Петро народився 29 лютого, а Микола — 30 лютого;
 - 3) дні народження обох припадають на святкування Дня Незалежності України (24 серпня);
 - 4) вони народилися в 21 столітті.
21. У коробці 20 пронумерованих кульок від 1 до 20. Із коробки навмання беруть одну кульку. Яка ймовірність того, що на ній написано:
- 1) число 13;
 - 2) число 21;
 - 3) двоцифрове число;
 - 4) парне число;
 - 5) просте число;
 - 6) число, що ділиться на 5;
 - 7) число, в записі якого є цифра 1;
 - 8) число, сума цифр якого, дорівнює 10;
 - 9) число, що при діленні на 4 дає остачу 3;
 - 10) трицифрове число?
22. Задано рівняння:
- 1) $2(x - 3) = 5x - 3(x + 2)$;
 - 2) $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 2(x + 8)$;
 - 3) $0,5(x + 2) = 2,5(x - 4)$;
 - 4) $(x - 1)^2 + 4x = x(x + 2) + 10$;
 - 5) $(x^2 + 9)(0,5x + 2) = 0$.
- Яка ймовірність того, що навмання вибране рівняння:

- а) не має розв’язків;
- б) має безліч розв’язків;
- в) має хоча б один розв’язок;
- г) має єдиний розв’язок?

23. Магазин «Сімейна пекарня» надав такий звіт про продаж своїх виробів за 23.11.2023 р. (табл. 12).



Таблиця 12

Виріб	Одиниці виміру	Ціна (грн)	Кількість проданих одиниць випічки
Пиріжок з вишнею	шт.	20	35
Пиріжок з капустою	шт.	12	16
Пиріжок з яблуком	шт.	15	20
Мафін з малиною	шт.	17	10
Мафін з шоколадом	шт.	17	25
Рулєт із маком	шт.	35	5
Хліб житній із висівками	шт.	20	8

За поданою інформацією визначте:

- 1) яка випічка найдешевша (найдорожча);
 - 2) на яку суму продали пиріжків;
 - 3) на яку суму продали мафінів;
 - 4) за яку випічку отримали найбільшу (найменшу) суму грошей;
 - 5) скільки одиниць випічки було продано;
 - 6) яка частка кожного виду товару в загальному продажі за цей день.
- Побудуйте кругову діаграму, що показує частку продажі кожного з наведених видів випічки.



НАВЧАЛЬНІ ПРОЄКТИ

ПРОЄКТ «БАНКА ДЛЯ КОНСЕРВОВАНОГО СУПУ»

qr.orioncentr.com.ua/3omO7



ТЕМА. Одночлен. Многочлен

У сучасному світі консервування відіграє важливу роль у культурі споживання та зберіганні продуктів і страв. Понад 30 % їжі, яку ми споживаємо — консервована.

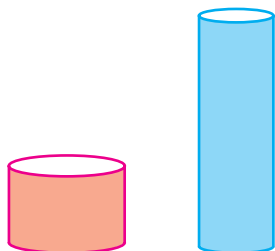
Трохи історії

Перші «консерви» були знайдені в Давньому Єгипті. Під час розкопок гробниці фараона Тутанхамона археологи знайшли запечатані смолою посудини. Згодом виявилося, що в них міститься запечена качка, яку залили оливковою олією, таким чином забальзамували її. Та ще більш вражаючим фактом виявилось те, що качка зберегла свої поживні властивості, пролежавши в такому вигляді 3000 років. У Стародавній Греції для довшого зберігання та перевезення вина й олії використовували амфори, які дійшли до наших днів. У 1795 році французький імператор та полководець Наполеон Бонапарт пообіцяв 12 000 франків тому, хто придумає простий спосіб зберігання їжі під час довгих військових походів.



Ситуація

Фірма «Pi Soups Incorporated» хоче продавати суп у циліндричних банках місткістю 400 мл (мілілітрів). Вони також хочуть мінімізувати витрати металу на кожну банку (мал. 1).



Мал. 1

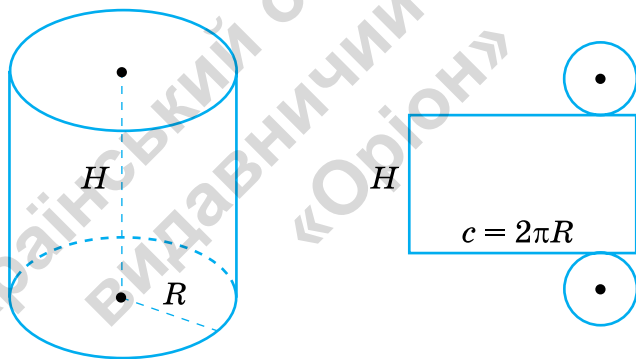
Роль. Ви — технолог підприємства та експерт з математики. Виконайте обчислення та надайте рекомендації.

Продукт: ваші рекомендації, їхні математичні обґрунтування, презентація.

Виконання проєкту

Обмеження і припущення. Припустіть, що метал має однакову товщину, тому потрібно знайти розміри циліндра, що має найменшу площу поверхні та вміщує 400 мл. Припустіть також, що товщина металу не впливає на об'єм, тобто вона дуже мала порівняно з розміром банки.

Крок 1. Складіть формулу для обчислення площі поверхні циліндричної банки, використовуючи розгортку циліндра й позначення на малюнку 2 та дайте відповіді на запитання:



Мал. 2

а) у вигляді якого математичного виразу можна подати формулу площі поверхні циліндра?

б) яке тотожне перетворення многочлена можна виконати, щоб подати його у вигляді добутку?

в) яким відомим вам способом ви розклали многочлен на множники?

Крок 2. У мережі «Інтернет» або інших джерелах знайдіть формулу об'єму циліндра.

Крок 3. Знайдіть відомості про те, як пов'язані 1 см^3 і 1 мл (відомості подано англійською мовою, перекладіть).



qr.orioncentr.com.ua/9vPxi

Крок 4. Складіть математичну модель задачі:

а) з рівності $\pi R^2 H = 400$ виразіть змінну H ;

б) підставте значення змінної H у формулу для обчислення площі поверхні циліндра (використайте формулу у вигляді многочлена).

Отримали дуже спрощену математичну модель задачі.

Крок 5. Дослідіть, за якого радіуса вираз, що описує площу поверхні циліндра через радіус його основи, набуває найменшого значення.

Спосіб 1. Скористайтесь графічним калькулятором: qr.orioncentr.com.ua/Rmm2T

Знайдіть точку, що візуально є найнижчою для додатних значень x . Визначте її абсцису.

Спосіб 2. Скористайтесь таблицею 1.

Таблиця 1

Значення радіуса (у см)	Площа поверхні циліндра (у см^2)	Ваші спостереження і висновки
$R = 1$		
$R = 2$		
$R = 3$		
$R = 4$		
$R = 5$		
$R = 6$		
$R = 7$		

Крок 6. Підготуйте звіт із результатами виконання кроків 1–4, оформте його у вигляді плакату або презентації Power Point.

Крок 7. Презентуйте свій продукт.

ПРОЄКТ «ВАШ ЛОГОТИП»

qr.orioncentr.com.ua/mjO5oТЕМА. Графік лінійного
рівняння з двома змінними

Що таке Startup?

Стартап (англ. *startup*), **стартап-компанія** — нещодавно створена компанія (можливо, ще не зареєстрована офіційно, але планує стати офіційною), що будує свій бізнес на основі інновацій, прогресивно нових технологій. Така компанія або ще не вийшла на ринок, або тільки почала на нього виходити. Вона поки що володіє обмеженими ресурсами. Часто стартап-компанії називають «гаражними».

Нововведення у стартапів можуть бути як глобальними, так і локальними (тобто, бути новітньою технологією в окремо взятій країні, але в інших країнах ця технологія вже не є інноваційною).

Трохи історії

Розшифруйте назви всесвітньо відомих українських стартапів, знайдіть про них інформацію в інтернеті або в інших джерелах інформації.

1. Розташуйте результати обчислень у порядку збільшення:

$$0,125^3 \cdot (-8)^5 = G;$$

$$1,26^2 - 1,16^2 = A;$$

$$(-1)^6 - (-1)^7 = R;$$

$$0,9^2 - 0,8^2 = M;$$

$$2^5 \cdot 0,5^3 = L;$$

$$0,7^2 - 0,6^2 = M;$$

$$0,25^4 \cdot (-4)^5 = R;$$

$$100^3 - 99^3 = Y;$$

$$\frac{(-4)^2 \cdot 2^5}{-8^3} = A.$$

2. Розпочніть виконувати завдання з першого номера. Правильна відповідь направить вас на номер наступного завдання. Відповідні літери розташуйте в порядку виконаних завдань.

1. (Р) Розв'яжіть рівняння: $2^{4x-1} = 128$.

2. (Е) Розв'яжіть рівняння: $(x-1)^3 = 216$.

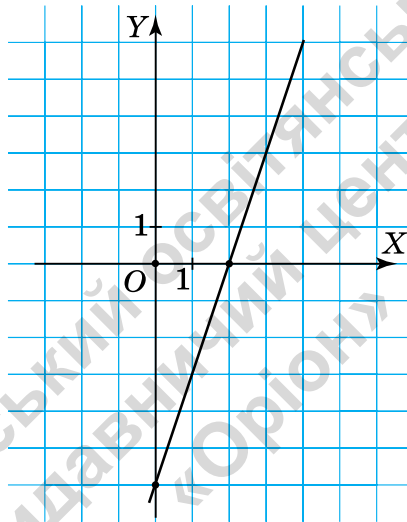
3. (С) Знайдіть значення виразу $\frac{x^2 - 49}{x + 7}$, якщо $x = 11$.

4. (U) Укажіть число, яке не належить області визначення функції $y = \frac{5x^2 + 4x}{6 - x}$.

5. (Е) Обчисліть: $(125 \cdot 625) : 5^6$.

6. (В) Яка ордината точки перетину графіка функції $y = 2x + 5$ з віссю OY ?

7. (Т) Знайдіть кутовий коефіцієнт прямої (мал. 1).



Мал. 1

Ситуація

Два провідні українські стартапи GRAMMARLY і PETSUBE звернулися до Вас із пропозицією створити новий логотип їхньої компанії і його комп'ютерну модель.

Роль: ви — графічний дизайнер і одним із ваших завдань є створення комп'ютерної моделі логотипу стартапів (одного або обох) на основі придуманого вами ескізу.

Виконання проекту

Об'єднайтесь у групи. Оберіть групою стартап для створення логотипу і його комп'ютерної моделі.

Продукт: комп'ютерна модель логотипу.

Крок 1. Створіть оригінальний ескіз логотипу на міліметровому папері:

- 1) ескіз повинен містити щонайменше 8 відрізків;
- 2) принаймні 4 відрізки мають бути нахилені (не вертикальні й не горизонтальні);
- 3) переконайтеся, що ваш ескіз не містить кривих, лише відрізки прямих.

Крок 2. Знайдіть рівняння прямих, на яких розташовані відрізки у вашому ескізі:

- 1) побудуйте прямокутну систему координат;
- 2) побудуйте у вашій системі координат ескіз вашого логотипу;
- 3) запишіть рівняння прямих, на яких розташовані відрізки вашого логотипу:
 - а) знайдіть кутовий коефіцієнт кожної прямої;
 - б) визначте точку перетину кожної прямої з віссю ординат;
 - в) запишіть рівняння (формули функції), графіками яких є прямі, на яких розміщуються відрізки вашого логотипу. Створіть і заповніть таблицю для систематизації обчислень.
- 4) складіть таблиці значень змінних x і y , щоб перевірити правильність отриманих рівнянь.

Крок 3. Створіть комп'ютерну модель логотипу:

- 1) перейдіть на desmos.com (графічний калькулятор);
- 2) побудуйте графіки рівнянь прямих, на яких розташовані відрізки вашого логотипу;
- 3) для того, щоб отримати відрізки, обмежте область визначення кожної з отриманих функцій за допомогою записів: $\{x_1 \leq x \leq x_2\}$, де x_1, x_2 — абсциси точок, що є початком і кінцем відрізка відповідної прямої. Ці обмеження введіть у вікно вводу поруч із рівнянням прямої;
- 4) збережіть зображення й експортуйте його у зручний спосіб, щоб розмістити в презентації.

Крок 4. Створіть плакат або презентацію Power Point, що відображає та описує кроки 1–4.

Крок 5. Презентуйте свій продукт.

ПРОЄКТ «ФУТБОЛКИ ДЛЯ СПОРТСМЕНІВ»

qr.orioncentr.com.ua/wQuZ6



ТЕМА. Елементи стохастики

Математична статистика — розділ математики, який присвячений методам збирання й обробки певних даних та їх використання для наукових спостережень і висновків, а також для практичних потреб. Статистичне дослідження — це процес збирання, аналізу даних з метою отримання висновків про певну групу людей, явище або подію.

Збір даних: Дослідник збирає інформацію про об'єкт або явище, яке він вивчає. Це може бути здійснено шляхом анкетування, спостереження або інших методів.

Опис даних: Після збору даних їх аналізують та описують. Це включає розрахунок таких характеристик, як середнє значення (середнє арифметичне), медіана (значення, що ділить упорядковану вибірку на дві рівні частини) та мода (значення, що найчастіше трапляється у вибірці).

Графічне зображення даних: Дані можна представити у вигляді діаграм, графіків, що допомагає зрозуміти їх розподіл та взаємозв'язки.

Висновки та узагальнення: На основі отриманих результатів робляться висновки про вивчене явище або групу. Вони можуть указувати на тенденції, зв'язки або відмінності між групами або явищами, що вивчаються.

Достовірність результатів: Важливо враховувати обмеження дослідження та методи, використані для збирання даних, із тим, щоб зробити об'єктивні, неупереджені висновки.

Трохи історії

«Пліч-о-пліч. Всеукраїнські шкільні ліги» — це змагання серед учнів України під гаслом «РАЗОМ ПЕРЕМОЖЕМО». На учнів очікує 5 захопливих етапів змагань

на різних рівнях: шкільному, територіальному, районному, обласному та всеукраїнському. Щорічно ці змагання проводять з вересня по червень. Змагання проходять із п'яти видів спорту: баскетбол, волейбол, футзал, спортивне орієнтування та черліденг. Мета цих змагань — збільшити кількість школярів, які займаються спортом на постійній основі й ведуть здоровий спосіб життя.



Ситуація

Учні 7-х і 8-х класів вирішили взяти участь у першому етапі Всеукраїнського змагання «Пліч-о-пліч. Всеукраїнські шкільні ліги». Для участі у спортивному змаганні їм потрібно замовити футболки для свого класу. Фірма запропонувала футболки різних кольорів за ціною від 100 грн до 120 грн залежно від якості тканини.

Роль. Ви — менеджер підприємства із замовлення та експерт з математики. Проведіть статистичне дослідження та сформуєте замовлення для учнів 7-х і 8-х класів вашого навчального закладу.

Продукт: Сформоване вами замовлення для купівлі необхідної кількості футболок відповідного розміру та кольору для учнів 7-х і 8-х класів вашого навчального закладу, обґрунтування вартості замовлення.

Виконання проєкту

Крок 1. Планування дослідження.

1) Об'єднайтесь у групи. У групі колегіально визначте, у яких класах — 7-х чи 8-х — ваша група буде проводити дослідження. Заплануйте опитування серед учнів 7-х і 8-х класів школи щодо вибору кольору футболок для команди і замовлення футболок потрібного розміру. З таблицею розмірів дитячого одягу ознайомтеся за посиланням qr.orioncentr.com.ua/ShyxM

2) Сформуйте опитувальник за допомогою Гугл-форми. Урахуйте, що учням 7-х класів запропоновано обрати один із кольорів: білий, червоний, чорний. Учні 8-х класів запропоновано обрати один із кольорів: жовтий, синій, зелений. Також в опитувальнику врахуйте розмірну сітку дитячого одягу.

Крок 2. Проведіть опитування.

Крок 3. Отримані дані систематизуйте у вигляді таблиць (табл. 1, 2).

Таблиця 1

Вибір кольору футболок

	Вибір кольору футболок у 7-х класах			Вибір кольору футболок у 8-х класах		
Колір	Білий	Червоний	Чорний	Жовтий	Синій	Зелений
Кількість						
Обраний колір						

Таблиця 2

Замовлення розміру футболок

№ з/п	Розмір (зріст у см)	Кількість (шт.)	
		Для 7-х класів	Для 8-х класів
1	134		
2	140		
3	146		
4	152		
5	158		
6	164		
7	170		
	Загальна кількість замовлених футболок		

Крок 4. Опис і аналіз даних дослідження:

1) побудуйте кругову і стовпчасту діаграми за даними таблиці 1. Визначте за даними таблиці 1, футболкам якого кольору надано перевагу учнями 7-х і 8-х класів;

2) побудуйте кругову і стовпчасту діаграми за даними таблиці 2 для учнів 7-х класів. Визначте за даними таблиці 2, який показник розміру (M_1) трапляється найчастіше у вибірці для семикласників; порівняйте його із середнім значенням зросту семикласників ($З_{\text{сер1}}$);

3) побудуйте кругову і стовпчасту діаграми за даними таблиці 2 для учнів 8-х класів. Визначте за даними таблиці 2, який показник розміру (M_2) трапляється найчастіше у вибірці для восьмикласників; порівняйте його із середнім значенням зросту восьмикласників ($З_{\text{сер2}}$);

4) порівняйте отримані значення показників M_1 , $З_{\text{сер1}}$, M_2 , $З_{\text{сер2}}$; зробіть висновок.

Крок 5. Обґрунтуйте вартість вашого замовлення. Урахуйте, що оптова ціна футболки становить від 100 до 120 грн. Додатково дайте відповідь на запитання:

1) на скільки відсотків зменшиться вартість вашого замовлення порівняно з максимальним його значенням, якщо ви купуєте футболки за ціною 100 грн?

2) на скільки відсотків збільшиться вартість вашого замовлення порівняно з мінімальним його значенням, якщо ви купуєте футболки за ціною 110 грн?

3) скільки існує способів замовити футболки для учнів 7-х класів? А для учнів 8-х класів?

4) яка ймовірність того, що семикласники оберуть футболки червоного кольору? Яка ймовірність того, що восьмикласники оберуть футболки не чорного кольору?

Крок 6. Створіть плакат або презентацію Power Point, що відображає та описує кроки 1–5.

Крок 7. Презентуйте своє замовлення.



ВІДПОВІДІ

РОЗДІЛ 1. ПОВТОРЕННЯ

Числа, дії з числами. Робота з даними

1. 1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{11}{15}$; 5) $\frac{3}{8}$; 6) $\frac{5}{11}$; 7) $\frac{4}{7}$; 8) $\frac{13}{19}$. 2. 1) 25;
2) 2; 3) 1; 4) 8. 3. 1) 84; 2) 7848; 3) 1476; 4) 1395. 4. 1) 153; 2) 357;
3) 210; 4) 13860. 5. 1) $-\frac{7}{11}$; $-\frac{5}{11}$; $-\frac{3}{11}$; $-\frac{1}{11}$; 0; 1; $1\frac{6}{13}$; 2) -2,4;
-2,04; -2,004; 1,009; 1,09; 3) -0,5; $(-0,5)^3$; $(-0,5)^2$. 6. 1) $\frac{19}{60}$;
2) $-1\frac{41}{45}$; 3) 8; 4) 2. 7. $1\frac{5}{6}$. 8. 1) 64; 2) 30; 9. $-1\frac{19}{20}$.

Математичні вирази, рівності, нерівності

11. 1) $(2,4 + 1,6) - 5,18 = -1,18$; 2) $-\frac{1}{70}$; 3) 2,1875. 13. 1) -64;
2) $\frac{1}{81}$. 14. 1) 7,7; 2) -3,4. 15. -12. 16. 1) Вартість двох наборів
разом; 2) на скільки один набір дорожчий за інший. 17. $S: (x + y)$.
18. 1) $-133a$; 2) $-4bk$; 3) $6x - 3$; 4) $-15a + 45$; 5) $-21y - 49$;
6) $2,8m - 2,2n$; 7) $1,6x - 3,6$; 8) $2d + 1$. 19. 1) $-0,1ab$; 2) $7x + 23y$;
20. 1) -1; 2) 0,2; 3) 1; 4) $5\frac{8}{11}$; 5) -6; 6) 5 і -0,5; 21. 1) 3; 2) -80.

Величини. Сюжетні задачі

23. 60 км. 24. 438,6 км. 25. 354 м. 26. Андрійко. 27. 19,5 грн,
3 кг. 28. 50 км. 29. 90 км/год, 60 км/год. 30. 3 км/год, 37,8 км.
31. 16,9 га.

4. Графіки залежностей

32. 1) E, F; 2) C, D, E. 33. 1) C, F; 2) C, D, E. 34. C (-2; -2),
D (-5; 0), M(3; 4). 35. D (6; -2), 26 см, 36 см². 36. (2; 5).
37. 1) 4°C; 4) знизилася на 1°C. 38. 1) о 2 год; о 3 год і о 7 год;
о 6 год; 3) о 1 год, о 2 год і о 9 год.

РОЗДІЛ 2. ВИРАЗИ І ТОТОЖНОСТІ

§ 1. Числові вирази

45. 1) $-5,4$; 2) $13,5$; 3) $-19,58$; 4) $-13,11$; 5) $-0,035$; 6) $-30,35$;
 7) $0,12$; 8) $7,5$. 46. 1) $2,29$; 2) $63,03$; 3) $2,9$; 4) $-283,2$. 47. 1) $20\frac{5}{6}$;
 2) $18\frac{23}{24}$; 3) $4\frac{10}{13}$; 4) $2\frac{13}{30}$; 5) $0,5$; 6) 18 ; 7) 2 ; 8) $\frac{3}{28}$. 48. 1) $30\frac{1}{3}$;
 2) $12\frac{1}{6}$; 3) 65 . 49. 1) $140,2$; 2) $-2,74$; 3) $9,5$. 50. 1) $39,48$; 2) $2\frac{2}{3}$.
 51. 1) $(48 - 12) \cdot (3 + 39) - 40 : 4$; 2) $(48 - 12 \cdot 3 + 39 - 40) : 4$.
 52. $(7 - 18) : (9 + 31)$. 53. 76 учнів. 54. 35 дерев. 55. 19 грибів.
 56. 19,5 л. 58. 1) 111105; 2) -1 ; 3) $\frac{101}{104}$. 60. 306.

§ 2. Вирази зі змінними

65. 1) 0 ; 2) $-52,5$; 3) $3,8$; 4) $-0,4$. 66. 1) $-0,5$; 2) $-44\frac{1}{30}$.
 68. 1) ab ; 2) $6x : y$; 3) $(2ab + 3c) \cdot (2ab - 3c)$. 74. 1) x — будь-яке
 число; 2) $y \neq 0$; 3) z — будь-яке число; 4) y — будь-яке число.
 75. $a \neq 0$ 76. $2v + 1,5(v + 2)$; 45 км. 77. 1) $a \cdot p_1$; 2) $b \cdot p_2$; 3) $\frac{p_2}{p_1} \cdot 100\%$;
 4) $\left(\frac{ap_1 - bp_2}{bp_2} \right) \cdot 100\%$. 78. $5a + 10(a + 7)$; 115 грн. 81. 1) $a \text{ і } b$ — будь-
 які числа, $6,8$; 2) $c \text{ і } d$ — будь-які числа, $-4,5$; 3) $a \text{ і } b$ — будь-які
 числа, $-4,3$; 4) k, t — будь-які числа, $h \neq 5\frac{1}{3}$, 0 . 82. $a \text{ і } b$ —
 будь-які числа, $-29,1$. 83. 1) $3n + 3$; 2) $4n^2 + 4n$; 3) $2n(n - 1)$.
 84. 1) $x \neq 0 \text{ і } x \neq 1$; 2) $x \neq 0 \text{ і } x \neq 1$. 85. $20r$ м.

§ 3. Перетворення виразів

92. 1) $1,2a$; 2) $3,5cd$; 3) $-12mn$; 4) $-11xyz$; 5) $3,2abc$;
 6) $-240tpk$; 7) $\frac{1}{28}ab$; 8) $98xy$. 93. 1) $14ab$; 2) $1,6cd$; 3) $-7mn$;
 4) $0,35xyz$. 94. 1) $35a$; 2) $45c$; 3) $20n + 12$; 4) $11k - 4,5$; 5) $0,1a -$
 $-1,9b$; 6) $-1,3x + 3,6y$; 7) $-2\frac{3}{14}p - 3\frac{7}{15}q$; 8) $3\frac{7}{9}c + 1\frac{59}{72}k$.
 95. 1) $14a$; 2) $42x - 11$; 3) $9a - 10b$; 4) $19 - 3,7m + 0,8n$. 98. 1) b ;
 2) $9c - 4d$; 3) $-2m + 2n$; 4) $-k + 5p$; 5) $-9x + 9y - 9z$; 6) $2a - 2b$.
 99. 1) $c - 3d$; 2) $4x - 3y$; 3) $6a - 6b$. 100. $(8p + 80)$ грн.
 101. $(280x + 4000)$ грн. 102. $a - 2$. 103. $a - 6$. 108. 1) 57 ; 2) 114 ;

- 3) 3; 4) -6. 109. 1) -9; 2) 24. 110. 1) $x + 26$; 2) $10c - 12d$; 3) $-13m - 13$; 4) $2,1a + 3,2b$. 111. Зменшилася на $0,08x$ грн.
 112. $\left(1 - \frac{p-5}{p}\right) \cdot 100\%$; 113. 1) $2m$; 2) $-m$; 3) $3a$; 4) $2a^2$. 114. 1) c ;
 2) $-xy$. 115. 1) -2; 2) $-\frac{1}{3}$; 116. 1) 18; 2) -28. 117. 1) $4n + 6$;
 2) $3a - 6$; 3) $8n + 16$; 4) $25k + 50$.

§ 4. Тотожність

131. 1) Так; 2) так; 3) так; 4) ні; 5) ні, 6) так; 7) ні; 8) ні.
 140. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні; 141. 1) Ні; 2) ні; 152. 1) 15 відер,
 20 відер, 40 відер; 2) 8 дерев. 153. $1,07^2 \cdot n$. 154. 1) $1,03^3 \cdot m$;
 2) $1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot m$.

§ 5. Степінь з натуральним показником

158. 4) $(-n)^9$; 5) $(2a)^9$. 160. 1) 64; 2) 64; 3) -64; 4) 64.
 161. 1) 36; 2) 36; 3) -25; 4) 25. 162. 1) 100; 2) 0,01; 3) 1,21.
 163. 1) 1000; 2) 0,001. 167. 1) 0; 2) -15; 4) -8. 168. 1) Додатним;
 4) від'ємним. 169. 1) Додатним; 3) від'ємним. 172. 1) $(-4)^4 = 4^4$;
 2) $(-4)^3 < 4^3$; 3) $(-4)^5 < 4^2$; 4) $(-4)^6 = 4^6$. 173. 1) 45; 2) -1125.
 174. 1) 46; 2) 4. 176. 1) 1082; 2) 15; 3) -10; 4) -26; 5) 2000.
 177. 1) -7; 2) 16. 178. 1) 2^5 ; 2) 2^7 . 179. 1) 5^3 ; 2) 5^6 . 180. 1) 2^{12} ;
 2) 4^6 ; 3) 16^3 . 181. 1) 2^8 ; 2) 4^4 ; 3) 16^2 . 182. 1) 16; 2) 0,0081.
 183. 1) 243; 2) -0,00032. 184. Так, наприклад $a = 0,1$.
 185. 1) $n = 4$. 186. 1) $8536 = 8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6$.
 187. 1) $0,5^6$; 2) $(-0,3)^9$. 189. 1) 0; 2) 0. 192. Квадрат зі стороною 5 м.

§ 6. Дії зі степенями

199. 1) 8^6 ; 2) 8^{45} ; 3) 8^{10} . 200. 1) 10^{12} ; 2) $0,3^3$; 3) $4,5^{38}$; 4) $2,1^8$;
 5) a^{54} ; 6) n^{12} . 201. 1) 5^{13} ; 2) $0,01^{10}$; 3) c^9 ; 4) m^{23} ; 5) $(-x)^{40}$.
 202. 1) $5^3 \cdot 5^4$; 3) $8^n \cdot 8^m$. 204. 1) $a^3 \cdot a^{57}$; 3) $a^{30} \cdot a^{30}$. 205. 1) $m^2 \cdot m^{23}$;
 2) $m^5 \cdot m^{20}$. 207. 1) 11^{10} ; 3) 11^{12} . 209. 1) 7^{16} . 212. 1) $0,1^{18}$; 3) $0,1^{50}$.
 213. 1) 5^{12} ; 3) 5^{30} . 214. 1) 3^{50} ; 2) 4^{99} . 215. 1) 2^{10} ; 3) 4^{3x} . 217. 2) 4;
 3) 0,09. 222. 1) 30^{21} ; 2) 30^6 ; 4) 3^5 . 229. 1) 0,027; 3) 1. 230. 1) 625;
 3) 1. 232. 1) 50; 2) 4. 234. 1) 8^{18} ; 3) 8^8 . 239. 1) $a^{10}b^{26}$; 2) a^8b^{30} ;
 4) $a^{88}b^{64}$. 240. 1) $3^n(1 + 3^6)$; 2) $3^n(1 - 2 \cdot 3^2)$. 241. 1) $2^n(1 + 2)$;
 2) $2^n(1 - 5 \cdot 2^6)$. 242. 1) $(5^2)^6$; 2) $(5^3)^4$. 244. 1) 1 000 000;
 2) 0,000001. 245. 1) 100; 2) 0,01. 247. 1) 2^{18} ; 2) $0,25^{18}$.
 248. 1) $(-2)^5$. 249. 1) $0,5^5$; 2) $0,5^4$. 251. 1) 5; 2) 0; 4) 1. 253. 1) -1.
 259. 1) $a^n(2 + a^{3n+2})$; 2) $a^n(a^nc + a^{10} + 1)$. 262. 0,5. 263. 500 с.

РОЗДІЛ 3. ОДНОЧЛЕНИ І МНОГОЧЛЕНИ

§ 7. Одночлен. Дії з одночленами

273. 1) $7x$; 2) $23,5x^2$. 275. 1) $22m$; 2) $-21a^2$. 277. 1) $15x$; 2) $3x^5$.
 280. 1) $0,8x^9y$; 2) $6,5a^7c^4$. 281. 1) $16a^3c^4b^5xy$; 3) $-100a^4c^4b^7$.
 282. 1) $-1,2xy$; 2) $-6x^{12}y^5$. 283. 1) $25x^2y^6$; 3) $a^4b^2c^{12}$. 290. 1) 2; 1;
 2) 0; $-\frac{5}{7}$; 3) 50; 9. 291. 1) 0; 0,26; 2) 1; -7; 3) 3; 4. 294. 1) -4;
 2) -3. 297. 1) $-4a^4b^7$, $4a^4b^7$; 2) $-1\frac{1}{4}x^3y^4$; $1\frac{1}{4}x^3y^4$; 3) $-0,01a^{50}c^{20}b^{25}$;
 $0,01a^{50}c^{20}b^{25}$. 298. 1) $-7b$, $7b$; 2) $-10x^{20}y^{10}$; $10x^{20}y^{10}$; 3) $-0,2a^2c^2b^4$;
 $0,2a^2c^2b^4$. 299. 0. 300. 1) $2,4x^{20}y^{20}z^{12}$. 302. 1) $-0,2x^{16}y^9$; 25; -0,2;
 2) $-3x^7y^8c^{10}$; 25; -3. 305. 1) 5; 2) 3. 306. 4.

§ 8. Многочлен та його стандартний вигляд

323. 1) $11x$; 2) $-14x^2 + 7,2$; 3) $-3m^2 - 3m + 10$.
 324. 4) $2x^2 - 7xy^2$. 326. 1) a , 1. 331. $0,48k + d$. 332. $0,4k + 0,2d$.
 335. 1) $xy + 2x^2y + 11xy^2$; 2) $-18a - 11a^2 - b^2$. 336. 2. 337. 2) 0; 0;
 3) $5x^4 + 1$; 4. 338. 1) $0,1y^4 + 6,9y^2$; 4; 2) $-56k^{24} - 1,44k^3$; 24;
 3) $-3a^5b^2 - 24b^4a^3$; 7. 342. 1) $4 + 4n$; 2) $2n + 5$. 343. $a^{12n+2}b^8$.

§ 9. Додавання і віднімання многочленів

350. 1) $3x + 5$; 2) $6x - y$; 3) x ; 4) $10x + 16$. 352. 1) $6x + y$;
 2) $2m + 1$; 3) $2x^2$; 4) $-3y^2 - y$. 356. 1) $-y$; 2) $m + 2n$; 4) $2y^2 + 3y + 4$;
 6) $4x^3 + 2x^2$. 360. 1) -40; 2) 17. 362. $ap = 10a + p$. 369. 1) -1,5;
 2) 0. 370. -1,5. 375. 1) $9b - 9a$; 2) $20b + 13a$. 378. 112, 121, 211.
 379. 7681. 380. 198. 382. 6 л, 9 л, 8 л.

§ 10. Множення многочленів

388. 1) $-x^2 - xy$; 2) $x^2 - xy$; 3) $x^2 - x$. 389. 1) $m^2 + mn$;
 3) $-8d + 16$; 4) $3m^2 - 3m^3$; 5) $2m^2n^2 + 2nm^3$. 391. 1) $-3a^2 + 35a$;
 3) $8a$. 393. 1) -2; 2) 0. 395. 1) $n^2 + 2mn - m^2$; 2) $x^2 + 3x - 40$;
 3) $-x^2 + 2x + 24$; 6) $-x^4 - 4x^2y^2 + 5y^4$. 397. 1) $x^2 + 8x + 16$;
 2) $x^2 - 2xy + y^2$; 3) $x^4 + 4x^2 + 4$. 399. 1) $m^6 - 1$; 2) $a^2 - a - b^2 - b$;
 3) $x^3 - 8x^2 + 19x - 20$. 402. 1) 2; 3) 40. 404. 1) $5x^2y - 10xy$;
 2) $-24a + 6a^2$. 405. 1) $x^3y^2 - x^3y^4$. 406. 1) $a^2 - a^{32}$; 2) 0. 408. 0.
 410. 1) -2; 2) $0,125b^3 - 4a^6 - a^4b$; 3) $-2y^2 - 2yx$. 412. -0,24.
 417. 1) $36b^3 - 8a^2 + 4b$; 3) $a^4 + a^2b^2 + b^4$; 4) $-c^2$. 418. 2) -0,512.
 419. 1) $-x^{2n+2} - 1$. 421. 0. 422. 74. 423. 15. 424. 652, 265.
 425. 428 571. 427. 58 м. 428. $(16a + 3ax + 2x^2a)$ грн.

§ 11. Квадрат двочлена

433. 1) $y^2 + 2yc + c^2$; 2) $a^2 + 18a + 81$; 3) $x^2 + 14x + 49$;
 4) $4 + 4m + m^2$. 435. 1) a^2 ; 2) $81d^2$. 437. 1) $4a^2 + 12a + 9$;
 2) $4 + 12c + 9c^2$; 3) $16y^2 + 8xy + x^2$; 4) $4m^2 + 20mn + 25n^2$.
 438. 1) $x^2 + 6xy + 9y^2$; 2) $25a^2 + 10ab + b^2$; 3) $9a^2 + 12ac + 4c^2$;
 6) $0,09y^2 + 0,24xy + 0,16x^2$. 439. 1) $9x^2 + 6xy + y^2$;
 2) $a^2 + 10ab + 25b^2$; 3) $4a^2 + 12ac + 9c^2$; 4) $25b^2 + 9ab + 0,81a^2$.
 441. 1) $16 - 3b^2$; 2) $18y + 36$. 443. 1) $y^2 - 2yc + c^2$; 2) $a^2 - 18a + 81$;
 3) $x^2 - 14x + 49$; 4) $4 - 4m + m^2$. 445. 1) $8a$; 2) $7c$.
 447. 1) $4a^2 - 12a + 9$; 2) $4 - 12c + 9c^2$; 3) $16y^2 - 8xy + x^2$;
 4) $4m^2 - 20mn + 25n^2$. 448. 1) $16x^2 - 24x + 9$; 3) $16m^2 - 8mn + n^2$;
 6) $0,16a^2 - 4,8ac + 36c^2$. 449. 1) $9x^2 - 6xy + y^2$; 2) $a^2 - 10ab + 25b^2$;
 3) $4a^2 - 12ac + 9c^2$. 451. 1) $36 - 12y$; 2) $60x^2 - 15$. 456. 1) $(2 + x)^2$;
 2) $(9 - y)^2$; 3) $(6b + 2)^2$. 461. 1) $0,09$. 463. 1) -2 ; 3) не має розв'язків.
 465. 1) $25a^2 + 60ab + 36b^2$; 2) $9x^2 + 90xy + 225y^2$. 472. 10.
 474. 1) 5. 477. 13 см. 479. 5; 6; 7. 481. 7, 9, 11. 484. 64 кг.

§ 12. Різниця квадратів

490. 1) $x^2 - 1$; 2) $m^2 - 16$; 4) $a^2 - 100$; 5) $0,09 - x^2$.
 492. 1) $4 - 25x^2$; 2) $9b^2 - 49d^2$; 4) $16x^2y^2 - 1$. 494. 1) 9; 2) 0;
 3) не має розв'язків. 496. 1) $x^6 - y^6$; 2) $x^{10} - y^{10}$; 4) $a^{12}b^6 - c^4$.
 500. 1) $(a - 5)(a + 5)$; 2) $(n - 10)(n + 10)$; 4) $(y - 1,5)(y + 1,5)$.
 502. 1) $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$; 2) $(x^5 - y^2)(x^5 + y^2)$; 4) $(pn^2 - m^4)(pn^2 + m^4)$.
 504. 1) -5 ; 5; 2) -20 ; 20. 509. 1) $8(2 + x)$; 2) $x(x - 16)$; 4) $12(x - 1)$.
 511. 2) $64y^2 - 9x^2$; 3) $0,04a^2b^2 - x^2y^2$; 4) $y^{10}x^6 - 4$. 514. 1) $81 - a^4$;
 3) $1 - x^8$. 516. 1) $a^3c^3(ac + 6)$; 2) $d(1,2c^6 + d)$. 522. 1) $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$;
 2) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$. 523. 20 см і 4 см. 524. 18 см і 6 см. 525. 2 : 5.
 528. 32 і 23. 530. Так.

§ 13. Сума і різниця кубів

536. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) так. 538. 1) $b^3 + c^3$; 2) $a^3 - x^3$;
 3) $c^3 + 8d^3$; 4) $x^3 - 27m^3$; 5) $64a^3 + n^3$; 6) $729m^3 - t^3$; 7) $125c^3 + 8$;
 8) $343x^3 - 27$. 539. 1) $a^3 - n^3$; 2) $m^3 + t^3$; 3) $64y^3t^3 - x^3$.
 540. 1) $8a^3$; 2) $27b^3$; 3) $216y^3$. 541. 1) -1 ; 2) 27; 3) $0,001c^3$; 4) $-c^3d^3$.
 542. 1) 1; 2) 1; 3) 9. 543. 1) 1; 2) 1. 547. 1) $64a^3$; 2) $0,027b^3$;
 3) $216y^3$. 551. 1) $a^6 - b^6$; 2) $729x^6 - y^6$; 3) $m^6 - 0,000001n^6$;
 4) $4096c^6 - b^6$. 553. 1) 1; 2) 2; 3) 5; 4) -5 . 554. 1) 95; 2) -1 .
 557. 1) 5005; 2) 3600. 560. 1) 3704; 2) 98. 561. 1) -224 ; 2) -576 .
 562. 5 см і 1 см. 563. 1 см і 3 см. 569. 0,2 м і 0,4 м; 0,008 м³
 і 0,064 м³. 570. 1216 см³.

§ 14. Способи розкладання многочленів на множники

574. 1) $12b^3(b^2 - 2)$; 2) $a^2b(10a + b)$; 3) $a^2b^2(a^2b - 9ab^2 - 81)$; 4) $-5ab$. 575. 1) $(b + c)(a - x)$; 4) $(y + 4)(x + 1)$; 6) $(n - 1)(2m + n)$; 8) $(x - y)(x + y)(1 - 18ab)$. 576. 1) $2a^2$; 2) 4; 3) $5a^2b^2$; 4) $2c^2$. 577. 1) $5n^2$; 2) $7m^3n^3$. 578. 1) 0; 1; 2) 0; -3; 3) 0; 0,8; 4) 0; 0,5; 5) 0; 5,5; 6) 3; 4. 579. 1) 0; 0,5; 2) 0; -2; 3) 0; 9; 4) ± 3 . 580. 1) 4,76; 2) -0,09. 581. 1) 21,2; 2) -720. 583. 2) $(4b - 3)(4b + 3)$; 4) $(0,2a^2 - 0,9)(0,2a^2 + 0,9)$; 7) $(b^6c^2 - 6)(b^6c^2 + 6)$. 584. 2) $(c^3 - 4b^5) \times (c^3 + 4b^5)$; 3) $(x^4y^2 - 0,6)(x^4y^2 + 0,6)$. 585. 1) $2a$; 2) $9xy^2$. 586. 1) $(3a - b)^2$; 4) $(ab + 1)^2$; 6) $(c^2 - 2d)^2$. 589. 1) 0; ± 1 ; 2) 0; $\pm 0,25$; 3) 0; ± 1 ; 4) 0; 1,2; 5) 0; -8; 6) -2; 3. 590. 1) 0; ± 2 ; 2) 0; 7; 3) 2; $\frac{3}{4}$; 4) 0; 2,5. 591. 1) 45; 2) 2160; 3) 1. 592. 1) -240 000; 2) 0,75. 593. 1) $(2a + 1)(a^2 + 1)$; 4) $(a^2 + b^2)(ab + 1)$; 7) $(a - b) \times (a^2 + 1)$. 594. 1) $(3x^2 + 1)(x + 1)$; 2) $(a - 3b)(5a + 2)$; 3) $(x^2 + 2) \times (x - 3)$; 4) $0,4(2m + 1)(mn + 4)$. 595. 1) $a^2 + 4$; 2) $b - 3$. 596. 1) $x + 4$; 2) $4b^4 + 7$. 597. 1) $3x(x - y)(x + y)$; 5) $a(c - b) \times (c^2 + cb + b^2)$; 7) $7az(z - 2a)(z^2 + 2az + 4z^2)$; 9) $3b(a - b)^2$; 11) $(a - b - c)(a - b + c)$. 599. 1) $(3x - 2y)(9 + 5x)$; 2) $(9n - 5) \times (-5m - 2n)$; 3) $-y(1 + y)$. 601. 1) $(a + b)(a + 1)^2$; 2) $(x + 2)(x - 2)^2$; 3) $9(2m + 3)(m - 2)(m + 2)$. 602. 1) $(2y - 5x + 2)(2y + 5x + 4)$; 2) $(3n^2 - 2)(5n^2 + 4)$; 3) $4(6xy + 4)$. 603. 1) $(b - 2)(3b + 8)$; 2) $3(2m^2n^2 + 3)$. 604. 1) $4(27x^2 + 36x + 16)$; 2) $9a(3a^2 - 6ab + 4b^2)$. 605. 1) 1; 2) 251,2. 606. 1) $16(3x + 2)(9x^2 + 12x + 8)$; 3) $(3x - 4)^2$. 608. 1) $(3x - 4y + 1)(3x + 4y + 1)$; 3) $(a - 1)(a + 5)$; 4) $(a - 1)(a + 5)$. 609. 1) $(x - 2)(x - 3)$; 2) $(y - 1)(y - 2)$; 3) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 6)$; 4) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 1)$. 610. 1) $(x - 5)(x - 3)$; 2) $(m - 3)(m - 4)$. 611. 15 см і 17 см, 64 см. 612. 50 м, 80 м. 613. 1) $(x^2 + x + 1) \times (x^2 - x + 1)$; 2) $(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$. 616. 126. 617. 14 м. 618. 37 років і 12 років. 619. 1 м, 1,5 м.

РОЗДІЛ 4. ФУНКЦІЇ

§ 15. Що таке функція?

626. Так, $n = 2k$, де k, n - натуральні числа. 632. 1) $y = -21$; 2) $y = -11$; 3) $y = -6$; 4) $y = 4$; 5) $y = 21$; 6) $y = -4\frac{1}{3}$. 633. 3) $y = 14$; 4) $y = -16$. 634. $S = 18t$. 1) 54 км; 2) 63 км; 3) 183,6 км. 635. $S = 75t$. 1) 675 км; 2) 862,5 км; 3) 1530 км. 638. 1) t ; 2) t — будь-яке число; 3) $g \geq 4$. 639. 1) x ; 2) x — будь-яке число; 3) $g \leq 5$. 642. $y = 0,05x$, де y — кількість відрахувань, x — розмір

заробітної платні працівника фабрики. **649.** 1) x — будь-яке число, крім 2; 2) x — будь-яке число; 3) x — будь-яке число; 4) x — будь-яке число, крім $1\frac{1}{3}$. **650.** 1) x — будь-яке число; 2) x — будь-яке число, крім 5; 3) x — будь-яке число, крім $\frac{1}{3}$; 4) x — будь-яке число. **651.** 1) $y \geq 0$; 2) $y \geq 2$; 3) $y \leq 1$; 4) $y \geq 7$; 5) $y \geq -3$; 6) $y \leq 5$. **652.** 1) $y \geq 4$; 2) $y \geq -2$; **655.** $p = 8n$, де p — загальний об'єм витраченого бензину (у літрах), n — кількість днів. 1) 40 л; 2) 56 л.

§ 16. Координатна площина.

Графік функції

659. 1) Ні; 2) так; 3) ні. **660.** 1) Ні; 2) ні; 3) так. **661.** 1) A, E, F, M ; 2) D, K, M . **668.** 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) ні. **669.** 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні. **671.** 1) $(0; -4)$; 2) $(0; 3)$; 3) $(0; \frac{5}{12})$. **672.** 1) з OX $(3; 0)$, з OY $(0; -15)$; 2) з OX $(3; 0)$, $(-3; 0)$, з OY $(0; 9)$; 3) з OX $(1\frac{1}{6}; 0)$, з OY $(0; \frac{7}{33})$. **673.** 1) $(-5,5; -4,2)$; 2) $(5,5; 4,2)$; 3) $(5,5; -4,2)$; 4) $(-5,5; 4,2)$. **674.** 1) $(-4,8; 1,5)$; 2) $(1,6; -0,5)$; 2) $(6,1; -0,2)$. **677.** $n = 2$. **678.** $m = 5$. **679.** $a = \frac{2}{3}$.

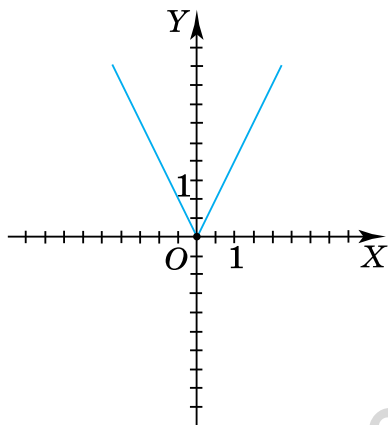
§ 17. Лінійна функція

692. 2) Від'ємним. **693.** 1) 3; 2) $-0,5$; 3) $\frac{1}{6}$. **698.** 1) 3; 2; 1; $-0,5$; 2) 2; 5) немає; 6) будь-яке число. **699.** 1) 0; 1; 2; 3,5; 2) -1 ; 5) будь-яке число; 6) немає. **703.** 1) $(0; -3)$; 2) $(0; 9)$; 3) $(0; \frac{8}{15})$. **704.** 1) $(4; 0)$; 2) $(3; 0)$; 3) $(-\frac{2}{3}; 0)$. **705.** 1) з OX $(-2; 0)$, з OY $(0; -10)$; 2) з OX $(6,5; 0)$, з OY $(0; -2,6)$. **708.** $m = 16$. **709.** $b = -0,4$. **712.** 1) $(1; 1)$; 2) $(-2; 2)$. **713.** 1) $(1; 2)$; 2) $(2; -1)$. **714.** $a = 5$, $b = 2$. **717.** $k = 7$, $b = -3$. **718.** $a = 16$, $c = -2$. **719.** $m > \frac{2}{3}$. **720.** $m > -\frac{1}{2}$. **721.** $k = 5$. **722.** $a = -\frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{8}$.

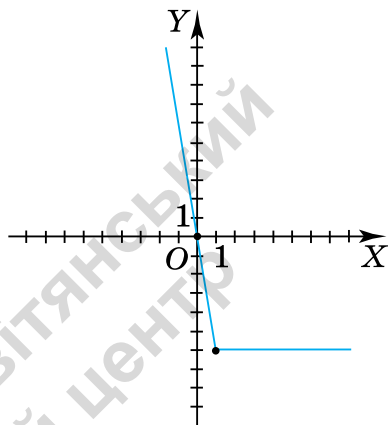
§ 18. Пряма пропорційність

730. 1) 0,5; 0; $-0,5$; $-0,75$; 2) 0. **731.** 1) $-0,75$; $-0,5$; 0; 0,5; 2) 0. **732.** 1) -6 ; 2) -3 ; 3) 0; 4) 3; 5) 6. **735.** 1) Ні; 2) ні; 3) ні;

4) так. **736.** 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) так. **737.** 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) так. **738.** N, R . **739.** $n = -2,5$. **740.** $b = -\frac{4}{7}$. **741.** $y = 3x$; $y = -0,5x$; $y = \frac{1}{4}x$. **742.** $y = -\frac{5}{9}x$. **743.** $y = \frac{1}{3}x$. **744.** $y = \frac{1}{8}x$. **745.** $y = -25x$. **746.** $y = -36x$. **747.**



До задачі 747(1).



До задачі 747(3).

РОЗДІЛ 5. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

§ 19. Рівняння. Властивості рівносильності рівнянь

763. 1) 2; 2) -3; 3) -1; 4) -4; 5) -6; 6) -9; 7) 21; 8) 3; 9) -1; 10) 4; 11) 3; 12) 2. **764.** 1) -7; 2) 3; 3) 1; 4) 7; 5) -2; 6) -2. **767.** 1) 2; 2) $\frac{14}{17}$; 3) $\frac{8}{19}$; 4) -0,5; 5) 3; 6) 61; 7) $\frac{5}{7}$; 8) 1. **768.** 1) 15; 2) $\frac{5}{6}$; 3) 0,3; 4) $-\frac{5}{12}$. **771.** 84 роки.

§ 20. Лінійне рівняння з однією змінною

777. 4) x — будь-яке число; 5) рівняння коренів не має; 6) рівняння коренів не має. **778.** 4) $4\frac{2}{17}$; 5) 15; 6) $1\frac{21}{58}$. **779.** 1) 0,25; 2) рівняння коренів не має. **780.** 32 уч. і 27 уч. **781.** 27 кн. і 36 кн. **782.** 10 см і 30 см. **783.** 15 см і 20 см. **787.** 1) 1; 2) рівняння не має коренів; 3) 0,1; 4) 1,7. **788.** 1) -28; 3) $-\frac{1}{15}$. **789.** 1) 0,5; 2) 4; 3) 1,1; 4) -1. **790.** 1) 4; 2) -14; 3) 4. **791.** 1) -24;

2) 3. **792.** 40 км/год і 80 км/год. **793.** 60 км. **794.** 1) 3, 4, 5, 6. **795.** 2, 3, 4. **796.** 1) Якщо $a = -2$, то коренів немає; якщо $a \neq -2$, то $x = \frac{4}{a+2}$; 2) Якщо $a = 1$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq 1$, то $x = 1$; 3) Якщо $a = 2$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq 2$, то $x = \frac{1}{a+2}$. **797.** 1) Якщо $a = -1$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq -1$, то $x = 1 - a$; 2) якщо $a \neq 0$ і $b \neq 0$, то $x = \frac{-(a-b)^2}{ab}$; 3) якщо $a = b$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq b$, то $x = -\frac{b}{a}$; 4) якщо $a = -b$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq -b$, то $x = -b$. **798.** ≈ 19 тис. грн.

§ 21. Лінійне рівняння з двома змінними

801. 1) $y = 5 - 3x$; 2) $y = 2x - 3,5$; 3) $y = 2\frac{2}{3}x + 3\frac{1}{3}$; 4) $y = 9x - 6$. **802.** 1) $y = -4x - 7$; 2) $y = 4x + 1,25$. **803.** 1) $(8 - 2y; y)$, y — будь-яке число; 2) $(y - 3,5; y)$, y — будь-яке число; 3) $(0,3 - 2y; y)$, y — будь-яке число. **804.** 1) $(x; 0,2x + 2,4)$, x — будь-яке число; 2) $\left(x; -0,5x + \frac{1}{12}\right)$, x — будь-яке число. **806.** -27 . **807.** 7. **808.** 1) -1 . **809.** 1) $(4; 4)$; 2) $(3; 6)$ або $(4,8; 2,4)$. **812.** Наприклад, 28 учнів і 22 учні. **813.** 1) так; 2) 12-річних 28 осіб і 13-річних 24 особи. **814.** 1) ні; 2) 10-літрових — 24 бутлі, 5-літрових — 2 бутлі.

§ 22. Графік лінійного рівняння з двома змінними

817. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) так. **818.** 1) Ні; 2) ні. **819.** 1) 4; 2) 2,5; 3) $-1\frac{2}{3}$; 4) -4 . **820.** 1) 2; 2) 1. **823.** 1) $(9; 0)$; 2) $(0; -6)$. **824.** 1) $(4; 0)$; 2) $(0; 5)$. **827.** 1) 1; 2) 2,5. **828.** 0,4. **831.** 1) I і III; 2) I; III і IV; 3) II і IV; 4) III і IV; 5) I і IV. **832.** а) Різні знаки; б) однакові знаки; в) однакові знаки; г) різні знаки. **833.** а) Пряма a — різні знаки; пряма b — однакові знаки; б) пряма a — однакові знаки; пряма b — різні знаки. **835.** 1) $2x + 3y - 6 = 0$; 2) $4x - 7y - 28 = 0$; 3) $x - 2y + 2 = 0$. **836.** 1) $x + y - 1 = 0$; 2) $x - 2y - 8 = 0$. **841.** 2 купюри по 100 грн і 9 купюр по 200 грн. **842.** 1 к. і 16 к.

§ 23. Система двох лінійних рівнянь із двома змінними

847. 1) (2; 2); 2) (3; -9); 3) (3; 2); 4) (0; 2); 5) розв'язків немає; 6) безліч розв'язків. **848.** 1) (1; 2); 2) (2; 0); 3) розв'язків немає; 4) безліч розв'язків. **852.** 1) (2; 3); 2) (2; -4). **853.** (-1; 3). **854.** 1) (-1; 3); 2) (1; -2); 3) (-2; -2); 4) (1; 2); 5) (3; 3); 6) (0; 0,5). **855.** 1) (2; -1); 2) (1; -3). **858.** 1) 8; 2) -2. **859.** 1) $a = 0$ або $a = \frac{1}{3}$; 2) таких значень a не існує; 3) a — будь-яке число, крім 0 і $\frac{1}{3}$. **860.** 6 км/год і 18 км/год. **861.** 40 рупій і 170 рупій.

§ 24. Аналітичні способи розв'язування систем

867.1) (1; -2); 2) (-1; 3); 3) (3; 0); 4) (5; -3); 5) (-7; 4); 6) (0,5; 2); 7) (-1; 4); 8) (1; -1); 9) $m = 2,4$; $n = 1,2$; 10) $k = 2$; $p = -4$; 11) $a = -1$, $b = 4$; 12) $q = 3$, $p = 2$. **868.** 1) (2; -1); 2) (4; -2); 3) (3; 1); 4) (0; -2); 5) (-1; -6); 6) (2,5; 3). **870.** 1) (-1; 2); 2) (3; 2); 3) (1; -6); 4) (1; -1); 5) (2; -4); 6) (5; -3); 7) (-7; 4); 8) $\left(\frac{1}{7}; -2\right)$; 9) (0,5; 0,2); 10) (0,5; -1); 11) $m = \frac{11}{139}$; $n = \frac{7}{139}$; 12) $p = -\frac{1}{7}$; $q = -\frac{19}{28}$. **871.** 1) (2; -2); 2) (-3; -7); 3) (3; 0); 4) (5; -6); 5) (0,2; 1); 6) $\left(-2; \frac{1}{3}\right)$. **874.** 46 і 31. **875.** 53 і 27. **876.** 23 і 13. **877.** 24 і 12. **878.** 17 і 10. **879.** 20 і 12. **880.** 3 і 7. **881.** 10 і 4. **882.** 15 см і 45 см. **883.** 5 см і 7 см. **884.** 12 грн. **885.** 14 грн. **886.** (-1,4; 1,8); 2) (4; -7). **887.** (-3,8; 2,2). **888.** 1) (2; 2); 2) (-6; 0); 3) розв'язків немає; 4) (-3,5; -3,75); 5) (24; 12); 6) (-9; 9); 7) (6; 8); 8) (4; -6). **889.** 1) (-19; -3); 2) (1; -1,5); 3) (5; 8); 4) (1,2; 0,7). **890.** 80 км/год. **891.** 80 км/год. **892.** 14 км/год, 12 км/год. **893.** 75 км/год, 65 км/год. **894.** 55 км/год і 5 км/год. **895.** 15 км/год і 5 км/год. **896.** 48 деталей і 40 деталей. **897.** 12 кост. і 5 кост. **898.** 60 ябл. і 90 ябл. **899.** 76 кн. і 20 кн. **900.** 24 і 30. **901.** 16 і 12. **902.** 1) $y = -2,5x + 5$; 2) $y = 1,5x + 2,5$; 3) $y = 2x - 1$; 4) $y = -x + 2$. **903.** $y = -x + 4$. **904.** 1) $a = 2$ і $b = 3$; 2) $a = 3$ і $b = -1$. **905.** 2 : 1. **906.** 13 хлопців і 15 дівчат. **907.** На 64. **908.** 1) 5; 3) 4; 4) 2. **909.** 1) $a \neq 12$; 2) $a = 12$. **910.** 1) -2 і 0,5. **911.** 15 наметів і 10 будиноків. **912.** 90 км/год.

РОЗДІЛ 6. ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

§ 25. Відсотки

919. 144. 920. 17 км. 921. 200 учнів. 922. 75 місць.
 923. 16 км. 924. 480. 925. 1) 52,5 кг; 2) 180 кг. 926. 1) 7,92;
 2) 5 кг. 927. 15 %. 928. 12 %. 929. 11 %. 930. 17,4 %.
 931. 125 %. 932. Збільшилась на 8 %. 933. На 21 %. 934. Змен-
 шилась на 2,25 %. 935. Зменшилась на 1,44 %. 936. 0,5 кг.
 937. 20 кг. 938. На 900 %. 939. 22,5 і 21. 941. 25 %.

§ 26. Таблиці й діаграми

951. 144° , 216° . 952. 15 %; 1 – 168; 2 – 252; 3 – 84; 4 – 56.
 954. 1) 5; 2) 3; 3) Таня, Оксана. 960. 8, 4, 2, 10 запитань відпо-
 відно. 961. 15, 9, 6 задач відповідно.

§ 27. Вибірка та її середнє значення

979. 1,8 год. 980. 1,2 год. 981. 12,3. 982. 6,6. 983. 115 грн.
 984. 139. 985. 9. 986. 6,9. 990. 16. 996. 8.

§ 28. Комбінаторні задачі

1002. 936, 639. 1003. 6. Ні. 1004. 6. Ні. 1006. AOI, AIO, OAI,
 OIA, IAO, IOA. 1007. 6. 1008. 1) 3; 2) 3; 3) 1. 1009. 1) 14; 2) 90.
 1010. 180. 1011. 1) 8; 2) 15. 1012. 1) 6; 2) 6. 1013. 6. 1014. 24.
 1015. 6. 1017. 24. 1019. 4. 1020. 2. 1024. 120. 1026. 1) 30; 2) 36.
 1027. 81. 1028. 648. 1030. 1) 48; 2) 100. 1034. 100.

§ 29. Ймовірність випадкової події

1044. $\frac{1}{2}$. 1045. $\frac{1}{2}$. 1046. 1) $\frac{1}{21}$; 2) 1; 3) 0; 4) $\frac{17}{21}$. 1047. 1) $\frac{1}{9}$;
 2) 0; 3) $\frac{5}{9}$. 1048. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{3}$. 1049. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$.
 1050. 1) $\frac{7}{15}$; 2) $\frac{8}{15}$. 1051. 1) $\frac{17}{32}$; 2) $\frac{15}{32}$. 1052. 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{4}{15}$; 3) $\frac{3}{5}$.
 1053. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{16}$; 3) $\frac{9}{16}$. 1054. $\frac{1}{4}$. 1055. $\frac{1}{2}$. 1056. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$;
 3) $\frac{1}{2}$. 1057. $\frac{1}{2}$. 1058. $\frac{1}{5}$. 1059. $\frac{1}{6}$. 1060. 0,97. 1061. $\frac{33}{34}$.
 1062. $\frac{5}{36}$. 1063. $\frac{1}{6}$. 1065. $\frac{1}{8}$. 1066. 6.

ПОВТОРЕННЯ

Розділ 2. Вирази і тотожності

2. 1) 9,5; 2) 13,8; 3) $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{19}{54}$. 4. 59 уч. 5. 46 кн. 6. 1) -2;
 2) 12. 7. 1) -16; 2) -2. 12. 1) 28 см і 45 см²; 2) 18 см і 16,25 см².
 14. 1) 3; 2) 14,4. 16. 1) $5\frac{1}{4}$; 16; -4; -2; 2) -2,6; $-\frac{5}{18}$; -14,4; 18,8;
 -5,8. 18. $-1\frac{8}{9}$. 26. 1) 6⁴; 2) 6⁶. 27. 1) 2¹²; 3) 8⁴; 5) 64². 28. 1) 2¹²;
 2) 4⁶. 29. 1) 0,5; 2) 0,16; 3) 24. 31. 1) -1,8; 2) -0,75; 3) 0,03.
 33. 1) x^{23} ; 4) a^{17} . 34. 1) 8⁸; 4) 8⁵. 35. 1) 0,7¹⁰; 4) 1,2¹³. 36. 1) 3²; 2) 3²¹.
 37. 1) 0; 2) -8; 3) 0. 38. 1) 2. 39. 1) 0; 2) -1; 3) -16. 40. 1) x^{17} ; 2) a^4 ;
 5) 0; 9) a^8b^5 . 42. 14,4.

Розділ 3. Одночлени і многочлени

5. 1) $a^{10}b^8c^2$. 8. 1) 2; 2) 1. 10. 1) $-22a^{18}$; 2) a^2b^2c . 11. 1) $-9x^2$;
 2) $51xy^2 + 13x^2y$. 12. 1) $7x^2 + x + 3$; 2) 3; 3) $1,8x^5 + 6x^3 + 3x^2 + 4x -$
 $-2,9$; 5; 4) $\frac{1}{3}x^5 - 9,8x^4 + 5x^3 - 0,7x^2 - 6$. 13. 1) $5m^2$; 2) $7k^2 - 3$;
 3) $4m$. 14. 1) $0,2x^2 - 1,6x - 48$; 2) $-x^2 - 6,5x - 9$; 6) $x^4 - 1296$;
 7) $-2x^3 + 4x^2 + 0,5x - 1$. 15. 2) -9,1; 3) 16,4. 16. 3) -1.
 19. 1) $-4,61a^2 + 5,6b^2$; 2) $-50a^2 + 4b^2 + 18$; 2) 0; 0; 4) x^{7n} , $7n$.
 20. 1) $9b^2$; 3) -1; 4) $2a^{8n+4}$. 21. 1) -9; 4) 0,75; 7) -0,25. 22. 1) -5;
 2) 0. 24. 42. 25. 20. 26. 1) 8100; 2) 25; 3) 640 000; 4) 36.
 28. 1) $(3 - 2b)^2$; 2) $25 + 20c$; 3) a^2 ; 4) $48y$. 29. 1) 0,375; 2) $-\frac{1}{6}$;
 3) коренів немає; 4) -1. 32. Вказівка: виконайте заміну:
 $x^2 + y - 4 = m$. 33. 1) 18,25; 2) 22,25. 34. 1) 7300; 2) 4,92; 3) 4891.
 35. 1) $3ab$; 2) $\frac{25}{49}m^2$; 3) $1\frac{7}{9}c^2$; 4) $0,6abx$. 36. 1) -1; 2) -1; 3) -1;
 4) $\frac{2}{9}$. 38. 1) $12x$; 2) $4(3x^2 + 4)$. 40. 12 см; 9 см і 16 см. 41. 8 см.
 42. 7 см. 43. 1) $(b^2 + 3)(2b + 3)$; 3) $(x^3 - 7)(x^2y^2 - 5)$.

Розділ 4. Функції

1. 1) $f(1) < g(1)$; 2) $f(2) < g(-2)$; 3) $f(-1) < g(0)$. 2. 1) -0,2;
 2) -0,2 або 0,2; 3) коренів немає. 3. 1) 4; 2) -1 або 1.
 4. 1) x — будь-яке число, крім 2,5; 2) x — будь-яке число, крім 0;
 3) x — будь-яке число, крім 0,4. 5. 1) $y \leq 0$; 2) $y \leq 3$; 3) $y \geq -2$.

6. 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) так. 7. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) так.
 9. 1) $(0; -11)$ і $(3\frac{2}{3}; 0)$; 3) $(0; 3,6)$ і $(1,5; 0)$. 10. $a > 0, b < 0$
 (мал. 2); $a < 0, b < 0$ (мал. 3); $a > 0, b < 0$ (мал. 4); $a > 0, b > 0$
 (мал. 5); $a < 0, b > 0$ (мал. 6); $a = 0, b > 0$ (мал. 7).
 11. 1) $(-4; -4)$; 2) $(-2,4; 2,4)$; 3) $(-0,4; 10,4)$. 12. $a = 5, b = -8$.
 13. $k = 24, b = -3$. 14. 1) $y = 2$; 3) $y = 2,5$. 15. 1) Так; 2) ні; 3) ні;
 4) так. 16. 1) $y \geq -4$; 2) $y \geq 2$; 3) $y \geq 0$; 4) $y \leq 1$. 21. $y = -2x + 1,5$
 (мал. 8), $y = \frac{2}{3}x - 2$ (мал. 9). 22. 1) $y = -0,5x$; 3) $y = 3,5x$.
 26. $a > 0$ (мал. 10); 2) $a < 0$ (мал. 11); $a = 0$ (мал. 12). 27. $y = 0,2x$.
 28. $y = 0,4x$. 29. $y = 5x$. 30. $y = -6x$.

Розділ 5. Лінійні рівняння та їх системи

2. 1) 6; 2) -3; 3) 2,5; 4) 15. 3. 1) 2; 2) $4\frac{2}{3}$; 3) -44,2; 4) -3.
 5. 29 уч. і 26 уч. 6. 60 яблук, 40 яблук і 25 яблук. 7. 3 см і 9 см.
 8. 60 км/год і 70 км/год. 9. 301, 302, 303. 14. 1) (3; 3); 2) (1; -2);
 3) розв'язків немає; 4) безліч розв'язків. 15. 1) (-1; -3);
 2) (4; -1); 3) (-1; -3); 4) (1; -4); 5) (1; 1); 6) (1; -2). 16. 1) (4; 6);
 2) (8; 10); 3) $(\frac{3}{7}; -\frac{2}{7})$; 4) (-1; 0). 17. 30 і 25. 18. 55 і 45. 19. 20 і 5.
 20. 15 і 18. 21. 17 і 7. 22. 5 і 7. 24. $\frac{9}{20}$. 25. $\frac{7}{9}$. 26. 12 грн і 25 грн.
 27. 100 км/год і 70 км/год. 28. 70 км/год і 80 км/год.
 29. 12,5 км/год і 2,5 км/год. 30. 630 км. 31. 20 км/год
 і 3 км/год. 32. 9 років і 35 років.

Розділ 6. Елементи стохастики

1. 149,37 тис. т. 2. 200 працівників. 3. 300 км. 4. 30 %.
 5. $x : y = 8 : 3$. 6. 36 яблунь, 90 абрикос. 7. 161; 115. 8. На 38 %.
 9. На 21 %. 10. 1,68 кг. 11. 1) 10 206; 2) 6804; 24 %. 12. 3.
 13. 253. 14. 8,6. 15. 14. 16. 1) 6; 2) 4. 17. 120. 18. 6. 19. 1) 5; 2) 6.
 20. 1) випадкова; 2) неможлива; 3) випадкова; 4) достовірна.
 21. 1) $\frac{1}{20}$; 2) 0; 3) $\frac{11}{20}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{2}{5}$; 6) $\frac{1}{5}$; 7) $\frac{11}{20}$; 8) $\frac{1}{20}$; 9) $\frac{1}{4}$; 10) 0.
 22. 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{4}{5}$; 4) $\frac{3}{5}$.



ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Вираз буквений 19

- зі змінною 19
- раціональний 20
- цілий 21
- числовий 13

вирази тотожно рівні 28

виразу значення 13

- перетворення тотожне 28
- спрощення 28

вісь абсцис 156

– ординат 156

винесення спільного множника
за дужки 30

властивість степенів основна 57

– добутку степенів з різними
основами і рівними
показниками 59

– піднесення степеня
до степеня 58

– степеня добутку 59

– – частки 59

– частки степенів із рівними
основами 57

– частки степенів із різними
основами і рівними
показниками 59

властивості рівносильності
рівнянь 190

Графік лінійної функції 167

– прямої пропорційності 180

– функції 158

– рівняння з двома змінними 214

– – – – – лінійного 216

– – – – – першого степеня 217

Двочлен

дії зі степенями 56

доданки подібні 28

дужок розкриття 29

Залежність функціональна 146

змінна 19

– залежна 147

– незалежна 147

змінної значення 20

– – допустиме 20

– – недопустиме 20

Квадрат неповний різниці 108

– – суми 108

– повний двочлена 107

– різниці 107

– суми 107

квадратів різниці 116

коефіцієнт кутовий 170

координати точки в даній
системі координат 157

Многочлен 81

– помножити на многочлен 98

– розкласти на множники 133

– упорядкувати за степенями
членів 83

многочлена старший член 82

– степінь 83

– член 81

многочлени відняти 90

– додати 89

- Область допустимих значень змінної** 20
- одночлен 70
- найпростіший 71
 - помножити на многочлен 98
- одночлена коефіцієнт 74
- стандартний вигляд 73
 - степінь 74
- Пара значень змінних** 205
- – – упорядкована 205
- піднесення до степеня 49
- площина координатна 156
- початок координат 156
- правила розкриття дужок 29
- пряма пропорційність 179
- Рівність зі змінною** 190
- рівняння 190
- корінь 190
 - лінійне з двома змінними 207
 - – – однією змінною 197
 - лінійного вільний член 197
 - – коефіцієнти 197
 - першого степеня 198
 - рівносильні 190
 - розв'язати 190
- розв'язок лінійного рівняння з двома змінними загальний 206
- системи двох лінійних рівнянь із двома змінними 225
- Система двох лінійних рівнянь із двома змінними** 224
- координат прямокутна 156
- систему рівнянь розв'язати 225
- спосіб задання функції аналітичний 147
- – – графічний 148
 - – – описовий 147
 - – – табличний 148
 - розв'язування задач алгебраїчний 199
 - – системи рівнянь графічний 226
 - – – – додавання 233
 - – – – підстановки 233
- способи доведення тотожностей 38
- розв'язування системи рівнянь аналітичні 232
 - розкладання многочлена на множники 133
- степеня основа 47
- показник 47
 - степінь 47
- Тотожність** 37
- точки координати на площині 157
- тричлен 81
- Формула різниці квадратів** 116
- – кубів 125
 - суми кубів 125
- формули скороченого множення 107
- функції аргумент 147
- значення 147
 - область визначення 149
 - – значень 149
- функція 146
- зростаюча 170
 - лінійна 166
 - спадна 170



ЗМІСТ

| | |
|--------------------------------|---|
| Дорогі учні й учениці. | 3 |
|--------------------------------|---|

Розділ 1

| | |
|--|----------|
| Узагальнення та систематизація вивченого в 6 класі. . . | 5 |
| Числа, дії з числами. Робота з даними | 5 |
| Математичні вирази, рівності й нерівності | 6 |
| Величини. Сюжетні задачі | 8 |
| Графіки залежностей. | 9 |

Розділ 2

| | |
|--|-----------|
| Вирази і тотожності. | 12 |
| § 1. Числові вирази | 12 |
| § 2. Вирази зі змінними | 19 |
| § 3. Перетворення виразів | 27 |
| § 4. Тотожність. | 37 |
| § 5. Степінь з натуральним показником. | 46 |
| § 6. Дії зі степенями | 56 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 2</i> | <i>68</i> |

Розділ 3

| | |
|--|------------|
| Одночлени і многочлени | 70 |
| § 7. Одночлен. Дії з одночленами | 70 |
| § 8. Многочлен та його стандартний вигляд. | 80 |
| § 9. Додавання і віднімання многочленів. | 89 |
| § 10. Множення многочленів | 97 |
| § 11. Квадрат двочлена | 106 |
| § 12. Різниця квадратів | 115 |
| § 13. Сума і різниця кубів | 124 |
| § 14. Способи розкладання многочленів
на множники | 133 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 3</i> | <i>144</i> |

Розділ 4

| | |
|--|-----|
| Функції | 146 |
| § 15. Що таке функція | 146 |
| § 16. Координатна площина. Графік функції. | 156 |
| § 17. Лінійна функція | 166 |
| § 18. Пряма пропорційність | 179 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 4</i> | 187 |

Розділ 5

| | |
|--|-----|
| Лінійні рівняння та їх системи | 189 |
| § 19. Рівняння. Властивості рівносильності
рівнянь | 189 |
| § 20. Лінійне рівняння з однією змінною | 196 |
| § 21. Лінійне рівняння з двома змінними | 205 |
| § 22. Графік лінійного рівняння з двома змінними | 213 |
| § 23. Система двох лінійних рівнянь
із двома змінними | 224 |
| § 24. Аналітичні способи розв'язування систем | 232 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 5</i> | 246 |

Розділ 6

| | |
|--|-----|
| Елементи стохастики | 248 |
| § 25. Відсотки | 248 |
| § 26. Таблиці й діаграми | 257 |
| § 27. Вибірка та її середнє значення | 266 |
| § 28. Комбінаторні задачі | 275 |
| § 29. Ймовірність випадкової події | 284 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 6</i> | 295 |

| | |
|---|-----|
| Задачі і вправи для повторення | 297 |
| Навчальні проєкти | 325 |
| Відповіді | 335 |
| Предметний покажчик | 348 |

Навчальне видання

**ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна
АКУЛЕНКО Ірина Анатоліївна
ДАНЬКО Олена Анатоліївна
КОЛОМІЄЦЬ Оксана Миколаївна
БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна
СЕРДЮК Зоя Олексіївна**

АЛГЕБРА

**Підручник для 7 класу
закладів загальної середньої освіти**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

Головна редакторка *І. В. Красуцька*

Редакторка *І. В. Луценко*

Головна художниця *І. П. Медведовська*

Технічний редактор *Е. А. Авраменко*

Художня редакторка *К. В. Берсенєва*

Коректорка *О. В. Должикова*

Комп'ютерна графіка *О. І. Дядика*

Презентації та інтерактивні вправи *І. А. Акуленко*

В оформленні підручника використано фото з вільних джерел мережі «Інтернет»,
фотобанку *Shutterstock*

Бренди та ресурси зображуються лише з освітньою метою
та не є закликом до їх купівлі/відвідування

Формат 60×90 $\frac{1}{16}$. Ум. друк. арк. 22,000 + 0,25 форзац.

Обл.-вид. арк. 19,8 + 0,35 форзац.

Зам. №

Тираж 33 334 пр.

ТОВ «Український освітянський видавничий центр «Оріон»

Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції»

Серія ДК № 4918 від 17.06.2015 р.

Адреса видавництва: 03061, м. Київ, вул. Миколи Шепелєва, 2

Віддруковано у ТОВ «КОНВІ ПРІНТ».

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції серія ДК № 6115, від 29.03.2018 р.
03680, м. Київ, вул. Антона Цедіка, 12

ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНІВ

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

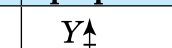
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

СПОСОБИ ЗАДАННЯ ФУНКЦІЇ

| Аналітичний | Описовий | Табличний | Графічний | | | | | | |
|--------------|--|---|-----------|---|---|--------|----|---|---|
| $y = 2x - 1$ | Значення функції на 1 менше від подвоєного аргументу | <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>$y(x)$</td><td>-1</td><td>1</td></tr></table> | x | 0 | 1 | $y(x)$ | -1 | 1 |  |
| x | 0 | 1 | | | | | | | |
| $y(x)$ | -1 | 1 | | | | | | | |

КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

На полиці є 2 різні збірники з алгебри і 3 різні збірники з фізики. Скількома способами можна обрати:

один збірник?

або, або

Правило додавання

$$2 + 3 = 5$$

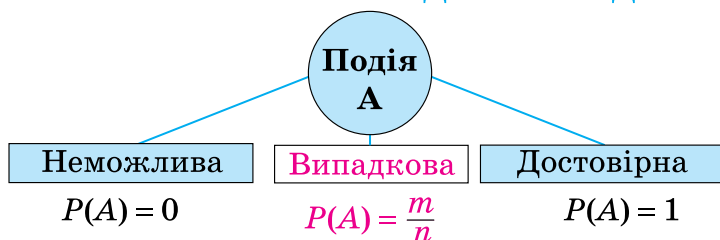
два збірники: один з алгебри і один з фізики?

і, і

Правило множення

$$2 \cdot 3 = 6$$

ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ



m — кількість сприятливих для A подій,
 n — кількість усіх рівноможливих у даному випробуванні подій

ТАБЛИЦЯ КВАДРАТІВ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 10 ДО 99

| Де-сят-ки | Одиниці | | | | | | | | | |
|-----------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5 | 2500 | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6 | 3600 | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7 | 4900 | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8 | 6400 | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9 | 8100 | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

ТАБЛИЦЯ НАТУРАЛЬНИХ СТЕПЕНІВ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 2 ДО 10

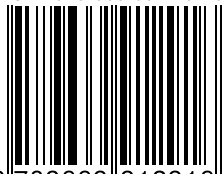
| a^n | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|-----|------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |
| 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | 2187 | 6561 | 19683 | 59049 |
| 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | 4096 | 16384 | 65536 | 262144 | |
| 5 | 25 | 125 | 625 | 3125 | 15625 | 78125 | 390625 | | |
| 6 | 36 | 216 | 1296 | 7776 | 46656 | 279936 | | | |
| 7 | 49 | 242 | 2401 | 16807 | 117649 | | | | |
| 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 | | | | | |
| 9 | 81 | 729 | 6561 | 59049 | | | | | |
| 10 | 100 | 1000 | 10000 | | | | | | |



Український освітнянський
видавничий центр
«Оріон»



ISBN 978-966-991-291-6



9 789669 912916

