

Оріон

Нова українська школа

МАТЕМАТИКА

6

клас

ЧАСТИНА 1

ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ

Число ділиться	Особливості запису числа	Приклад
на 2	остання цифра — парна	132; 12346
на 3	сума цифр ділиться на 3	123; 12345
на 5	остання цифра — 0 або 5	130; 12345
на 9	сума цифр ділиться на 9	126; 12645
на 10	остання цифра — 0	130; 12340

ТАБЛИЦЯ ПРОСТИХ ЧИСЕЛ

2	47	109	191	269	353	439	523	617	709	811	907
3	53	113	193	271	359	443	541	619	719	821	911
5	59	127	197	277	367	449	547	631	727	823	919
7	61	131	199	281	373	457	557	641	733	827	929
11	67	137	211	283	379	461	563	643	739	829	937
13	71	139	223	293	383	463	569	647	743	839	941
17	73	149	227	307	389	467	571	653	751	853	947
19	79	151	229	311	397	479	577	659	757	857	953
23	83	157	233	313	401	487	587	661	761	859	967
29	89	163	239	317	409	491	593	673	769	863	971
31	97	167	241	331	419	499	599	677	773	877	977
37	101	173	251	337	421	503	601	683	787	881	983
41	103	179	257	347	431	509	607	691	797	883	991
43	107	181	263	349	433	521	613	701	809	887	997

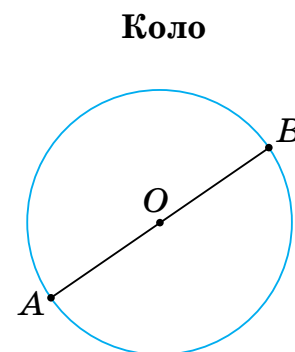
ПРОПОРЦІЯ ТА ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ

Запис пропорції	Члени пропорції	Основна властивість пропорції
$a : b = c : d$ або $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	<p>Середні</p> $a : b = c : d$ <p>Крайні</p>	якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $ad = bc$

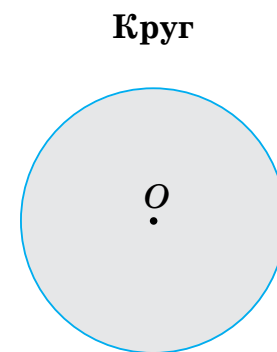
ПРОПОРЦІЙНІ ЗАЛЕЖНОСТІ

Пряма пропорційність	Обернена пропорційність
$2 \text{ кг} - 72 \text{ грн}$ $4,5 \text{ кг} - x$ $\frac{2}{4,5} = \frac{72}{x}$	$90 \text{ км/год} - 2 \text{ год}$ $x - 2,5 \text{ год}$ $\frac{x}{90} = \frac{2}{2,5}$

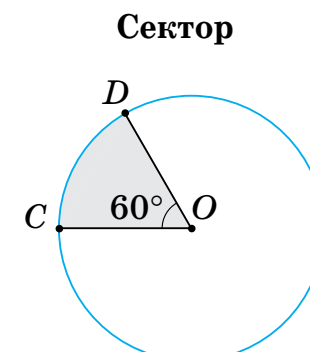
ФІГУРИ НА ПЛОЩИНІ



Довжина кола:
 $C = 2\pi R$



Площа круга:
 $S = \pi R^2$



Кут сектора:
 $\angle COD = 60^\circ$

$\pi = 3,14159265358979... \approx 3,14$

Ніна Тарасенкова,
Ірина Богатирьова, Оксана Коломієць,
Зоя Сердюк, Юлія Рудніцька

МАТЕМАТИКА

Підручник для 6 класу
закладів загальної середньої освіти
(у 2-х частинах)

Частина 1

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



УДК 51*кл6(075.3)
М34

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 08.03.2023 р. № 254)

ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО

Підручник реалізує модельну навчальну програму
«Математика. 5–6 класи»
(авторки С. О. Скворцова, Н. А. Тарасенкова)

Тарасенкова Н. А.

М34 Математика : підруч. для 6 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах) : Частина 1 / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк, Ю. В. Рудніцька. — Київ : УОБЦ «Оріон», 2023. — 224 с. : іл.

ISBN 978-966-991-215-2

ISBN 978-966-991-216-9 (Ч. 1).

УДК 51*кл6(075.3)

ISBN 978-966-991-215-2
ISBN 978-966-991-216-9 (Ч. 1)

© Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова,
О. М. Коломієць, З. О. Сердюк,
Ю. В. Рудніцька, 2023
© УОБЦ «Оріон», 2023

Дорогі учні й учениці!

Ви вже п'ять років вивчали математику і дізналися багато цікавого й пізнавального. Однак ще чимало нового вас очікує попереду.

Математичні знання люди використовують протягом усього життя: і на роботі, і в побуті. У наш час, коли наука рухається вперед дуже швидко, неможливо уявити фахівця в будь-якій галузі без знання математики.

Для того щоб засвоїти математику, необхідними є вміння рахувати, міркувати, порівнювати, робити висновки, ставити запитання і відповідати на них, розв'язувати задачі та обґрунтовувати свої розв'язання. Усі ці вміння ви зможете розвинути, якщо будете наполегливо і відповідально працювати на уроках, а також самостійно працювати вдома. А підручник вам у цьому допоможе.

Як успішно вивчати математику за цим підручником? Весь новий матеріал поділено на 5 розділів, а розділи — на параграфи. У кожному параграфі є теоретичний матеріал і задачі. У підручнику використовуються спеціальні позначки (пиктограми). Вони допоможуть вам краще зорієнтуватися в навчальному матеріалі. У «Словничку» до кожного параграфа ви знайдете переклад основних термінів англійською, німецькою та французькою мовами.

Задачі підручника мають чотири рівні складності.

Завдання, номери яких позначені штрихом ('), є підготовчими вправами для тих, хто не впевнений, що добре зрозумів теоретичний матеріал.

Завдання, номери яких позначені кружечками (°), є задачами середнього рівня складності, які треба навчитися розв'язувати, щоб мати змогу вивчати математику далі.

Завдання, номери яких не мають позначок, є задачами достатнього рівня складності, розв'язання яких допоможе вам демонструвати достатній рівень навчальних досягнень.

Завдання, номери яких позначені зірочками (*), є задачами високого рівня складності, для розв'язування яких інколи треба виявити терпіння і наполегливість. А радість від розв'язування складної задачі буде вам нагородою.

У рубриці «Застосуйте на практиці» зібрано завдання, які пов'язані з реальним життям. Їх розв'язання допоможе вам набувати математичну компетентність. Задачі, пов'язані з іншими ключовими компетентностями, мають додаткові позначки:  — про Україну і світ,  — фінансові розрахунки,  — про збереження здоров'я (розпорядок дня, поживні речовини, харчування тощо),  — екологічні,  — на рух та його безпеку.

Номери завдань для виконання вдома виділено червоним кольором.

Бажаємо вам успіхів у пізнанні нового та задоволення від вивчення математики!

У тексті навчальних матеріалів вам траплятимуться такі умовні позначки:



Увага! Не допустіть помилку



Важливо



Як записати



Словничок

Розділ 1

УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ВИВЧЕНОГО В 5 КЛАСІ

Числа, дії з числами. Робота з даними

1. Прочитайте число:

- 1) 1267; 4) 3 410 020 305; 7) 0,00009;
2) 3 000 001; 5) 45,67; 8) $\frac{1}{4}$;
3) 230 354; 6) 0,921; 9) $8\frac{4}{5}$.

2. Запишіть цифрами число:

- 1) сімсот тридцять два;
2) чотири тисячі триста чотири;
3) п'ять мільйонів шістдесят;
4) два мільйони двісті тисяч;
5) сорок три цілих п'ятдесят шість тисячних;
6) триста дві цілі одинадцять сотих;
7) сім восьмих;
8) шість цілих три сьомих.



3. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:

- 1) 253 і 11; 3) 8,46 і 0,9;
2) 10 605 і 105; 4) 131,3 і 1,3.

4. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку чисел:

- 1) 104 і 4;
2) 224 і 28;
3) 17 і 0,17;
4) 0,9 і 0,09.

5. Знайдіть суму й різницю чисел:

- 1) $\frac{5}{12}$ і $\frac{1}{12}$; 2) 1 і $\frac{5}{8}$; 3) $2,75$ і $\frac{1}{4}$.

6. Знайдіть суму й різницю чисел:

- 1) $\frac{4}{5}$ і $\frac{1}{5}$; 2) $5\frac{1}{2}$ і $2\frac{1}{2}$; 3) $3,07$ і $\frac{21}{100}$.





7. Обчисліть:

- 1) $0,2 \cdot 3,5 : 0,001$; 4) $0,04 \cdot 0,05 : 0,1 \cdot 0,45$;
2) $2,8 : 0,4 \cdot 2,5$; 5) $(0,9 - 0,2)^2 + 5^3$;
3) $5,6 \cdot 0,2 \cdot 100$; 6) $0,9^2 - 0,2^2 + 2,4 : 0,8 + 5,6$.

8. Виконайте ділення з остачею:

- 1) $43 : 4$; 2) $875 : 27$; 3) $921 : 25$; 4) $1535 : 32$.

9. Виконайте ділення з остачею:

- 1) $95 : 3$;
2) $370 : 30$.

10. Обчисліть зручним способом:

- 1) $154 + 89 - 54 + 11$;
2) $7,3 + 12,36 + 2,7 + 7,64$;
3) $2\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{7}{15} + 3\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$;
4) $0,25 \cdot 33 + 211 \cdot 1,1 + 0,25 \cdot 67 - 201 \cdot 1,1$;
5) $241 \cdot 8 \cdot 20 \cdot 125 \cdot 5$.



11. Обчисліть зручним способом:

- 1) $459 + 1768 + 541$;
2) $45 \cdot 82 + 18 \cdot 45 + 65 \cdot 27 + 27 \cdot 35$;
3) $4 \cdot 14,9 \cdot 25$.

12. Знайдіть значення виразу:

- 1) $172 : 4 + 3033 : 3^2$;
2) $(3,7 \cdot 0,1 + 2,3 : 100) : 0,1^2$;
3) $\left(2,69 + \frac{31}{100}\right) \cdot 3^3 - 23,01$;
4) $\left(\frac{52}{10} + 23,08\right) : 0,2 - \left(\frac{31}{100} - \frac{21}{100} + 0,1\right) \cdot 7,2$;
5) $((1 \cdot 0,2 + 0,1) \cdot 0,02 + 0,01) \cdot 0,002 + 0,001$.

13. Знайдіть значення виразу:

- 1) $108 \cdot 6^2 - 26 \cdot 93$;
2) $11,1 : 3 + 45 : 0,5^2$;
3) $28 \cdot 101 - (75 \cdot 21 + 192 : 4^3)$;
4) $\frac{1}{4} + 5\frac{3}{4} + \left(4\frac{5}{12} - \frac{1}{12}\right)$.

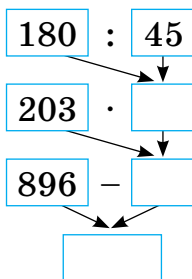


14. У таблиці 1 наведено ціну за 1 кг овочів.

Таблиця 1

	Огірки	Морква	Капуста	Помідори	Картопля
Ціна (грн)	64,2	21,99	25	65,5	8,4

- 1) Скільки гривень коштують 1 кг огірків і 1 кг помідорів?
 2) Скільки гривень коштують 4 кг картоплі, 3 кг моркви й 1 кг капусти?
 3) Що дорожче: 2 кг моркви чи 5 кг картоплі?
 4) На скільки гривень 2 кг огірків дорожчі, ніж 4 кг капусти?
15. Запишіть вираз за схемою на малюнку 1 і знайдіть його значення.



Мал. 1

Математичні вирази, рівності, нерівності

16. Поділіть на дві групи математичні вирази:

1) $2,2 + 5,8$; 3) $45,5 - x$; 5) $1,5 \cdot 40$;
 2) $45 + a$; 4) $y : 0,3$; 6) $6,4 - 2,2$.

Поясніть свій поділ. Знайдіть значення числових виразів.



17. Спростіть вираз:

1) $5a + 8a$; 3) $4a + 2 + a + 10$; 5) $3a \cdot 0,5b$;
 2) $12x - 5x$; 4) $7b + 23 - 6b - 14$; 6) $m \cdot 2,5 \cdot n \cdot 0,4$.

18. Спростіть вираз:

1) $12x + 3x$; 3) $9a + 12 + 5a - 6$;
 2) $25y - 7y$; 4) $0,8 \cdot c \cdot 5 \cdot d$.

19. Альбом коштує a грн, а зошит — b грн. Поясніть, який зміст мають вирази:

1) $a + b$; 2) $a - b$; 3) $10a$; 4) $2a + 15b$.

20. Знайдіть значення виразу $2,4 \cdot a + 6,4 : b$, якщо:

1) $a = 5$ і $b = 4$; 2) $a = 2,5$ і $b = 0,8$.



- 21.** Знайдіть значення виразу $3,6 : x - 2 \cdot y$, якщо $x = 0,9$ і $y = 1,4$.
- 22.** Розв'яжіть рівняння:
- | | |
|------------------------|---------------------------------|
| 1) $12,5 + x = 36,8$; | 4) $x \cdot 1,5 = 60$; |
| 2) $70 - x = 12,4$; | 5) $(x + 1,2) \cdot 5 = 25,5$; |
| 3) $x - 35,5 = 14,5$; | 6) $2x + 5x = 49$. |
- 23.** Розв'яжіть рівняння:
- | | |
|------------------------|--------------------------------|
| 1) $2,6 + x = 15$; | 3) $2 \cdot (x - 2,4) = 7,2$; |
| 2) $25,5 - x = 12,5$; | 4) $26 : (15 + x) = 1,3$. |
- 24.** Порівняйте значення виразів:
- | | |
|--|--|
| 1) $5 : 2 + 3,5$ і $1,2 \cdot 6 - 0,2$; | 2) $3 \cdot 1,5 + 4$ і $7,5 : 5 + 7$. |
|--|--|
- 25.** Порівняйте значення виразів: $1,2 : 0,6 + 10$ і $1,5 \cdot 2 + 8$.
- 26.** Назвіть два натуральні числа, які перетворюють нерівність на правильну:
- | | |
|-----------------|------------------------|
| 1) $a < 14,2$; | 3) $a + 12,3 > 65,3$; |
| 2) $a > 26,3$; | 4) $28,4 - a < 10$. |
- 27.** Яке найбільше натуральне число можна записати замість x , щоб отримати правильну числову нерівність:
- | | |
|-----------------|----------------------|
| 1) $x < 15,2$; | 2) $50 - x < 14,5$? |
|-----------------|----------------------|
- 28.** Яке найменше натуральне число можна записати замість x , щоб отримати правильну числову нерівність:
- | | |
|-----------------|---------------------|
| 1) $x > 21,3$; | 2) $x + 7,5 > 25$? |
|-----------------|---------------------|

Величини. Сюжетні задачі

- 29.** Першого дня Василько прочитав 7 сторінок цікавої книжки про подорожі, другого дня — на 2 сторінки більше, ніж першого, а третього — на 3 сторінки менше, ніж другого. Скільки сторінок прочитав Василько за три дні?
- 30.** У книжці 40 сторінок. Першого дня Наталка прочитала 10 сторінок книжки, а другого — на 4 сторінки більше. Скільки сторінок залишилося прочитати Наталці?





- 31.** Кілограм цукерок коштує 70 грн, а кілограм печива — у 2 рази дешевший. Скільки гривень коштують 5 кг печива?



- 32.** Кілограм печива коштує 32 грн, а кілограм цукерок — у 3 рази дорожчий. Скільки гривень коштують 3 кг цукерок?
- 33.** Із двох населених пунктів назустріч один одному одночасно виїхали два автомобілі й зустрілися через 2 год. Знайдіть відстань між населеними пунктами, якщо автомобілі рухалися зі швидкостями 80 км/год і 90 км/год відповідно.
- 34.** Із двох міст назустріч один одному одночасно виїхали два автобуси й зустрілися через 3 год. Знайдіть відстань між містами, якщо автобуси рухалися зі швидкостями 60 км/год і 65 км/год відповідно.
- 35.** Два велосипедисти одночасно виїхали назустріч один одному зі швидкостями 10 км/год і 8 км/год. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо відстань між ними на початку руху була 36 км?
- 36.** Із міста одночасно в протилежних напрямках виїхали два автомобілі. Через 3 год відстань між ними становила 510 км. Знайдіть швидкість руху кожного автомобіля, якщо швидкість одного з них була на 10 км/год більшою, ніж швидкість іншого.
- 37.** Із міста одночасно в протилежних напрямках виїхали два автобуси, рухаючись з однаковою швидкістю. Через 2 год відстань між ними становила 260 км. З якою швидкістю рухалися автобуси?



38. У спортивних змаганнях взяли участь 60 учнів, причому хлопців було удвічі більше, ніж дівчат. Скільки хлопців і скільки дівчат взяли участь у змаганнях?



39. На двох полицях стоїть 24 книжки. На другій полиці книжок у 3 рази більше, ніж на першій. Скільки книжок стоїть на кожній полиці?
40. На двох полицях стоїть 30 книжок. На першій полиці книжок у 4 рази більше, ніж на другій. Скільки книжок стоїть на кожній полиці?

Просторові відношення, геометричні фігури

41. Точка C ділить відрізок AB на два відрізки — AC і CB . Знайдіть довжину відрізка AB , якщо AC на 4 см довший за CB і $AC = 12$ см.
42. На прямій від точки O спочатку відклали відрізок OB завдовжки 7 см, а потім відрізок BA завдовжки 8 см. Знайдіть довжину відрізка OA . Скільки розв'язків має задача?
43. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину двох клітинок зошита. Позначте на цьому промені точки $M(1,5)$, $N(2)$, $F(3)$, $K(4)$, $P(5,5)$.
44. Запишіть координати точок, що розташовані на відстані:
- 1) 3 од. від точки $A(7)$;
 - 2) 2 од. від точки $C(2,7)$;
 - 3) 3,5 од. від точки $B(9)$.
45. Запишіть координати точок, що розташовані на відстані 2,2 од. від точки $A(5,2)$.
46. Промінь OB — внутрішній промінь $\angle AOC$. Знайдіть градусну міру:





- 1) $\angle AOC$, якщо $\angle AOB = 50^\circ$ і $\angle BOC = 20^\circ$;
 2) $\angle AOC$, якщо $\angle AOB = \angle BOC = 45^\circ$.
47. Промінь OB — внутрішній промінь $\angle AOC$. Знайдіть градусну міру $\angle AOC$, якщо $\angle AOB = \angle BOC = 32^\circ$.
48. У трикутнику ABC сторона $AB = 8$ см, сторона AC — на 2 см довша за AB , а сторона BC — на 2 см довша за AC . Знайдіть периметр трикутника ABC .
49. Знайдіть довжину сторони рівностороннього трикутника, якщо його периметр дорівнює 9,3 см.
50. Дано трикутник ABC . За даними таблиці 2 знайдіть невідомі кути.

Таблиця 2

$\angle A$	30°	90°	60°	90°	110°
$\angle B$	30°		60°		30°
$\angle C$		20°		45°	

51. a , b — сторони прямокутника, S — його площа, P — периметр. За даними таблиці 3 знайдіть невідомі величини.

Таблиця 3

a	3 см	10 м	2,2 м	0,5 м
b	8 см		1,2 м	
S				2 м^2
P		36 м		

52. a — сторона квадрата, S — його площа, P — периметр. За даними таблиці 4 знайдіть невідомі величини.

Таблиця 4

a	6 см		1,2 м	
S				4 м^2
P		36 м		

53. Ширина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 20 см, довжина — у 3 рази більша за ширину, а висота — на 10 см більша за ширину. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
54. Сума довжин усіх ребер куба дорівнює 36 см. Знайдіть об'єм куба.

Розділ 2

ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

У розділі дізнаєтеся:

- що таке дільники і кратні натурального числа;
- які є ознаки подільності чисел;
- які числа називаються простими та як їх знаходити;
- як розкласти число на множники;
- що таке найбільший спільний дільник чисел та як його знаходити;
- що таке найменше спільне кратне чисел та як його знаходити;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 1. ДІЛЬНИКИ І КРАТНІ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА. ПРОСТІ ЧИСЛА



<https://cutt.ly/g5N69Kv>

1. Що таке дільники і кратні

Ситуація. Наталка й Петро хочуть поділити 6 яблук порівну. По скільки яблук їм дістанеться? По скільки яблук дістанеться кожній дитині, якщо до них приєднається Степан?

Наталка й Петро



6 яблук

Наталка, Петро і Степан



$$6 : 2 = 3$$

кратне дільник

$$6 : 3 = 2$$

кратне дільник

Запам'ятайте!

Дільником числа називається таке число, **на яке ділиться** дане число.

Кратним числа називається таке число, **яке ділиться на** дане число.



Отже, числа 2 і 3 є дільниками числа 6, а число 6 — кратним чисел 2 і 3.



Дільники і кратні є натуральними числами.



Чи є інші дільники в числа 6?

Так. Число 6 ділиться без остачі ще на 1 і саме на себе. Отже, загалом у числа 6 є чотири дільники: 1; 2; 3; 6.



Кожне натуральне число, починаючи з числа 2, завжди має принаймні два дільники. Найменшим з них є **число 1**, а найбільшим — **саме це число**. Інші дільники шукають за спеціальними правилами.

Задача Знайдіть усі дільники числа: 1) 7; 2) 12; 3) 25.

Розв'язання Перевіряємо, на які натуральні числа ділиться дане число (табл. 5).

Таблиця 5

	Число		
	7	12	25
Найменший і найбільший дільники числа	1 і 7	1 і 12	1 і 25
Шукаємо інші дільники числа	Число 7 не ділиться на жодне інше натуральне число	$12 : 2 = 6$, $12 : 3 = 4$, на 5, 7, 8, 9, 10, 11 число 12 не ділиться	На 2, 3 і 4 число 25 не ділиться, $25 : 5 = 5$, на числа від 6 до 24 число 25 не ділиться
Інші дільники числа	—	2 і 6, 3 і 4	5 і 5
Усі дільники числа	1; 7	1; 2; 3; 4; 6; 12	1; 5; 25



<https://cutt.ly/k5NNAGJ>

2. Прості числа

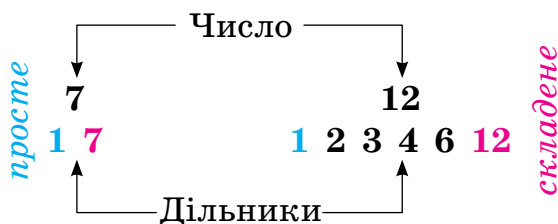
Ситуація. Наталка й Петро посперечалися. Наталка стверджує, що всі числа можна поділити на такі, як число 7, і такі, як число 12. А Петро стверджує, що числа не можна поділити на такі два види. Хто з дітей правий?

Проаналізуємо дані таблиці 5. У кожного з чисел 7, 12 і 25 є найменший і найбільший дільники (1 і саме число). Але в числа 7 немає інших дільників, а в чисел 12 і 25 інші дільники є. Отже, числа можна поділити на два види — прості і складені.

Запам'ятайте!

Натуральне число, у якого є лише два дільники (1 і саме число), називається **простим**.

Натуральне число, у якого є більше двох дільників, називається **складеним**.



Чи є 1 простим числом? А складеним?

Ні, оскільки в числа 1 тільки один дільник.



Число 1 — особливе. Воно і не просте, і не складене.

Найменшим простим числом є число 2.

Дізнайтеся більше

Щоб виписати деяку кількість простих чисел, можна скористатися способом, який придумав ще в III ст. до н. е. Ератосфен Кіренський (276 р. до н. е. — 194 р. до н. е.), грецький математик, астроном, географ і поет. На честь ученого цей спосіб носить назву «Решето Ератосфена». На малюнку 1 ви бачите, як знаходити прості числа від 2 до 50. Спробуйте самостійно пояснити, як це зробили.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Словничок



Українська

Англійська/
English

Німецька/
Deutsch

Французька/
Français

дільник
числа

divisor of a
number

Teiler einer
Zahl

diviseur d'un
nombre

<https://cutt.ly/j7EZpwU>

Пригадайте головне

1. Яке число називається дільником числа?
2. Яке число називається кратним числа?
3. На які два числа завжди ділиться будь-яке натуральне число, більше за 1?
4. Яке натуральне число називається простим? Наведіть приклад.
5. Назвіть найменше просте число.
6. Яке натуральне число називається складеним? Наведіть приклад.

Усне тренування

Обчисліть усно:

$$1) \left(1\frac{3}{11} + 2\frac{2}{11} \right) + 3\frac{6}{11};$$

$$2) 5 - \left(2\frac{11}{21} + 2\frac{10}{21} \right);$$

$$3) \left(1\frac{3}{7} + 3\frac{2}{7} \right) - 3\frac{5}{7}.$$





Розв'яжіть задачі

- 55°. Чи правильно, що дільники і кратні знаходять при діленні з остачею?
- 56°. Чи правильно, що дільники і кратні знаходять при діленні без остачі, тобто націло?
- 57°. Чи кожне натуральне число має дільники?
- 58°. Чи правильно, що число 3 є дільником числа:
1) 5; 2) 9; 3) 4; 4) 12?
- 59°. Чи правильно, що число 12 є кратним числа:
1) 5; 2) 9; 3) 4; 4) 3?
- 60°. Назвіть: 1) три прості числа; 2) три складені числа.
- 61°. Чи вважають число 1:
1) простим числом; 2) складеним числом?
- 62°. Чи правильно, що число 5 є дільником числа:
1) 8; 2) 15; 3) 21; 4) 40?
- 63°. Дано натуральні числа від двох до восьми. Назвіть ті з них, які є дільниками числа: 1) 10; 2) 12; 3) 14; 4) 11.
- 64°. Дано числа: 3, 4, 6, 8, 9. Випишіть ті з них, які є дільниками числа:
1) 8; 2) 12; 3) 16; 4) 18.
- 65°. Дано числа: 2, 3, 5, 6, 8. Випишіть ті з них, які є дільниками числа:
1) 9; 2) 15; 3) 32; 4) 40.
- 66°. Знайдіть усі дільники числа:
1) 8; 2) 14; 3) 28; 4) 39.
- 67°. Знайдіть усі дільники числа:
1) 9; 2) 11; 3) 25; 4) 36.
- 68°. Чи правильно, що число 24 є кратним числа:
1) 8; 2) 12; 3) 16; 4) 48?
- 69°. Дано натуральні числа від чотирьох до десяти. Назвіть ті з них, які є кратними числа: 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5.



<https://cutt.ly/j6Ad50G>



<https://cutt.ly/f6AfBSc>

- 70°.** Дано числа: 10, 12, 14, 16, 18, 20. Випишіть ті з них, які є кратними числа:
1) 4; 2) 6; 3) 3; 4) 8.
- 71°.** Дано числа: 14, 18, 21, 24, 28, 30. Випишіть ті з них, які є кратними числа:
1) 6; 2) 7; 3) 10; 4) 3.
- 72°.** Дід Мороз приніс дітям у дитячий садочок подарунки. Кожній дитині дісталась однакова кількість подарунків. Скільки подарунків отримала кожна дитина, якщо в садочку 64 дитини, а подарунків було:
1) 128; 2) 256; 3) 320; 4) 448?
- 73°.** На координатному промені позначте точку $A(2)$ та ще чотири точки з координатами, кратними координаті точки A .
- 74°.** На координатному промені позначте точку $B(3)$ та ще три точки з координатами, кратними координаті точки B .
- 75°.** Чи правильно, що число 29 є: 1) простим; 2) складеним? Відповідь поясніть.
- 76°.** Чи правильно, що число 34 є: 1) простим; 2) складеним? Відповідь поясніть.
- 77°.** Назвіть серед чисел від двох до десяти:
1) усі прості числа; 2) усі складені числа.
- 78°.** Дано числа: 10, 11, 13, 15, 18, 23. Випишіть ті з них, які є:
1) простими; 2) складеними.
- 79°.** Дано числа: 21, 25, 27, 29, 32, 37. Випишіть ті з них, які є:
1) простими; 2) складеними.
- 80°.** Дано числа: 7, 8, 10, 13, 19, 24, 31, 34, 37, 39, 42, 43. Оберіть серед них ті, які мають: 1) тільки два дільники; 2) більше двох дільників. Укажіть, які з даних чисел є простими, а які — складеними.



81. Скільки дільників має число:

- 1) 125; 2) 100; 3) 72; 4) 300?

82. Знайдіть усі числа, які одночасно є дільниками чисел:

- 1) 8 і 14; 2) 24 і 28; 3) 32 і 48; 4) 45 і 75.

83. Знайдіть усі дільники числа:

- 1) 96; 2) 100; 3) 144; 4) 180.

84. Знайдіть усі дільники числа:

- 1) 84; 2) 72; 3) 75; 4) 120.



85. У магазині кольорові олівці продають у коробках по



16 олівців у кожній. Чи зможе вчитель малювання купити точно: 1) 48 олівців; 2) 64 олівці; 3) 96 олівців; 4) 120 олівців? Якщо так, то скільки це коробок?

86. У змаганнях беруть участь 108 школярів. Чи можна поді-



лити їх на команди: 1) по 6 осіб; 2) по 12 осіб; 3) по 16 осіб; 4) по 24 особи? Якщо так, то скільки буде таких команд?

87. Знайдіть усі двоцифрові числа, які є кратними числу:

- 1) 8; 2) 13; 3) 16; 4) 22.

88. Знайдіть усі двоцифрові числа, які є кратними числу:

- 1) 9; 2) 11; 3) 12; 4) 15.

89. Знайдіть усі трицифрові числа, менші за 400, для яких число 35 є дільником.

90. Знайдіть чотири найменші числа, дільниками яких є числа 6 і 8.

91. Серед чисел від десяти до п'ятдесяти випишіть усі прості числа.

92. Чи можна записати просте число у вигляді:

- 1) суми двох парних чисел;
2) суми двох непарних чисел;
3) суми парного й непарного числа?

Відповідь поясніть.

93*. Знайдіть будь-які чотири натуральні числа, які мають рівно три дільники. Яку закономірність ви побачили?



- 94*. Знайдіть будь-які чотири натуральні числа, які мають рівно чотири дільники. Яку закономірність ви побачили?
- 95*. Запишіть число 48 у вигляді різниці квадратів двох простих чисел, менших від 25.

Проявіть компетентність

96. Оксанка купувала в магазині цукерки й отримала 2 грн 50 коп. решти. Чи могла вона отримати всю решту однаковими монетами: 1) по 10 коп.; 2) по 50 коп.? Якщо так, то скільки було монет?
97. Вік Іринки, її старшої сестри Ольги, їх мами й бабусі — усе це дільники числа 165. Знайдіть вік сестри, мами й бабусі дівчинки, якщо відомо, що Іринці — 11 років.

§ 2. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 2, 10 І 5

1. Ознака подільності на 2

Ситуація. Назар і Марійка відповідають за організацію екскурсії шостих класів школи. Вони мають розмістити 58 учнів у двох автобусах. Назар запевняє, що в автобусах учнів може бути порівну. А Марійка каже, що про таке можна дізнатися тільки тоді, коли учні розмістяться в автобусах.



<https://cutt.ly/K5NMg0U>



Чи правий Назар?

Так, оскільки $58 : 2 = 29$.



58 учнів



29 учнів



29 учнів

Отже, число 58 ділиться на 2.



Запам'ятайте!

Числа, які діляться на 2, називаються *парними числами*.



Як задати парні числа?

Потрібно знайти числа, кратні числу 2.



Натуральний ряд чисел	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...
Дія	$\times 2$ кожне число
Парні числа	2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24...



У натуральному ряді **парні числа** чергуються з **непарними числами**:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...



Усі **кратні числа 2** є парними числами, а **інші числа** — непарними.

Формула

парного числа:

$2n$,

де n — деяке натуральне число

непарного числа:

$2n - 1$,

де n — деяке натуральне число



Чи поділяють цифри на парні й непарні?

Так.



Запам'ятайте!

Цифри

парні

0; 2; 4; 6; 8

нуль / чотвірка / вісімка
двійка / шістка

непарні

1; 3; 5; 7; 9

одиниця / п'ятірка / дев'ятка
трійка / сімка



Як з'ясувати, чи є парним дане число?

Для цього користуються ознакою подільності на 2.



Запам'ятайте!

Ознака подільності на 2

На 2 діляться ті й тільки ті числа, запис яких закінчується парною цифрою.

Наприклад, запис числа 58 закінчується парною цифрою 8 (вісімкою), а числа 59 — непарною цифрою 9 (дев'яткою).

Задача 1 Чи є парними числа 634, 163, 316?

Розв'язання

Число	634	163	316
Остання цифра	4	3	6
Висновок	634 — парне число	163 — непарне число	316 — парне число
Перевірка	$634 : 2 = 317$	$163 : 2 = 81$ (ост. 1)	$316 : 2 = 158$

Отже, числа 634 і 316 є парними, а число 163 — не є парним.

2. Ознака подільності на 10



Як одержати кратні числа 10?

<https://cutt.ly/e5NMLZ5>

Аналогічно до того, як шукали кратні числа 2.



Натуральний ряд чисел	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...
Дія	$\times 10$ кожне число
Кратні числа 10	10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120...



Запис усіх чисел, **кратних числу 10**, закінчується цифрою **0**.

Щоб з'ясувати, чи ділиться дане число на 10, користуються ознакою подільності на 10.

Запам'ятайте!

Ознака подільності на 10

На 10 діляться ті й тільки ті числа, запис яких закінчується цифрою 0.

Наприклад, число 1000 ділиться на 10, а число 1001 — ні.

3. Ознака подільності на 5



Чи кожне число, що ділиться на 5, ділиться й на число 10?

Ні, бо існують числа, які діляться на 5, але не діляться на 10. Наприклад, числа 15, 2055.



Знайдемо числа, кратні числу 5.

Натуральний ряд чисел	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...
Дія	$\times 5$ кожне число
Кратні числа 5	5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60...



Запис числа, **кратного числу 5**, закінчується або цифрою **5**, або цифрою **0**.

Щоб з'ясувати, чи ділиться дане число на 5, користуються ознакою подільності на 5.

Запам'ятайте!

Ознака подільності на 5

На 5 діляться ті й тільки ті числа, запис яких закінчується або цифрою 5, або цифрою 0.



Наприклад, число 85 ділиться на 5, а число 86 — не ділиться.

Задача 2 Знайдіть усі непарні числа від 10 до 40, які діляться на 5.

Розв'язання Можна міркувати двома способами.

Спосіб 1. Спочатку доберемо всі непарні числа від 10 до 40:

11, 13, 15, 17, 19, 21, ..., 39.

Виберемо з них ті числа, які діляться на 5 (закінчуються цифрою 5). Тоді отримаємо шукані числа:

15, 25, 35.

Спосіб 2. Спочатку доберемо числа від 10 до 40, що діляться на 5:

10, 15, 20, 25, 30, 35, 40.

Виключимо з них ті, що закінчуються нулями, бо вони є парними. Звідси шуканими є числа: 15, 25, 35.

✓ Серед чисел, що діляться на 5, **парні** числа діляться **і на 10**, а **непарні** — **ні**.

✓ Число 0 вважають **парним** числом.

Дізнайтеся більше

Ознака подільності на 4. Число ділиться на 4 тоді і тільки тоді, коли на 4 ділиться число, утворене двома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 3436 ділиться на 4, оскільки число 36 ділиться на 4.

Ознака подільності на 8. Число ділиться 8 тоді і тільки тоді, коли на 8 ділиться число, утворене трьома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 29 176 ділиться на 8, оскільки число 176 ділиться на 8.

Ознака подільності на 25. Число ділиться на 25 тоді і тільки тоді, коли на 25 ділиться число, утворене двома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 6575 ділиться на 25, оскільки число 75 ділиться на 25.

Ознака подільності на 125. Число ділиться на 125 тоді і тільки тоді, коли на 125 ділиться число, утворене трьома останніми цифрами даного числа. Наприклад, число 36 375 ділиться на 125, оскільки число 375 ділиться на 125.



Словничок



Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
парні числа	even numbers	gerade Zahlen	nombres pairs
непарні числа	odd numbers	ungerade Zahlen	nombres impairs

<https://cutt.ly/V7EXrQp>

Пригадайте головне

1. Які числа називаються парними? непарними?
2. Які цифри називаються парними? непарними?
3. Сформулюйте ознаку подільності на 2.
4. Сформулюйте ознаку подільності на 5.
5. Сформулюйте ознаку подільності на 10.

Усне тренування

Обчисліть усно:

1) $5,86 + 4,14$;

$3,56 + 6,44$;

$2,82 + 7,18$;

2) $0,79 + 9,21$;

$4,25 + 5,75$;

$1,63 + 8,37$;

3) $8,62 + 1,38$;

$1,13 + 8,87$;

$5,74 + 4,26$.

Розв'яжіть задачі

- 98'. Назвіть: 1) три парні числа; 2) три непарні числа.
- 99'. Чи правильно, що парним є число:
1) 8; 2) 15; 3) 24; 4) 41?
- 100'. Чи правильно, що непарним є число:
1) 18; 2) 25; 3) 33; 4) 72?
- 101'. Чи правильно, що парною є цифра:
1) 5; 2) 4; 3) 2; 4) 7?
- 102'. Чи правильно, що непарною є цифра:
1) 3; 2) 0; 3) 9; 4) 8?





- 103'.** Назвіть будь-які три числа, які діляться на 10.
- 104'.** Чи правильно, що на 10 ділиться число:
1) 108; 2) 70; 3) 110; 4) 9006?
- 105'.** Назвіть будь-які три числа, які діляться на 5.
- 106'.** Чи правильно, що на 5 ділиться число:
1) 18; 2) 25; 3) 40; 4) 53?
- 107'.** Із чисел від десяти до двадцяти випишіть ті, які є:
1) парними; 2) непарними.
- 108'.** Дано натуральні числа від двадцяти до тридцяти. Випишіть ті з них, які є:
1) парними; 2) непарними.
- 109'.** Дано числа: 5, 11, 13, 16, 24, 29, 30, 35, 48, 51. Скільки серед даних чисел: 1) парних; 2) непарних?
Назвіть їх.
- 110'.** Дано числа: 3, 12, 17, 19, 23, 26, 32, 36, 40, 42. Скільки серед даних чисел: 1) парних; 2) непарних?
Назвіть їх.
- 111'.** Із чисел від двадцяти до сорока випишіть ті, які діляться на 2.
- 112'.** Дано числа: 13, 14, 17, 20, 25, 29, 30, 32, 33, 38. Випишіть ті з них, які діляться на 2.
- 113'.** Дано числа: 8, 12, 13, 15, 22, 25, 30, 32, 47, 54.
Скільки серед даних чисел:
1) діляться на 2;
2) не діляться на 2?



<https://cutt.ly/s6AgsMh>

- 114'.** Із чисел від двадцяти шести до сорока восьми випишіть ті, які діляться на 2.
- 115'.** Із чисел від трьох до п'ятдесяти випишіть ті, які діляться на 10.
- 116'.** Дано числа: 8, 10, 16, 20, 32, 35, 40, 56, 70, 99, 110.
Скільки серед даних чисел:
1) діляться на 10; 2) не діляться на 10?



- 117°.** Із чисел від двадцяти п'яти до сімдесяти двох випишіть ті, які діляться на 10.
- 118°.** Із чисел від трьох до п'ятдесяти чотирьох випишіть ті, які діляться на 5.
- 119°.** Дано числа: 7, 13, 15, 23, 25, 34, 40, 49, 55, 60, 78, 85, 99. Скільки серед даних чисел таких, що:
- 1) діляться на 5;
 - 2) не діляться на 5;
 - 3) діляться і на 5, і на 2?
- 120°.** Із чисел від дев'яти до шістдесяти шести випишіть ті, які діляться на 5.
- 121°.** Із чисел від тридцяти до п'ятдесяти випишіть ті, які діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
- 122°.** Назвіть будь-які три числа, які не діляться:
- 1) на 2;
 - 2) на 5;
 - 3) на 10.
- 123°.** На координатному промені позначте точки, координатами яких є числа від одного до одинадцяти, кратні числу:
- 1) 2;
 - 2) 5;
 - 3) 10.
- 124°.** На координатному промені позначте точки, координатами яких є числа від двох до п'ятнадцяти, кратні числу:
- 1) 2;
 - 2) 5;
 - 3) 10.
- 125°.** Дано числа: 110, 224, 355, 154, 180, 203; 432; 518; 650; 780. Випишіть ті з них, які діляться:
- 1) на 2;
 - 2) на 5;
 - 3) на 10;
 - 4) і на 2, і на 5.
- 126°.** Дано числа: 125, 252, 305, 160, 191, 210, 336, 520, 651, 890. Випишіть ті з них, які діляться:
- 1) на 2;
 - 2) на 5;
 - 3) на 10;
 - 4) і на 2, і на 5.
- 127°.** Іван забув останню цифру трицифрового коду домофона, але знає, що перші дві цифри — 3 і 3, а все число ділиться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10. Яким може бути код?



<https://cutt.ly/t6AgSEH>



- 128°.** Настуся забула останню цифру чотирицифрового пароля до смартфона. Пароль розпочинається числом 123, а загалом є числом, що ділиться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10. Яким може бути пароль?
- 129°.** Андрій та Ганна вирішили забрати цінні речі із сейфа готелю, але забули останню цифру свого чотирицифрового пароля. Пароль розпочинається числом 135, а загалом є числом, що ділиться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10. Укажіть усі можливі варіанти пароля.
- 130°.** Обчисліть значення виразу $125 \cdot 36 + 125 \cdot 3$ та вкажіть, чи ділиться отримане число: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
- 131°.** Обчисліть значення виразу $137 \cdot 12 + 137 \cdot 18$ та вкажіть, чи ділиться отримане число: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.
- 132.** Перемалюйте в зошит і заповніть таблицю 6. Яку закономірність ви помітили?

Таблиця 6

a	b	$a + b$	$a - b$
парне	парне		
парне	непарне		
непарне	парне		
непарне	непарне		

- 133.** Дано числа від ста до двохсот. Скільки серед цих чисел:
 1) парних; 3) непарних, що діляться на 5;
 2) непарних; 4) парних, що діляться на 5?
- 134.** Чи можна, використавши тільки цифри 7 і 6, записати числа, які:
 1) діляться на 2; 2) не діляться на 2; 3) діляться на 10?
 Якщо так, то наведіть приклад.
- 135.** У Василька було 100 грн. Він купив 10 однакових рючок й отримав решту — 13 грн. Чи правильно йому дали решту?
- 136.** Мама купила на базарі кілька лотків яєць по 10 штук у кожному. Чи може бути так, що мама купила:
 1) 25 яєць; 2) 44 яйця; 3) 60 яєць?



-  **137.** До свята хлопці 6-Б класу купили 14 букетів по 5 тюльпанів у кожному. Чи зможуть хлопці подарувати всім дівчаткам свого класу однакові букети, якщо у 6-Б класі — 10 дівчаток?
-  **138.** Для уроків малювання батьки купили шестикласникам 10 коробок олівців по 15 олівців у кожній коробці. Чи можна поділити всі олівці так, щоб кожному учневі дісталось рівно по 5 олівців, якщо в класі — 25 учнів? А якщо 30 учнів?
- 139.** Серед двоцифрових чисел, які містять цифру 5, знайдіть усі числа, які: 1) діляться на 5; 2) діляться на 2 і на 5; 3) діляться на 10; 4) не діляться ані на 2, ані на 5.
- 140.** Серед двоцифрових чисел, які містять цифру 4, знайдіть усі числа, які: 1) діляться на 5; 2) діляться на 2 і на 5; 3) діляться на 10; 4) не діляться ані на 2, ані на 5.
- 141*.** Запишіть найменше трицифрове число, яке ділиться на 10, якщо сума його цифр дорівнює: 1) 7; 2) 8; 3) 11.
- 142*.** Запишіть найбільше трицифрове число, яке ділиться на 5, якщо сума його цифр дорівнює: 1) 15; 2) 20; 3) 22.
- 143*.** Серед чотирицифрових чисел, запис яких містить тільки цифри 2, 5 і 0, випишіть ті, які діляться:
1) на 25; 2) на 4.
- 144*.** Як з'ясувати, не проводячи обчислень, чи ділиться добуток $24 \cdot 13 \cdot 45 \cdot 16$: 1) на 10; 2) на 25?

Проявіть компетентність

-  **145.** Порахуйте, скільки років у сумі становить вік учнів вашого класу. Чи ділиться отримане число:
1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?
-  **146.** Учні 6-А класу здали 400 кг макулатури й отримали в подарунок по одній коробці цукерок за кожний центнер макулатури. У коробці міститься 25 цукерок. Чи можна поділити цукерки порівну між усіма учнями, якщо в 6-А класі навчається 20 учнів?



§ 3. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 9 І 3

1. Ознака подільності на 9



<https://cutt.ly/b5N1yPT>

Завдання. В актовій залі школи 9 рядів крісел по 16 у кожному ряду. Якщо місць не вистачає, то доставляють додаткові стільці. На урочистих зборах 5–6 класів треба розмістити 144 учні. Допоможіть Марії Іванівні переконатися, що місць вистачить усім учням 5–6 класів і додаткових стільців не знадобиться.



Як з'ясувати, чи вистачить місць усім учням?



Поділити кількість учнів на кількість рядів. Оскільки $144 : 9 = 16$, то місць вистачить усім учням.



Отже, число 144 ділиться на 9.
Знайдемо числа, кратні числу 9.

Натуральний ряд чисел	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...
Дія	$\times 9$ кожне число
Кратні числа 9	9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108...



Чи пов'язана ознака подільності на 9 з останньою цифрою в записі числа?

Ні. Вона пов'язана із сумою цифр у цьому записі.



Запам'ятайте!

Ознака подільності на 9

На 9 діляться ті й тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 9.



Задача 1 Чи ділиться на 9 число 489, 9567?

Розв'язання

Число	489	9567
Сума цифр	$4 + 8 + 9 = 21$	$9 + 5 + 6 + 7 = 27$
Виконання ознаки	$21 : 9 = 2$ (ост. 3)	$27 : 9 = 3$
Висновок	489 не ділиться на 9	9567 ділиться на 9
Перевірка	$489 : 9 = 54$ (ост. 3)	$9567 : 9 = 1063$



Подільність числа на 9 залежить від суми цифр у його записі.

Задача 2 Знайдіть усі трицифрові числа, записи яких містять цифри 5 і 1 та які діляться на 9.

Розв'язання Позначимо невідому цифру зірочкою. Сума цифр шуканого числа дорівнює: $5 + 1 + * = 6 + *$. Ця сума повинна ділитися на 9, тому замість зірочки можна підставити тільки цифру 3. А далі з цифр 1, 3, 5 складаємо всі можливі трицифрові числа: 135, 153, 315, 351, 513, 531.

2. Ознака подільності на 3



Як з'ясувати, чи ділиться число на 3?

<https://cutt.ly/m5N1TKY>

Для цього користуються ознакою подільності на 3.



Запам'ятайте!

Ознака подільності на 3

На 3 діляться ті й тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 3.

Задача 3 Чи ділиться на 3 число: 732, 5723?



Розв'язання

Число	732	5723
Сума цифр	$7 + 3 + 2 = 12$	$5 + 7 + 2 + 3 = 17$
Виконання ознаки	$12 : 3 = 4$	$17 : 3 = 5 \text{ (ост. 2)}$
Висновок	732 ділиться на 3	5723 не ділиться на 3
Перевірка	$732 : 3 = 244$	$5723 : 3 = 1907 \text{ (ост. 2)}$



Подільність числа на 3 залежить від суми цифр у його записі.



Чи можна вважати, що числа, які діляться на 9, діляться і на 3?

Так.



Оскільки сума цифр чисел, кратних числу 9, ділиться на 9, то вона ділиться і на 3. Проте обернене твердження не є правильним.



Числа, що діляться на 3, не завжди діляться на 9.

Наприклад, числа 12, 33, 213 діляться на 3, але не діляться на 9.

Задача 4 У числі $1*25$ замість зірочки доберіть такі цифри, щоб отримане число ділилося на 3.

Розв'язання Сума цифр шуканого числа дорівнює:

$$1 + * + 2 + 5 = 8 + *.$$

Ця сума має ділитися на 3, тому замість зірочки можна записати такі цифри: 1, 4 або 7. Тоді в сумі цифр отримаємо 9, 12 або 15 і шукане число буде ділитися на 3. Отже, шуканими числами є: 1125, 1425, 1725.



Дізнайтеся більше

У вас могло виникнути запитання: «Як пояснити, чому сума цифр у записі числа може показувати, чи ділиться число на 9?». Поміркуємо, спираючись на приклад.

Числа 99 і 999 діляться на 9, а от числа 100 і 1000 на 9 не діляться. Подамо ці числа як суми:

$$99 = 90 + 9;$$

$$999 = 900 + 90 + 9;$$

$$100 = 99 + 1;$$

$$1000 = 999 + 1.$$

Проаналізуємо отримані суми. У колонці ліворуч кожний доданок суми ділиться на 9, а в колонці праворуч — ні.

Узагалі, якщо кожний доданок ділиться на дане число, то їх сума ділиться на дане число; якщо один із доданків не ділиться на дане число, а сума всіх інших доданків ділиться на дане число, то сума не ділиться на дане число.

Запишемо число 351 як суму розрядних доданків та перетворимо її:

$$\begin{aligned} 351 &= 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 = \\ &= 3 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 1 = \\ &= 3 \cdot 99 + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + 1 = \\ &= 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 + 3 + 5 + 1 = \\ &= 3 \cdot 99 + 5 \cdot 9 + 9. \end{aligned}$$

В отриманій сумі кожний з доданків ділиться на 9, тому число 351 ділиться на 9. Як бачимо, результат залежить від останнього доданка, котрий дістали як суму: $3 + 5 + 1 = 9$. А ця сума — не що інше, як сума цифр даного числа.

Словничок

**Українська**

подільність

**Англійська/
English**

divisibility

**Німецька/
Deutsch**

Teilbarkeit (f)

**Французька/
Français**

divisibilité

<https://cutt.ly/R7EXLKN>

Пригадайте головне

1. Сформулюйте ознаку подільності на 9.
2. Сформулюйте ознаку подільності на 3.
3. Чи можна вважати, що числа, які діляться на 9, діляться і на 3?



Усне тренування

Обчисліть усно:

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) суму чисел: | а) 24,72 і 10,28; | б) 59,01 і 40,99; |
| 2) різницю чисел: | а) 84,72 і 14,22; | б) 9,32 і 5,16; |
| 3) суму чисел: | а) 31,63 і 12,37; | б) 69,28 і 0,72; |
| 4) різницю чисел: | а) 56,34 і 15,14; | б) 14,16 і 13,08. |

Розв'яжіть задачі

- 147'.** Назвіть будь-які три числа, які діляться на 9.
- 148'.** Чи правильно, що на 9 ділиться число:
1) 11; 2) 72; 3) 27; 4) 96?
- 149'.** Назвіть будь-які три числа, які діляться на 3.
- 150'.** Чи правильно, що на 3 ділиться число:
1) 18; 3) 42;
2) 25; 4) 53?
- 151'.** Дано числа: 35, 44, 49, 53, 66, 111, 126, 135. Скільки серед них:
1) діляться на 9; 2) не діляться на 9?
- 152'.** Дано числа: 15, 22, 27, 45, 54, 79, 81, 93, 99, 102. Випишіть ті з них, які діляться на 9.
- 153'.** Дано натуральні числа від сімдесяти до ста двадцяти. Випишіть ті з них, які діляться на 9.
- 154'.** Дано натуральні числа від дев'яноста до ста тридцяти трьох. Випишіть ті з них, які діляться на 9.
- 155'.** Дано числа: 23, 24, 37, 39, 44, 48, 56, 59, 63, 73. Скільки серед них:
1) діляться на 3;
2) не діляться на 3?
- 156'.** Дано числа: 14, 15, 17, 22, 24, 29, 35, 42, 54, 78, 92, 105. Випишіть ті з них, які діляться на 3.



<https://cutt.ly/v6Ag6u1>



<https://cutt.ly/l6AhvsE>



- 157°.** Дано натуральні числа від сорока одного до шістдесяти. Випишіть ті з них, які діляться на 3.
- 158°.** Дано натуральні числа від сімдесяти семи до ста двох. Випишіть ті з них, які діляться на 3.
- 159°.** Назвіть будь-які чотири трицифрові числа, які діляться: 1) на 9; 2) на 3.
- 160°.** Назвіть будь-які три чотирицифрові числа, які діляться: 1) на 9; 2) на 3.
- 161°.** На координатному промені позначте точки, координатами яких є числа від одного до тринадцяти, кратні числу: 1) 9; 2) 3.
- 162°.** На координатному промені позначте п'ять точок, координатами яких є числа, кратні числу 9 або числу 3.
- 163°.** Допишіть зліва до числа 70 таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 164°.** Допишіть справа до числа 131 таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 165°.** Допишіть зліва до числа 128 таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 166°.** У числі $1*21$ замість зірочки запишіть таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 167°.** У числі $50*9$ замість зірочки запишіть таку цифру, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 168°.** Знайдіть значення виразу $5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1$ та вкажіть, чи ділиться отримане число: 1) на 9; 2) на 3.
- 169°.** Знайдіть значення виразу $2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 3$ та вкажіть, чи ділиться отримане число:
1) на 9; 2) на 3.
- 170°.** На фабриці розфасовують цукерки в коробки по 9 штук у кожную, а потім ці коробки складають у ящики. Чи може так статися, що в ящику виявиться: 1) 243 цукерки; 2) 424 цукерки; 3) 513 цукерок?





- 171.** Мама доручила Маринці купити 9 однакових новорічних прикрас і дала їй 300 грн. У магазині після сплати за покупку Маринка отримала решту — 12 грн. Чи правильно їй дали решту?
- 172.** Олег купив три однакові букети: для мами, сестри і бабусі. Чи може так статися, що він загалом купив: 1) 15 троянд; 2) 17 троянд; 3) 21 троянду?
- 173.** Настя перемогла в конкурсі юних поетів і поеток й отримала винагороду — 825 грн. Вона вирішила поділити гроші порівну між собою, татом і мамою. Чи зможуть вони поділити премію Насті порівну? Якщо так, то скільки грошей дістанеться кожному?
- 174.** Мама доручила Сашкові купити 3 кг яблук одного сорту і дала йому для цього 50 грн. У магазині, після сплати за покупку, Сашко отримав решту — 3 грн. Чи правильно йому дали решту?
- 175.** Скільки з чисел від ста до двохсот таких, що діляться: 1) на 9; 2) на 3?
- 176.** Чи можна, використавши тільки цифри 2 і 3, записати числа, які діляться: 1) на 9; 2) на 3?
Якщо так, то наведіть приклад.
- 177.** Запишіть найбільше трицифрове число, яке ділиться: 1) на 9; 2) на 3.
- 178.** Запишіть найменше чотирицифрове число, яке ділиться: 1) на 9; 2) на 3.
- 179.** Використавши тільки однакові цифри, запишіть усі можливі трицифрові числа, які діляться: 1) на 9; 2) на 3; 3) і на 3, і на 5.
- 180.** У числі $1**37$ замість зірочок запишіть такі цифри, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.
- 181.** У числі $8*5*0$ замість зірочок запишіть такі цифри, щоб отримане число ділилося: 1) на 9; 2) на 3.





- 182.** Складіть усі можливі чотирицифрові числа, які містять три п'ятірки і діляться на 9.
- 183.** Складіть усі можливі чотирицифрові числа, які містять три п'ятірки і діляться на 3.
- 184*.** Андрій задумав деяке трицифрове число. Відомо, що це число ділиться на 9, кожна його цифра ділиться на 3, а сума перших двох його цифр дорівнює третій цифрі. Яке число задумав Андрій? Скільки розв'язків має задача?
- 185*.** Скільки чисел першої сотні не діляться ані на 9, ані на 3?
- 186*.** Серед усіх чотирицифрових чисел, запис яких містить тільки цифри 1, 3 і 0, випишіть ті, які діляться:
1) на 18; 2) на 6.
- 187*.** Сергійко забув першу цифру коду *85228, але пам'ятав, що все шестицифрове число ділиться на 3. Яку найбільшу кількість варіантів кодів доведеться перебрати хлопчикові, щоб відкрити дверцята камери схову?
- 188*.** Запишіть найменше і найбільше чотирицифрові числа, які діляться і на 3, і на 5.

Проявіть компетентність

- 189.** Знайдіть суму своїх річних оцінок за 5-й клас. Чи ділиться отримане число на 9?
- 190.** Порахуйте загальну кількість ваших робочих зошитів з усіх предметів. Чи ділиться отримане число на 3?
- 191.** 6-А, 6-Б та 6-В класи назбирали та здали макулатури на суму 3456 грн. Чи ділиться ця сума: 1) на 9; 2) на 3?





§ 4. РОЗКЛАДАННЯ ЧИСЕЛ НА МНОЖНИКИ. НАЙБІЛЬШИЙ СПІЛЬНИЙ ДІЛЬНИК

1. Що таке розклад числа на множники



<https://cutt.ly/05N1B4a>

Ситуація. Наталка стверджує, що 6 яблук можна розкласти на 2 купки по 3 яблука або на 3 купки по 2 яблука. Числа 2 і 3 є дільниками числа 6. Тому число 6 можна подати як добуток його дільників: $6 = 2 \cdot 3$.

Петро стверджує, що число 6 також має дільники 1 і 6, тому його можна подати ще й так: $6 = 1 \cdot 6$. Чи праві діти? Чим відрізняються приклади Наталки й Петра?

Наталка



$$6 = 2 \cdot 3$$

6
яблук

Петро



$$6 = 1 \cdot 6$$

Обидві рівності є правильними, тому праві й Наталка, і Петро. Отже, число 6 можна подати як добуток його дільників, причому двома способами.



Кожне натуральне число, більше за 1, можна подати як добуток його дільників.

Одержану рівність називають *розкладом числа на множники*.

Отже, число 6 має два розклади на множники:

$$6 = 2 \cdot 3 \text{ і } 6 = 1 \cdot 6.$$



Чи відрізняються розклади на множники числа 6?

Так. У розкладі $6 = 2 \cdot 3$ множники 2 і 3 є простими числами, а в розкладі $6 = 1 \cdot 6$ обидва множники не є простими числами.



**Запам'ятайте!**

Розклад числа на множники, у якому всі множники — прості числа, називається *розкладом числа на прості множники*.

Наприклад, рівність $6 = 2 \cdot 3$ є розкладом числа 6 на прості множники.

$$\begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \\ 5 = 1 \cdot 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \swarrow \\ \leftarrow \\ \swarrow \end{array} \quad \text{Прості множники}$$

↑
Не є простим множником



Чи є розкладом на прості множники рівність $5 = 1 \cdot 5$?

Ні. У цьому розкладі один із множників не є простим. Це число 1.



Проте будемо вважати, що для будь-якого простого числа теж можна записати його розклад на прості множники, наприклад, так: $5 = 5$.

Задача 1 Розкладіть на прості множники число 210.

Розв'язання

210	2	$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
105	3	
35	5	
7	7	
1		



<https://cutt.ly/r6AhMuK>

2. Найбільший спільний дільник

Для двох і більше чисел можна знаходити їх *спільні дільники*. Це ті числа, на які ділиться кожне з даних



чисел. Наприклад, числа 12 і 30 мають спільні дільники 2, 3 і 6. Число 6 є *найбільшим спільним дільником* цих чисел.



Записують: $\text{НСД}(12; 30) = 6$ і говорять: «Найбільшим спільним дільником чисел 12 і 30 є число 6».

Запам'ятайте!

Найбільшим спільним дільником двох чисел називається найбільше число, на яке ділиться кожне з даних чисел.



Як знайти НСД двох чисел?

Скористатися розкладом цих чисел на прості множники.



Задача 2 Знайдіть НСД чисел 18 і 45.

Розв'язання

18	2	45	3	$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$
9	3	15	3	$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5$
3	3	5	5	$\text{НСД}(18; 45) = 3^2 = 9$
1		1		

Відповідь: $\text{НСД}(18; 45) = 9$.



Щоб знайти НСД двох чисел:

- 1) розкладіть дані числа на прості множники;
- 2) знайдіть добуток спільних дільників даних чисел.



Чи можна знайти НСД двох чисел, які не мають спільних дільників, крім числа 1?

Так. Але НСД таких чисел дорівнює 1.





Два числа, НСД яких дорівнює 1, називають *взаємно простими*.

Наприклад, $\text{НСД}(8; 21) = 1$. Отже, числа 8 і 21 — взаємно прості.

Два різні прості числа також є взаємно простими. Наприклад, $\text{НСД}(7; 13) = 1$, тому прості числа 7 і 13 є взаємно простими.



Чи можна знайти НСД кількох чисел?

Так. Для цього виконують ті самі дії, що і в задачі 2, але для кількох чисел.



Наприклад, знайдемо $\text{НСД}(9; 12; 30)$. Маємо:

$$\begin{aligned}9 &= 3 \cdot 3, \\12 &= 2 \cdot 2 \cdot 3, \\30 &= 2 \cdot 3 \cdot 5.\end{aligned}$$

Звідси $\text{НСД}(9; 12; 30) = 3$.

Дізнайтеся більше

Цікавий спосіб знаходження НСД двох чисел описав у своїй книзі «Начала» давньогрецький математик Евклід (близько 365–300 років до н. е.). На честь ученого цей спосіб називають «алгоритмом Евкліда».

Нехай потрібно знайти НСД двох чисел a і b , де $a > b$. Із даних чисел утворимо пари: a і b та $a - b$ і b . Неважко помітити, що НСД для кожної пари — той самий: $\text{НСД}(a; b) = \text{НСД}(a - b; b)$. Число $a - b$ позначимо через c . З чисел c і b знову вибираємо більше, нехай це буде число b . Віднімаємо від більшого числа менше: $b - c$. Тоді маємо, що $\text{НСД}(a; b) = \text{НСД}(a - b; b) = \text{НСД}(c; b) = \text{НСД}(b; c) = \text{НСД}(b - c; c)$. Повторюємо цей ланцюжок допоки не отримаємо пару однакових чисел $(d; d)$. Число d і є НСД чисел a і b .

Наприклад, знайдемо $\text{НСД}(56; 16)$.

$$\begin{aligned}\text{НСД}(56; 16) &= \text{НСД}(56 - 16; 16) = \text{НСД}(40; 16) = \text{НСД}(40 - 16; 16) = \\&= \text{НСД}(24; 16) = \text{НСД}(24 - 16; 16) = \text{НСД}(8; 16) = \text{НСД}(16; 8) = \\&= \text{НСД}(16 - 8; 8) = \text{НСД}(8; 8) = 8.\end{aligned}$$





Словничок



Українська

Англійська/
English

Німецька/
Deutsch

Французька/
Français

множники

multipliers

Multipli-
katoren (pl)

facteurs

<https://cutt.ly/b7ECqU7>

Пригадайте головне

1. Що називається розкладом числа на прості множники?
2. Чи можна розкласти на прості множники просте число?
3. Як розкласти складене число на прості множники?
4. Яке число називають найбільшим спільним дільником двох чисел?
5. Як знайти найбільший спільний дільник двох чисел?
6. Які два числа називаються взаємно простими?

Усне тренування

Обчисліть усно:

1) $5,86 \cdot 10 + 1,4$;

3) $8,62 \cdot 1000 - 120$;

2) $0,79 \cdot 100 + 11$;

4) $3,51 \cdot 10 + 4,9$.

Розв'яжіть задачі

- 192'.** Чи є розкладом на прості множники рівність:
1) $10 = 2 \cdot 5$; 2) $10 = 10$; 3) $10 = 2,5 \cdot 4$?
- 193'.** Чи є розкладом на прості множники рівність:
1) $7 = 2 \cdot 3,5$; 2) $7 = 7$; 3) $7 = 0,7 \cdot 10$?
- 194'.** Скільки простих дільників має число:
1) 6; 2) 11; 3) 14; 4) 17?
- 195'.** Чи правильно, що спільним дільником чисел 12 і 8 є число:
1) 8; 2) 4; 3) 12; 4) 2?
- 196'.** Чи правильно, що найбільшим спільним дільником чисел 12 і 8 є число:
1) 8; 2) 4; 3) 12; 4) 2?



- 197°.** Чи правильно, що число 7 є взаємно простим із числом:
1) 3; 2) 14; 3) 16; 4) 42?
- 198°.** На які прості числа ділиться число:
1) 15; 2) 32; 3) 36; 4) 44?
- 199°.** Скільки різних простих множників є в розкладі числа:
1) 17; 2) 21; 3) 22; 4) 56?
- 200°.** Розкладіть на прості множники число:
1) 28; 2) 48; 3) 64; 4) 72.
- 201°.** Розкладіть на прості множники число:
1) 42; 2) 54; 3) 84; 4) 96.
- 202°.** Знайдіть усі дільники числа a , яке дорівнює значенню числового виразу $3 \cdot 5 \cdot 7$.
- 203°.** Чи правильно, що число 4 є спільним дільником чисел:
1) 16 і 22; 2) 24 і 30; 3) 36 і 64; 4) 44 і 96?
- 204°.** Чи правильно, що число 3 є спільним дільником чисел:
1) 12 і 8; 2) 12 і 9; 3) 15 і 21; 4) 15 і 20?
- 205°.** З натуральних чисел від десяти до шістдесяти випишіть ті, які діляться:
1) на 6;
2) на 9;
3) на 12.
- 206°.** З натуральних чисел від двадцяти одного до сімдесяти семи випишіть ті, які діляться:
1) на 5; 2) на 8; 3) на 11.
- 207°.** На координатному промені позначте точки з координатами, які є дільниками числа 16.
- 208°.** На координатному промені позначте точки з координатами, які є дільниками числа 12.
- 209°.** Чи правильно, що найбільшим спільним дільником чисел 24 і 18 є число:
1) 72; 2) 4; 3) 6; 4) 8?



<https://cutt.ly/C6Ajfrq>



<https://cutt.ly/F6AjQOF>



- 210°.** Чи правильно, що найбільшим спільним дільником чисел 36 і 45 є число:
1) 3; 2) 105; 3) 6; 4) 9?
- 211°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 28 і 42; 3) 64 і 48;
2) 34 і 51; 4) 75 і 125.
- 212°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 24 і 36; 3) 70 і 105;
2) 26 і 65; 4) 96 і 144.
- 213°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу:
1) $\frac{45}{75}$; 2) $\frac{72}{156}$; 3) $\frac{52}{156}$; 4) $\frac{44}{132}$.
- 214°.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу:
1) $\frac{35}{55}$; 2) $\frac{48}{112}$; 3) $\frac{34}{136}$; 4) $\frac{42}{154}$.
- 215°.** Знайдіть найменше число, найбільшим спільним дільником якого і числа 24 є число: 1) 6; 2) 8; 3) 12.
- 216°.** Чи правильно, що взаємно простими є числа:
1) 6 і 21; 2) 27 і 51; 3) 16 і 17; 4) 44 і 55?
- 217°.** Чи правильно, що взаємно простими є числа:
1) 7 і 21; 3) 15 і 17;
2) 23 і 49; 4) 15 і 27?
- 218°.** Дано числа: 5, 12, 18, 25, 26, 33, 37. Випишіть усі можливі пари взаємно простих чисел.
- 219°.** Запишіть усі двоцифрові числа, менші від двадцяти, які є взаємно простими з числом 20.
- 220°.** Запишіть усі двоцифрові числа, більші за двадцять, але менші від тридцяти, які є взаємно простими з числом 25.
- 221°.** Знайдіть усі числа, які розкладаються на два прості одноцифрові множники.



<https://cutt.ly/k6AjGTx>



222. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 204 і 420; 2) 144 і 324; 3) 625 і 875; 4) 126 і 378.

223. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 162 і 270; 2) 154 і 396; 3) 279 і 496; 4) 270 і 495.

224. Яку найбільшу кількість однакових наборів можна скласти із 150 ручок і 315 олівців?

225. Яку найбільшу кількість однакових наборів можна скласти із 320 засобів гігієни і 280 пляшок води?



226. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 540 тюльпанів і 405 нарцисів?



227. Дано натуральні числа від сорока до сорока шести. Випишіть усі можливі пари взаємно простих чисел.

228. Дано натуральні числа від двадцяти одного до двадцяти семи. Випишіть усі можливі пари взаємно простих чисел.

229. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 15, 45 і 80; 2) 16, 28 і 36; 3) 34, 36 і 90; 4) 42, 70 і 98.

230. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 8, 12 і 20; 2) 25, 40 і 100; 3) 32, 36 і 60; 4) 44, 66 і 132.

231*. Яку найбільшу кількість однакових новорічних подарунків можна скласти зі 135 мандаринів, 189 яблук і 243 цукерок?



232*. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти з 336 білих троянд, 528 червоних троянд і 720 жовтих троянд?



233*. У яку найбільшу кількість дитячих садочків можна передати однакові набори солодошів, якщо є 300 шоколадних батончиків, 250 пакувань печива, 170 пакувань зефіру?



234*. Запишіть найменше трицифрове число, найбільшим спільним дільником якого і числа 312 є число 39.

235*. Запишіть найбільше трицифрове число, найбільшим спільним дільником якого і числа 252 є число 42.



236*. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

1) 54, 108, 162 і 378; 2) 405, 630, 945 і 1350.

Проявіть компетентність

237. Прямокутний металевий лист розміром 52 см х 78 см потрібно розрізати на найменшу кількість однакових квадратів. Скільки таких квадратів можна отримати та які розміри матиме кожний з них?

238. Тато вирішив облицювати три стіни ванної кімнати плиткою квадратної форми так, щоб її не розрізати. Усі стіни кімнати мають форму прямокутника і розміри: 240 см і 140 см; 240 см і 220 см; 240 см і 140 см. Скільки плиток найбільшого можливого розміру потрібно для облицювання ванної кімнати?

§ 5. НАЙМЕНШЕ СПІЛЬНЕ КРАТНЕ

1. Що таке спільне кратне двох чисел



<https://cutt.ly/I5N8QUC>

Ситуація. Назар і Марійка відповідають за розстановку стільців у актовій залі перед шкільною виставою. Щоб розмістити всіх глядачів, які прийдуть на виставу, Марійка запропонувала поставити по 4 стільці в кожному ряду. Назар запропонував поставити по 6 стільців у кожному ряду, зауваживши, що рядів при цьому буде менше. Скільком глядачам могли готувати стільці Марійка й Назар, якщо кожному глядачеві призначався один стілець й усі стільці мали бути зайняті?



Як визначити, скільком глядачам діти могли готувати місця в актовій залі?

Знайти кратні числа 4 і числа 6 та обрати серед них однакові числа.



Знайдемо кратні числа 4. Для цього достатньо помножити число 4 на числа натурального ряду:

4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44, **48**, 52, 56, **60**...



Аналогічно знайдемо кратні числа 6:

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66...

Серед кратних числа 4 й числа 6 однаковими є числа:

12, 24, 36, 48, 60...

Це — *спільні кратні* чисел 4 і 6.

Отже, Назар і Марійка могли готувати стільці для 12, 24, 36, 48, 60... глядачів.



Щоб знайти хоча б одне спільне кратне двох чисел, достатньо ці числа перемножити.

Наприклад, $6 \cdot 4 = 24$.

<https://cutt.ly/Y5N81uB>



2. Найменше спільне кратне

Серед спільних кратних чисел 4 і 6 найменшим є число 12. Це *найменше спільне кратне* чисел 4 і 6.



Записують: НСК (4; 6) = 12 і говорять: «Найменшим спільним кратним чисел 4 і 6 є число 12».

Запам'ятайте!

Найменшим спільним кратним двох чисел називається найменше число, яке ділиться на кожне з даних чисел.

Спільні кратні кількох чисел можна шукати за допомогою розкладів даних чисел на прості множники.

Задача 1 Знайдіть НСК чисел 18 і 45.

Розв'язання

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$\text{НСК}(18; 45) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90.$$

$$\text{Відповідь: НСК}(18; 45) = 90.$$



Щоб знайти НСК двох чисел:

- 1) розкладіть дані числа на прості множники;
- 2) виписіть розклад найменшого з даних чисел;
- 3) допишіть до цього розкладу такі множники із розкладу іншого числа, які ще не увійшли до добутку;
- 4) обчисліть отриманий добуток.



Як знайти НСК двох взаємно простих чисел?

Перемножити ці числа.



Наприклад, $\text{НСК}(8; 21) = 8 \cdot 21 = 168$.



Як знайти НСК кількох чисел?

Так само, як і двох чисел.



Наприклад, знайдемо $\text{НСК}(9; 12; 15)$. Маємо:

$$9 = 3 \cdot 3, 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3, 15 = 3 \cdot 5.$$

Звідси $\text{НСК}(9; 12; 15) = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 9 \cdot 4 \cdot 5 = 180$.

Дізнайтеся більше

1. **Осиповський Тимофій Федорович** (1766–1832) — відомий математик, професор, був одним із засновників Харківського університету, а згодом став його ректором. Наукові праці вченого є окрасою нашої математичної літератури початку XIX ст., а його «Курс математики» займає достойне місце серед найкращих посібників того часу.

2. Виявляється, що між НСК та НСД двох чисел a і b існує зв'язок, який виражається формулою:

$$\text{НСК}(a; b) \cdot \text{НСД}(a; b) = a \cdot b.$$

Наприклад, для чисел 54 і 48 одержимо:

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3, 48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3,$$

$$\text{НСД}(54; 48) = 6,$$

$$\text{НСК}(54; 48) = 432.$$

А тепер скористаємося формулою

$$\text{НСК}(54; 48) \cdot \text{НСД}(54; 48) = 432 \cdot 6 = 54 \cdot 48 = 2592.$$





Словничок



Українська

Англійська/
EnglishНімецька/
DeutschФранцузька/
Français

кратне

multiple

Vielfache (*n*)

multiple

<https://cutt.ly/R7ECxzb>

Пригадайте головне

1. Яке число називають спільним кратним двох чисел?
2. Яке число називають найменшим спільним кратним двох чисел?
3. Як знайти найменше спільне кратне двох чисел?
4. Як знайти найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел?

Усне тренування

Обчисліть усно:

1) $580 \cdot 0,1 + 12$;

3) $85\,000 \cdot 0,001 - 25$;

2) $7900 \cdot 0,01 + 21$;

4) $1350 \cdot 0,1 - 45$.

Розв'яжіть задачі

- 239'. Чи правильно, що спільним кратним чисел 6 і 9 є число:
1) 45; 2) 36; 3) 54; 4) 27?
- 240'. Чи правильно, що число 48 є спільним кратним чисел:
1) 3 і 4; 2) 3 і 12; 3) 16 і 4; 4) 16 і 18?
- 241'. Назвіть будь-які три спільні кратні чисел 4 і 10.
- 242'. Чи правильно, що найменшим спільним кратним чисел 5 і 3 є число: 1) 1; 2) 8; 3) 15; 4) 30?
- 243'. Чи правильно, що найменшим спільним кратним двох взаємно простих чисел є число, що дорівнює їхній:
1) сумі; 2) різниці; 3) добутку; 4) частці?
- 244'. Чи правильно, що спільним кратним чисел 10 і 4 є число:
1) 20; 2) 40; 3) 30; 4) 50?
- 245'. Чи правильно, що спільним кратним чисел 8 і 7 є число:
1) 16; 2) 14; 3) 28; 4) 56?



- 246°.** Із чисел від десяти до тридцяти п'яти випишіть ті, які є спільними кратними чисел:
1) 2 і 5; 2) 4 і 8; 3) 4 і 12.



- 247°.** Із чисел від дванадцяти до сорока випишіть ті, які є спільними кратними чисел:
1) 3 і 5; 2) 3 і 6; 3) 3 і 12.

<https://cutt.ly/e6Aj073>

- 248°.** На координатному промені позначте дві точки з координатами, які є спільними кратними чисел 2 і 3. (За одиничний відрізок візьміть клітинку зошита.)

- 249°.** На координатному промені позначте три точки з координатами, які є спільними кратними чисел 3 і 4. (За одиничний відрізок візьміть клітинку зошита.)

- 250°.** Знайдіть НСК чисел a і b , якщо:

- 1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$;
2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$;
3) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;
4) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.



- 251°.** Знайдіть НСК чисел:

- 1) 12 і 18; 4) 8 і 18;
2) 15 і 18; 5) 10 і 18;
3) 14 і 21; 6) 10 і 15.

<https://cutt.ly/E6Aktm3>

- 252°.** Знайдіть НСК чисел:

- 1) 24 і 28; 2) 24 і 32; 3) 24 і 36.

- 253°.** Знайдіть НСК чисельника і знаменника дробу:

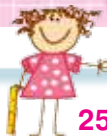
- 1) $\frac{15}{25}$; 2) $\frac{9}{25}$; 3) $\frac{96}{144}$; 4) $\frac{32}{54}$; 5) $\frac{20}{25}$; 6) $\frac{15}{40}$.

- 254°.** Знайдіть НСК знаменників дробів:

- 1) $\frac{1}{12}$ і $\frac{1}{64}$; 4) $\frac{1}{6}$ і $\frac{1}{20}$;
2) $\frac{1}{9}$ і $\frac{1}{33}$; 5) $\frac{1}{8}$ і $\frac{1}{112}$;
3) $\frac{1}{15}$ і $\frac{1}{21}$; 6) $\frac{1}{45}$ і $\frac{1}{75}$.



<https://cutt.ly/x6AkRyu>



255. Знайдіть НСК знаменників дробів:

1) $\frac{1}{45}$ і $\frac{1}{105}$; 2) $\frac{1}{20}$ і $\frac{1}{75}$; 3) $\frac{1}{112}$ і $\frac{1}{84}$.

256. Відомо, що $\text{НСК}(x; y) = xy$. Що можна сказати про ці числа?

257. Відомо, що в ящику менше, ніж 80 яблук, і що їх кількість ділиться на 3, на 4, на 5 і на 6. Скільки яблук у ящику?

258. Мама спекла до свята деяку кількість пиріжків, яка менша ніж 50. Відомо, що це число ділиться на 4, на 6 і на 9. Скільки пиріжків спекла мама?

259. Дідусеві Юрка ще немає 90 років, але його вік є числом, що ділиться на 6, 8, 9 і 12. Скільки років дідусеві?

260. Знайдіть НСК чисел:

- | | |
|---------------|---------------|
| 1) 64 і 54; | 5) 168 і 140; |
| 2) 95 і 114; | 6) 144 і 324; |
| 3) 100 і 125; | 7) 125 і 225; |
| 4) 121 і 88; | 8) 185 і 111. |

261. Знайдіть НСК чисел:

- 1) 162 і 243; 2) 192 і 256; 3) 252 і 189; 4) 264 і 300.

262. Знайдіть НСК чисел:

- | | |
|------------------|-----------------|
| 1) 8, 12 і 18; | 5) 18, 24 і 32; |
| 2) 16, 32 і 48; | 6) 25, 45 і 60; |
| 3) 33, 44 і 121; | 7) 21, 28 і 42; |
| 4) 35, 84 і 105. | 8) 11, 13 і 23. |

263. Знайдіть НСК чисел:

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1) 22, 33 і 55; | 3) 10, 25 і 35; |
| 2) 16, 20 і 36; | 4) 11, 17 і 19. |



264. Розв'яжіть пари рівнянь та знайдіть НСК $(x; y)$:

- 1) $4,12x + 11,68 = 160$ і $3,34y - 20,64 = 300$;
2) $2,36x - 7,2 = 99$ і $1,55y + 7,25 = 170$.

265. Дано числа від десяти до п'ятнадцяти. Випишіть усі можливі пари взаємно простих чисел і знайдіть їх НСК.



- 266.** Дано числа від шістнадцяти до двадцяти. Випишіть усі можливі пари взаємно простих чисел та знайдіть їх НСК.
- 267*.** Знайдіть найменше чотирицифрове число, яке ділиться і на 31, і на 3.
- 268*.** Знайдіть найбільше трицифрове число, яке ділиться і на 28, і на 5.
- 269*.** Відомо, що два двоцифрові числа записані тими самими цифрами і кожне з них ділиться на 9. Знайдіть усі можливі пари таких чисел та їх НСК.

Проявіть компетентність

270. Уздовж прямолінійної ділянки дороги стояли стовпи на відстані 30 м один від одного. Ці стовпи вирішили замінити новими і розташувати їх на відстані 45 м один від одного. Перший старий стовп не міняли, а перший новий стовп поставили замість другого старого стовпа. Знайдіть відстань від першого старого стовпа до третього нового стовпа.

271. У шкільних спортивних змаганнях брали участь команди п'ятих та шостих класів. У першій команді було 12 учасників, а в другій — 15 учасників. Кожна команда набрала певну кількість балів. Сума цих балів є числом, що ділиться на кількість учасників кожної з команд і є меншим від 100. Скільки всього балів набрали обидві команди разом?

272. Міські автобуси маршрутів № 6 та № 4 починають свою роботу о 6 год ранку з однієї кінцевої зупинки. Інтервал руху автобусів маршруту № 6 становить 10 хв, а маршруту № 4 — 6 хв. Через який найменший час автобуси обох маршрутів знову одночасно відправлятимуться з цієї ж кінцевої зупинки?





ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 2

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Яке число називається дільником натурального числа?
2. Яке число називається кратним натурального числа?
3. Яке натуральне число називається простим? Наведіть приклад.
4. Яке натуральне число називається складеним? Наведіть приклад.
5. Які числа називаються парними? Непарними?
6. Сформулюйте ознаку подільності на 2.
7. Сформулюйте ознаку подільності на 5.
8. Сформулюйте ознаку подільності на 10.
9. Сформулюйте ознаку подільності на 3.
10. Сформулюйте ознаку подільності на 9.
11. Чи можна розкласти на прості множники просте число?
12. Як розкласти складене число на прості множники?
13. Яке число називають найбільшим спільним дільником двох чисел?
14. Як знайти найбільший спільний дільник двох чисел?
15. Які два числа називаються взаємно простими?
16. Яке число називають спільним кратним двох чисел?
17. Як знайти спільне кратне двох чисел?
18. Яке число називають найменшим спільним кратним двох чисел?
19. Як знайти найменше спільне кратне двох чисел?
20. Як знайти найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ДО РОЗДІЛУ 2

№ 1

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10 – 15 хв.

- 1°. Яку цифру потрібно вставити замість зірочки, щоб отримане число $1754*$ ділилося на 10?
А. 1. Б. 0. В. 5. Г. 2.
- 2°. Яку цифру потрібно вставити замість зірочки, щоб отримане число $389*$ було непарним?
А. 0. Б. 2. В. 5. Г. 6.



- 3°. Яку цифру потрібно дописати зліва до числа 56, щоб отримане число ділилося на 9?
 А. 5. В. 3.
 Б. 1. Г. 7.
4. Яку парну цифру потрібно дописати справа і зліва до числа 25, щоб отримане число ділилося на 6?
 А. 2. В. 6.
 Б. 4. Г. 8.
- 5*. Серед заданих чисел знайдіть найменше число, яке після дописування зліва цифри 1 буде ділитися і на 2, і на 3, і на 5.
 А. 1710. В. 1475.
 Б. 1070. Г. 1107.

№ 2

- 1°. Взаємно простим із числом 12 є число:
 А. 4. В. 11.
 Б. 9. Г. 15.
- 2°. На яке з даних простих чисел не ділиться число 66?
 А. 2. В. 5.
 Б. 3. Г. 11.
- 3°. Знайдіть НСД чисел 32 і 36.
 А. 1152. В. 16.
 Б. 192. Г. 4.
4. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 36 білих гвоздик і 126 рожевих гвоздик?
 А. 9. В. 36.
 Б. 18. Г. 4.
- 5*. Знайдіть найменше число, яке б ділилося і на 22, і на 55, і на 34.
 А. 111.
 Б. 1870.
 В. 3740.
 Г. 41140.

Розділ 3

ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ ТА ДІЇ З НИМИ

У розділі дізнаєтеся:

- про основну властивість дробу;
- як скорочувати дробу;
- як зводити дробу до спільного знаменника;
- як порівнювати дробу з різними знаменниками;
- як виконувати арифметичні дії з дробами;
- що таке десяткові наближення звичайного дробу;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 6. ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ ДРОБУ. СКОРОЧЕННЯ ДРОБУ

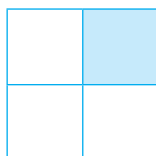
1. Основна властивість дробу

Ситуація. Наталка й Петро порівнювали частини двох рівних квадратів. Наталка поділила квадрат на 4 рівні частини (мал. 2) і зафарбувала **одну** з них. Петро поділив квадрат на 8 рівних частин (мал. 3) і зафарбував **дві** з них. Він стверджує, що зафарбував більшу частину квадрата, ніж Наталка.



<https://cutt.ly/55N0uH2>

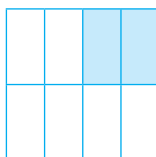
Наталка



Мал. 2

$$\longrightarrow \frac{1}{4}$$

Петро



Мал. 3

$$\longrightarrow \frac{2}{8}$$

?

Чи правий Петро?

Ні. На обох малюнках зафарбовано одну й ту саму частину квадрата.





Дріб $\frac{1}{4}$ можемо замінити дробом $\frac{2}{8}$ тому, що значення цих дробів рівні: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.



Як із дробу $\frac{1}{4}$ отримати дріб $\frac{2}{8}$?

Помножити на 2 чисельник і знаменник:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}.$$



Чи можна із дробу $\frac{2}{8}$ отримати дріб $\frac{1}{4}$?

Так. Для цього чисельник і знаменник треба поділити на 2: $\frac{2}{8} = \frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$.



Запам'ятайте!

Основна властивість дробу

Значення дробу не зміниться, якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \text{ якщо } c \neq 0; \quad \frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}, \text{ якщо } c \neq 0.$$



Якщо дроби рівні, то їх вважають різними записами одного числа.



Значення дробу **зміниться**, якщо помножити (поділити) на якесь натуральне число **тільки знаменник** або **тільки чисельник** цього дробу.

Проаналізуйте дані таблиці 7, спираючись на малюнки 2 і 3.



Таблиця 7

Дріб	$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{8}$	
Дія	$\frac{1}{4 \cdot 2}$	$\frac{1 \cdot 2}{4}$	$\frac{2}{8 : 2}$	$\frac{2 : 2}{8}$
Результат	$\frac{1}{8} \neq \frac{1}{4}$	$\frac{2}{4} \neq \frac{1}{4}$	$\frac{2}{4} \neq \frac{2}{8}$	$\frac{1}{8} \neq \frac{2}{8}$

2. Скорочення дробу



Спираючись на основну властивість дробу, можемо записати рівність:

<https://cutt.ly/L5N6OvN>

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

У даному прикладі чисельник і знаменник дробу $\frac{6}{15}$ ми поділили на 3 й одержали дріб з меншим знаменником 5 і меншим чисельником 2. Таке перетворення називають *скороченням дробу*.



Чи кожний дріб можна скоротити?

Ні.



Наприклад, чисельник і знаменник дробу $\frac{5}{7}$ є взаємно простими числами, тому даний дріб скоротити не можна. Такі дроби називають *нескоротними*.

Наприклад, дроби $\frac{5}{8}$, $\frac{20}{21}$, $\frac{19}{36}$ — нескоротні.



Щоб скоротити даний дріб, треба:

- 1) для чисельника і знаменника дробу знайти **спільний дільник**, що не дорівнює 1;
- 2) **поділити знаменник даного дробу** на **спільний дільник** і результат записати в знаменнику нового дробу;



3) **поділити чисельник даного дробу на спільний дільник** і результат записати в чисельнику нового дробу.
Наприклад:

$$\frac{\cancel{10}^5}{\cancel{12}_6} = \frac{5}{6}$$

Якщо після скорочення дробу отримали дріб, який є скоротним, то дію скорочення повторюють, доки не отримають нескоротний дріб.

Наприклад: $\frac{\overset{9}{\cancel{18}}}{\underset{12}{\cancel{24}}} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} = \frac{3}{4}$.



Якщо дріб скоротити на найбільший спільний дільник чисельника і знаменника, то одержимо нескоротний дріб.

Дізнайтеся більше

У Стародавньому Римі система дробів була досить цікавою. В її основу було покладено поділ на 12 часточок одиниці маси, яка називалась асс. $\frac{1}{12}$ асса називали унцією. Шлях, час та інші величини римляни порівнювали також із масою. Наприклад, вони казали, що пройшли сім унцій шляху або прочитали три унції книги. При цьому, звичайно, не йшлося про зважування шляху чи книги. Римляни мали на увазі, що пройдено $\frac{7}{12}$ шляху чи прочитано $\frac{3}{12}$ книги.



Словничок



Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
Скорочення дробу	to reduce fraction	einen Bruch kürzen	réduire la fraction

<https://cutt.ly/67ECAo7>



Пригадайте головне

1. Сформулюйте основну властивість дробу.
2. Поясніть, чи зміниться значення дробу, якщо тільки його чисельник помножити на якесь натуральне число.
3. Поясніть, чи зміниться значення дробу, якщо тільки його знаменник помножити на якесь натуральне число.
4. Поясніть, що таке скорочення дробу.
5. Чи кожний дріб можна скоротити?
6. Сформулюйте правило скорочення дробу.
7. Які дробу називаються нескоротними?
8. На яке число потрібно скоротити дріб, щоб отримати нескоротний дріб?

Усне тренування

Обчисліть усно:

$$1) 580 \cdot 2 + 20 \cdot 2; \quad 2) 790 \cdot 5 + 10 \cdot 5; \quad 3) 85 \cdot 7 - 5 \cdot 7.$$

Розв'яжіть задачі

- 273'.** Чи правильно, що значення дробу не зміниться, якщо:
- 1) чисельник дробу помножити на 5;
 - 2) знаменник дробу помножити на 5;
 - 3) чисельник і знаменник дробу помножити на 5?
- 274'.** Чи правильно, що значення дробу не зміниться, якщо:
- 1) чисельник дробу поділити на 7;
 - 2) знаменник дробу поділити на 7;
 - 3) чисельник і знаменник дробу поділити на 7?
- 275'.** Іринка стверджує, що правильно застосувала основну властивість до дробу $\frac{2}{7}$ й отримала дріб:
- 1) $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{4}{14}$; 3) $\frac{2}{14}$; 4) $\frac{4}{28}$.
- Чи права дівчинка?
- 276'.** Андрійко стверджує, що записав рівність згідно з основною властивістю дробу:
- 1) $\frac{10}{16} = \frac{10:2}{16:4}$; 2) $\frac{10}{16} = \frac{10:2}{16:2}$; 3) $\frac{10}{16} = \frac{10:5}{16:4}$.
- Чи правий хлопчик?



277°. Дано: $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$. На яке число помножили чисельник і знаменник першого дробу, щоб отримати другий дріб:
1) на 2; 2) на 4; 3) на 5; 4) на 7?

278°. Помножте чисельник і знаменник дробу $\frac{7}{11}$: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 4; 4) на 5. Запишіть відповідні рівності.

279°. Помножте чисельник і знаменник дробу $\frac{4}{5}$: 1) на 3; 2) на 8. Запишіть відповідні рівності.

280°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{5 \cdot *}{8 \cdot *} = \frac{30}{48}; & 3) \frac{15 \cdot *}{17 \cdot *} = \frac{45}{51}; \\ 2) \frac{7 \cdot *}{9 \cdot *} = \frac{28}{36}; & 4) \frac{10 \cdot *}{11 \cdot *} = \frac{70}{77}. \end{array}$$



<https://cutt.ly/EV8Zaqb>

281°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність:

$$1) \frac{3 \cdot *}{10 \cdot *} = \frac{15}{50}; \quad 2) \frac{11 \cdot *}{12 \cdot *} = \frac{66}{72}.$$

282°. Яким має бути чисельник дробу, рівного даному? Накресліть у зошиті таблицю 8 та заповніть її.

Таблиця 8

$\frac{2}{5}$	$\frac{\quad}{10}$	$\frac{\quad}{25}$	$\frac{\quad}{35}$	$\frac{\quad}{65}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{\quad}{24}$	$\frac{\quad}{40}$	$\frac{\quad}{56}$	$\frac{\quad}{96}$

283°. Поділіть чисельник і знаменник дробу $\frac{60}{180}$: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 4; 4) на 5. Запишіть відповідні рівності.

284°. Поділіть чисельник і знаменник дробу $\frac{30}{45}$: 1) на 3; 2) на 5. Запишіть відповідні рівності.



285°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність:

$$1) \frac{30: *}{48: *} = \frac{5}{8}; \quad 2) \frac{28: *}{36: *} = \frac{7}{9}; \quad 3) \frac{45: *}{51: *} = \frac{15}{17}; \quad 4) \frac{70: *}{77: *} = \frac{10}{11}.$$

286°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність:

$$1) \frac{15: *}{50: *} = \frac{3}{10}; \quad 2) \frac{66: *}{72: *} = \frac{11}{12}.$$

287°. Яким має бути чисельник дробу, рівного даному? Накресліть у зошиті таблицю 9 та заповніть її.

Таблиця 9

$\frac{36}{96}$	$\frac{\quad}{48}$	$\frac{\quad}{32}$	$\frac{\quad}{24}$	$\frac{\quad}{8}$
$\frac{60}{108}$	$\frac{\quad}{54}$	$\frac{\quad}{36}$	$\frac{\quad}{27}$	$\frac{\quad}{18}$

288°. Чи є нескоротним дріб:

$$1) \frac{6}{15}; \quad 2) \frac{9}{27}; \quad 3) \frac{10}{11}; \quad 4) \frac{22}{35}?$$

289°. Чи є нескоротним дріб:

$$1) \frac{7}{15}; \quad 2) \frac{8}{27}; \quad 3) \frac{3}{21}; \quad 4) \frac{9}{45}?$$

290°. Скоротіть дроби $\frac{16}{24}$, $\frac{32}{40}$, $\frac{48}{56}$, $\frac{8}{64}$: 1) на 2; 2) на 4; 3) на 8.

Запишіть відповідні рівності. Який дріб одержали — скоротний чи нескоротний?

291°. Скоротіть дроби $\frac{18}{24}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{24}{42}$: 1) на 3; 2) на 6. Запишіть відповідні рівності. Який дріб одержали — скоротний чи нескоротний?

292°. Чи правильно, що НСД чисельника і знаменника дробу $\frac{24}{64}$ є число:

$$1) 4; \quad 2) 8; \quad 3) 12; \quad 4) 16?$$





293°. Знайдіть НСД чисельника і знаменника дробу:

- 1) $\frac{2}{8}$; 5) $\frac{12}{18}$;
 2) $\frac{14}{35}$; 6) $\frac{24}{64}$;
 3) $\frac{32}{56}$; 7) $\frac{34}{68}$;
 4) $\frac{36}{81}$; 8) $\frac{38}{152}$.



<https://cutt.ly/cV8Xrmt>

294°. Знайдіть НСД чисельника і знаменника дробу:

- 1) $\frac{6}{9}$; 2) $\frac{15}{35}$; 3) $\frac{22}{55}$; 4) $\frac{24}{128}$.

295°. Скоротіть даний дріб до нескоротного. На яке число скорочували?

- 1) $\frac{14}{35}$; 3) $\frac{34}{68}$; 5) $\frac{32}{96}$; 7) $\frac{28}{42}$; 9) $\frac{48}{64}$; 11) $\frac{96}{112}$;
 2) $\frac{12}{18}$; 4) $\frac{26}{65}$; 6) $\frac{75}{225}$; 8) $\frac{36}{48}$; 10) $\frac{35}{75}$; 12) $\frac{44}{121}$.

296°. Скоротіть даний дріб до нескоротного. На яке число скорочували?

- 1) $\frac{8}{20}$; 2) $\frac{22}{33}$; 3) $\frac{30}{54}$; 4) $\frac{36}{90}$.

297°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність: 1) $\frac{*}{8} = \frac{20}{32}$; 2) $\frac{6}{*} = \frac{36}{42}$; 3) $\frac{*}{5} = \frac{28}{35}$; 4) $\frac{9}{*} = \frac{72}{88}$.

298°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність: 1) $\frac{*}{9} = \frac{25}{45}$; 2) $\frac{4}{*} = \frac{16}{44}$; 3) $\frac{*}{12} = \frac{28}{48}$; 4) $\frac{10}{*} = \frac{70}{91}$.

299°. За циферблатом годинника поясніть рівності:

- 1) $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$; 3) $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$; 4) $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$.

300°. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину 16 клітинок зошита. Позначте на цьому промені точки з координатами: $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{6}{16}$,



$\frac{8}{16}, \frac{10}{16}, \frac{12}{16}, \frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{6}{8}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$. Яким із цих чисел відповідає на координатному промені та сама точка? Запишіть відповідні рівності.

301°. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину 18 клітинок зошита. Позначте на цьому промені точки з координатами: $\frac{2}{18}, \frac{3}{18}, \frac{4}{18}, \frac{5}{18}, \frac{6}{18}, \frac{9}{18}, \frac{10}{18}, \frac{12}{18}, \frac{16}{18}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$. Яким із цих чисел відповідає на координатному промені та сама точка? Запишіть відповідні рівності.

302°. Запишіть усі натуральні значення a , за яких дріб $\frac{a}{16}$ є правильним нескоротним.



<https://cutt.ly/DV8XBfG>

303°. Запишіть усі натуральні значення b , за яких дріб $\frac{b}{18}$ є правильним нескоротним.

304. Запишіть кожний із дробів: $\frac{5}{12}, \frac{11}{18}, \frac{a}{8}, \frac{b}{9}$ у вигляді дробу зі знаменником: 1) 72; 2) 144; 3) 504.
У якому із цих дробів чисельник і знаменник помножили на найбільше число?

305. Запишіть кожний із дробів: $\frac{5}{15}, \frac{7}{45}, \frac{11}{25}, \frac{17}{30}, \frac{a}{3}, \frac{b}{5}$ у вигляді дробу зі знаменником: 1) 900; 2) 1350; 3) 2700.
У якому із цих дробів чисельник і знаменник помножили на найбільше число?

306. Дано числа: $\frac{5}{8}, 1\frac{3}{4}, 1\frac{5}{16}, \frac{33}{64}, \frac{35}{128}$. Запишіть кожне число у вигляді дробу зі знаменником:
1) 256; 2) 128a; 3) 256a, де a — натуральне число.

- 



317. Скоротіть дріб, якщо однаковими буквами позначено однакові натуральні числа:

1) $\frac{2abc}{6b}$; 2) $\frac{12ab}{16ac}$; 3) $\frac{14xy}{28y}$; 4) $\frac{32z}{24xyz}$.

318. Знайдіть таке значення x , за якого правильною є рівність: 1) $\frac{x}{13} = \frac{6}{26}$; 2) $\frac{x}{12} = \frac{20}{48}$; 3) $\frac{12}{x} = \frac{72}{114}$; 4) $\frac{10}{13x} = \frac{70}{91}$.

319. Знайдіть таке значення x , за якого правильною є рівність: 1) $\frac{x-2}{6} = \frac{8}{24}$; 2) $\frac{x+1}{5} = \frac{15}{25}$; 3) $\frac{5}{2x-3} = \frac{25}{35}$; 4) $\frac{9}{2x+1} = \frac{36}{44}$.

320. Сума чисельника і знаменника дробу дорівнює 105. Після його скорочення отримали дріб $\frac{1}{2}$. Знайдіть початковий дріб.

321. Сума чисельника і знаменника дробу дорівнює 136. Після його скорочення отримали дріб $\frac{8}{9}$. Знайдіть початковий дріб.

322*. Чи можна скоротити дріб, який доповнює до одиниці нескоротний дріб? Розгляньте кілька прикладів і виявіть певну закономірність.

323*. Чому дорівнює дріб $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \cdot 12 + 7 \cdot 14 \cdot 21}{1 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 6 \cdot 10 + 4 \cdot 12 \cdot 20 + 7 \cdot 21 \cdot 35}$?

324*. Скоротіть дроби або доведіть, що вони є нескоротними:

1) $\frac{1197}{4273}$; 2) $\frac{1089}{3025}$; 3) $\frac{805}{1236}$; 4) $\frac{777}{11211}$.

Проявіть компетентність

325. Маринка сказала, що розв'язала контрольну роботу швидше, ніж Кирило. З'ясуйте, чи права була дівчинка, якщо Маринка витратила на розв'язання контрольної роботи $\frac{7}{12}$ год, а Кирило — 35 хв.



326. Запишіть у хвилинах час, упродовж якого триває:
1) 1 урок; 2) 2 уроки; 3) 4 уроки; 4) 6 уроків. Отримане число перетворіть у години та подайте у вигляді нескоротного дробу.

327. Тато купив 2 кавуни загальною масою 12 кг. Обидва кавуни порівну поділили між усіма членами родини: татом, мамою, двома бабусями, двома дідусями, Оленкою та її братиком Назаром. Яка маса (у кілограмах) тієї частини кавунів, що дістанеться кожному члену родини? Отримане число скоротіть.



§ 7. ЗВЕДЕННЯ ДРОБІВ ДО СПІЛЬНОГО ЗНАМЕННИКА. ПОРІВНЯННЯ ДРОБІВ

1. Зведення дробу до нового знаменника

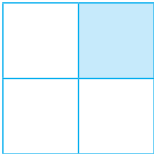
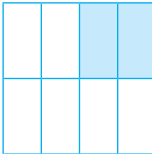


Завдання. Допоможіть Іринці пояснити

за таблицю 10, як із дробу $\frac{1}{4}$ можна одержати дріб $\frac{2}{8}$.

<https://cutt.ly/N5N0PDj>

Таблиця 10

	Було	Стало
Дріб	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$
Малюнок		
Дія	$\frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2}$	
Результат	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$	

Про одержану рівність кажуть, що дріб $\frac{1}{4}$ *звели до нового знаменника 8*.



Під час зведення дробу до нового знаменника застосовують основну властивість дробу.



Чи кожний дріб можна звести до нового знаменника?

Так.



Задача 1 Зведіть дріб $\frac{3}{10}$ до знаменника 50.

Розв'язання

1. Дізнаємось, у скільки разів новий знаменник 50 більший за знаменник 10 даного дробу: $50 : 10 = 5$ (разів).

2. У стільки само разів збільшимо чисельник даного дробу: $3 \cdot 5 = 15$ — це буде чисельник нового дробу.

$$\text{Отже, } \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 5}{10 \cdot 5} = \frac{15}{50}.$$

Число 5 називають *додатковим множником*.



Додатковий множник є натуральним числом.



Щоб знайти додатковий множник, поділіть новий знаменник на знаменник даного дробу.



Чи до будь-якого знаменника можна звести даний дріб?

Ні.



Наприклад, дріб $\frac{7}{10}$ не можна звести до знаменника 11 або 25, оскільки ані число 11, ані число 25 не ділиться без остачі на число 10.



Щоб звести дріб до нового знаменника, треба:

- 1) **записати новий знаменник** у знаменнику нового дробу;
- 2) визначити **додатковий множник** як частку нового знаменника і знаменника даного дробу;



3) **помножити чисельник даного дробу на додатковий множник** і результат записати в чисельнику нового дробу.

Наприклад: $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$

2. Зведення дробів до спільного знаменника



<https://cutt.ly/D5N4c7q>

Ситуація. Наталка й Петро зводили дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ до нових знаменників (табл. 11).

Діти помітили, що дані дроби можна звести до однакових знаменників 12, 24, 36. У такому випадку кажуть, що дані дроби звели до **спільного знаменника**.

Таблиця 11

Дріб	Знаменник 12	Знаменник 24	Знаменник 36
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$	$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24}$	$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$	$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$	$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36}$



Чи можна дані дроби звести до інших спільних знаменників?

Так.



Спільний знаменник має ділитися на кожний із даних знаменників, тобто бути їх спільним кратним.

Спільними кратними знаменників 4 і 6 даних дробів є числа 12, 24, 36, 48, 60 тощо. Отже, дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ можна звести до спільних знаменників, які кратні числу 12. Число 12 є **найменшим** спільним знаменником даних дробів.

**Запам'ятайте!**

Найменший спільний знаменник дробів дорівнює найменшому спільному кратному (НСК) знаменників цих дробів.

Задача 2 Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби $\frac{1}{12}$ і $\frac{5}{16}$.

Розв'язання

$$\text{НСК}(12; 16) = 48.$$
$$\frac{1}{12} = \frac{1 \cdot 4}{48} = \frac{4}{48}; \quad \frac{5}{16} = \frac{5 \cdot 3}{48} = \frac{15}{48}.$$



Щоб звести два дробу до найменшого спільного знаменника, треба:

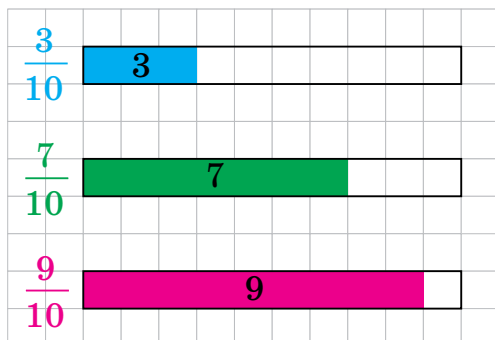
- 1) знайти НСК знаменників даних дробів;
- 2) знайти додатковий множник для першого дробу;
- 3) звести перший дріб до нового знаменника;
- 4) знайти додатковий множник для другого дробу;
- 5) звести другий дріб до нового знаменника.



<https://cutt.ly/A5N2aT2>

3. Порівняння дробів

Завдання. Наталка й Петро порівнювали дробу з однаковими знаменниками. Допоможіть дітям записати результати порівняння, спираючись на малюнок 4.



Мал. 4

$$\frac{3}{10} < \frac{7}{10}, \text{ оскільки } 3 < 7;$$

$$\frac{9}{10} > \frac{7}{10}, \text{ оскільки } 9 > 7.$$



Чи можна порівняти два дроби з різними знаменниками?

Так.



Задача 3 Порівняйте дроби $\frac{5}{12}$ і $\frac{5}{8}$.

Розв'язання Зведемо дані дроби до найменшого спільного знаменника 24. Тоді $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$, а $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. Оскільки знаменники отриманих дробів є рівними, можемо порівняти їх чисельники: $10 < 15$.

Звідси: $\frac{10}{24} < \frac{15}{24}$, а тому $\frac{5}{12} < \frac{5}{8}$.



Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, треба:

- звести дані дроби **до спільного знаменника**;
- **порівняти нові дроби** за правилами порівняння дробів з однаковими знаменниками.

Дізнайтеся більше

1. Якщо два дроби мають однакові чисельники й різні знаменники, то їх можна порівняти, не зводячи до спільного знаменника. Для цього користуються властивістю: із двох дробів з однаковими чисельниками більший той, у якого знаменник менший. Наприклад, $\frac{2}{10} > \frac{2}{15}$, оскільки $10 < 15$. Спробуйте самостійно пояснити цей висновок за малюнками 5 і 6.



Мал. 5



Мал. 6

2. Дроби були відомі в Китаї ще здавна. Деякі з них мали навіть свої назви: половина, або одна друга, називалася «бань»; третина — «шао бань», тобто «мала половина»; дві третіх — «тай бань»,



тобто «велика половина». Пізніше з'явилася спеціальна назва і для четвертої частини — «слабка половина». Користувалися стародавні китаїці й десятковими дробами.

Словничок



Українська

Англійська/
EnglishНімецька/
DeutschФранцузька/
Françaisспільний
знаменникcommon de-
nominatorgemeinsamer
Nennerdénominateur
commun<https://cutt.ly/j7ECCCF>

Пригадайте головне

1. Поясніть, що таке зведення дробу до нового знаменника.
2. Яке число називають додатковим множником?
3. Поясніть, як знайти додатковий множник.
4. Як звести дріб до нового знаменника?
5. Яке число називають найменшим спільним знаменником двох дробів?
6. Як звести два дробу до найменшого спільного знаменника?
7. Як порівняти два дробу з різними знаменниками?

Усне тренування

Обчисліть усно:

- 1) $480 : 2 + 20 : 2$; 2) $35 \cdot 7 - 15 \cdot 7$;
- 2) $560 : 4 + 40 : 4$; 2) $42 \cdot 6 - 32 \cdot 6$;
- 3) $248 : 5 + 52 : 5$; 2) $85 \cdot 8 - 25 \cdot 8$.

Розв'яжіть задачі

328. Потрібно звести дріб $\frac{3}{5}$ до знаменника 25.

- 1) Яким буде додатковий множник: а) 5; б) 20; в) $\frac{1}{5}$; г) 25?
- 2) Яким буде чисельник нового дробу: а) 5; б) 15; в) 25; г) 9?
- 3) Назвіть дріб, який одержимо в результаті.



329'. Чи можна звести дріб $\frac{3}{7}$ до знаменника:

- 1) 15; 2) 21; 3) 27; 4) 42?

330'. Чи правильно, що найменшим спільним знаменником дробів $\frac{5}{9}$ і $\frac{5}{6}$ є число: 1) 9; 2) 6; 3) 54; 4) 18?

331'. Чи правильно, що: 1) $\frac{3}{8} > \frac{5}{8}$; 2) $\frac{7}{12} < \frac{6}{12}$; 3) $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$?

332'. Знайдіть додатковий множник для зведення дробу $\frac{7}{8}$ до знаменника:

- 1) 24; 2) 48; 3) 96; 4) 120.



<https://cutt.ly/3V8Bf17>

333'. Зведіть дріб $\frac{5}{6}$ до знаменника:

- 1) 12; 2) 18; 3) 24; 4) 30; 5) 36; 6) 48; 7) 54; 8) 66.



334'. Зведіть дріб $\frac{6}{7}$ до знаменника:

- 1) 21; 2) 28; 3) 42; 4) 56.

335'. Зведіть дроби $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{2}$ до знаменника 32.

336'. Зведіть дроби $\frac{1}{4}$, $\frac{22}{25}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$ до знаменника 100.

337'. До якого спільного знаменника можна звести дані дроби? Виконайте цю дію.

- | | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\frac{5}{17}$ і $\frac{5}{34}$; | 5) $\frac{2}{3}$ і $\frac{4}{5}$; | 9) $\frac{3}{4}$ і $\frac{1}{6}$; | 13) $\frac{7}{12}$ і $\frac{5}{18}$; |
| 2) $\frac{7}{12}$ і $\frac{17}{36}$; | 6) $\frac{5}{7}$ і $\frac{3}{5}$; | 10) $\frac{5}{6}$ і $\frac{7}{8}$; | 14) $\frac{3}{60}$ і $\frac{7}{50}$; |
| 3) $\frac{2}{5}$ і $\frac{13}{20}$; | 7) $\frac{2}{11}$ і $\frac{5}{7}$; | 11) $\frac{3}{10}$ і $\frac{5}{8}$; | 15) $\frac{5}{9}$ і $\frac{2}{15}$; |
| 4) $\frac{3}{7}$ і $\frac{9}{28}$; | 8) $\frac{3}{5}$ і $\frac{1}{9}$; | 12) $\frac{11}{12}$ і $\frac{3}{8}$; | 16) $\frac{6}{9}$ і $\frac{5}{21}$; |



17) $\frac{4}{15} \text{ і } \frac{7}{25}$;

22) $\frac{5}{18} \text{ і } \frac{7}{27}$;

27) $\frac{5}{12} \text{ і } \frac{8}{35}$;

18) $\frac{5}{21} \text{ і } \frac{6}{35}$;

23) $\frac{11}{20} \text{ і } \frac{8}{35}$;

28) $\frac{11}{24} \text{ і } \frac{7}{25}$.

19) $\frac{5}{9} \text{ і } \frac{5}{24}$;

24) $\frac{11}{24} \text{ і } \frac{7}{18}$;

20) $\frac{5}{14} \text{ і } \frac{8}{21}$;

25) $\frac{7}{10} \text{ і } \frac{19}{27}$;

21) $\frac{7}{15} \text{ і } \frac{9}{40}$;

26) $\frac{5}{16} \text{ і } \frac{11}{21}$;

<https://cutt.ly/FV81pYu>

338°. До якого спільного знаменника можна звести дані дробу? Виконайте цю дію.

1) $\frac{5}{6} \text{ і } \frac{19}{36}$;

4) $\frac{2}{3} \text{ і } \frac{4}{11}$;

7) $\frac{1}{8} \text{ і } \frac{5}{14}$;

10) $\frac{8}{14} \text{ і } \frac{9}{35}$;

2) $\frac{3}{5} \text{ і } \frac{16}{25}$;

5) $\frac{1}{4} \text{ і } \frac{9}{10}$;

8) $\frac{7}{9} \text{ і } \frac{5}{12}$;

11) $\frac{7}{8} \text{ і } \frac{5}{9}$;

3) $\frac{1}{2} \text{ і } \frac{2}{5}$;

6) $\frac{5}{6} \text{ і } \frac{8}{9}$;

9) $\frac{7}{15} \text{ і } \frac{4}{21}$;

12) $\frac{3}{4} \text{ і } \frac{6}{9}$.

339°. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину шести клітинок зошита. Позначте на цьому промені точки $A\left(\frac{1}{3}\right)$, $B\left(\frac{1}{6}\right)$, $C\left(\frac{5}{6}\right)$, $D\left(\frac{1}{2}\right)$, $K\left(1\frac{1}{3}\right)$. Порівняйте координати цих точок і запишіть відповідні нерівності.

340°. Порівняйте дробу:

1) $\frac{1}{6} \text{ і } \frac{5}{18}$;

3) $\frac{3}{5} \text{ і } \frac{4}{15}$;

5) $\frac{31}{40} \text{ і } \frac{18}{35}$;

2) $\frac{7}{9} \text{ і } \frac{11}{27}$;

4) $\frac{11}{21} \text{ і } \frac{17}{28}$;

6) $\frac{5}{9} \text{ і } \frac{12}{39}$.

341°. Порівняйте дробу:

1) $\frac{1}{2} \text{ і } \frac{4}{7}$;

2) $\frac{7}{8} \text{ і } \frac{17}{24}$;

3) $\frac{9}{25} \text{ і } \frac{7}{10}$.





342°. Розмістіть у порядку збільшення числа:

$$\frac{2}{9}, \frac{7}{18}, \frac{13}{27}, \frac{2}{3}, \frac{23}{27}.$$

343°. Розмістіть у порядку зменшення числа:

$$\frac{3}{8}, \frac{1}{3}, \frac{11}{12}, \frac{1}{6}, \frac{5}{24}.$$

344. Зведіть до спільного знаменника дробів:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{5}{24} \text{ і } \frac{11}{40}; & 5) \frac{12}{81} \text{ і } \frac{11}{135}; & 9) \frac{7}{90} \text{ і } \frac{11}{135}; \\ 2) \frac{5}{36} \text{ і } \frac{7}{90}; & 6) \frac{19}{315} \text{ і } \frac{22}{735}; & 10) \frac{23}{126} \text{ і } \frac{31}{441}; \\ 3) \frac{17}{100} \text{ і } \frac{11}{250}; & 7) \frac{5}{189} \text{ і } \frac{11}{315}; & 11) \frac{37}{150} \text{ і } \frac{11}{375}; \\ 4) \frac{11}{64} \text{ і } \frac{19}{56}; & 8) \frac{125}{169} \text{ і } \frac{19}{221}; & 12) \frac{11}{324} \text{ і } \frac{19}{405}. \end{array}$$

345. Зведіть до спільного знаменника дробів:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{13}{24} \text{ і } \frac{11}{64}; & 3) \frac{117}{300} \text{ і } \frac{11}{250}; & 5) \frac{12}{81} \text{ і } \frac{23}{180}; & 7) \frac{5}{189} \text{ і } \frac{15}{441}; \\ 2) \frac{5}{72} \text{ і } \frac{7}{108}; & 4) \frac{11}{140} \text{ і } \frac{19}{42}; & 6) \frac{19}{81} \text{ і } \frac{25}{297}; & 8) \frac{105}{117} \text{ і } \frac{21}{195}. \end{array}$$

346. Зведіть до найменшого спільного знаменника дробів:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{4}{15}, \frac{7}{10} \text{ і } \frac{22}{75}; & 3) \frac{23}{48}, \frac{17}{64} \text{ і } \frac{13}{80}; \\ 2) \frac{11}{16}, \frac{5}{8} \text{ і } \frac{25}{36}; & 4) \frac{5}{36}, \frac{9}{20} \text{ і } \frac{17}{48}. \end{array}$$



<https://cutt.ly/KV81GO8>

347. Зведіть до найменшого спільного знаменника дробів:

$$1) \frac{4}{9}, \frac{1}{6} \text{ і } \frac{22}{27}; \quad 2) \frac{23}{24}, \frac{17}{96} \text{ і } \frac{13}{16}.$$

348. Запишіть усі дробів зі знаменником 12, які розміщені між числами $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{2}$.

349. Запишіть усі дробів зі знаменником 18, які розміщені між числами $\frac{2}{3}$ і $\frac{5}{6}$.



350. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину десяти клітинок зошита. Позначте на цьому промені точки $A\left(\frac{1}{2}\right)$ і $B\left(\frac{2}{5}\right)$, а також усі точки з координатами виду $\frac{a}{10}$, де a — натуральне число. Яким числом відповідає одна й та сама точка? Запишіть відповідні рівності.

351. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину восьми клітинок зошита. Позначте на цьому промені точки $C\left(\frac{1}{2}\right)$ і $D\left(\frac{3}{4}\right)$, а також усі точки з координатами виду $\frac{a}{8}$, де a — натуральне число. Яким числом відповідає одна й та сама точка? Запишіть відповідні рівності.

352. Порівняйте числа:

1) $1\frac{5}{18}$ і $1\frac{9}{16}$; 2) $2\frac{4}{75}$ і $2\frac{16}{125}$; 3) $3\frac{17}{72}$ і $3\frac{11}{24}$.

353. Порівняйте числа:

1) $1\frac{7}{16}$ і $1\frac{5}{12}$; 2) $3\frac{4}{35}$ і $3\frac{17}{140}$; 3) $5\frac{11}{81}$ і $\frac{47}{9}$.

354. Через першу трубу басейн заповнюється за 10 год, а через другу — за 6 год. З якої труби витече більше води: з першої за 4 год чи з другої за 3 год?

355. Тканину червоного кольору завдовжки 15 м розрізали на 6 рівних частин, а тканину зеленого кольору завдовжки 24 м розрізали на 9 рівних частин. Одна частина тканини якого кольору довша?

356. У продуктовому магазині $\frac{43}{66}$ усього товару — це хлібо-



булочні вироби, $\frac{1}{4}$ — цукерки та печиво, $\frac{1}{11}$ — вода та соки. Яких продуктів у магазині більше?



357*. Порівняйте дроби, не зводячи їх до спільного знаменника:

1) $\frac{11}{38}$ і $\frac{19}{25}$;

2) $\frac{79}{123}$ і $\frac{41}{117}$;

3) $\frac{101}{153}$ і $\frac{245}{601}$.



<https://cutt.ly/GV80fYI>

Відповідь поясніть.

358*. Порівняйте дроби, не зводячи їх до спільного знаменника:

1) $\frac{84}{37}$ і $\frac{118}{45}$;

3) $\frac{605}{321}$ і $\frac{786}{605}$;

2) $\frac{145}{116}$ і $\frac{227}{143}$;

4) $\frac{325}{83}$ і $\frac{181}{87}$.

Відповідь поясніть.

359*. $\frac{7}{15}$ одного числа дорівнюють $\frac{7}{20}$ другого числа. Яке із чисел більше?

360*. Який дріб більший: $\frac{1000}{1001}$ чи $\frac{1001}{1002}$?

361*. Доведіть, що $\frac{23}{75} = \frac{2323}{7575} = \frac{232323...}{757575...}$.



Проявіть компетентність

362. Тато проходить за 10 кроків 9 м, а мама за 14 кроків — 10 м. Чий крок довший? А скільки метрів пройдете ви: 1) за 10 кроків; 2) за 14 кроків? Проведіть відповідне дослідження та порівняйте отримані дані з наведеними в задачі.



363. Улітку на дачі Сергій зібрав 2 відра огірків за 40 хв, а його бабуса — 4 відра огірків за 30 хв. Хто з них швидше зібрав одне відро огірків?



364. Мама зліпила за 10 хв 60 пельменів, а донька за 15 хв — 90 пельменів. Хто з них ліпить більше пельменів за одну хвилину?



§ 8. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ

1. Додавання дробів з різними знаменниками



<https://cutt.ly/l5N44hi>

Ситуація. Мама купила дітям молочний шоколад, у якому

18 часточок. Тетянка відламала $\frac{1}{6}$ шоколадки, а Іванко — $\frac{1}{9}$

шоколадки (мал. 7). Яку частину шоколадки відламали Тетянка й Іванко разом?



Як знайти шукану частину шоколадки?

Додати дроби $\frac{1}{6}$ і $\frac{1}{9}$, звівши

їх до спільного знаменника 18 (табл. 12).



Мал. 7

Таблиця 12

Дроби	Зведення до спільного знаменника 18	Частини шоколадки	Знаходження суми
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{3}{18}$		$\frac{3}{18} + \frac{2}{18} = \frac{3+2}{18} = \frac{5}{18}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9} = \frac{1 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{2}{18}$		



Щоб знайти суму двох дробів з різними знаменниками, треба:

- 1) звести дані дроби до спільного знаменника;
- 2) спільний знаменник записати в знаменнику суми;
- 3) додати нові чисельники і результат записати в чисельнику суми;
- 4) якщо можливо, отриманий у сумі дріб скоротити та виділити цілу частину.



Задача 1 Знайдіть суму дробів $\frac{5}{6}$ і $\frac{13}{15}$.

Розв'язання

$$\frac{5}{6} + \frac{13}{15} = \frac{25}{30} + \frac{26}{30} = \frac{51}{30} = \frac{17}{10} = 1 \frac{7}{10}$$



При додаванні дробів із різними знаменниками, так само як і при додаванні натуральних чисел, виконуються *переставний і сполучний закони додавання*.

2. Віднімання дробів з різними знаменниками

Ситуація. Мама купила дітям молочний шоколад, у якому

18 часточок. Тетянка відламала $\frac{1}{6}$ шоколадки, а Іванко — $\frac{1}{9}$

шоколадки (мал. 8). На скільки більша та частина шоколадки, яку відламала Тетянка, аніж та, яку відламав Іванко?



<https://cutt.ly/i5N2GfN>



Як знайти шукану частину шоколадки?

Обчислити різницю дробів $\frac{1}{6}$ і $\frac{1}{9}$, звівши їх до спільного знаменника 18 (табл. 13).



Мал. 8

Таблиця 13

Дроби	Зведення до спільного знаменника 18	Частини шоколадки	Знаходження різниці
$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6} = \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{3}{18}$		$\frac{3}{18} - \frac{2}{18} = \frac{3-2}{18} = \frac{1}{18}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{18}$		



Щоб знайти різницю двох дробів з різними знаменниками, треба:

- 1) звести дані дроби до спільного знаменника;
- 2) спільний знаменник записати в знаменнику різниці;
- 3) відняти нові чисельники й результат записати в чисельнику різниці;
- 4) якщо можливо, отриманий у різниці дріб скоротити та виділити цілу частину.

Задача 2 Обчисліть: $\left(\frac{1}{8} + \frac{5}{6}\right) - \frac{7}{12}$.

Розв'язання Задачу можна розв'язати двома способами.

Спосіб 1. $\left(\frac{1}{8} + \frac{5}{6}\right) - \frac{7}{12} = \left(\frac{3}{24} + \frac{20}{24}\right) - \frac{14}{24} = \frac{23}{24} - \frac{14}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

Спосіб 2.

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{5}{6}\right) - \frac{7}{12} = \frac{1}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{1}{8} + \left(\frac{10}{12} - \frac{7}{12}\right) = \frac{1}{8} + \frac{3}{12} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}.$$

3. Додавання і віднімання мішаних чисел



<https://cutt.ly/K5N9ejZ>



Чи можна додавати (віднімати) два мішані числа, знаменники дробових частин яких різні?

Так. Розглянемо приклад.



Задача 3 Обчисліть: 1) $1\frac{5}{6} + 3\frac{2}{5}$; 2) $3\frac{4}{7} - 1\frac{9}{14}$.

Розв'язання 1. Задачу можна розв'язати двома способами.

Спосіб 1. $1\frac{5}{6} + 3\frac{2}{5} = \frac{11}{6} + \frac{17}{5} = \frac{55}{30} + \frac{102}{30} = \frac{157}{30} = 5\frac{7}{30}$.

Спосіб 2.

$$1\frac{5}{6} + 3\frac{2}{5} = (1 + 3) + \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{5}\right) = 4 + \left(\frac{25}{30} + \frac{12}{30}\right) = 4 + \frac{37}{30} = 4 + 1\frac{7}{30} = 5\frac{7}{30}.$$



2. Скористаємось другим способом.

$$3\frac{2}{7} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{8}{14} - \frac{9}{14} = 1\frac{14}{14} + \frac{8}{14} - \frac{9}{14} = 1\frac{13}{14}.$$

Дізнайтеся більше

Існує багато різних *математичних фокусів*, які Ви можете запропонувати своїм друзям чи знайомим. Ось один із них.

Завдання. Потрібно задумати будь-яке натуральне число, потім додати до нього наступне по порядку, потім до суми додати 9, поділити отримане число навпіл і від отриманого результату відняти задумане число. Яке число одержимо? Ви легко можете назвати число, яке одержали в результаті цих дій — це число 5.

Наприклад, загадали число 23, тоді маємо: $23 + 24 = 47$, $47 + 9 = 56$, $56 : 2 = 28$, $28 - 23 = 5$.

Чому саме так? Якщо загадали число a , потім до нього додали наступне число, тобто $a + 1$, отримали: $a + (a + 1) = 2a + 1$. Далі до суми додали число 9 й отримали: $2a + 1 + 9 = 2a + 10$. Поділили отримане число на 2: $(2a + 10) : 2 = a + 5$. Нарешті відняли задумане число й одержали: $a + 5 - a = 5$.

Спробуйте придумати свій математичний фокус і запропонуйте його друзям.

Словничок



Українська

Англійська/
English

Німецька/
Deutsch

Французька/
Français

додаван-
ня та від-
німання
дробів

adding and
subtracting
fractions

Addition und
Subtraktion
von Brüchen

addition et
soustraction
de fractions

<https://cutt.ly/M7EVqc7>

Пригадайте головне

1. Сформулюйте правило додавання двох дробів із різними знаменниками.
2. Сформулюйте правило віднімання двох дробів із різними знаменниками.
3. Поясніть, як додати або відняти два мішані числа, дробові частини яких мають різні знаменники.



Усне тренування

1. Обчисліть:

1) 1 % від 4; 2) 1 % від 5; 3) 1 % від 3,6.

2. Обчисліть:

1) 2 % від 12; 2) 2 % від 15; 3) 2 % від 2,5.

3. Обчисліть:

1) 20 % від 21; 2) 20 % від 8; 3) 20 % від 2,2.

4. Обчисліть:

1) 100 % від 5; 2) 102 % від 3; 3) 105 % від 0,2.

5. Обчисліть:

1) 120 % від 30; 2) 150 % від 20; 3) 200 % від 10,1.

Розв'яжіть задачі

365. Якщо до $\frac{3}{8}$ додати $\frac{3}{4}$, то в результаті отримаємо дріб,

у якого:

1) знаменник дорівнює: а) 4; б) 8; в) 32; г) 12;

2) чисельник дорівнює: а) 6; б) 9; в) 12; г) 16.

366. Чи правильно, що сумою дробів $\frac{1}{6}$ і $\frac{1}{3}$ є дріб:

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{2}{3}$?

367. Якщо від $\frac{7}{8}$ відняти $\frac{1}{2}$, то в результаті отримаємо дріб,

у якого:

1) знаменник дорівнює: а) 2; б) 6; в) 4; г) 8;

2) чисельник дорівнює: а) 6; б) 3; в) 8; г) 1.

368. Чи правильно, що $\frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ дорівнює:

1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{24}$?

369. Якщо до $4\frac{2}{9}$ додати $1\frac{1}{3}$, то в результаті

отримаємо мішане число, у якого:





1) ціла частина дорівнює: а) 3; б) 4; в) 5; г) 6;

2) дробова частина дорівнює: а) $\frac{3}{9}$; б) $\frac{3}{18}$; в) $\frac{5}{3}$; г) $\frac{5}{9}$.

370°. Чи правильно, що $7\frac{9}{10} - 4\frac{3}{5}$ дорівнює:

- 1) $11\frac{9}{10}$; 2) $3\frac{3}{5}$; 3) $3\frac{6}{10}$; 4) $3\frac{3}{10}$?

371°. Обчисліть:

1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$; 4) $\frac{2}{5} + \frac{3}{25}$; 7) $\frac{4}{27} + \frac{2}{9}$;

2) $\frac{1}{4} + \frac{3}{28}$; 5) $\frac{2}{7} + \frac{5}{14}$; 8) $\frac{1}{9} + \frac{5}{18}$.

3) $\frac{7}{12} + \frac{1}{4}$; 6) $\frac{5}{9} + \frac{1}{3}$;



<https://cutt.ly/CV89evb>

372°. Обчисліть:

1) $\frac{1}{6} + \frac{5}{12}$; 2) $\frac{3}{8} + \frac{5}{24}$; 3) $\frac{1}{3} + \frac{7}{9}$; 4) $\frac{11}{18} + \frac{1}{6}$.

373°. Порівняйте:

1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{7}$ і $\frac{19}{35}$; 3) $\frac{2}{11} + \frac{8}{33}$ і $\frac{15}{33}$;

2) $\frac{1}{6} + \frac{2}{9}$ і $\frac{5}{18}$; 4) $\frac{5}{32} + \frac{3}{8}$ і $\frac{17}{32}$.

374°. Порівняйте:

1) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$ і $\frac{17}{21}$; 2) $\frac{1}{8} + \frac{5}{12}$ і $\frac{13}{24}$.



375°. Розмістіть на координатному промені точки, координати яких дорівнюють значенням виразів:

$\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$, $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$, $\frac{7}{12} + \frac{1}{6}$, $\frac{2}{3} + \frac{5}{12}$.



<https://cutt.ly/wV89xmk>

376°. Розмістіть на координатному промені точки, координати яких дорівнюють значенням виразів:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$, $\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$, $\frac{1}{10} + \frac{1}{2}$, $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$.



377°. Знайдіть зменшуване, якщо різниця дорівнює $\frac{13}{14}$,
а від'ємник — $\frac{11}{42}$.

378°. Знайдіть суму, якщо перший доданок дорівнює $\frac{13}{25}$,
а другий — $\frac{3}{20}$.

379°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{36} - \frac{2}{9} = \frac{1}{4}$;

3) $\frac{x}{75} - \frac{1}{15} = \frac{11}{25}$;

2) $\frac{x}{52} - \frac{4}{13} = \frac{1}{4}$;

4) $\frac{5}{18} + \frac{13}{45} = \frac{x}{90}$.



380°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{4} - \frac{4}{9} = \frac{11}{36}$;

2) $\frac{5}{16} + \frac{1}{3} = \frac{x}{48}$.

381°. Обчисліть:

1) $\frac{11}{12} - \frac{1}{3}$;

4) $\frac{21}{25} - \frac{8}{15}$;

7) $\frac{4}{9} - \frac{11}{27}$;

2) $\frac{16}{21} - \frac{3}{14}$;

5) $\frac{1}{2} - \frac{3}{16}$;

8) $\frac{27}{49} - \frac{5}{14}$.



<https://cutt.ly/1V89Kpa>

382°. Обчисліть:

1) $\frac{19}{21} - \frac{2}{3}$;

2) $\frac{51}{64} - \frac{9}{16}$;

3) $\frac{22}{39} - \frac{11}{26}$;

4) $\frac{17}{20} - \frac{13}{25}$.

383°. Порівняйте:

1) $\frac{3}{7} - \frac{1}{3}$ і $\frac{1}{21}$;

3) $\frac{10}{11} - \frac{13}{44}$ і $\frac{25}{44}$;

2) $\frac{5}{6} - \frac{2}{9}$ і $\frac{13}{18}$;

4) $\frac{15}{36} - \frac{2}{9}$ і $\frac{7}{36}$.



<https://cutt.ly/OV896t8>

384°. Порівняйте:

1) $\frac{2}{3} - \frac{3}{8}$ і $\frac{7}{24}$;

2) $\frac{8}{9} - \frac{7}{12}$ і $\frac{13}{36}$.



385°. Розмістіть на координатному промені точки, координати яких дорівнюють значенням виразів:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{9}, \quad \frac{8}{9} - \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{3} - \frac{4}{9}, \quad \frac{7}{9} - \frac{1}{3}.$$

386°. Розмістіть на координатному промені точки, координати яких дорівнюють значенням виразів:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} - \frac{3}{8}, \quad \frac{7}{8} - \frac{1}{4}, \quad \frac{5}{8} - \frac{1}{2}.$$

387°. Знайдіть від'ємник, якщо зменшуване дорівнює $\frac{13}{14}$, а різниця — $\frac{11}{42}$.

388°. Знайдіть різницю, якщо від'ємник дорівнює $\frac{3}{25}$, а зменшуване — $\frac{3}{20}$.

389°. Обчисліть:

$$1) 5\frac{2}{5} + 6\frac{4}{15}; \quad 4) 2\frac{3}{5} + 6\frac{1}{10}; \quad 7) 5\frac{7}{11} + \frac{9}{22};$$

$$2) 7\frac{1}{12} + 3\frac{3}{4}; \quad 5) 8\frac{6}{25} + 3\frac{3}{10}; \quad 8) 9\frac{11}{15} + \frac{4}{25}.$$

$$3) 5\frac{2}{9} + 4\frac{4}{27}; \quad 6) 4\frac{9}{12} + 1\frac{3}{8};$$



<https://cutt.ly/LV83kuw>

390°. Обчисліть:

$$1) 3\frac{3}{7} + 4\frac{3}{14};$$

$$2) 6\frac{15}{26} + 7\frac{8}{13}.$$

391°. Знайдіть суму чисел:

$$1) 3\frac{5}{21} \text{ і } 4\frac{4}{7};$$

$$3) 6\frac{5}{8} \text{ і } 4\frac{2}{16};$$

$$5) 7\frac{12}{15} \text{ і } 4\frac{13}{25};$$

$$2) 3\frac{4}{9} \text{ і } 8\frac{5}{18};$$

$$4) 5\frac{2}{12} \text{ і } 4\frac{8}{9};$$

$$6) 9\frac{1}{33} \text{ і } 8\frac{13}{22}.$$

392°. Знайдіть суму:

1) трьох цілих двох шостих і п'яти цілих трьох дванадцятих;

2) шести цілих сімнадцяти двадцять перших і п'яти цілих трьох чотирнадцятих.

**393°.** Порівняйте:

1) $5\frac{1}{13} + 2\frac{24}{26}$ і 6;

3) $5\frac{6}{9} + 8\frac{1}{3}$ і 14;

2) $7\frac{17}{21} + 2\frac{1}{7}$ і 10;

4) $8\frac{2}{10} + 4\frac{4}{5}$ і 13.

394°. Порівняйте:

1) $4\frac{1}{5} + 3\frac{12}{15}$ і 8;

2) $5\frac{7}{9} + 4\frac{10}{27}$ і 11.

395°. Обчисліть:

1) $2\frac{8}{21} - 1\frac{2}{3}$; 4) $5\frac{7}{20} - 2\frac{13}{15}$; 7) $9\frac{1}{15} - 6\frac{2}{25}$;

2) $4\frac{9}{16} - 2\frac{5}{24}$; 5) $8\frac{3}{14} - 4\frac{2}{7}$; 8) $11\frac{1}{2} - 5\frac{17}{22}$.

3) $1\frac{12}{13} - \frac{7}{65}$; 6) $6\frac{5}{12} - 2\frac{1}{2}$;

<https://cutt.ly/dV83Dw6>**396°.** Обчисліть:

1) $2\frac{7}{24} - 1\frac{3}{8}$;

2) $4\frac{1}{6} - 3\frac{5}{9}$.

397°. Порівняйте:

1) $7\frac{2}{7} - \frac{3}{14}$ і 7;

3) $3\frac{1}{8} - 1\frac{4}{7}$ і 2;

2) $7\frac{7}{22} - 5\frac{4}{11}$ і 1;

4) $6\frac{4}{15} - 2\frac{1}{25}$ і 3.

**398°.** Порівняйте:

1) $5\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4}$ і 2;

2) $4\frac{5}{6} - 2\frac{7}{8}$ і 2.

399°. Різниця двох дробів дорівнює $1\frac{10}{11}$, а від'ємник — $\frac{29}{55}$. Знайдіть зменшуване.**400°.** Сума трьох дробів дорівнює $2\frac{1}{4}$, а два із цих дробів — це $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{10}$. Знайдіть невідомий дріб.**401°.** Зменшуване дорівнює $1\frac{19}{25}$, а різниця — $\frac{4}{5}$. Знайдіть від'ємник.



402°. За день у магазині продали $\frac{5}{18}$ т фруктів, причому яблук із них — $\frac{7}{54}$ т, а решта — сливи. Скільки тонн слив продали в магазині?



403°. Від шматка тканини завдовжки $5\frac{24}{25}$ м відрізали шматок завдовжки $3\frac{3}{20}$ м. Скільки метрів тканини залишилося?

404°. Знайдіть середнє арифметичне таких наборів чисел: 4, 5, 7 та 3, 5, 8, 9. Яке з отриманих середніх арифметичних більше і на скільки?

405°. 3 кг бананів коштують 207 грн, і стільки само коштують 5 кг апельсинів. На скільки гривень 1 кг бананів дорожчий за 1 кг апельсинів?



406. Обчисліть:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}; \quad 2) \frac{9}{14} + \frac{11}{21} + \frac{3}{4}; \quad 3) \frac{5}{6} + \frac{5}{16} + \frac{5}{12}.$$

407. Обчисліть:

$$1) \frac{9}{10} + \frac{3}{5} + \frac{6}{7}; \quad 2) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}; \quad 3) \frac{7}{8} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}.$$

408. Розмістіть суми в порядку збільшення їхніх значень:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12}, \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{3}, \quad \frac{5}{12} + \frac{5}{6}, \quad \frac{1}{6} + \frac{7}{12}.$$

409. Розмістіть суми в порядку зменшення їхніх значень:

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{24}, \quad \frac{1}{3} + \frac{3}{8}, \quad \frac{5}{12} + \frac{3}{8}, \quad \frac{1}{6} + \frac{3}{4}.$$

410. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x - \frac{3}{20} = \frac{5}{12} + \frac{4}{9}; \quad 2) y - \frac{5}{6} = \frac{1}{9} + \frac{1}{54} + \frac{8}{27}.$$

411. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x - \frac{5}{8} = \frac{7}{12} + \frac{5}{9};$$

$$2) y - \frac{15}{32} = \frac{1}{4} + \frac{1}{64} + \frac{7}{16}.$$



**412.** Обчисліть:

1) $\frac{5}{24} - \frac{1}{60} - \frac{1}{40}$;

3) $\frac{4}{5} - \frac{7}{15} - \frac{9}{35}$.

2) $\frac{2}{3} - \frac{5}{18} - \frac{49}{180}$;

<https://cutt.ly/rV8341m>**413.** Обчисліть:

1) $\frac{11}{12} - \frac{1}{20} - \frac{1}{30}$;

2) $\frac{2}{3} - \frac{5}{24} - \frac{3}{10}$;

3) $\frac{4}{5} - \frac{4}{45} - \frac{7}{25}$.

414. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{28} + 1\frac{2}{7} = 2\frac{5}{28}$;

4) $\frac{3}{8} - x = \frac{1}{4} - \frac{3}{20}$;

2) $1\frac{5}{9} - \frac{x}{81} = \frac{46}{81}$;

5) $\left(\frac{4}{5} - y\right) + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{1}{10}$;

3) $\frac{x}{6} + \frac{1}{8} = 1\frac{7}{24}$;

6) $\frac{1}{8} - \left(\frac{3}{4} - y\right) = \frac{1}{5} - \frac{1}{10}$.

415. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x}{32} + 1\frac{25}{32} = 2\frac{5}{16}$;

2) $1\frac{5}{7} - \frac{x}{49} = \frac{43}{49}$.

416. Відрізок AB точками M і N поділено на частини так, що відрізок AM становить $\frac{3}{13}$ відрізка AB , а відрізок MN — $\frac{17}{78}$ відрізка AB . Яку частину відрізка AB становить відрізок NB ?

417. Відрізок MN точками A і C поділено на частини так, що відрізок MA становить $\frac{5}{48}$ відрізка MN , а відрізок AC — $\frac{7}{64}$ відрізка MN . Яку частину відрізка MN становить відрізок CN ?

418. На скільки різниця $\frac{13}{36} - \frac{5}{48}$ менша від числа $\frac{97}{144}$ і більша за різницю $\frac{15}{72} - \frac{1}{16}$?



419. Марійка задумала деяке число, яке спочатку збільшила на $\frac{15}{26}$, а потім — ще на $\frac{14}{39}$. У результаті вона отримала

$2\frac{11}{13}$. Яке число задумала Марійка?

420. Андрій задумав деяке число, яке спочатку збільшив на $\frac{7}{33}$, а потім зменшив на $\frac{19}{44}$. У результаті він отри-

мав $1\frac{2}{11}$. Яке число задумав Андрій?

421*. Доведіть, що $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} < 1$. На скільки значення лівої частини нерівності менше від значення правої?

422*. Дано натуральне число a . Що більше:

1) $\frac{a+1}{a}$ чи $\frac{a}{a+1}$;

2) $\frac{a+1}{a}$ чи $\frac{a+3}{a+2}$?



Проявіть компетентність

423. Тетянка віддала Іванкові $8\frac{1}{5}$ грн, тоді в кожного з дітей стало по $20\frac{1}{2}$ грн. Скільки гривень було в кожного з них спочатку?



424. На шкільних спортивних змаганнях Сергій пробіг 1 км за 3 хв 5 с, а Андрій пробіг 1 км за 3 хв 20 с. Знайдіть швидкість кожного хлопчика (у метрах за секунду). На скільки метрів за секунду швидкість Сергійка більша за швидкість Андрійка?



425. Мама зліпила 10 вареників за 2 хв, а Дмитро — 6 вареників за 3 хв. Хто з них — мама чи син — витратив на ліплення одного вареника більше часу? На скільки хвилин більше?





§ 9. МНОЖЕННЯ ДРОБІВ. ЗНАХОДЖЕННЯ ДРОБУ ВІД ЧИСЛА



<https://cutt.ly/S29Q2nS>

1. Множення двох дробів

Завдання. Дідусь вирішив замостити доріжку тротуарною плиткою розміром 20 см х 10 см. Допоможіть дідусеві знайти площу однієї плитки у квадратних метрах.



Як знайти шукану площу плитки у квадратних метрах?

Знайти площу плитки у квадратних сантиметрах, а потім одержане значення перевести у квадратні метри (табл. 14).



Таблиця 14

	У сантиметрах	У метрах
Довжина	20 см	$\frac{20}{100}$ м
Ширина	10 см	$\frac{10}{100}$ м
Площа	$20 \cdot 10 = 200$ (см ²)	$\frac{200}{10000}$ (м ²)

Отже, площа плитки становить $\frac{200}{10000}$ м².



Чи можна знайти площу плитки одразу в квадратних метрах?

Так, якщо обчислити добуток дробів $\frac{20}{100}$ і $\frac{10}{100}$.





$$\text{Тоді } \frac{20}{100} \cdot \frac{10}{100} = \frac{20 \cdot 10}{100 \cdot 100} = \frac{200}{10000} \text{ (м}^2\text{)}.$$



Щоб знайти добуток двох дробів, треба:

- 1) знайти **добуток знаменників** даних дробів і записати його в знаменнику добутку;
- 2) знайти **добуток чисельників** даних дробів і записати його в чисельнику добутку:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Задача 1 Знайдіть добуток дробів $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{7}$.

Розв'язання

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 7} = \frac{15}{56}.$$



При множенні дробів, як і при множенні натуральних чисел, виконуються *переставний* і *сполучний* закони множення, а також *розподільний* закон множення відносно додавання.

2. Множення натурального числа на дріб або мішаного числа на дріб



<https://cutt.ly/J5N7aMw>



Як помножити натуральне число на дріб або мішане число на дріб?

Спочатку перетворити дане число в неправильний дріб, а потім виконати множення дробів.



Задача 2 Обчисліть: 1) $4 \cdot \frac{7}{9}$; 2) $2\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$.

Розв'язання

$$1) 4 \cdot \frac{7}{9} = \frac{4}{1} \cdot \frac{7}{9} = \frac{4 \cdot 7}{1 \cdot 9} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9};$$

$$2) 2\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{8}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{8 \cdot 6}{3 \cdot 7} = \frac{16 \cdot 2}{1 \cdot 7} = 2\frac{2}{7}.$$



Під час множення звичайних дробів, якщо можливо, скорочують числа в чисельнику і знаменнику, а в отриманому добутку виділяють цілу й дробову частини.



Що отримаємо в результаті множення дробу на число 1?

Той самий дріб.



Наприклад:

$$\frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{1} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{2}{5}.$$



Що отримаємо в результаті множення дробу на число 0?

Число 0.



Наприклад:

$$\frac{3}{8} \cdot 0 = \frac{3 \cdot 0}{8} = \frac{0}{8} = 0.$$



Якщо дріб **помножити на 1**, то отримаємо **той самий дріб**.

Якщо дріб **помножити на 0**, то отримаємо **0**.

Якщо **добуток** двох чисел **дорівнює 0**, то принаймні один **множник дорівнює 0**.



3. Взаємно обернені числа

<https://cutt.ly/b29Roov>



Чи є такі числа, добуток яких дорівнює 1?

Так. Наприклад, $\frac{3}{4}$ і $\frac{4}{3}$, 7 і $\frac{1}{7}$.



Справді: $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}} = 1$; $7 \cdot \frac{1}{7} = \frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot 1}{1 \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = 1$.



Запам'ятайте!

Два числа, добуток яких дорівнює 1, називаються *взаємно оберненими*.

Отже, $\frac{3}{4}$ і $\frac{4}{3}$, 7 і $\frac{1}{7}$ є взаємно оберненими числами, а от числа $\frac{3}{4}$ і $\frac{1}{3}$ — ні.



Як записати число, обернене до даного дробу?

Для цього достатньо в даному дробі поміняти місцями чисельник і знаменник (мал. 9).



$$\text{дане число } \frac{2}{3} \quad \begin{array}{c} \nearrow \searrow \\ \nwarrow \nearrow \end{array} \quad \frac{3}{2} \text{ обернене число}$$

Мал. 9

Задача 3 Знайдіть число, взаємно обернене з числом $2\frac{1}{2}$.

Розв'язання Перетворимо число $2\frac{1}{2}$ в неправильний дріб

$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$. Звідси: оберненим до числа $2\frac{1}{2}$ є число $\frac{2}{5}$. Перевіри-

мо це: $2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 5} = 1$.

Для натурального числа оберненим є дріб, у якого чисельник — число 1, а знаменник — дане натуральне число. Наприклад, для чисел 5, 14, 29 оберненими є, відповідно, числа:

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{14}, \frac{1}{29}.$$



Для числа 1 оберненим є число 1.



Для числа 0 оберненого числа не існує.



4. Знаходження дробу від числа



<https://cutt.ly/029T5V4>

На практиці нерідко доводиться знаходити, яка величина припадає на частину даного числа. Ви знаєте, що це *задачі на знаходження дробу від числа*. У 5 класі ви навчилися розв'язувати такі задачі різними способами. Усі вони зводяться до дії множення числа на дріб. Розглянемо задачу.

Задача 4 Мама спекла рулет завдовжки 30 см. Тетянка та Іванко зі своїми друзями вирішили тільки трішки скуштувати його, але виявилось, що не стало аж $\frac{5}{6}$ рулету (мал. 10). Скільки сантиметрів становлять $\frac{5}{6}$ довжини рулету?



Мал. 10

Розв'язання Запишемо дані в таблицю 15.

Таблиця 15

Довжина рулету	Кількість частин	Довжина однієї частини	Діти з'їли
30 см	6	$30 : 6 = 5$ (см)	5 частин, тобто $5 \cdot 5 = 25$ (см)

Отже, $\frac{5}{6}$ довжини рулету становлять 25 см.

Такий самий результат отримаємо й тоді, коли число 30 помножимо на дріб $\frac{5}{6}$, тобто:

$$30 \cdot \frac{5}{6} = \frac{30 \cdot 5}{1 \cdot \cancel{6}_1} = \frac{5 \cdot 5}{1} = \frac{25}{1} = 25.$$



Щоб знайти **дріб від числа**, треба дане **число помножити на цей дріб**.



Дізнайтеся більше

Математичний папірус Рінда — давньо-єгипетський навчальний посібник з арифметики і геометрії періоду Середнього царства, переписаний бізько 1650 р. до н. е. переписувачем Ахмесом на сувій папірису завдовжки 5,25 м і завширшки 33 см. Папірус було знайдено в 1858 р. У 1870 р. папірус розшифровано, перекладено й видано. Нині більша частина рукопису перебуває в Британському музеї в Лондоні, а решта — у Нью-Йорку. Папірус Рінда містить умови й розв'язання 84 задач і є найповнішим єгипетським задачником, що дійшов до нас.



Словничок



Українська

Англійська/
English

Німецька/
Deutsch

Французька/
Français

множення
дробів

multiplication of
fractions

Multiplikation
von Brüchen

multiplication
des fractions

<https://cutt.ly/A7EVfQo>

Пригадайте головне

1. Сформулюйте правило множення двох дробів.
2. Як помножити мішане або натуральне число на дріб?
3. Які числа називаються взаємно оберненими? Як їх знаходити?
4. Як знайти дріб від числа?

Усне тренування

1. Із цифр 2, 5, 6 складіть усі можливі трицифрові числа, які діляться на 2.
2. Із цифр 2, 3, 4 складіть усі можливі трицифрові числа, які діляться на 3.
3. Із цифр 1, 5, 0 складіть усі можливі трицифрові числа, які діляться на 5.



4. Із цифр 1, 3, 5 складіть усі можливі трицифрові числа, які діляться на 3.

5. Із цифр 7, 5, 0 складіть усі можливі трицифрові числа, які діляться на 5.

Розв'яжіть задачі

426'. Чи правильно, що добутком дробів $\frac{5}{9}$ і $\frac{3}{11}$ є дріб:

- 1) $\frac{5}{99}$; 2) $\frac{5}{11}$; 3) $\frac{5}{33}$?

427'. Чи правильно, що $\frac{3}{7} \cdot 0 = \dots$

- 1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{30}{7}$; 3) 1; 4) 0?

428'. Чи правильно, що $\frac{5}{9} \cdot 1 = \dots$

- 1) $\frac{9}{5}$; 2) $\frac{51}{9}$; 3) $\frac{5}{9}$; 4) 1?

429'. Чи правильно, що число $\frac{3}{7}$ є взаємно оберненим із числом:

- 1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{9}{49}$; 3) $\frac{7}{7}$; 4) $\frac{7}{3}$?

430'. Чи правильно Маринка знаходила $\frac{2}{3}$ числа 12:

- 1) $\frac{12}{12} \cdot \frac{2}{3}$; 3) $12 + \frac{2}{3}$;
2) $\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{3}$; 4) $\frac{12}{1} \cdot \frac{2}{3}$?

431'. Обчисліть:

- 1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$; 3) $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9}$; 5) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7}$; 7) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{11}$;
2) $\frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7}$; 4) $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{11}$; 6) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}$; 8) $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{8}$.



<https://cutt.ly/729OzSx>



432°. Обчисліть:

$$1) \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7}; \quad 2) \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{13}; \quad 3) \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}; \quad 4) \frac{11}{16} \cdot \frac{3}{11}.$$

433°. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10}; \quad 3) \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}; \quad 5) \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{12}; \quad 7) \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{7};$$

$$2) \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{10}; \quad 4) \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{11}; \quad 6) \frac{10}{13} \cdot \frac{7}{10}; \quad 8) \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{8}.$$

434°. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{3}{11} \cdot \frac{7}{12}; \quad 2) \frac{11}{14} \cdot \frac{7}{8}; \quad 3) \frac{7}{8} \cdot \frac{16}{17}; \quad 4) \frac{6}{13} \cdot \frac{5}{12}.$$

435°. Знайдіть добуток дробів:

$$1) \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}; \quad 3) \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{7}; \quad 5) \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{8}; \quad 7) \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{16};$$

$$2) \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{11}; \quad 4) \frac{11}{25} \cdot \frac{25}{27}; \quad 6) \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{10}; \quad 8) \frac{18}{25} \cdot \frac{5}{18}.$$

436°. Знайдіть добуток дробів:

$$1) \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{11}; \quad 2) \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{5}; \quad 3) \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{15}; \quad 4) \frac{11}{27} \cdot \frac{9}{11}.$$

437°. Обчисліть:

$$1) \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{16}; \quad 3) \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{25}; \quad 5) \frac{4}{15} \cdot \frac{25}{28}; \quad 7) \frac{9}{14} \cdot \frac{49}{63};$$

$$2) \frac{10}{13} \cdot \frac{39}{40}; \quad 4) \frac{11}{12} \cdot \frac{4}{33}; \quad 6) \frac{35}{36} \cdot \frac{54}{55}; \quad 8) \frac{22}{35} \cdot \frac{63}{121}.$$

438°. Обчисліть:

$$1) \frac{5}{26} \cdot \frac{13}{15}; \quad 2) \frac{7}{11} \cdot \frac{22}{49}; \quad 3) \frac{15}{29} \cdot \frac{58}{105}; \quad 4) \frac{21}{26} \cdot \frac{39}{84}.$$

439°. Знайдіть помилку в обчисленнях:

$$\frac{5}{18} \cdot \frac{12}{25} = \frac{5 \cdot 12}{18 \cdot 25} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}.$$

440°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність:

$$1) \frac{2}{3} \cdot \frac{*}{5} = \frac{2}{15}; \quad 2) \frac{3}{*} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{28}; \quad 3) \frac{*}{7} \cdot \frac{3}{11} = \frac{15}{77}.$$



441°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність:

1) $\frac{4}{9} \cdot \frac{*}{3} = \frac{4}{27}$; 2) $\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{*} = \frac{8}{35}$; 3) $\frac{*}{9} \cdot \frac{4}{11} = \frac{32}{99}$.

442°. Знайдіть значення виразу $\frac{7}{12} \cdot \frac{a}{14}$, якщо:

1) $a = 2$; 3) $a = 4$;
2) $a = 3$; 4) $a = 6$.



<https://cutt.ly/R29PykF>

443°. Знайдіть значення добутку $\frac{a}{12} \cdot \frac{16}{d}$, якщо:

1) $a = 5, d = 35$; 3) $a = 9, d = 45$; 5) $a = 11, d = 55$;
2) $a = 7, d = 49$; 4) $a = 3, d = 4$; 6) $a = 7, d = 63$.

444°. Знайдіть значення виразу $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{b}$, якщо:

1) $b = 9$; 2) $b = 15$; 3) $b = 18$; 4) $b = 36$.

445°. Розв'яжіть рівняння:

1) $x : \frac{3}{16} = \frac{8}{17}$; 3) $x : \frac{5}{36} = \frac{6}{25}$; 5) $x : \frac{5}{36} = \frac{18}{35}$;
2) $x : \frac{4}{5} = \frac{5}{12}$; 4) $x : \frac{3}{14} = \frac{7}{12}$; 6) $x : \frac{11}{16} = \frac{32}{33}$.

446°. Розв'яжіть рівняння:

1) $x : \frac{4}{7} = \frac{28}{29}$; 3) $x : \frac{13}{16} = \frac{8}{39}$;
2) $x : \frac{5}{6} = \frac{12}{35}$; 4) $x : \frac{8}{15} = \frac{45}{64}$.



447°. Обчисліть:

1) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{10}$; 3) $\frac{8}{15} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$; 5) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{12}\right) \cdot \frac{8}{9}$;
2) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{12}{13}$; 4) $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{9}{14}$; 6) $\frac{20}{21} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{10}\right)$.

448°. Обчисліть:

1) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{9}$; 2) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{15}{16}$; 3) $\frac{8}{11} \cdot \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right)$.


<https://cutt.ly/B29PZK2>

449°. Обчисліть:

1) $\frac{1}{4} \cdot 4$; 4) $8 \cdot \frac{13}{24}$; 7) $\frac{9}{11} \cdot 0$;

2) $\frac{5}{11} \cdot 3$; 5) $1 \cdot \frac{5}{43}$; 8) $0 \cdot \frac{15}{16}$.

3) $7 \cdot \frac{5}{21}$; 6) $\frac{7}{33} \cdot 1$;

450°. Обчисліть:

1) $\frac{1}{8} \cdot 2$; 2) $5 \cdot \frac{7}{15}$; 3) $1 \cdot \frac{16}{41}$; 4) $\frac{35}{44} \cdot 0$.

451°. У магазині цукерки розфасовують у невеликі пакування



по $\frac{2}{5}$ кг цукерок у кожному. Скільки кілограмів цукерок міститься: 1) у 5 пакуваннях; 2) у 75 пакуваннях; 3) у 150 пакуваннях?

452°. Кожна сторона п'ятикутника дорівнює $\frac{3}{25}$ дм. Знайдіть його периметр.

453°. Сторона квадрата дорівнює $\frac{7}{36}$ мм. Знайдіть його периметр.

454°. Обчисліть:

1) $\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{5}$; 3) $2\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{25}$; 5) $\frac{3}{8} \cdot 1\frac{3}{5}$; 7) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{25}$;

2) $\frac{5}{11} \cdot 3\frac{1}{8}$; 4) $2\frac{2}{11} \cdot \frac{13}{24}$; 6) $\frac{7}{12} \cdot 1\frac{1}{14}$; 8) $3\frac{3}{7} \cdot \frac{35}{48}$.

455°. Обчисліть:

1) $\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{6}$; 3) $1\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{39}$;

2) $\frac{5}{9} \cdot 2\frac{1}{4}$; 4) $1\frac{3}{26} \cdot \frac{13}{29}$.



456°. Знайдіть ділене, якщо дільник — $\frac{11}{18}$, а частка — $1\frac{7}{11}$.



457°. Знайдіть добуток, якщо перший множник дорівнює $\frac{7}{15}$, а другий — $1\frac{11}{49}$.

458°. Знайдіть площу прямокутника, сторони якого дорівнюють $\frac{16}{23}$ см і $1\frac{21}{48}$ см.

459°. Знайдіть площу прямокутника, сторони якого дорівнюють $\frac{17}{28}$ см і $2\frac{10}{51}$ см.

460°. Дано числа: $\frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{61}{10}, \frac{10}{7}, \frac{6}{61}, \frac{9}{10}, \frac{9}{7}, \frac{10}{61}, \frac{7}{5}, \frac{6}{5}$. Чи є серед них взаємно обернені? Якщо так, то виписіть їх.

461°. Обчисліть:

- 1) $\frac{1}{5} \cdot 5$; 4) $1\frac{1}{3} \cdot 0,75$; 7) $\frac{17}{19} \cdot 1\frac{2}{17}$; 10) $\frac{7}{16} \cdot 2\frac{2}{7}$;
2) $\frac{1}{12} \cdot 12$; 5) $\frac{5}{9} \cdot 1\frac{4}{5}$; 8) $2\frac{7}{9} \cdot 0,18$; 11) $\frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{3}$;
3) $4 \cdot 0,25$; 6) $1\frac{10}{11} \cdot \frac{11}{21}$; 9) $\frac{2}{7} \cdot 3,5$; 12) $\frac{25}{29} \cdot 1,16$.

462°. Обчисліть:

- 1) $\frac{1}{11} \cdot 11$; 2) $8 \cdot 0,125$; 3) $\frac{12}{13} \cdot 1\frac{1}{12}$; 4) $\frac{5}{16} \cdot 3,2$.

463°. Обчисліть:

- 1) $\frac{2}{5} \cdot 5 \cdot \frac{5}{2}$; 2) $\frac{3}{7} \cdot 4 \cdot \frac{7}{3}$; 3) $\frac{5}{9} \cdot 0,3 \cdot \frac{9}{5}$; 4) $\frac{8}{9} \cdot 1\frac{1}{8} \cdot 6$.

464°. Обчисліть:

- 1) $\frac{2}{7} \cdot 11 \cdot \frac{7}{2}$; 2) $\frac{5}{11} \cdot 5 \cdot \frac{11}{5}$; 3) $\frac{7}{8} \cdot 1,3 \cdot \frac{8}{7}$; 4) $\frac{10}{11} \cdot 1,1 \cdot 12$.

465°. Знайдіть число, взаємно обернене з числом:

- 1) $\frac{5}{8}$; 3) $4\frac{4}{7}$; 5) 1,7; 7) 5,9;
2) $\frac{7}{9}$; 4) $5\frac{1}{6}$; 6) 3,25; 8) 1,125.



<https://cutt.ly/729AY2F>



466°. Знайдіть число, взаємно обернене з числом:

- 1) $\frac{3}{11}$; 2) $3\frac{2}{9}$; 3) 1,2; 4) 2,25.

467°. Чи правильно, що $\frac{3}{5}$ числа 25 дорівнюють:

- 1) 75; 2) 25; 3) 15; 4) 125?

468°. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину шести клітинок зошита. Позначте на цьому промені точку $A\left(\frac{1}{6}\right)$ та точки з координатами, які дорівнюють двом, трьом, шести і дев'яти відстаням від точки A до початку координат. Які числа відповідають цим точкам?

469°. Накресліть координатний промінь. За одиничний відрізок прийміть довжину восьми клітинок зошита. Позначте на цьому промені точку $B\left(\frac{1}{8}\right)$ та точки з координатами, які дорівнюють двом, чотирьом, п'яти і дванадцяти відстаням від точки B до початку координат. Які числа відповідають цим точкам?

470°. Знайдіть:

- 1) $\frac{1}{2}$ числа 6; 3) $\frac{6}{7}$ числа 21; 5) $\frac{5}{42}$ числа 14;
2) $\frac{2}{3}$ числа 9; 4) $\frac{4}{15}$ числа 60; 6) $\frac{3}{7}$ числа $\frac{14}{27}$.

471°. Площа квадрата дорівнює 45 см^2 . Чому дорівнює площа:

- 1) $\frac{1}{5}$ квадрата; 2) $\frac{2}{9}$ квадрата; 3) $\frac{3}{35}$ квадрата?

472°. Площа прямокутника дорівнює 54 см^2 . Чому дорівнює площа:

- 1) $\frac{1}{6}$ прямокутника;
2) $\frac{7}{9}$ прямокутника?





473°. Знайдіть кут, який дорівнює:

- 1) $\frac{1}{3}$ розгорнутого кута;
- 2) $\frac{1}{6}$ розгорнутого кута;
- 3) $\frac{2}{3}$ розгорнутого кута;
- 4) $\frac{1}{9}$ розгорнутого кута;
- 5) $\frac{5}{6}$ розгорнутого кута;
- 6) $\frac{3}{4}$ розгорнутого кута.



<https://cutt.ly/E29ANPO>

474°. Знайдіть кут, який дорівнює:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\frac{1}{3}$ прямого кута; | 4) $\frac{1}{4}$ прямого кута; |
| 2) $\frac{1}{2}$ прямого кута; | 5) $\frac{1}{6}$ прямого кута; |
| 3) $\frac{2}{3}$ прямого кута; | 6) $\frac{5}{6}$ прямого кута. |

475°. Знайдіть кут, який дорівнює:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\frac{3}{5}$ розгорнутого кута; | 3) $\frac{2}{5}$ прямого кута; |
| 2) $\frac{5}{9}$ розгорнутого кута; | 4) $\frac{2}{9}$ прямого кута. |

476. Обчисліть:

- | | | |
|---|---|--|
| 1) $\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{7} \cdot 1\frac{3}{4}$; | 2) $\frac{5}{21} \cdot 2\frac{1}{6} \cdot \frac{7}{26}$; | 3) $1\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{22} \cdot \frac{3}{4}$; |
| 4) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{11} \cdot 1\frac{1}{10}$; | 5) $\left(1\frac{3}{4}\right)^2$; | 6) $\left(3\frac{1}{3}\right)^3$. |

477. Обчисліть:

- | | | |
|--|--|------------------------------------|
| 1) $\frac{4}{11} \cdot \frac{14}{15} \cdot 3\frac{1}{7}$; | 2) $\frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{9} \cdot 1\frac{1}{5}$; | 3) $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$. |
|--|--|------------------------------------|



478. Знайдіть значення виразу:

1) $1\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{20} - \frac{4}{21}$; 2) $2\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{11} - \frac{25}{27}$; 3) $3\frac{5}{6} + 2\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{42}$.

479. Довжини сторін прямокутника є взаємно оберненими числами. Одна з них дорівнює $\frac{6}{17}$ см. Знайдіть периметр і площу прямокутника.

480. Перший учень пробігає одне коло на стадіоні за $1\frac{5}{12}$ хв,



а другий — за $1\frac{5}{6}$ хв. За скільки хвилин кожний з учнів пробіжить 8 таких кіл?

481. Мама купила на свято 5 кг цукерок по $50\frac{4}{5}$ грн за кіло-



грам і 3 кг печива по $38\frac{7}{10}$ грн за кілограм. Скільки гривень витратила мама?

482. Сергійко за три дні прочитав книжку, у якій 270 сторінок. За перший день він прочитав $\frac{2}{9}$ книжки, а за другий — $\frac{4}{3}$ того, що прочитав за перший день. Скільки сторінок книжки прочитав хлопчик за третій день?

483. Турист за перший день пройшов 15 км, за другий —



$1\frac{1}{5}$ шляху, що пройшов за перший день, а за третій — $\frac{4}{9}$ шляху, що пройшов за другий день. Який шлях пройшов турист за три дні?

484*. Знайдіть значення добутку:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{25}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

485*. Добуток цифр двоцифрового числа дорівнює 9. Якщо першу цифру числа збільшити на 5, то добуток його цифр збільшиться у $2\frac{2}{3}$ рази. Знайдіть це число.



486*. Обчисліть добуток числа, що дорівнює значенню виразу $\left(2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)$, та числа, взаємно оберненого зі значенням виразу $\left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$.

487*. Площі двох квадратів є взаємно оберненими числами. Сума їх сторін дорівнює 2,5 см. Знайдіть периметри обох квадратів.

488*. Середнє арифметичне двох взаємно обернених чисел дорівнює $1\frac{1}{84}$. Знайдіть ці числа.

489*. Середнє арифметичне двох взаємно обернених чисел і числа 3 дорівнює 27. Знайдіть ці числа.

Проявіть компетентність

490. Тато вирішив перепланувати на дачі кімнату з розмірами $3\frac{1}{5}$ м і $6\frac{3}{7}$ м. Більшу сторону він вирішив зменшити на $\frac{9}{14}$ м, а меншу — збільшити на $1\frac{7}{10}$ м. Яка площа підлоги нової кімнати?

491. Бак має форму прямокутного паралелепіпеда з розмірами $\frac{5}{6}$ м, $\frac{1}{11}$ м, $\frac{22}{25}$ м. Чи поміститься в цей бак 500 л бензину?



492. Для будівельних робіт татові потрібно купити $12\frac{5}{14}$ м² облицювальної плитки для стін та $4\frac{2}{7}$ м² плитки для підлоги. Скільки гривень заплатить тато за всю покупку, якщо 1 м² плитки для стін коштує 504 грн, а 1 м² плитки для підлоги — 315 грн?





§ 10. ДІЛЕННЯ ДРОБІВ. ЗНАХОДЖЕННЯ ЧИСЛА ЗА ЙОГО ДРОБОМ. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ДІЙ У ВИРАЗАХ

1. Ділення двох дробів

Ситуація. Марійка і Сергійко шукали невідому сторону прямокутника (мал. 11). Але ділити дробби вони ще не вміли. Діти пригадали, що ділення і множення є взаємно оберненими діями, а множити дробби вони вміють. «А чи не можна дію ділення звести до дії множення?» — подумали вони. Для пошуку закономірності Марійка й Сергійко дослідили кожний свій приклад.



<https://cutt.ly/E29FYDz>

$$\frac{8}{9} \text{ см}^2$$

$$\frac{2}{3} \text{ см} \quad \text{Мал. 11}$$

Марійка

Оскільки $6 : 2 = 3$ і $6 \cdot \frac{1}{2} = 3$,
то $6 : 2 = 6 \cdot \frac{1}{2}$.

Отже, ділення на 2 можна
замінити множенням на $\frac{1}{2}$.

Сергійко

Оскільки $3 : 5 = \frac{3}{5}$ і $3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$,
то $3 : 5 = 3 \cdot \frac{1}{5}$.

Отже, ділення на 5 можна
замінити множенням на $\frac{1}{5}$.



Чи праві діти?

І Марійка, і Сергійко міркували правильно, тому отримали правильний висновок.



Цей спосіб міркувань є загальним — його можна застосувати і при діленні будь-яких двох дробів.

дане число $\frac{2}{3}$ $\searrow \nearrow$ $\frac{3}{2}$ *обернене число*

$$\frac{8}{9} : \frac{2}{3} = \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{2}$$



Отже, невідома сторона прямокутника на малюнку 11 має довжину:

$$\frac{8}{9} : \frac{2}{3} = \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4}{3} \text{ (см).}$$



Щоб **знайти частку** двох дробів, треба:

- 1) знайти **дріб, обернений** до дільника;
- 2) ділене **помножити** на дріб, обернений до дільника:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

Задача 1 Поділіть дріб $\frac{5}{6}$ на дріб $\frac{5}{12}$.

Розв'язання

$$\frac{5}{6} : \frac{5}{12} = \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{5} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{12}^2}{\cancel{6}_2 \cdot \cancel{5}_1} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{2}{1} = 2.$$



2. Ділення натурального числа на дріб або мішаного числа на дріб

<https://cutt.ly/X29G6YH>



Як поділити натуральне число на дріб або мішане число на дріб?

Спочатку перетворити дане число в неправильний дріб, а потім виконати ділення дробів. Так само ділять два мішані числа.



Задача 2 Знайдіть частку чисел: 1) 2 і $\frac{2}{3}$; 2) $4\frac{1}{5}$ і $\frac{4}{5}$.

Розв'язання 1) $2 : \frac{2}{3} = \frac{2}{1} : \frac{2}{3} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot 3}{1 \cdot \cancel{2}_1} = \frac{3}{1} = 3.$

2) $4\frac{1}{5} : \frac{4}{5} = \frac{21}{5} : \frac{4}{5} = \frac{21}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{21\cancel{5}^5}{\cancel{5}_1 \cdot 4} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}.$



Що отримаємо в результаті ділення числа 1 на дріб?

Дріб, обернений до даного.



Наприклад: $1 : \frac{3}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 3} = \frac{5}{3}$.



Що отримаємо в результаті ділення числа 0 на дріб?

Число 0.



Чи можна поділити дріб на 0?

Ні.



На 0 ділити не можна!



Якщо **1** поділити на дріб, то отримаємо **дріб, обернений до даного**.

Якщо **0** поділити на дріб, то отримаємо **0**.

3. Знаходження числа за його дробом

Ситуація. Мама спекла рулет. Тетянка й Іванко виміряли рулет і відокремили частину завдовжки 25 см (мал. 12). Виявилось, що вони відокремили $\frac{5}{6}$ рулету.



<https://cutt.ly/p29KEVL>

Скільки сантиметрів становила довжина цілого рулету?



Поміркуємо, спираючись на таблицю 16.



Мал. 12



Таблиця 16

Довжина п'яти частин	Довжина однієї частини	Кількість частин у цілому рулеті	Довжина цілого рулету
25 см	$25 : 5 = 5$ (см)	6	$5 \cdot 6 = 30$ (см)

Отже, довжина цілого рулету становила 30 см.

Такий самий результат одержимо, якщо число 25 поділимо на дріб $\frac{5}{6}$, тобто:

$$25 : \frac{5}{6} = 25 \cdot \frac{6}{5} = \frac{25 \cdot 6}{\cancel{5}_1} = \frac{5 \cdot 6}{1} = \frac{30}{1} = 30 \text{ (см)}.$$

Задачі, у яких треба за відомою частиною величини знаходити саму величину, називають *задачами на знаходження числа за його дробом*. Усі вони зводяться до дії ділення числа на дріб.



Щоб знайти **число за його дробом**, треба дану **частину величини поділити на цей дріб**.

4. Порядок виконання дій у виразах із дробами

<https://cutt.ly/D6AkHle>



У якому порядку виконують дії у виразах із дробами?



У такому самому порядку, що й у виразах з натуральними числами (табл. 17).



Таблиця 17

Дії першого ступеня	Дії другого ступеня	Дія третього ступеня
<i>Додавання і віднімання</i> $a + b, a - b$	<i>Множення і ділення</i> $a \cdot b, a : b$	<i>Піднесення числа до квадрата чи до куба</i> a^2, a^3



Дії першого ступеня	Дії другого ступеня	Дія третього ступеня
Якщо вираз містить тільки додавання і віднімання ,	Якщо вираз містить тільки множення і ділення ,	Якщо вираз містить тільки піднесення числа до квадрата чи до куба ,
то дії виконують у тому порядку, як вони записані		
Іноді треба зводити дроби до спільного знаменника	Іноді треба застосовувати основну властивість дробу і робити скорочення	Застосовують означення квадрата і куба числа

Задача 3 Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{7}{10} + \frac{2}{5}; \quad 2) \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12} : \frac{5}{12} \cdot \frac{10}{17}; \quad 3) \left(\frac{4}{5}\right)^2; \quad 4) \left(\frac{2}{3}\right)^3.$$

Розв'язання

$$1) \frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{7}{10} + \frac{2}{5} = \frac{2+6-7+4}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2};$$

$$2) \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12} : \frac{5}{12} \cdot \frac{10}{17} = \frac{4 \cdot \cancel{5}^1 \cdot \cancel{12}^1 \cdot \cancel{10}^2}{\cancel{5}_1 \cdot \cancel{12}_1 \cdot \cancel{5}_1 \cdot 17} = \frac{8}{17};$$

$$3) \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4 \cdot 4}{5 \cdot 5} = \frac{16}{25};$$

$$4) \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{8}{27}.$$



Чи можна у виразах із дробами змінювати порядок дій?

Так. Це часто допомагає обчислювати зручнішим способом.



$$\text{Наприклад: } \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12} : \frac{5}{12} \cdot \frac{10}{17} = \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{5}{12} : \frac{5}{12}\right) \cdot \frac{10}{17} = \frac{4 \cdot \cancel{10}^1}{\cancel{5}_1 \cdot \cancel{17}_1} = \frac{88}{177}.$$



У виразах, що містять дії трьох ступенів, **першими** виконують дії старшого ступеня, тобто **піднесення числа до квадрата чи до куба**.

У виразах із дужками **спочатку** виконують дії **в дужках**, а потім інші дії згідно з порядком виконання дій.

Задача 4 Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{12} + \frac{7}{9} : 7 - \left(\frac{2}{3}\right)^2; \quad 2) \frac{9}{10} + \left(\frac{7}{25} - \frac{1}{5}\right) \cdot 5^2.$$

Розв'язання

$$1) \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{12} + \frac{7}{9} : 7 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{\cancel{4} \cdot 10^2}{\cancel{5} \cdot 12_3} + \frac{\cancel{7} \cdot 1}{9 \cdot \cancel{7}_1} - \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = \frac{6+1-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$
$$2) \frac{9}{10} + \left(\frac{7}{25} - \frac{1}{5}\right) \cdot 5^2 = \frac{9}{10} + \left(\frac{7-5}{25}\right) \cdot 5^2 = \frac{9}{10} + \frac{2 \cdot \cancel{25}^1}{\cancel{25}_1 \cdot 1} = \frac{9}{10} + 2 = 2\frac{9}{10}.$$



Якщо в дужки взято вираз, що містить дії трьох ступенів, тоді й **у дужках** дії виконують **за відомим порядком**.

Дізнайтеся більше

1. Нехай дано два такі натуральні числа, що сума всіх дільників першого (за винятком самого числа) дорівнює другому числу, а сума всіх дільників другого числа (за винятком самого числа) дорівнює першому числу. Числа, які мають таку властивість, називають *дружніми числами*. Наприклад, число 220 має такі дільники: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110. Їх сума дорівнює 284. Число 284 має такі дільники: 1, 2, 4, 71, 142. Їх сума дорівнює 220. Отже, числа 220 і 284 є парою дружніх чисел. Це пара найменших дружніх чисел. Ось інші пари дружніх чисел: 1184 і 1210, 2620 і 2924, 5020 і 5564, 6232 і 6368, 10 744 і 10 856, 12 285 і 14 595, 17 296 і 18 416, 63 020 і 76 084.

2. Досконале число — це натуральне число, яке дорівнює сумі всіх своїх дільників, крім самого числа. Перші два досконалі числа були відомі ще в глибоку давнину.

Найменшим досконалим числом є число 6, оскільки $6 = 3 + 2 + 1$.

Наступне за ним — число 28, оскільки: $28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1$.

Наступні два досконалі числа — це 496 і 8128. Їх знайшов у IV столітті до н. е. Евклід, і тільки через півтори тисячі років, у 1460 р. було знайдене ще одне досконале число — 33 550 336.

До середини XX століття було знайдено ще 7 таких чисел.



Словничок



Українська

Англійська/
EnglishНімецька/
DeutschФранцузька/
Françaisділення
дробівdivision of
fractionsDivision von
Brüchendivision des
fractions
<https://cutt.ly/I7EVYtO>

Пригадайте головне

1. Сформулюйте правило ділення дробу на дріб.
2. Як знайти частку натурального числа і дробу; мішаного числа і дробу?
3. Як знайти число за його дробом?

Усне тренування

Чи існує трикутник, у якого кути дорівнюють:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $90^\circ, 80^\circ, 70^\circ$; | 4) $20^\circ, 80^\circ, 80^\circ$; |
| 2) $75^\circ, 70^\circ, 45^\circ$; | 5) $15^\circ, 75^\circ, 90^\circ$; |
| 3) $60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$; | 6) $25^\circ, 45^\circ, 100^\circ$; |

Розв'яжіть задачі

493'. Чи правильно, що оберненим до числа $\frac{5}{7}$ є число:

- 1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{5}{1}$; 3) $\frac{7}{5}$; 4) $\frac{1}{5}$; 5) $\frac{1}{7}$; 6) $1\frac{2}{5}$?

494'. Чи правильно Оленка продовжувала виконувати дії:

$$\frac{5}{9} : \frac{2}{7} = \dots$$

- 1) $\frac{5}{9} : \frac{7}{2}$; 2) $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{2}$; 3) $\frac{5}{9} \cdot \frac{2}{7}$; 4) $\frac{9}{5} : \frac{2}{7}$?

495'. Чи правильно, що частка чисел $\frac{2}{9}$ і $\frac{1}{2}$ дорівнює:

- | | |
|--|--|
| 1) $\frac{2}{9} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{9}$; | 3) $\frac{9}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$; |
| 2) $\frac{2}{9} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4}{9}$; | 4) $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{9}$? |



496°. Чи правильно, що $1 : \frac{7}{9}$ дорівнює:

1) $1 \cdot \frac{7}{9} = \frac{7}{9}$; 2) $1 \cdot \frac{7}{7} = 1$; 3) $1 \cdot \frac{9}{9} = 1$; 4) $1 \cdot \frac{9}{7} = \frac{9}{7}$?

497°. Чи правий Сергійко в тому, що $\frac{1}{6} : 2$ дорівнює:

1) $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1} = \frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$; 4) $\frac{6}{1} \cdot \frac{2}{1} = 12$?

498°. Обчисліть:

1) $\frac{2}{5} : \frac{2}{15}$; 6) $\frac{3}{4} : \frac{7}{12}$; 11) $\frac{33}{81} : \frac{11}{45}$;

2) $\frac{3}{4} : \frac{3}{12}$; 7) $\frac{11}{12} : \frac{11}{18}$; 12) $\frac{15}{38} : \frac{5}{19}$.

3) $\frac{4}{7} : \frac{4}{21}$; 8) $\frac{13}{15} : \frac{26}{27}$;

4) $\frac{13}{15} : \frac{13}{45}$; 9) $\frac{2}{7} : \frac{8}{21}$;

5) $\frac{2}{5} : \frac{6}{25}$; 10) $\frac{5}{24} : \frac{15}{64}$;



<https://cutt.ly/l29V4OB>

499°. Знайдіть частку чисел:

1) $\frac{5}{7}$ і $\frac{5}{14}$; 2) $\frac{3}{11}$ і $\frac{3}{22}$; 3) $\frac{7}{27}$ і $\frac{14}{81}$; 4) $\frac{3}{25}$ і $\frac{18}{75}$.

500°. Знайдіть помилку в обчисленнях: $\frac{5}{18} : \frac{25}{36} = \frac{5 \cdot 25}{18 \cdot 36} = \frac{125}{648}$.

501°. Запишіть замість * таке число, щоб отримати правильну рівність:

1) $\frac{2}{15} : \frac{*}{45} = \frac{3}{4}$; 2) $\frac{5}{*} : \frac{15}{17} = \frac{1}{6}$; 3) $\frac{6}{*} : \frac{54}{85} = \frac{17}{63}$.

502°. Знайдіть значення виразу $\frac{7}{18} : \frac{14}{a}$, якщо:

1) $a = 3$; 2) $a = 9$; 3) $a = 12$; 4) $a = 36$.

503°. Знайдіть значення виразу $\frac{3}{5} : \frac{b}{45}$, якщо:

1) $b = 9$; 2) $b = 15$; 3) $b = 18$; 4) $b = 33$.



504°. Знайдіть невідомий множник, якщо інший множник дорівнює $\frac{5}{13}$, а добуток — $\frac{25}{78}$.

505°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{1}{4} : x = \frac{7}{16}$; 3) $\frac{9}{11} \cdot x = \frac{27}{44}$.

2) $x \cdot \frac{5}{21} = \frac{25}{28}$;



<https://cutt.ly/o29Bzuk>

506°. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{1}{8} : x = \frac{11}{16}$; 2) $x \cdot \frac{7}{9} = \frac{28}{45}$; 3) $\frac{8}{13} \cdot x = \frac{32}{65}$.

507°. Обчисліть:

1) $1 : \frac{13}{14}$; 4) $1 : \frac{17}{21}$; 7) $7 : \frac{14}{15}$; 10) $2 : \frac{7}{8}$;
 2) $1 : \frac{15}{17}$; 5) $2 : \frac{4}{7}$; 8) $6 : \frac{18}{23}$; 11) $4 : \frac{10}{11}$;
 3) $1 : \frac{9}{14}$; 6) $3 : \frac{15}{16}$; 9) $3 : \frac{6}{7}$; 12) $14 : \frac{21}{22}$.

508°. Обчисліть:

1) $1 : \frac{7}{9}$; 3) $2 : \frac{8}{11}$;
 2) $1 : \frac{7}{15}$; 4) $8 : \frac{24}{25}$.



509°. Розв'яжіть рівняння:

1) $1 : x = \frac{3}{4}$; 4) $5 : x = \frac{5}{11}$; 7) $3 : x = 1\frac{5}{7}$;
 2) $2 : x = \frac{8}{11}$; 5) $1 : x = 1\frac{5}{6}$; 8) $13 : x = 1\frac{4}{9}$.
 3) $3 : x = \frac{15}{17}$; 6) $2 : x = 1\frac{3}{5}$;



<https://cutt.ly/623AEDu>

510°. Розв'яжіть рівняння:

1) $1 : x = \frac{2}{7}$; 3) $4 : x = \frac{12}{25}$; 5) $6 : x = 2\frac{2}{5}$.
 2) $4 : x = \frac{4}{9}$; 4) $1 : x = 2\frac{2}{7}$;



511°. У п'ятикутнику всі сторони рівні. Знайдіть сторону п'ятикутника, якщо його периметр дорівнює $\frac{40}{43}$ см.

512°. У магазин привезли $53\frac{1}{3}$ кг мандаринів у n однакових ящиках. Скільки кілограмів мандаринів у кожному ящику, якщо: 1) $n = 4$; 2) $n = 5$; 3) $n = 8$?

513°. Маса кавуна дорівнює $11\frac{1}{2}$ кг. Яка маса половини кавуна?

514°. Обчисліть:

1) $\frac{2}{7} : 3\frac{1}{2}$;

3) $2\frac{7}{8} : \frac{23}{24}$;

2) $\frac{1}{4} : 1\frac{1}{4}$;

4) $1\frac{5}{8} : \frac{39}{40}$.



<https://cutt.ly/e23So5h>

515°. Обчисліть:

1) $\frac{7}{9} : 2\frac{1}{3}$;

2) $\frac{11}{19} : 1\frac{20}{57}$;

3) $3\frac{1}{5} : \frac{24}{35}$;

4) $4 : 1\frac{5}{11}$.

516°. Знайдіть сторону прямокутника, якщо його площа дорівнює $3\frac{1}{5}$ см², а одна із сторін — $\frac{2}{5}$ см.

517°. Знайдіть сторону прямокутника, якщо його площа дорівнює $2\frac{2}{9}$ см², а одна із сторін — $1\frac{2}{3}$ см.

518°. Накресліть координатний промінь (одиничний відрізок — 5 клітинок зошита). Позначте на цьому промені точку $A(2\frac{2}{5})$. Поділіть відрізок OA на чотири рівні частини й позначте відповідні точки. Запишіть їх координати.

519°. Накресліть координатний промінь (одиничний відрізок — 7 клітинок зошита). Позначте на цьому промені точку $A(1\frac{5}{7})$. Поділіть відрізок OA на три рівні частини й позначте відповідні точки. Запишіть їх координати.



520°. Чому дорівнює довжина відрізка AB , якщо:

- 1) $\frac{2}{3}$ його довжини дорівнюють 18 см;
- 2) $\frac{5}{7}$ його довжини дорівнюють 35 см?

521°. Чому дорівнює довжина відрізка BC , якщо $\frac{3}{5}$ його довжини дорівнюють 24 см?



522°. Чому дорівнює кут, якщо:

- 1) його $\frac{5}{6}$ дорівнюють прямому куту;
- 2) його $2\frac{1}{4}$ дорівнює розгорнутому куту?

<https://cutt.ly/S23SRU1>

523°. Чому дорівнює кут, якщо:

- 1) його $\frac{9}{10}$ дорівнюють прямому куту;
- 2) його $1\frac{1}{9}$ дорівнює розгорнутому куту?



524°. Знайдіть число, якщо:

- 1) його $\frac{1}{3}$ дорівнює $\frac{5}{6}$; 3) його $\frac{5}{6}$ дорівнюють $\frac{25}{42}$.
- 2) його $\frac{2}{7}$ дорівнюють $\frac{4}{21}$;

525°. Знайдіть число, якщо:

- 1) його $\frac{1}{2}$ дорівнює $\frac{1}{6}$; 3) його $\frac{3}{5}$ дорівнюють 6.
- 2) його $\frac{2}{3}$ дорівнюють $\frac{4}{9}$;

526°. Знайдіть значення виразу:

- 1) $\frac{3}{11} + \frac{5}{11} - \frac{2}{11} - \frac{3}{11}$; 3) $\frac{3}{22} + \frac{5}{11} - \frac{2}{33} - \frac{3}{11}$;
- 2) $\frac{3}{11} + \frac{5}{22} - \frac{1}{22} - \frac{3}{22}$; 4) $\frac{3}{11} - \frac{5}{22} + \frac{2}{33} + \frac{3}{22}$;



5) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{11} : \frac{5}{11} \cdot \frac{5}{9}$; 9) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$;

6) $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{9} : \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{7}$; 10) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$;

7) $\frac{4}{9} : \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{6} : \frac{3}{4}$; 11) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$;

8) $\frac{1}{4} : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} : \frac{3}{4}$; 12) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$.

**527°.** Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{10}{13} + \frac{5}{13} - \frac{7}{13} - \frac{2}{13}$; 2) $\frac{2}{13} \cdot \frac{13}{4} : \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{13}$; 3) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; 4) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$.

528°. Обчисліть:

1) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) : \frac{9}{40}$; 5) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{10}{27}$; 9) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^3$;

2) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) : \frac{15}{16}$; 6) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{8}{15}$; 10) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$;

3) $\left(2 - \frac{7}{8}\right) : \frac{9}{16}$; 7) $\left(2 - \frac{7}{8}\right) \cdot \frac{8}{9}$; 11) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^2$;

4) $\frac{7}{8} : \left(1\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right)$; 8) $\frac{4}{21} \cdot \left(1\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right)$; 12) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^2$.

529°. Обчисліть:

1) $\left(2\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) : \frac{19}{24}$; 2) $\frac{18}{19} \cdot \left(3\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4^2$.

530. Обчисліть:

1) $\frac{5}{7} : \frac{15}{28} : \frac{2}{9}$; 4) $5 : \frac{20}{39} : \frac{65}{72}$; 7) $2\frac{1}{4} : \frac{3}{8} : \frac{1}{2}$;

2) $\frac{6}{11} : \frac{8}{33} : \frac{8}{27}$; 5) $7 : \frac{63}{80} : \frac{110}{117}$; 8) $1\frac{1}{9} : 1\frac{13}{27} : \frac{63}{64}$;

3) $\frac{14}{25} : \frac{42}{55} : \frac{44}{45}$; 6) $13 : \frac{52}{57} : \frac{95}{96}$; 9) $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{5}$.



531. Обчисліть:

$$1) \frac{3}{8} : \frac{21}{32} : \frac{48}{49};$$

$$2) \frac{1}{6} : \left(\frac{9}{22} : \frac{54}{77} \right).$$

532. Знайдіть значення виразу:

$$1) 2\frac{1}{6} - 1\frac{2}{9} : 3\frac{2}{3};$$

$$4) \frac{5}{7} : \left(\frac{15}{28} \cdot \frac{2}{9} \right);$$

$$2) 4\frac{2}{5} : \left(\frac{7}{10} + 2\frac{3}{5} \right);$$

$$5) 2\frac{1}{2} : \left(\frac{3}{8} : \frac{1}{2} \right);$$

$$3) \left(7 - 3\frac{2}{3} \right) \cdot \frac{2}{3} : \frac{5}{18};$$

$$6) 1\frac{1}{2} : \left(1\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} \right) - \frac{2}{5}.$$

533. Обчисліть:

$$1) 1\frac{23}{45} : \left(3\frac{2}{5} - 1\frac{2}{15} \right); \quad 2) 6\frac{2}{3} : \left(\frac{35}{48} : \frac{21}{32} \right); \quad 3) 1\frac{1}{9} \cdot \left(1 - \frac{2}{5} \right) : \frac{8}{21}.$$

534. Площа прямокутника дорівнює $3\frac{1}{3}$ см². Знайдіть периметр прямокутника, якщо одна з його сторін дорівнює 5 см.

535. Периметр прямокутника дорівнює $2\frac{2}{3}$ см. Знайдіть площу прямокутника, якщо одна з його сторін дорівнює $\frac{5}{6}$ см.



536. Перша сторона прямокутника дорівнює $3\frac{9}{10}$ см, а друга — у $2\frac{3}{5}$ раза менша. Знайдіть периметр та площу прямокутника.

537. Перша сторона трикутника дорівнює $2\frac{4}{5}$ м, друга — в $1\frac{1}{5}$ раза менша від першої, а третя — в $\frac{10}{11}$ раза менша від другої. Знайдіть периметр трикутника.



- 538.** Одна бригада висадила 5 однакових ящиків з квітами за $1\frac{2}{13}$ год, а інша — 7 таких самих ящиків за $1\frac{9}{26}$ год.

Який час витратить кожна з бригад на висадку 13 таких самих ящиків з квітами?

- 539.** Сергійко за перший день прочитав 90 сторінок книжки.

Це становить $1\frac{1}{2}$ того, що хлопчик прочитав за другий

день, і $1\frac{1}{4}$ того, що він прочитав за третій день. Скільки

всього сторінок прочитав хлопчик за три дні?

- 540.** Турист за перший день пройшов 18 км. Це становить

$\frac{6}{7}$ шляху, який він пройшов за другий день і $1\frac{2}{7}$ шляху,

який він пройшов за третій день. Який шлях подолав турист за три дні?

- 541*.** Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{\frac{3}{\frac{1}{3}+1}-2}{1-\frac{3}{4}}; \quad 2) 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}; \quad 3) 2-\frac{1}{2-\frac{1}{2-\frac{1}{2-\frac{1}{2}}}}.$$

- 542*.** Мама поділила 72 горіхи між своїми дітьми так, що

середній син отримав $\frac{3}{4}$ того, що отримав молодший,

а старший — $\frac{1}{3}$ того, що отримав середній. Скільки

горіхів отримав кожний син?

- 543*.** *Задача Бехаєддина.* Якщо число збільшити на дві третини від самого себе та ще на число 1, то отримають 11. Знайдіть це число.



544*. *Задача Бхаскари.* Якщо деяке число помножити на 5, від добутку відняти його третину, остачу поділити на 10 і додати до цього послідовно $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{4}$ початкового числа, то отримаємо 68. Знайдіть це число.

545*. *Стародавня задача.* Селянин за перший день продав половину привезених гусаків та ще пів гусака, за другий день — $\frac{1}{3}$ решти та ще $\frac{1}{3}$ гусака, за третій — $\frac{1}{5}$ решти та ще $\frac{1}{5}$ гусака, а за четвертий — останніх 19 гусаків. Скільки гусаків було в селянина?

Проявіть компетентність

546. За нормами освітлення кімнати, площа вікон має становити не менше, ніж $\frac{1}{12}$ площі підлоги. Чи достатньо світла в кімнаті, якщо в ній є два вікна прямокутної форми з розмірами $1\frac{1}{6}$ м і 2 м, а підлога прямокутної форми має розміри $6\frac{2}{3}$ м і $4\frac{1}{5}$ м?

547. Одна стіна кімнати має форму прямокутника з розмірами 6,6 м і $3\frac{1}{3}$ м. Скільки рулонів шпалер потрібно купити, щоб обклеїти таку стіну, якщо ширина шпалер — 53 см, а довжина одного рулону — 10 м?

548. Для приготування фруктового салату мамі треба взяти $\frac{3}{4}$ кг бананів, що становить $1\frac{1}{5}$ маси яблук та $\frac{27}{32}$ маси ківі. Скільки кілограмів яблук і ківі потрібно для приготування салату?



§ 11. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗВИЧАЙНОГО ДРОБУ В ДЕСЯТКОВИЙ. ДЕСЯТКОВІ НАБЛИЖЕННЯ ЗВИЧАЙНОГО ДРОБУ



<https://cutt.ly/XwqJC0bi>

1. Перетворення звичайного дробу в десятковий

Ситуація. Тарасиківі треба перетворити десятковий дріб 0,75 у звичайний, а Оксанці — звичайний дріб $\frac{3}{4}$ у десятковий. Свої дії вони записали так:

Тарасик

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Оксанка

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$$



Чи правильно діяли діти?

Так. Тарасик правильно виконав дію *перетворення десяткового дробу в звичайний*, а Оксанка — обернену дію: *перетворення звичайного дробу в десятковий*.



Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, треба чисельник дробу поділити на його знаменник.

Задача 1 Перетворіть у десяткові дробі звичайні дробі:

$$1) \frac{7}{25}; \quad 2) \frac{2}{3}; \quad 3) \frac{5}{6}.$$

Розв'язання

$$1) \frac{7}{25} = 0,28; \quad 2) \frac{2}{3} = 0,666666...; \quad 3) \frac{5}{6} = 0,83333333....$$



Чому в прикладах 2 і 3 припинили ділення і поставили три крапки?

Оскільки остача весь час повторювалась, то закінчити ділення було неможливо.





Дріб $0,28$ називають *скінченним десятковим дробом*, а дроби $0,6666\dots$ і $0,8333\dots$ — *нескінченними періодичними десятковими дробами*. Такі дробби мають *період* — це число, яке в записі нескінченного десятикового періодичного дробу повторюється нескінченно (табл. 18).

Таблиця 18

Звичайний дріб	Десятковий дріб		Період	Читаємо
	розгорнутий запис	короткий запис		
$\frac{2}{3}$	$0,6666\dots$	$0,(6)$	6	нуль цілих і шість у періоді
$\frac{5}{6}$	$0,8333\dots$	$0,8(3)$	3	нуль цілих вісім десятих і три в періоді



Чи правильно, що в періоді має бути тільки одна цифра?

Ні. Період може містити кілька цифр.



Наприклад, період дробу $5,1212\dots$ містить дві цифри: $5,(12)$.

2. Десяткові наближення звичайного дробу

<https://cutt.ly/4wqJVvnQ>



Як знайти десяткові дробби, між якими розміщується звичайний дріб?

Для цього шукають десяткові наближення звичайного дробу.



Розглянемо приклад.

Подамо число $\frac{5}{12}$ у вигляді десятикового дробу:

$$\frac{5}{12} = 5 : 12 = 0,416666\dots = 0,41(6).$$



Знайдемо десяткові наближення дробу $\frac{5}{12}$, що дорівнює числу 0,41(6), як показано на схемі нижче:

$$\begin{array}{ccc} 0,41666\dots & = & \frac{5}{12} \\ 0 & 1 & 0 < \frac{5}{12} < 1 \\ 0,4 & 0,5 & 0,4 < \frac{5}{12} < 0,5 \\ 0,41 & 0,42 & 0,41 < \frac{5}{12} < 0,42 \\ 0,416 & 0,417 & 0,416 < \frac{5}{12} < 0,417 \\ \dots & \dots & \dots \end{array}$$

Крайні члени нерівностей у стовпчику праворуч називають *десятковими наближеннями звичайного дробу*. Вони показують десяткові дроби, між якими розміщується звичайний дріб. Десяткові наближення дозволяють оцінити звичайний дріб із певною точністю до одиниць, до десятих чи до сотих. Про нерівність $0,4 < \frac{5}{12} < 0,5$ можна сказати: «Дріб $\frac{5}{12}$ оцінили з точністю до десятих».

Дізнайтеся більше

У вас могло виникнути запитання, у якому випадку звичайний дріб можна подати у вигляді скінченного десяткового дробу. Поміркуємо.

Подано, наприклад, дроби $\frac{3}{16}$, $\frac{8}{25}$, $\frac{3}{20}$ і $\frac{7}{12}$ у вигляді десяткових дробів.

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{16} = 3 : 16 = 0,1875; & \frac{3}{20} = 3 : 20 = 0,15; \\ \frac{8}{25} = 8 : 25 = 0,32; & \frac{7}{12} = 7 : 12 = 0,58(3). \end{array}$$



Як бачимо, перші три дроби можна подати у вигляді скінченних десяткових дробів, а четвертий — лише у вигляді нескінченного десяткового періодичного дробу. Розкладемо їх знаменники на прості множники:

$$25 = 5 \cdot 5; \quad 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2; \quad 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5; \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

У розкладах перших трьох чисел містяться лише числа 2 і 5, а в розкладі четвертого є й інший множник — число 3. Це і є причиною того, що дріб $\frac{7}{12}$ не можна подати у вигляді скінченного десяткового дробу.

Нескоротний дріб

можна подати скінченним десятковим дробом

тоді і тільки тоді, коли

**розклад його знаменника на прості множники
не містить чисел, відмінних від 2 і 5.**

Словничок



Українська

Англійська/
English

Німецька/
Deutsch

Французька/
Français

періодичні
дроби

periodic
fractions

periodische
Brüche

périodiques
fractions

<https://cutt.ly/L7EVZtk>

Пригадайте головне

1. Поясніть, як перетворити звичайний дріб у десятковий.
2. Наведіть приклад скінченного десяткового дробу.
3. Наведіть приклад нескінченного десяткового періодичного дробу. Назвіть його період.
4. Наведіть приклад десяткових наближень звичайного дробу.
5. Як оцінити звичайний дріб з певною точністю?

Усне тренування

Обчисліть усно:

1) $13 \cdot 17 + 13 \cdot 13;$

$11 \cdot 19 + 11 \cdot 11;$

$12 \cdot 18 + 12 \cdot 12;$

2) $12 \cdot 5 + 12 \cdot 15;$

$11 \cdot 3 + 11 \cdot 12;$

$13 \cdot 2 + 13 \cdot 18.$



Розв'яжіть задачі

549'. Чи правильно, що серед чисел $0,23$; $0,2333\dots$; $1,(3)$; $2,25$; $6,5(7)$; $7,812$ є:

- 1) скінченні десяткові дробі;
- 2) нескінченні десяткові періодичні дробі? Назвіть їх.

550'. Чи правий Сергійко, стверджуючи, що період нескінченного періодичного десяткового дробу може містити:

- 1) 0 цифр; 3) 2 цифри; 5) 1000 цифр;
- 2) 1 цифру; 4) 3 цифри; 6) безліч цифр?

551'. Чи правильно записано послідовність десяткових наближень даного числа з недостатчею? Якщо ні, то вкажіть, де допущено помилку:

- 1) $5,555\dots$ 2) $6,333\dots$ 3) $1,666\dots$
- $5; 5,5; 5,55; 5,555; 6; 6,3; 6,33; 6,334; 2; 1,6; 1,66; 1,666.$

552'. Чи правильно записано послідовність десяткових наближень даного числа з надлишком? Якщо ні, то вкажіть, де допущено помилку:

- 1) $5,555\dots$ 2) $6,333\dots$ 3) $1,666\dots$
- $6; 5,6; 5,56; 5,556; 6; 6,3; 6,33; 6,333; 2; 1,7; 1,67; 1,667.$

553'. Чи можна перетворити дріб $\frac{2}{9}$ у:

- 1) скінченний десятковий дріб;
- 2) нескінченний періодичний десятковий дріб?

554'. Подайте звичайний дріб у вигляді десяткового дробу:

- 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{5}{8}$; 4) $\frac{4}{7}$.

Який десятковий дріб отримали: скінченний чи нескінченний?

555'. Подайте звичайний дріб у вигляді десяткового дробу:

- 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{20}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{2}{7}$.

Який десятковий дріб отримали: скінченний чи нескінченний?



556°. Перевірте, чи є правильною рівність:

1) $\frac{7}{11} = 0,636363\dots$; 2) $\frac{8}{15} = 0,533333\dots$

Назвіть період нескінченного десяткового дробу.

557°. Запишіть дріб у розгорнутому вигляді:

1) 0,(7); 3) 1,5(3); 5) 4,(17); 7) 0,(298);
2) 3,(2); 4) 0,(35); 6) 5,1(62); 8) 1,(314).

558°. Запишіть дріб у розгорнутому вигляді:

1) 0,(6); 2) 0,(19); 3) 4,32(7).

559°. Подайте дріб у вигляді десяткового дробу:

1) $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{1}{9}$; 9) $\frac{1}{3}$;
2) $\frac{3}{32}$; 6) $\frac{11}{12}$; 10) $\frac{41}{50}$;
3) $\frac{2}{5}$; 7) $\frac{4}{15}$; 11) $\frac{8}{9}$;
4) $\frac{9}{25}$; 8) $\frac{22}{75}$; 12) $\frac{12}{125}$.



<https://cutt.ly/R23ZDV7>

Який десятковий дріб отримали: скінченний чи нескінченний? Якщо можливо, то вкажіть період дробу.

560°. Подайте дріб у вигляді десяткового дробу:

1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{13}{16}$; 3) $\frac{1}{12}$; 4) $\frac{24}{25}$.

Який десятковий дріб отримали: скінченний чи нескінченний? Якщо можливо, то вкажіть період дробу.

561°. Яке число треба записати замість *, щоб одержати правильну рівність:

1) $\frac{4}{9} = 0,(*)$; 4) $\frac{5}{22} = 0,2(*)$;
2) $\frac{5}{11} = 0,(*)$; 5) $\frac{7}{24} = 0,291(*)$;
3) $\frac{12}{33} = 0,(*)$; 6) $\frac{8}{27} = 0,(*)$?





562°. Яке число треба записати замість *, щоб одержати правильну рівність:

1) $\frac{9}{11} = 0,(*);$

3) $\frac{11}{24} = 0,458(*);$

2) $\frac{13}{15} = 0,8(*);$

4) $\frac{19}{27} = 0,(*)?$

563°. Які десяткові дроби є сусідніми для дробу 2,3456:

1) 2,2 і 2,3;

3) 2,4 і 2,5;

2) 2,33 і 2,34;

4) 2,34 і 2,35?

564°. Які десяткові дроби є сусідніми для дробу 0,121212...:

1) 0,1 і 0,2;

3) 0,11 і 0,12;

2) 0,21 і 0,22;

4) 0,122 і 0,123?

565°. Які десяткові дроби є сусідніми для дробу 0,272727...:

1) 0,26 і 0,27;

3) 0,277 і 0,278;

2) 0,1 і 0,2;

4) 0,27 і 0,28?

566°. Які десяткові дроби є сусідніми для дробу 0,5(71):

1) 0,56 і 0,57;

3) 0,570 і 0,571;

2) 0,5 і 0,6;

4) 0,516 і 0,517?

567°. Які десяткові дроби є сусідніми для дробу 1,3(47):

1) 1,4 і 1,5;

3) 1,347 і 1,348;

2) 1,35 і 1,36;

4) 1,37 і 1,38?

568°. Порівняйте числа:

1) 0,22(23) і 0,2223; 2) $2\frac{2}{3}$ і 2,67; 3) $\frac{1}{7}$ і 0,1428(57).

569°. Порівняйте числа:

1) 0,34(56) і 0,3457; 2) $7\frac{1}{9}$ і 7,1112.

570°. Подайте дріб у вигляді десяткового дробу та округліть

його до десятих: 1) $\frac{1}{7}$; 2) $\frac{16}{25}$; 3) $\frac{7}{15}$; 4) $\frac{19}{75}$.

571°. Подайте дріб у вигляді десяткового дробу та округліть його до сотих:

1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{16}{125}$; 3) $\frac{11}{45}$; 4) $\frac{17}{32}$.



<https://cutt.ly/W23Xk49>



572°. Подайте дріб у вигляді десяткового дробу та округліть його до сотих:

1) $\frac{9}{11}$; 2) $\frac{21}{125}$; 3) $\frac{13}{40}$; 4) $\frac{15}{32}$.

573°. Одна сторона прямокутника дорівнює 4,2 см, а інша — $2\frac{4}{7}$ см. Знайдіть периметр прямокутника. Відповідь запишіть десятковим дробом й округліть його до сотих.

574°. Одна сторона прямокутника дорівнює $3\frac{3}{4}$ см, а інша — 3,25 см. Знайдіть периметр прямокутника. Відповідь запишіть десятковим дробом й округліть його до десятих.

575°. Які десяткові дробби є сусідніми для дробу $\frac{11}{16}$:

1) 0,6 і 0,7; 3) 0,5 і 0,6;
2) 0,06 і 0,07; 4) 0,8 і 0,9?

576°. Які десяткові дробби є сусідніми для дробу $\frac{13}{32}$:

1) 0,3 і 0,4;
2) 0,04 і 0,05;
3) 0,4 і 0,5;
4) 0,41 і 0,42?



577°. Запишіть у порядку збільшення числа:

$\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$; 0,96; 0,88.

578°. Запишіть у порядку зменшення числа:

$\frac{8}{15}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{9}{14}$; 0,56; 0,69.

579°. Чи може період дробу містити:

- 1) дві однакові цифри;
- 2) три однакові цифри;
- 3) усі однакові цифри?

Відповідь поясніть.





580. Чи правильно, що в скінченний десятковий дріб можна перетворити лише такий звичайний дріб, у якого знаменник є: 1) парним; 2) непарним?

Відповідь поясніть.

581. Чи правильно, що в нескінченний десятковий періодичний дріб можна перетворити лише такий звичайний дріб, у якого знаменник є: 1) парним; 2) непарним?

Відповідь поясніть.

582. Чи зміниться дріб, якщо:

- 1) число в періоді дробу помножити на 2;
- 2) число в періоді дробу поділити на 1;
- 3) до числа в періоді дробу додати число 0;
- 4) до числа в періоді дробу праворуч приписати цифру 0?

Відповідь поясніть.

583. Чи зміниться кількість цифр у періоді дробу, якщо:

- 1) дріб помножити на 2;
- 2) дріб поділити на 2;
- 3) до дробу додати 2?

Відповідь поясніть.



584. Яке із чисел найбільше:

- 1) $0,0(73)$, $0,073$ чи $\frac{4}{55}$;
- 2) $\frac{14}{39}$, $0,358974$ чи $0,3589(74)$?

585. Яке із чисел найменше:

- 1) $0,121(95)$, $0,12195$ чи $\frac{5}{41}$;
- 2) $\frac{31}{27}$, $1,15$ чи $1,(14)$?

586. Побудуйте десяткові наближення звичайного дробу з точністю до сотих і порівняйте його з іншим дробом:

- 1) $\frac{12}{19}$ і $0,61$;
- 2) $\frac{11}{41}$ і $0,29$;
- 3) $\frac{98}{119}$ і $0,85$;
- 4) $2\frac{14}{75}$ і $2,18$.

587. Побудуйте десяткові наближення звичайного дробу з точністю до сотих і порівняйте його з іншим дробом:

- 1) $\frac{8}{17}$ і $0,45$;
- 2) $\frac{12}{53}$ і $0,25$;
- 3) $\frac{77}{123}$ і $0,61$.



- 588.** Перша сторона трикутника дорівнює $6\frac{43}{76}$ см, друга — на $\frac{7}{38}$ см більша, ніж перша, а третя — на $2\frac{125}{228}$ см менша, ніж перша. Знайдіть периметр трикутника та побудуйте десяткові наближення отриманого числа з точністю до сотих.
- 589.** Перша сторона трикутника дорівнює $8\frac{10}{87}$ см, друга — на $1\frac{13}{29}$ см менша, ніж перша, а третя — на $3\frac{23}{87}$ см більша, ніж перша. Знайдіть периметр трикутника та побудуйте десяткові наближення отриманого числа з точністю до тисячних.
- 590*.** Знайдіть середнє арифметичне дробів $\frac{6}{17}$, $\frac{5}{29}$ і $\frac{13}{19}$ і подайте його у вигляді десяткового дробу, округленого до сотих. Потім перетворіть дані дроби в десяткові, округліть їх до сотих і знайдіть середнє арифметичне округлених чисел. Порівняйте отримані результати.
- 591*.** Яке із чисел найбільше: $1,(036)$, $1,036$, $1,03(6)$ чи $\frac{171}{165}$?
- 592*.** Упорядкуйте за спаданням координат точки: $A\left(\frac{211}{210}\right)$, $B(1,0047619)$, $C(1,0047(619))$, $D(1,0(47619))$, $E(1,(047619))$. Яка з них міститься найближче до початку відліку?

Проявіть компетентність

- 593.** Виміряйте свій зріст, зріст мами й тата в сантиметрах. Знайдіть середнє арифметичне отриманих чисел. Результати округліть до сотих.
- 594.** Виміряйте довжину і ширину найбільшого та найменшого приміщень у вашій оселі. Знайдіть їх площу в квадратних метрах. Результат округліть: 1) до сотих; 2) до десятих.



ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 3

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Сформулюйте основну властивість дробу.
2. Поясніть, чи зміниться значення дробу, якщо тільки чисельник помножити на деяке натуральне число.
3. Поясніть, чи зміниться значення дробу, якщо тільки знаменник помножити на деяке натуральне число.
4. Поясніть, що таке скорочення дробу. Чи кожний дріб можна скоротити?
5. Сформулюйте правило скорочення дробу.
6. Які дроби називаються нескоротними?
7. Сформулюйте правило зведення дробу до нового знаменника.
8. Яке число називають найменшим спільним знаменником двох дробів?
9. Сформулюйте правило зведення двох дробів до спільного знаменника.
10. Як порівняти два дробу з різними знаменниками?
11. Сформулюйте правило додавання двох дробів з різними знаменниками.
12. Сформулюйте правило віднімання двох дробів з різними знаменниками.
13. Поясніть, як додати або відняти два мішані числа, дробові частини яких мають різні знаменники.
14. Сформулюйте правило множення двох дробів.
15. Як помножити мішане або натуральне число на дріб?
16. Які два числа називаються взаємно оберненими?
17. Як знайти дріб від числа?
18. Сформулюйте правило ділення натурального числа на дріб.
19. Сформулюйте правило ділення дробу на дріб.
20. Як знайти число за його дробом?
21. Поясніть, як перетворити звичайний дріб у десятковий.
22. Наведіть приклад скінченного десяткового дробу.
23. Наведіть приклад нескінченного десяткового періодичного дробу. Назвіть його період.



ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі і знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

№ 1

1°. Який із даних дробів є нескоротним: $\frac{5}{15}$, $\frac{7}{42}$, $\frac{9}{63}$, $\frac{11}{23}$?

А. $\frac{9}{63}$.

В. $\frac{5}{15}$.

Б. $\frac{11}{23}$.

Г. $\frac{7}{42}$.

2°. Обчисліть: $\frac{11}{12} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$.

А. $1\frac{3}{4}$.

Б. 1.

В. 2.

Г. $\frac{1}{3}$.

3°. Який із дробів $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{11}{27}$, $\frac{1}{3}$ є найбільшим?

А. $\frac{1}{3}$.

В. $\frac{2}{9}$.

Б. $\frac{5}{18}$.

Г. $\frac{1}{3}$.

4. Скоротіть дріб, якщо буквами позначено числа, відмінні від нуля: $\frac{15y}{35xy^2}$.

А. $\frac{5}{7y}$.

В. $\frac{3x}{7y^2}$.

Б. $\frac{3}{7xy}$.

Г. $\frac{1}{3xy^2}$.

5*. Одна сторона трикутника дорівнює $\frac{4}{5}$ дм. Вона на $\frac{7}{10}$ дм більша за другу сторону і на $\frac{1}{20}$ дм менша від третьої сторони. Знайдіть периметр трикутника.

А. $1\frac{11}{20}$ дм.

Б. $1\frac{3}{4}$ дм.

В. $1\frac{13}{20}$ дм.

Г. $3\frac{3}{20}$ дм.



№ 2

1°. Обчисліть: $\frac{5}{12} : \frac{55}{72}$.

А. $\frac{6}{11}$.

В. $\frac{5}{72}$.

Б. $1\frac{5}{6}$.

Г. $\frac{12}{55}$.

2°. Обчисліть: $\frac{5}{6} \cdot 1,2$.

А. $\frac{5}{72}$.

В. $\frac{5}{12}$.

Б. 1.

Г. 10.

3°. Знайдіть значення виразу: $\frac{5}{18} \cdot \frac{3}{35} \cdot 2$.

А. $\frac{6}{7}$.

В. $\frac{1}{84}$.

Б. $\frac{5}{42}$.

Г. $\frac{1}{21}$.

4. Знайдіть площу квадрата, периметр якого дорівнює $2\frac{6}{7}$ см.

А. $11\frac{3}{7}$ см².

В. $\frac{25}{49}$ см².

Б. $\frac{5}{7}$ см².

Г. $8\frac{8}{49}$ см².

5*. Знайдіть корінь рівняння $\frac{5}{16} \left(x - \frac{5}{18} \right) = \frac{7}{24}$.

Яку з нерівностей задовольняє отриманий корінь?

А. $0,36 < x < 0,37$.

Б. $0,74 < x < 0,75$.

В. $0,29 < x < 0,3$.

Г. $1,21 < x < 1,22$.

Розділ 4

ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

У розділі дізнаєтеся:

- про відношення та його властивості;
- що таке пропорція;
- які є пропорційні залежності величин;
- як поділити число в даному відношенні;
- що таке масштаб;
- про коло, круг, круговий сектор;
- які є види діаграм та як їх будувати;
- як виконувати відсоткові розрахунки;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 12. ВІДНОШЕННЯ ТА ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ



<https://cutt.ly/J6Ak2rG>

Ситуація. Для приготування гречаної каші крупу і воду треба взяти у відношенні 1 до 2. Допоможіть бабусі з'ясувати, скільки води треба взяти на 1 стакан крупи.



Як з'ясувати, скільки потрібно взяти крупи і води?



За умовою, води треба взяти вдвічі більше, ніж крупи. Тоді на 1 стакан крупи треба взяти 2 стакани води.



Запам'ятайте!

Вираз, що є часткою чисел a і b , відмінних від нуля, називається відношенням чисел a і b .



Записують: $a:b$ або $\frac{a}{b}$. Читають: « a відноситься до b ».

Числа a і b називають членами відношення.



Результат виконання ділення першого члена відношення на другий називають *значенням відношення*.

Відношення	$7 : 2$	$2 : 7$
Значення відношення	$7 : 2 = \frac{7}{2} = 3,5$	$2 : 7 = \frac{2}{7}$
Що показує?	число 7 більше за число 2 у 3,5 раза	частину, яку число 2 становить від числа 7



Чи можна відношення $7 : 2$ і $2 : 7$ називати взаємно оберненими?

Так, такі відношення, як і дроби $\frac{7}{2}$ і $\frac{2}{7}$, називають *взаємно оберненими*.



Якщо $a > b$, то значення відношення a до b показує, у скільки разів число a **більше** за число b .

Якщо $a < b$, то значення відношення a до b показує, яку частину числа b **становить** число a .

Основна властивість відношення

Значення відношення не зміниться, якщо його члени **помножити** або **поділити** на одне й те саме число, відмінне від нуля

$$a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c) \text{ або}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \text{ якщо } c \neq 0$$

$$a : b = (a : c) : (b : c) \text{ або}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}, \text{ якщо } c \neq 0$$

$$2 : 2,5 = (2 \cdot 2) : (2,5 \cdot 2) = 4 : 5 \quad 6 : 15 = (6 : 3) : (15 : 3) = 2 : 5$$

Відношення можна складати як для однойменних величин, так і для величин з різними найменуваннями.

Задача 1 Довжина найбільшої риби — лунни-риби — становить близько 3 м, а довжина найменшої риби — гобі — близько 16 мм. Порівняйте довжини цих риб.





Розв'язання 1. Можна знайти, у скільки разів довжина луни-риби більша за довжину риби гобі. Для цього складемо відношення довжини більшої риби до довжини меншої, виразимо ці величини в одних найменуваннях та знайдемо значення відношення:

$$3 \text{ м} : 16 \text{ мм} = 3000 \text{ мм} : 16 \text{ мм} = \frac{3000}{16} = \frac{375}{2} = 187,5 \text{ (раза)}.$$

2. Можна знайти, яку частину довжина риби гобі становить від довжини луни-риби. Для цього складемо обернене відношення довжин і знайдемо його значення:

$$16 \text{ мм} : 3 \text{ м} = 16 \text{ мм} : 3000 \text{ мм} = \frac{16}{3000} = \frac{2}{375}.$$



Значення відношення **однойменних величин** є числом **без найменування**.

Задача 2 Знайдіть швидкість гепарда, якщо за 2 с він долає близько 55 м.

Розв'язання Для знаходження швидкості руху потрібно скласти відношення відстані до часу руху та обчислити його значення:
 $55 \text{ м} : 2 \text{ с} = 27,5 \text{ м/с}.$



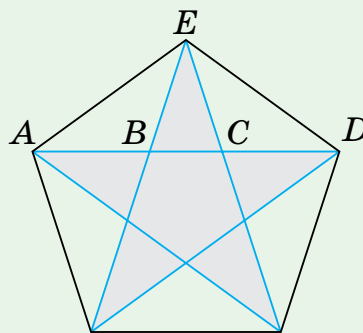
Значення відношення **різнойменних величин** є **новою величиною**, найменування якої відрізняється від найменувань даних величин.

Дізнайтеся більше

Пентаграма — п'ятикутна зірка, яка завжди привертала увагу досконалістю форми (мал. 13). Особливість даної фігури полягає в тому, що відношення певних відрізків, з яких вона складається, мають рівні значення:

$$AD : AC = AC : CD = AB : BC = AD : AE = AE : EC \text{ тощо.}$$

Давньогрецький математик Піфагор (570–490 рр. до н. е.) та його учні обрали пентаграму символом свого союзу.



Мал. 13



Словничок



Українська

Англійська/
EnglishНімецька/
DeutschФранцузька/
Français

відношення

relation

Relation (f)

relation

<https://cutt.ly/f7EV8tF>

Пригадайте головне

1. Що називається відношенням двох чисел? Наведіть приклади.
2. Що називається значенням відношення?
3. Що показує значення відношення двох чисел?
4. Які відношення називають взаємно оберненими? Наведіть приклади.
5. Сформулюйте основну властивість відношення.
6. Чому дорівнює значення відношення однойменних величин?
7. Чому дорівнює значення відношення різнойменних величин?

Усне тренування

Обчисліть:

1) $14 : 2$;

3) $1,4 : 0,2$;

5) $14 : 0,02$;

2) $1,4 : 2$;

4) $14 : 0,2$;

6) $0,14 : 0,2$.

Розв'яжіть задачі

595. Прочитайте відношення:

1) $8 : 5$;

2) $\frac{11}{14}$;

3) $0,7 : 10$;

4) $\frac{1}{12}$.

Назвіть члени відношення. Що показує відношення цих чисел?

596. Чи правильно, що значення відношення не зміниться, якщо його члени: 1) помножити на число 2; 2) збільшити на 2; 3) збільшити у 2 рази; 4) поділити на 3; 5) зменшити на 3; 6) зменшити у 2 рази?

597. Сергійко стверджує, що значенням відношення $15 : 10$ є число $\frac{3}{2}$, а Петрик — що число 1,5. Хто із хлопців правий?



598°. Чи є число 0,5 значенням відношення:

- 1) $4 : 8$; 2) $\frac{10}{18}$; 3) $14 : 7$; 4) $\frac{5}{10}$?

599°. Знайдіть значення відношення:

- 1) $16 : 4$; 3) $2,8 : 49$; 5) $\frac{36}{63}$;
2) $1,8 : 0,9$; 4) $\frac{6}{12}$; 6) $\frac{0,12}{0,48}$.



<https://cutt.ly/Z6AlyOV>

600°. Знайдіть значення відношення:

- 1) $5 : 15$; 2) $2,5 : 0,5$; 3) $\frac{0,2}{5}$; 4) $\frac{3,4}{17}$.

601°. Чи є взаємно оберненими відношення:

- 1) $\frac{2}{5}$ і $\frac{5}{2}$; 3) $8 : 11$ і $11 : 8$;
2) $\frac{14}{9}$ і $\frac{9}{14}$; 4) $\frac{3}{4}$ і $\frac{8}{6}$?

Відповідь поясніть.



602°. Чи є взаємно оберненими відношення:

- 1) $\frac{3}{7}$ і $\frac{21}{9}$; 2) $5 : 0,2$ і $2 : 0,5$?

603°. Запишіть відношення:

- 1) 15 до 2; 2) 18 до 4; 3) 8,4 до 0,2; 4) 0,8 до 7,2.

Запишіть відношення, що є взаємно оберненим із даним.

604°. Запишіть відношення: 1) 20 до 6; 2) 0,4 до 3,6. Запишіть відношення, що є взаємно оберненим із даним.

605°. Яке відношення треба записати замість *, щоб отримати пару взаємно обернених відношень:

- 1) $4 : 9$ і *; 2) $10 : 3$ і *; 3) $\frac{2}{13}$ і *; 4) $3\frac{1}{4}$ і *?

606°. Чому дорівнює значення відношення:

- 1) $12 \text{ см} : 6 \text{ см}$; 3) $20 \text{ м} : 5 \text{ с}$;
2) $0,2 \text{ м} : 5 \text{ м}$; 4) $4 \text{ км} : 60 \text{ хв}$?

607°. Чому дорівнює значення відношення:

- 1) $30 \text{ дм} : 5 \text{ дм}$; 2) $10 \text{ м} : 2 \text{ с}$?



608°. У 6-А класі 32 учні. Із них 14 хлопців, а решта — дівчата. У скільки разів дівчат у класі більше, ніж хлопців? Яку частину всіх учнів класу становлять хлопці, а яку — дівчата?

609°. Мотузку завдовжки 14 м розрізано на дві частини. Довжина першої частини дорівнює 8 м. У скільки разів довжина першої частини більша за довжину другої? Яку частину довжини всієї мотузки становить довжина її першої частини, а яку — довжина другої?

610. Знайдіть значення відношення:

- 1) 5 до 22,5; 3) $\frac{5}{63}$ до $1\frac{3}{7}$;
2) 1,8 до 81; 4) 5,5 до $11\frac{1}{12}$.

611. Знайдіть значення відношення:

- 1) 45 до 1,5; 2) $3\frac{2}{3}$ до 1,1.

612. Запишіть три відношення, значення яких дорівнює:

- 1) 2,5; 2) 0,1; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{2}{3}$.

613. Запишіть два відношення, значення яких дорівнює:

- 1) 1,4; 2) $\frac{4}{15}$.

614. Яке число треба записати замість a , якщо значення відношення дорівнює 5:

- 1) $a : 2,5$; 2) $3\frac{1}{3} : a$?

615. Яке число треба записати замість b , якщо значення відношення дорівнює $\frac{1}{5}$:

- 1) $0,8 : b$; 2) $b : 2\frac{3}{4}$?

616*. Від мотузки відрізали частину завдовжки 15 м. Знайдіть довжину мотузки, якщо відношення довжини відрізаної частини до довжини всієї мотузки дорівнює $1 : 5$.



617*. Два числа відносяться, як $2 : 5$. На яке число треба поділити друге число, щоб отримати відношення $2 : 3$?

618*. Ціна книжки знизилася на $\frac{1}{4}$ її вартості. Чи можна знайти, у скільки разів попередня ціна вища за нову?

Проявіть компетентність

619°. Поясніть такі фрази:

- 1) для приготування варення ягід і цукру треба взяти у відношенні 2 до 1;
- 2) сторони паркану прямокутної форми знаходяться у відношенні 1 до 3;
- 3) шанс перемогти у грі 50 на 50.



620°. Виміряйте довжину і ширину двох кімнат у своїй домівці. Знайдіть значення відношення площі однієї кімнати до площі іншої кімнати. Який висновок можна зробити за отриманим результатом?

§ 13. ПРОПОРЦІЯ ТА ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ



1. Означення пропорції

Ситуація. Для приготування каші крупу і воду треба взяти у відношенні 1 до 1,5. Як з'ясувати скільки потрібно взяти води на 2 склянки крупи?

<https://cutt.ly/dwqJNXgR>



Як з'ясувати, скільки потрібно взяти крупи і води?

Значення відношення $1 : 1,5$ не зміниться, якщо його члени помножити на число 2. Отримаємо відношення $2 : 3$.

Отже, на 2 склянки крупи треба взяти 3 склянки води.





Два відношення, які мають рівні значення, можна прирівняти:

$$1 : 1,5 = 2 : 3 \text{ або } \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}.$$

Таким рівностям дали спеціальну назву — *пропорція*.

Запам'ятайте!

Пропорцією називається рівність двох відношень.



Пропорція стверджує, що відношення в лівій і правій частинах мають **рівні значення**.



За допомогою букв пропорцію позначають:

$$a : b = c : d \text{ або } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Читають: «Відношення a до b дорівнює відношенню c до d » або « a так відноситься до b , як c відноситься до d ».

Числа a і d називають **крайніми членами** пропорції, а числа b і c — її **середніми членами** (мал. 14).

$$\begin{array}{c} \text{Середні} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ a : b = c : d \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{Крайні} \end{array} \quad \text{Мал. 14}$$



Чи можуть члени пропорції дорівнювати нулю?

Ні. Пропорції складають тільки з чисел, відмінних від нуля.



Члени пропорції є числами, **відмінними від нуля**.



<https://cutt.ly/kwqJ9rNj>

2. Основна властивість пропорції

Ситуація. Допоможіть Марійці обчислити добутки крайніх і середніх членів пропорції $1,2 : 0,3 = 16 : 4$. Порівняйте результати та зробіть висновок.

**Добуток крайніх членів**

$$1,2 \cdot 4 = 4,8$$

Добуток середніх членів

$$0,3 \cdot 16 = 4,8$$

Отже, ці добутки дорівнюють один одному: $1,2 \cdot 4 = 0,3 \cdot 16$. Така властивість притаманна будь-якій пропорції. Її називають *основною властивістю пропорції*.

Запам'ятайте!**Основна властивість пропорції**

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів:

$$\text{якщо } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } ad = bc.$$

І навпаки: якщо $ad = bc$ і числа a, b, c і d не дорівнюють нулю, то $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Задача 1 Перевірте, чи є рівність $3:5 = 1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ пропорцією.

Розв'язання Перевірку можна здійснити двома способами.

Спосіб 1. Застосуємо означення пропорції:

$$3:5 = \frac{3}{5} \quad \text{і} \quad 1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2} = \frac{3}{2}:\frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{3}{5}.$$

Значення відношень $3:5$ і $1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ є рівними, отже, рівність $3:5 = 1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ — пропорція.

Спосіб 2. Перевіримо, чи виконується основна властивість пропорції:

$$3 \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{15}{2} \quad \text{і} \quad 5 \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{15}{2}.$$

Отримали, що добуток крайніх членів $3 \cdot 2\frac{1}{2}$ дорівнює добутку середніх членів $5 \cdot 1\frac{1}{2}$, отже, рівність $3:5 = 1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$ — пропорція.



3. Властивості пропорції



<https://cutt.ly/uwqJ9TuT>

Ситуація. Допоможіть Тарасикові перевірити, чи можна в пропорції $1,2 : 0,3 = 16 : 4$ поміняти місцями середні або крайні члени так, щоб отримати пропорцію.

Дана пропорція	Зміни: поміняти місцями	Значення відношення		Висновок
		у лівій частині	у правій частині	
$1,2 : 0,3 = 16 : 4$	середні члени: $1,2 : 16 = 0,3 : 4$	$\frac{3}{40}$	$\frac{3}{40}$	Пропорція
	крайні члени: $4 : 0,3 = 16 : 1,2$	$\frac{40}{3}$	$\frac{40}{3}$	Пропорція



Чи відрізняються дана пропорція й одержані пропорції?

Так. У даної пропорції значення відношень в обох її частинах дорівнює 4, а в одержаних — $\frac{3}{40}$ і $\frac{40}{3}$ відповідно.



Від перестановки тільки середніх членів пропорції або тільки її крайніх членів одержимо нові пропорції, що відрізняються від даної.



Чи відрізняються між собою одержані пропорції?

Так. Значення їх відношень — це взаємно обернені числа $\frac{3}{40}$ і $\frac{40}{3}$.





Такі пропорції називають *взаємно оберненими*. Але для практичних потреб не важливо, як саме ми зіставляємо величини — меншу з більшою чи навпаки. Тому будемо вважати, що при переході від даної пропорції до оберненої, і навпаки, *пропорційне співвідношення чисел* не змінюється.



Чи зміниться пропорційне співвідношення чисел, якщо в пропорції середні члени поміняти місцями з відповідними крайніми членами?



Ні. Якщо в пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ поміняти місцями a з b і c з d , то одержимо обернену пропорцію: $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$, тобто пропорційне співвідношення чисел не зміниться.

4. Знаходження невідомого члена пропорції

Спираючись на основну властивість пропорції, можна знаходити невідомий член пропорції.

Задача 2 Знайдіть невідомий член пропорції:

$$1) x : 28 = 3 : 12; \quad 2) 30 : y = 5 : 8.$$

Розв'язання

1. Невідомим є крайній член пропорції $x : 28 = 3 : 12$. За основною властивістю пропорції: $12x = 28 \cdot 3$. Звідси

$$x = \frac{28 \cdot 3}{12} = 7.$$

2. Невідомим є середній член пропорції $30 : y = 5 : 8$. За основною властивістю пропорції: $5y = 30 \cdot 8$. Звідси

$$y = \frac{30 \cdot 8}{5} = 48.$$

Узагальнимо розв'язання задачі у вигляді правил.



Правила знаходження невідомого члена пропорції

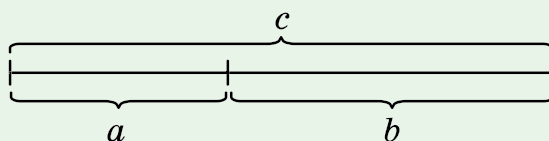
$$a : b = c : d$$

Щоб знайти невідомий крайній член пропорції, треба добуток її середніх членів поділити на відомий крайній член пропорції		Щоб знайти невідомий середній член пропорції, треба добуток її крайніх членів поділити на відомий середній член пропорції	
$x : b = c : d$ $x = b \cdot c : d$	$a : b = c : x$ $x = b \cdot c : a$	$a : x = c : d$ $x = a \cdot d : c$	$a : b = x : d$ $x = a \cdot d : b$

Дізнайтеся більше

1. Термін «пропорція» походить від латинського *proportio* — «співвідношення».

2. Золотим перерізом називають пропорційний поділ відрізка c на нерівні частини a і b (мал. 15), за якого менша частина так відноситься до більшої, як більша частина відноситься до всього відрізка, тобто $a : b = b : c$. Це відношення приблизно дорівнює 0,618.



Мал. 15

Вважають, що поняття золотого перерізу було відоме в стародавньому Єгипті. І справді, пропорції піраміди Хеопса, храмів, барельєфів, предметів побуту і прикрас із гробниці Тутанхамона свідчать, що єгипетські майстри користувалися відношенням золотого перерізу при їх створенні.

Словничок



Українська

Англійська/
EnglishНімецька/
DeutschФранцузька/
Français

пропорція

proportion

Proportion (f),
Verhältnis-
gleichung (f)

proportion

<https://cutt.ly/a7EBaVm>



Пригадайте головне

1. Що таке пропорція? Наведіть приклади.
2. Запишіть пропорцію за допомогою букв. Назвіть крайні й середні члени пропорції.
3. Сформулюйте основну властивість пропорції.
4. Запишіть основну властивість пропорції за допомогою букв.
5. Які пропорції вважають взаємно оберненими?
6. Чи зміниться пропорція, якщо в ній поміняти місцями лише середні члени або лише крайні члени?
7. Як знайти невідомий член пропорції?

Усне тренування

- 1) $(15 : 0,5 + 7 : 0,1 - 50) \cdot 0,1$; 3) $45 + 6 : 0,2 - 2,5 \cdot 4$.
 2) $100 : (0,5 \cdot 40 + 8 : 0,1) - 1$;

Розв'яжіть задачі

621'. Прочитайте пропорцію. Назвіть її крайні та середні члени:

- 1) $24 : 8 = 9 : 3$; 3) $\frac{2}{15} = \frac{0,4}{3}$;
 2) $3 : 2 = 0,15 : 0,1$; 4) $\frac{4,5}{5} = \frac{9}{10}$.

622'. Як перевірити, чи є рівність $5 : 2 = 1,5 : 0,6$ пропорцією, за допомогою означення пропорції?

623'. Як перевірити, чи є рівність $\frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$ пропорцією, за допомогою основної властивості пропорції?

624'. Чи правильно, що дані пропорції є взаємно оберненими:

- 1) $\frac{3}{9} = \frac{2}{6}$ і $\frac{9}{3} = \frac{6}{2}$; 3) $\frac{0,4}{2} = \frac{1}{5}$ і $\frac{1}{5} = \frac{0,4}{2}$;
 2) $3 : 9 = 2 : 6$ і $6 : 2 = 9 : 3$; 4) $0,4 : 2 = 1 : 5$ і $5 : 1 = 2 : 0,4$?

625'. Прочитайте пропорцію справа наліво:

- 1) $33 : 11 = 18 : 6$; 2) $0,5 : 4 = 1,5 : 12$.

Якими є дана й отримана пропорції? Чому?



626°. Поясніть, як знаходили невідомий член пропорції:

1) $\frac{3}{9} = \frac{x}{6}$, $x = \frac{3 \cdot 6}{9}$;

3) $\frac{x}{6} = \frac{3}{9}$, $x = \frac{3 \cdot 6}{9}$;

2) $3 : 9 = x : 6$, $x = 3 \cdot 6 : 9$; 4) $x : 6 = 3 : 9$, $x = 6 \cdot 3 : 9$.

Який саме член пропорції шукали?

627°. Чи є пропорцією рівність:

1) $18 : 9 = 6 : 3$; 4) $0,5 : 3 = 1 : 6$; 7) $\frac{0,4}{4} = \frac{0,03}{3}$;

2) $2 : 22 = 3 : 36$; 5) $\frac{2}{9} = \frac{8}{18}$; 8) $\frac{8}{0,2} = \frac{60}{1,5}$;

3) $\frac{1}{5} : \frac{1}{6} = 6 : 5$; 6) $\frac{8}{0,4} = \frac{4}{0,2}$; 9) $\frac{2,4}{0,8} = \frac{0,2}{0,6}$?

Відповідь поясніть.

628°. Чи є пропорцією рівність:

1) $8 : 4 = 10 : 2$;

3) $\frac{5}{30} = \frac{6}{18}$;

2) $3 : 15 = 0,3 : 1,5$;

4) $\frac{35}{7} = \frac{2,5}{0,5}$?

Відповідь поясніть.



629°. З яких відношень можна скласти пропорцію:

1) $4 : 8$; 2) $0,2 : 4$; 3) $5 : 10$; 4) $\frac{12}{24}$?

Відповідь поясніть.

630°. З яких відношень можна скласти пропорцію:

1) $6 : 2$; 2) $1,8 : 0,6$; 3) $12 : 3$; 4) $\frac{15}{5}$?

631°. Чи можна скласти пропорцію з чисел:

1) 3, 6, 9, 12; 3) 0, 1, 2, 3;

2) 1, 2, 4, 8; 4) 4, 0, 5, 1?

632°. Складіть пропорцію з чисел:

1) 1, 2, 4, 8; 3) 0,5, 1, 2, 4;

2) 2, 3, 6, 9; 4) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$.

Запишіть відповідь двома способами.



<https://cutt.ly/L26iaoV>



633°. Складіть пропорцію з чисел: 1) 2, 4, 6, 12; 2) $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 3, 5$.

Запишіть відповідь двома способами.

634°. Перевірте основну властивість пропорції:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $18 : 9 = 30 : 15$; | 5) $\frac{2}{9} = \frac{7}{31,5}$; |
| 2) $2 : 25 = 3 : 37,5$; | 6) $\frac{8}{0,4} = \frac{4}{0,2}$; |
| 3) $0,2 : \frac{1}{6} = 6 : 5$; | 7) $\frac{0,2}{4} = \frac{0,15}{3}$; |
| 4) $0,5 : 3 = 10 : 60$; | 8) $\frac{8}{0,2} = \frac{60}{1,5}$. |

635°. Перевірте основну властивість пропорції:

- | | |
|-------------------------|--|
| 1) $40 : 8 = 15 : 3$; | 3) $\frac{4,5}{9} = \frac{3,5}{7}$; |
| 2) $5 : 0,4 = 25 : 2$; | 4) $\frac{2,4}{0,2} = \frac{6}{0,5}$. |

636°. Складіть пропорцію, використавши рівність:

- | | |
|--|--|
| 1) $3 \cdot 6 = 2 \cdot 9$; | 3) $5 \cdot 2 = 0,4 \cdot 25$; |
| 2) $3,5 \cdot 2 = 2 \frac{1}{3} \cdot 3$; | 4) $\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{2}{7} \cdot 3$. |



<https://cutt.ly/u26ilty>

Скільки пропорцій можна скласти? Відповідь поясніть.

637°. Складіть чотири пропорції, використавши рівність:

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) $8 \cdot 0,2 = 0,4 \cdot 4$; | 2) $1,3 \cdot 10 = 2 \frac{1}{6} \cdot 6$. |
|----------------------------------|---|

638°. Перевірте двома способами, чи є пропорцією рівність:

- | | |
|--|--|
| 1) $18 : 3 = 30 : 5$; | 4) $\frac{16}{14} = \frac{14}{12}$; |
| 2) $2,5 : 6,25 = 3 : 7,5$; | 5) $\frac{0,8}{4} = \frac{4}{2}$; |
| 3) $5 : 6 = \frac{2}{3} : 1 \frac{1}{3}$; | 6) $\frac{3}{0,4} = \frac{1,5}{0,2}$. |





639°. Перевірте двома способами, чи є пропорцією рівність:

1) $28 : 7 = 2 : 0,5$;

3) $\frac{3,2}{24} = \frac{2}{3}$;

2) $\frac{2}{3} : 5 = 0,1 : \frac{3}{4}$;

4) $\frac{2,5}{20} = \frac{0,5}{4}$.

640°. Чи є взаємно оберненими пропорції:

1) $15 : 3 = 2 : 0,4$ і $3 : 15 = 0,4 : 2$;

2) $15 : 3 = 2 : 0,4$ і $0,6 : 0,4 = 3 : 2$;

3) $\frac{15}{3} = \frac{2}{0,4}$ і $\frac{15}{2} = \frac{3}{0,4}$;

4) $\frac{15}{3} = \frac{2}{0,4}$ і $\frac{0,4}{2} = \frac{3}{15}$?

Відповідь поясніть.



641°. Чи є взаємно оберненими пропорції:

1) $4 : 0,5 = 16 : 2$ і $4 : 16 = 0,5 : 2$;

2) $\frac{4}{0,5} = \frac{16}{2}$ і $\frac{2}{0,5} = \frac{16}{4}$?

642°. Як треба прочитати пропорцію, щоб одержати пропорцію, взаємно обернену з даною:

1) $0,3 : 9 = 0,2 : 6$;

3) $\frac{2}{5} = \frac{2,4}{6}$;

2) $1,2 : 3 = 3,2 : 8$;

4) $\frac{3}{0,1} = \frac{60}{2}$?

Відповідь поясніть.

643°. Як треба прочитати пропорцію, щоб одержати пропорцію, взаємно обернену з даною:

1) $6 : 5 = 3 : 2,5$;

2) $\frac{21}{10} = \frac{8,4}{4}$?

644°. Складіть пропорцію, у якій значення відношень дорівнює: 1) 3; 2) 0,2.

Запишіть пропорцію, взаємно обернену зі складеною.

645°. Складіть пропорцію, у якій значення відношень дорівнює 5. Запишіть пропорцію, взаємно обернену зі складеною.



646°. Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $12 : x = 4 : 5$; 7) $\frac{x}{7} = \frac{0,5}{0,3}$;

2) $5 : 8 = 15 : y$; 8) $\frac{48}{5,1} = \frac{y}{3,4}$;

3) $8 : 3 = 16 : z$; 9) $\frac{12}{0,5} = \frac{80}{z}$;

4) $2,4 : x = 0,8 : 5$; 10) $\frac{x}{1,8} = \frac{1}{0,3}$;

5) $0,8 : y = 2 : 1\frac{1}{4}$; 11) $\frac{0,7}{y} = \frac{2,1}{33}$;

6) $z : 4,2 = 9 : 10,8$; 12) $\frac{0,4}{7} = \frac{z}{4,2}$.



<https://cutt.ly/g26i3Qh>

647°. Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $2 : x = 5 : 7$; 4) $\frac{x}{10} = \frac{1,3}{1,5}$;

2) $9 : 2 = y : 0,5$; 5) $\frac{3}{0,8} = \frac{60}{y}$;

3) $39 : 1,5 = 52 : z$; 6) $\frac{7}{10,5} = \frac{z}{0,3}$.



648. Дано пропорцію $a : b = c : d$. Чи є пропорцією рівність:

1) $a : c = b : d$;

3) $5a : 5b = c : d$;

2) $d : b = c : a$;

4) $4a : 2b = 8c : 4d$?

Відповідь поясніть.

649. Дано пропорцію $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Чи є пропорцією рівність:

1) $a : c = b : d$; 2) $d : c = b : a$; 3) $\frac{a}{6b} = \frac{6c}{d}$; 4) $\frac{4a}{b} = \frac{12c}{3d}$?

650. Крайні члени пропорції — 15 і 7, а один із середніх її членів дорівнює 3. Знайдіть інший середній член пропорції. Запишіть усі можливі пропорції з даними членами.

651. Крайні члени пропорції — 9 і 24, а один із середніх її членів дорівнює 36. Знайдіть інший середній член пропорції. Запишіть усі можливі пропорції з даними членами.



652. Середні члени пропорції дорівнюють 1,25 і 8, а один із крайніх членів дорівнює 2,5. Знайдіть інший крайній член пропорції.

653. Середні члени пропорції дорівнюють 4,5 і 4, а один із крайніх членів дорівнює 12,5. Знайдіть інший крайній член пропорції.

654. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x : 4,5 = 3\frac{1}{5} : 2\frac{1}{4};$$

$$5) 6y : 84 = \frac{4}{11} : \frac{8}{11};$$

$$2) 1,2 : y = 1\frac{1}{3} : 1\frac{3}{7};$$

$$6) \frac{4,5}{27} = \frac{7y}{21};$$

$$3) 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9} = \frac{1}{5} : (x - 0,6);$$

$$7) (2x - 1,5) : 2\frac{1}{7} = 1\frac{2}{3} : \frac{5}{14};$$

$$4) \frac{0,2}{x-5} = \frac{0,5}{2,5};$$

$$8) \frac{0,84}{\frac{7}{15}} = \frac{0,5y + 2,5}{3\frac{1}{3}}.$$

655. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 1\frac{1}{9} : x = 2\frac{2}{3} : 3\frac{3}{5};$$

$$3) 6x : 3\frac{1}{3} = 2,4 : \frac{1}{12};$$

$$2) \frac{1,25}{y+2} = \frac{0,6}{2,4};$$

$$4) \frac{4\frac{1}{2}}{0,6} = \frac{4y - 0,2}{\frac{4}{9}}.$$

656*. Задумане число подвоїли, а потім зменшили на 6. У результаті вийшло, що отримане число так відноситься до 9, як 4 відноситься до 4,5. Яке число задумали?

657*. Відомо, що $x : y = 5 : 8$ і $y : z = 16 : 7$.
Знайдіть z , якщо $x = 2,4$.

658*. Відомо, що $x : y = y : z = 2$. Знайдіть відношення x до z .

659*. Знайдіть значення x , якщо:

$$1) x : y = 3 : 2, y : z = 2 : 1, z : 1 = 1 : 0,25;$$

$$2) x : \frac{1}{2} = y : \frac{1}{3}, y : \frac{1}{4} = z : \frac{1}{5}, z : \frac{1}{3} = \frac{1}{5} : \frac{1}{4}.$$

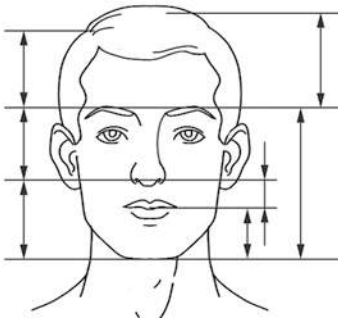


Проявіть компетентність

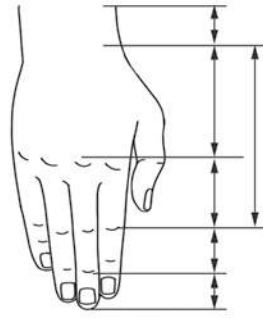
660. У 1854 році німецький дослідник золотого перерізу професор Адольф Цейзинг (1810–1876) опублікував свою працю «Естетичні дослідження», у якій абсолютизував пропорцію золотого перерізу, оголосивши її універсальною для всіх явищ природи і мистецтва.



Слідом за вченими й митцями стародавнього світу та епохи Відродження він наголошував, наприклад, що пропорції золотого перерізу проявляються у відношенні різних частин обличчя й тіла людини. На малюнках 16–17 ви бачите окремі його вимірювання.



Мал. 16



Мал. 17

Виконайте вимірювання своєї долоні та перевірте, чи підтверджується пропорційність таких відрізків:

- 1) відношення довжини пальця до суми двох перших фаланг цього пальця (за винятком великого пальця);
- 2) відношення довжини середнього пальця до довжини мізинця.



§ 14. ПРЯМА ТА ОБЕРНЕНА ПРОПОРЦІЙНІ ЗАЛЕЖНОСТІ

<https://cutt.ly/8wqJ95IA>

1. Пряма пропорційність

Ситуація. Даринка й Софійка грали в гру «Магазин». Під час гри Даринка, яка була касиром, сказала, що вартість товару та його кількість є пропорційними величинами. Чи права Даринка?



Чи залежить вартість товару від його кількості?



Так. Що більшу кількість товару купують, то більшою буде його вартість. І навпаки, що менша кількість товару, то менша його вартість.

Отже, Даринка права.

Такі величини називають *прямо пропорційними*.

Запам'ятайте!

Дві величини називаються *прямо пропорційними*, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї величини в кілька разів інша величина збільшується (зменшується) в ту саму кількість разів.

Задача 1 За 2 кг цукерок заплатили 72 грн. Скільки будуть коштувати 4,5 кг цих цукерок?

Розв'язання

$$\begin{array}{l} 2 \text{ кг} - 72 \text{ грн} \\ 4,5 \text{ кг} - x \\ \frac{2}{4,5} = \frac{72}{x}; \end{array}$$



$$x = \frac{4,5 \cdot 72}{2};$$

$$x = 162.$$

Відповідь: 4,5 кг цукерок коштують
162 грн.



Якщо дві величини **прямо пропорційні**, то пропорцію утворюють **відношення відповідних значень** цих величин.

2. Обернена пропорційність



<https://cutt.ly/hwqJ0Ob9>

Ситуація. Богдан і Тарас грали в «Гонки». Під час проходження траси Тарас сказав, що швидкість руху автомобіля та час його руху є пропорційними величинами. Чи правий Тарас?



Як залежить час руху від швидкості автомобіля для проходження траси?



Що більша швидкість руху, то меншим є час для проходження траси. І навпаки, що менша швидкість руху, то більшим є час для проходження траси.



Отже, Тарас правий.

Такі величини називають *обернено пропорційними*.

Запам'ятайте!

Дві величини називаються *обернено пропорційними*, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї величини в кілька разів інша величина зменшується (збільшується) в ту саму кількість разів.



Задача 2 Автомобіль, рухаючись зі швидкістю 90 км/год, проїхав відстань від Черкас до Києва за 2 год. З якою швидкістю він рухався в зворотному напрямку, якщо доїхав від Києва до Черкас за 2,5 год?

Розв'язання

$$\begin{array}{l} \uparrow 90 \text{ км/год} - 2 \text{ год} \\ x - 2,5 \text{ год} \downarrow \\ \frac{x}{90} = \frac{2,5}{2}; x = \frac{90 \cdot 2,5}{2}; x = 72. \end{array}$$

Відповідь: швидкість автомобіля у зворотному напрямку - 72 км/год.



Якщо дві величини **обернено пропорційні**, то пропорцію утворюють **взаємно обернені відношення** відповідних значень цих величин.

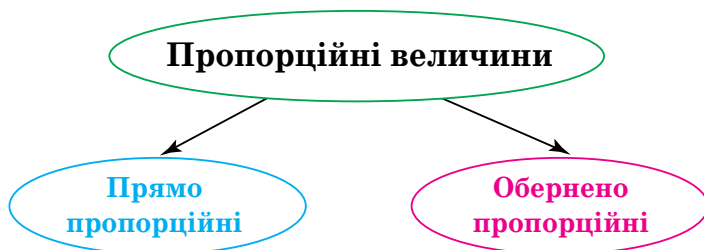


Чи завжди дві величини є прямо пропорційними або обернено пропорційними?

Ні. Наприклад, під час хвороби температура дитини може то зростати, то спадати протягом кількох днів. І тут немає залежності, а значить, не може бути й пропорційності.



Якщо дві величини пропорційні, то можливі лише два варіанти, які взаємно виключають один одного, — або **пряма пропорційність**, або **обернена пропорційність**.





Дізнайтеся більше

З історією золотого перерізу непрямым чином пов'язане ім'я італійського математика і ченця Леонардо з Пізи (1180–1240), більш відомого як Фібоначчі (син Боначчі). Він багато подорожував Сходом, познайомив Європу з індійськими (арабськими) цифрами. У 1202 р. побачила світ його математична праця «Книга про абаки» (лічильні дошки), у якій були зібрані всі відомі на той час завдання. Одне із завдань було таке: «Скільки пар кроликів за один рік від однієї пари народиться». Розмірковуючи на цю тему, Фібоначчі вибудував такий ряд чисел:



0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,...

Нині ця послідовність чисел відома як ряд Фібоначчі. Особливість послідовності чисел полягає в тому, що кожний її член, починаючи з третього, дорівнює сумі двох попередніх:

$0 + 1 = 1;$	$3 + 5 = 8;$	$13 + 21 = 34;$
$1 + 1 = 2;$	$5 + 8 = 13;$	$21 + 34 = 55$
$2 + 3 = 5;$	$8 + 13 = 21;$	тощо.

Відношення сусідніх чисел ряду наближається до відношення золотого перерізу. Наприклад, $21 : 34 = 0,617$, а $34 : 55 = 0,618$.

Словничок



Українська

Англійська/
English

Німецька/
Deutsch

Французька/
Français

пропорцій-
ність

propor-
tionality

Propor-
tionalität (f)

propor-
tionnalité

<https://cutt.ly/f7EBbEo>

Пригадайте головне

1. Які величини називають прямо пропорційними? Наведіть приклади.
2. Як розв'язують задачі на пряму пропорційність?
3. Які величини називають обернено пропорційними? Наведіть приклади.
4. Як розв'язують задачі на обернену пропорційність?
5. Чи завжди дві величини є пропорційними?



Усне тренування

- 1) $x : 4 = 5 : 2$; $2 : 3 = y : 6$; $24 : z = 8 : 2$;
- 2) $12 : x = 3 : 2$; $18 : 3 = 6 : y$; $12 : 9 = 4 : z$;
- 3) $x : 0,2 = 15 : 3$; $8 : 0,2 = y : 5$; $10 : z = 6 : 1,8$;
- 4) $14 : 0,7 = x : 2$; $25 : y = 10 : 0,4$; $z : 20 = 0,5 : 2,5$.

Розв'яжіть задачі

- 661'.** Дві величини є прямо пропорційними. Як зміниться одна величина, якщо інша:
а) збільшиться у 5 разів; б) зменшиться у 2 рази?
Відповідь поясніть.
- 662'.** За умовою задачі склали скорочений запис:
1) $2 - 8$ 2) $70 - 3$, 3) $2 - 25$,
 $3 - 12$; 60 — 2; 4 — 50.
Чи є дані величини прямо пропорційними?
- 663'.** Дві величини є обернено пропорційними. Як зміниться одна величина, якщо інша:
а) збільшиться в 4 рази; б) зменшиться в 6 разів?
Відповідь поясніть.
- 664'.** За умовою задачі склали скорочений запис:
1) $40 - 4$, 2) $3 - 12$, 3) $10 - 8$,
 $80 - 2$; 5 — 20; 4 — 20.
Чи є дані величини обернено пропорційними?
- 665°.** Визначте, чи є прямо пропорційною дана залежність величин:
1) вартість товару, купленого за однією ціною, та кількість товару;
2) маса коробки цукерок та кількість однакових цукерок у коробці;
3) шлях, який проїхав автомобіль зі сталою швидкістю, та час руху;
4) швидкість руху та час руху для подолання певної відстані;
5) маса людини та її зріст;



- 6) кількість ягід і маса цукру для приготування варення;
- 7) периметр прямокутника та одна з його сторін;
- 8) довжина сторони квадрата та його периметр.

666°. За скороченим записом умови задачі знайдіть x , якщо величини є прямо пропорційними:

1) 3 кг — 90 грн

6 кг — x ;

2) 15 деталей — 3 год

x — 2 год.



<https://cutt.ly/O9fSkqW>

667°. За скороченим записом умови задачі знайдіть x , якщо величини є прямо пропорційними:

15 км — 3 год

10 км — x .

668°. За 2 кг печива заплатили 156 грн. Скільки гривень коштують 3 кг такого печива?



669°. Скільки гривень коштують 10 кг цукерок, якщо за 4 кг таких цукерок заплатили 396 грн?



670°. Скільки гривень коштують три піци «Чотири сезони», якщо за дві такі самі піци заплатили 250 грн?



671°. За 3 кг яблук заплатили 24 грн. Скільки гривень коштують 7 кг таких яблук?



672°. Робітник виточує 9 деталей за 3 год. Скільки деталей він виточить за 8 год?

673°. Лазерний принтер роздруковує 32 сторінки за 2 хв. Скільки сторінок він роздрукує за 10 хв?

674°. Майстриня виготовляє 5 косинок за 2 год. Скільки таких косинок вона пошиє за 8 год?

675°. При випіканні хліба з кілограма житньої муки отримують 1,4 кг хліба. Яку масу муки потрібно взяти, щоб отримати 42 ц хліба?





676°. Із 3 кг сирих зерен кави отримують 2,5 кг смажених зерен. Скільки кілограмів сирих зерен кави треба взяти, щоб отримати 10 кг смажених?



677°. За 4 год катер проплив 80 км. Яку відстань пропливе катер за 2 год, рухаючись із такою самою швидкістю?



678°. Турист пройшов 20 км за 5 год. За скільки годин турист подолає відстань 28 км, рухаючись із такою самою швидкістю?



679°. Відстань 210 км автомобіль проїхав за 3 год. Яку відстань проїде автомобіль за 2 год, рухаючись із такою самою швидкістю?



680°. За старим розкладом потяг мав долати відстань між двома станціями за 5 год, рухаючись зі швидкістю 100 км/год. За новим розкладом потяг має долати цю відстань за 4 год. Якою має бути швидкість потяга?



681°. Чи є обернено пропорційною дана залежність величин:

- 1) ціна товару і вартість покупки;
- 2) маса коробки цукерок та її вартість;
- 3) швидкість руху та час руху для подолання певної відстані;
- 4) швидкість руху автомобіля та шлях, який проїхав автомобіль зі сталою швидкістю;
- 5) обсяг виконаної роботи та час її виконання;
- 6) продуктивність праці та час на виконання певного обсягу роботи;
- 7) кількість машин та вантаж, який вони перевезуть за визначений час;
- 8) довжина сторони квадрата та його площа?

682°. За скороченим записом задачі знайдіть x , якщо величини є обернено пропорційними:

1) 2 год — 80 км/год

4 год — x ;

2) 5 робітників — 8 днів

x — 10 днів.



<https://cutt.ly/V9fSx0Y>



683°. За скороченим записом задачі знайдіть x , якщо величини є обернено пропорційними:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ кг} \text{ — по } 90 \text{ грн} \\ x \text{ — по } 180 \text{ грн} \end{array} \quad \begin{array}{c} \curvearrowright \\ = \end{array}$$

684°. Замовлення на виготовлення меблів 3 столяри виконали за 12 днів. За скільки днів зможуть виконати це замовлення 6 столярів, якщо будуть працювати з такою самою продуктивністю праці?

685°. За скільки днів виконають завдання 6 робітників, якщо 2 робітники можуть виконати це завдання за 9 днів?

686°. Червоний кенгуру рухався 3 год зі швидкістю 55 км/год. Якою має бути швидкість кенгуру, щоб цю відстань він зміг подолати за 2,5 год?



687°. Якою має бути швидкість потяга за новим розкладом, щоб проїхати відстань між двома станціями за 4 год, якщо відповідно до старого розкладу, рухаючись зі швидкістю 100 км/год, він долав її за 5 год?



688°. Ціна 1 кг печива першого виду становить 70 грн, а другого — 105 грн. Купили 3 кг печива першого виду. Скільки кілограмів печива другого виду можна купити за ці гроші?



689°. Ціна піци «Чотири сезони» становить 120 грн, а піци «Чотири сири» — 150 грн. Купили 4 піци «Чотири сири». Скільки піц «Чотири сезони» можна купити за ці гроші?



690°. Ціна кілограма цукерок першого виду становить 100 грн, а другого — 250 грн. Купили 2 кг цукерок другого виду. Скільки кілограмів цукерок першого виду можна купити за ці гроші?



691°. На свято купили 4 кг печива за ціною 45 грн за кілограм. Скільки кілограмів цукерок можна було б купити на ці гроші, якщо цукерки дорожчі за печиво:
1) на 15 грн; 2) на 45 грн; 3) на 75 грн?





692. Мама купила 5 кг яблук за ціною 24 грн за кілограм. Скільки кілограмів груш можна було б купити на ці гроші, якщо ціна яблук на 6 грн менша, ніж ціна груш?



693. Маятник настінного годинника робить 730 коливань за 15 хв. Скільки коливань він зробить за 1 год? За скільки часу маятник робить 2190 коливань?



<https://cutt.ly/P9fSbZe>

694. За 24 зошити Наталка заплатила 60 грн. Скільки гривень коштують 20 таких зошитів? Скільки зошитів можна купити за 45 грн?



695. У бідоні міститься 12 л молока. Його розлили порівну в 6 банок. Скільки літрів молока міститься в кожній банці? Скільки трилітрових банок можна наповнити із цього бідона?

696. Через водопровідний кран за хвилину витікає 6 л води. Скільки літрів води витече через кран за пів години? За який час через кран витече 27 л води?

697. Відстань між містами Вінниця та Івано-Франківськ становить близько 360 км. За який час проїде цю відстань потяг, який за годину долає 90 км? Якою має бути швидкість потяга, щоб він міг пройти цю відстань за 4 год 30 хв?



698. Відстань між селами становить 18 км. За який час проїде цю відстань велосипедист, швидкість якого 12 км/год? З якою швидкістю треба рухатись пішоходу, щоб пройти цю відстань за 6 год?



699. Два трактори зорали поле за 6 днів. За скільки днів зорють це поле 4 трактори, якщо будуть працювати з такою самою продуктивністю праці? Скільки тракторів потрібно, щоб зорати поле за 2 дні?



<https://cutt.ly/d9fSWoQ>



- 700.** Вісім вантажівок можуть перевезти вантаж за 3 дні. За скільки днів зможуть перевезти цей вантаж 6 таких вантажівок? Скільки вантажівок потрібно, щоб перевезти вантаж за 2 дні?
- 701.** Складіть та розв'яжіть задачу:
- 1) на пряму пропорційність, для розв'язування якої потрібно скласти пропорцію $\frac{3}{x} = \frac{36}{60}$;
 - 2) на обернену пропорційність, для розв'язування якої потрібно скласти пропорцію $x : 4 = 120 : 160$.
- 702.** Складіть та розв'яжіть задачу:
- 1) на пряму пропорційність, для розв'язування якої потрібно скласти пропорцію $\frac{5}{x} = \frac{60}{72}$;
 - 2) на обернену пропорційність, для розв'язування якої потрібно скласти пропорцію $3 : x = 90 : 60$.
- 703*.**  Тарасик може пройти шлях від залізничної станції до селища за 20 хв. За який час він доїде від станції до селища на велосипеді, якщо при їзді його швидкість збільшиться у 2 рази?
- 704*.** Майстер, працюючи самостійно, виконує роботу за 3 дні, а разом з учнем — за 2 дні. За скільки днів учень може виконати цю роботу самостійно?
- 705*.**  Дмитрик пробігає 4 круги на біговій доріжці за такий самий час, за який Катруся пробігає 3 круги. Катруся пробігла 12 кругів. Скільки кругів за цей час пробіг Дмитрик?
- 
- 706*.** Із басейна можуть викачати воду за 1 год 15 хв. Через скільки часу після початку роботи насосів у басейні залишиться:
- 1) 0,2 тієї кількості води, яка була спочатку;
 - 2) 0,5 тієї кількості води, яка була спочатку;
 - 3) 0,75 тієї кількості води, яка була спочатку?



Проявіть компетентність

707. Для друкування книжки передбачалося розміщувати на кожній сторінці по 28 рядків, у кожному рядку — по 40 літер. Проте виявилось, що доцільніше розміщувати на кожній сторінці по 35 рядків. Скільки літер буде розміщуватись у такому випадку в кожному рядку, якщо кількість літер на сторінках не зміниться?

708. Для приготування 12 тістечок-безе потрібно взяти білок одного яйця і 3 столові ложки цукру. Скільки цих продуктів треба взяти для приготування 24 тістечок? Скільки тістечок отримаємо, якщо є 3 яйця?



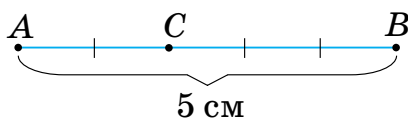
§ 15. ПОДІЛ ЧИСЛА В ДАНОМУ ВІДНОШЕННІ. МАСШТАБ



<https://cutt.ly/fwqJ2W10>

1. Пропорційний поділ

Ситуація. Відрізок AB завдовжки 5 см точка C ділить у відношенні $2 : 3$ (мал. 18). Марійка й Сергійко знайшли довжини відрізків AC і CB , склавши пропорції, але міркували по-різному.



Мал. 18

Марійка

AC — 2 частини;
 CB — 3 частини.

$$\text{Тоді } \frac{AC}{CB} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Звідси } AC = \frac{2}{3}CB.$$

Сергійко

AC — 2 частини;
 CB — 3 частини.

$$\text{Тоді } \frac{AC}{2} = \frac{CB}{3}.$$

Нехай k — значення відношень пропорції, тоді:



Оскільки $AC + CB = AB$

і $AB = 5$ см, то

$$\frac{2}{3}CB + CB = 5 \text{ (см)},$$

$$1\frac{2}{3}CB = 5 \text{ (см)}.$$

Отже, $CB = 3$ см,

$$AC = 5 - 3 = 2 \text{ (см)}.$$

$$\frac{AC}{2} = k \text{ і } \frac{CB}{3} = k,$$

$$AC = 2k \text{ і } CB = 3k.$$

Оскільки $AC + CB = AB$

і $AB = 5$ см, то

$$2k + 3k = 5, \text{ звідси } k = 1.$$

Отже, $AC = 2k = 2 \cdot 1 = 2$ (см),

$$CB = 3k = 3 \cdot 1 = 3 \text{ (см)}.$$



Чи праві діти?

І Марійка, і Сергійко міркували правильно, тому отримали правильну відповідь.



Однак спосіб Сергійка є більш загальним — його можна застосувати для розв'язування будь-яких задач на *пропорційний поділ*.

Запам'ятайте!

Число, яке дорівнює значенню відношень пропорції, називається *коефіцієнтом пропорційності*.



Коефіцієнт пропорційності позначають буквою k .



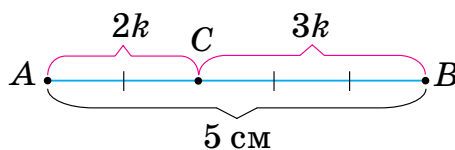
Щоб розкрити пропорцію в задачах на пропорційний поділ величини:

— уведіть коефіцієнт пропорційності;

— виразіть задані частини величини через коефіцієнт пропорційності.

Наприклад, якщо $AC : CB = 2 : 3$ і k — коефіцієнт пропорційності, то одразу можна записати (мал. 19):

$$AC = 2k \text{ і } CB = 3k.$$



Мал. 19



Чи можна виконати пропорційний поділ величини на три або більше частин?

Так. Спосіб розв'язування буде такий самий.



Задача 1 Для приготування фруктового напою потрібно взяти яблучний сік, виноградний сік і воду у відношенні $3 : 2 : 1$. Скільки грамів соку кожного виду треба взяти для приготування 300 г напою?



Розв'язання Нехай k — коефіцієнт пропорційності. Тоді яблучний сік становить $3k$ напою, виноградний — $2k$, а вода — k .

Оскільки треба приготувати 300 г напою, можемо скласти рівняння:

$$3k + 2k + k = 300.$$

Розв'язавши рівняння, знаходимо, що $k = 50$.

Отже, для напою потрібно взяти:

води: $k = 50$ г,

яблучного соку: $3k = 3 \cdot 50 = 150$ (г),

виноградного соку: $2k = 2 \cdot 50 = 100$ (г).

2. Масштаб



<https://cutt.ly/NwqJ3F9G>

Ситуація. Софійка й Тарасик вирішили скласти план шляху до свого таємного сховища і позначати 1 см на плані як 100 м на місцевості. До сховища веде доріжка завдовжки 800 м. Допоможіть дітям визначити довжину відрізка, який буде зображати на плані доріжку до сховища.

Систематизуємо дані у вигляді скороченого запису.

На плані: На місцевості:

1 см	—	100 м
?	—	800 м





Нехай x — шукана довжина відрізка на плані. Складемо й розкриємо пропорцію:

$$\begin{aligned} 1 : x &= 100 : 800, \\ x &= 1 \cdot 800 : 100, \\ x &= 8. \end{aligned}$$

Отже, доріжку на плані зображатиме відрізок завдовжки 8 см.

Запам'ятайте!

Відношення довжини відрізка на карті до довжини відповідного відрізка на місцевості називається *масштабом карти*.



Позначають: «М: 1 : 1 000 000».

Цей запис означає, що 1 см на карті відповідає 1 000 000 см на місцевості.



У якому масштабі діти склали план шляху до сховища?

1 см на плані відповідає 100 м = 10 000 см на місцевості. Отже, масштаб плану 1 : 10 000.



Задача 2 Відстань між містами Черкаси і Харків на карті дорівнює 4,1 см. Знайдіть відстань між містами на місцевості, якщо масштаб карти 1 : 10 000 000.

Розв'язання

На карті: 4,1 см — 1 см

На місцевості: x — 10 000 000 см

Складемо й розкриємо пропорцію:

$$\begin{aligned} 4,1 : x &= 1 : 10\,000\,000, \\ x &= \frac{4,1 \cdot 10\,000\,000}{1}, \end{aligned}$$

$$x = 41\,000\,000 \text{ (см)} = 410 \text{ (км)}.$$

Отже, відстань від Черкас до Харкова — 410 км.



Як записати масштаб зображення, якщо на ньому потрібно збільшити реальні розміри предмета, наприклад, у 1000 разів?

У такому випадку масштаб записують навпаки: 1000 : 1.



Такий масштаб знадобиться, коли потрібно зобразити деталі маленьких розмірів, наприклад, деталі годинника.

Дізнайтеся більше

1. **Граве Дмитро Олександрович** (1863—1939) — видатний математик, фундатор вітчизняної алгебраїчної школи, академік Академії наук УРСР (1919). Працював професором Харківського (1897), а потім Київського (1899) університетів. У 1934 р. став першим директором Інституту математики АН УРСР. Його «Трактат з алгебраїчного аналізу», який побачив світ у 1938, мав значний вплив на розвиток математики ХХ ст.



2. Слово «коефіцієнт» походить від латинського *coefficientis*, що складається з двох слів: *co* — «разом» і *efficiens* — «той, що виробляє». Позначає множник, який здебільшого є числом. Термін запровадив Ф. Вієт.

3. Слово «масштаб» походить від німецького *Maßstab* — «лінійка», що складається із двох слів: *Maß* — «міра» та *Stab* — «віха».

Словничок



Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
коефіцієнт	coefficient	Koeffizient (<i>m</i>)	coefficient
масштаб	scale	Maßstab (<i>m</i>)	échelle

<https://cutt.ly/v7EB3zp>

Пригадайте головне

1. Які задачі відносять до задач на пропорційний поділ? Наведіть приклади.
2. Що таке коефіцієнт пропорційності?



3. Як розв'язують задачі на пропорційний поділ?
4. Що називають масштабом карти?
5. Як розв'язують задачі на знаходження масштабу?

Усне тренування

- | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) $4,5 + 5;$ | 2) $6,2 + 3,8;$ | 3) $8 + 12,4;$ |
| $4,5 - 2,5;$ | $6 - 3,8;$ | $10 - 4,5;$ |
| $4,5 \cdot 2;$ | $6 \cdot 0,5;$ | $2,5 \cdot 4;$ |
| $4,5 \cdot 20;$ | $6 \cdot 1,2;$ | $12,5 \cdot 80;$ |
| $4,5 : 5;$ | $6 : 0,3;$ | $14,6 : 2;$ |
| $4,5 : 0,5;$ | $0,6 : 2;$ | $15,15 : 5.$ |

Розв'яжіть задачі

709'. Назвіть частини відрізка AB (мал. 20–21).



Мал. 20



Мал. 21

710'. Що показує масштаб карти:

- 1) $1 : 100\,000;$
- 2) $1 : 5\,000\,000;$
- 3) $1 : 500;$
- 4) $1 : 2000?$

711'. Що показує масштаб зображення:

- 1) $4 : 1;$
- 2) $10 : 1;$
- 3) $50 : 1;$
- 4) $400 : 1?$

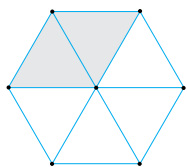


712'. Який коефіцієнт пропорційності у відношенні зафарбованої й незафарбованої частин:

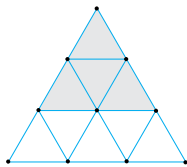
- 1) шестикутника (мал. 22);
- 2) трикутника (мал. 23);
- 3) квадрата (мал. 24)?



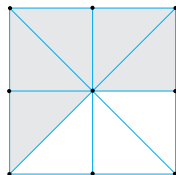
713°. Який коефіцієнт пропорційності у відношенні двох частин відрізка MN (мал. 25)?



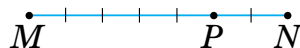
Мал. 22



Мал. 23



Мал. 24



Мал. 25

714°. Відрізок AB завдовжки 18 см точкою C поділено у відношенні:

- 1) $2 : 7$; 3) $1 : 8$; 5) $1 : 2$; 7) $5 : 13$;
2) $4 : 5$; 4) $5 : 1$; 6) $1 : 1$; 8) $11 : 7$.

Знайдіть довжину кожної частини.

715°. Відрізок AC завдовжки 10 см точкою B поділено у відношенні: 1) $2 : 3$; 2) $4 : 1$.

Знайдіть довжину кожної частини.

716°. Поділіть число 24 у відношенні:

- 1) $1 : 3$; 3) $1 : 2 : 5$;
2) $3 : 5$; 4) $2 : 2 : 4$.



<https://cutt.ly/R9fSI11>

717°. Поділіть число 30 у відношенні:

- 1) $1 : 2$; 2) $3 : 4 : 8$.

718°. Два числа відносяться, як $5 : 3$. Знайдіть ці числа, якщо:

- 1) їх сума дорівнює 40;
2) їх різниця дорівнює 16.

719°. Два числа відносяться, як $4 : 1$. Знайдіть ці числа, якщо:

- 1) їх сума дорівнює 25;
2) їх різниця дорівнює 21.

720°. Дві частини сувою тканини коштують 640 грн. У першій частині сувою 5 м тканини, а в другій — 3 м. Скільки гривень коштує кожна частина сувою тканини?

721°. Дві школи закупили для колективного перегляду квитки до театру й заплатили за них 12 200 грн. Скільки гривень потрібно сплатити кожній школі, якщо театр відвідали 286 учнів однієї школи і 324 учні другої?



- 722°.** Латунь — це сплав міді та олова, взятих у відношенні 1 : 2. Скільки грамів міді і скільки грамів олова міститься в 270 г латуні?
- 723°.** Для сплаву свинець і олово взяли у відношенні 1 : 3. Скільки грамів свинцю і скільки грамів олова міститься в 600 г такого сплаву?
- 724°.** Яким є масштаб карти, якщо довжина відрізка:
1) на карті в 20 000 разів менша, ніж на місцевості;
2) на місцевості в 400 разів більша, ніж на карті?
- 725°.** Яким є масштаб карти, якщо довжина відрізка:
1) на карті в 50 000 разів менша, ніж на місцевості;
2) на місцевості в 1000 разів більша, ніж на карті?
- 726°.** Якою є відстань на місцевості, якщо на карті з масштабом 1 : 100 000 вона зображена відрізком $AB = 1$ см?
- 727°.** Якою є відстань на місцевості, якщо на карті з масштабом 1 : 10 000 вона зображена відрізком $CD = 1$ см?
- 728°.** Масштаб карти 1 : 500 000. Визначте відстань на місцевості, якщо на карті вона зображена відрізком завдовжки: 1) 1 см; 2) 3 см; 3) 4,5 см; 4) 6 см 2 мм.
- 729°.** Масштаб карти 1 : 4 000 000. Визначте відстань на місцевості, якщо на карті вона зображена відрізком завдовжки: 1) 2 см; 2) 5 см 5 мм.
- 730°.** Відстань між Києвом і Вінницею дорівнює 260 км. Чому дорівнює відстань між цими містами на карті, масштаб якої: 1) 1 : 100 000 000; 2) 1 : 400 000?
- 731°.** Відстань між Донецьком і Житомиром дорівнює 880 км. Чому дорівнює відстань між цими містами на карті, масштаб якої: 1 : 10 000 000?
- 732°.** Відрізок BC точкою A поділено у відношенні 3 : 8, причому одна із частин на 5 см більша за іншу. Знайдіть довжину кожної частини.



<https://cutt.ly/C9fSP2N>



733. Відрізок AB точкою C поділено у відношенні $4 : 7$, причому одна із частин на 9 см менша від іншої. Знайдіть довжину кожної частини.

734. Відрізок BC завдовжки 48 см точками A і B поділено у відношенні $5 : 3 : 4$. Знайдіть довжину кожної частини.



<https://cutt.ly/x9fSD0T>

735. Відрізок AB завдовжки 36 см точками C і D поділено у відношенні $4 : 3 : 2$. Знайдіть довжину кожної частини.

736. Для приготування бронзи беруть мідь, олово і фосфор у відношенні $90 : 5 : 1$. Скільки кілограмів кожної речовини треба взяти для приготування 288 кг бронзи?

737. Для приготування фруктового напою потрібно взяти яблучний сік, грушевий сік і воду у відношенні $4 : 3 : 2$. Скільки грамів соку кожного виду треба взяти для приготування 900 г напою?

738. Для приготування будівельного розчину на 2 частини цементу беруть 2 частини піску і 0,8 частин води. Скільки кілограмів будівельного розчину отримають, якщо взяли 100 кг цементу?

739. Для приготування напою беруть 2 частини вишневого соку, 3 частини води й 1 частину меду. Скільки грамів напою отримають, якщо взяли 400 г вишневого соку?



740. Город має форму прямокутника, довжина якого дорівнює 360 м, а ширина — 240 м. Які розміри буде мати зображення цього городу на плані, виконаному в масштабі $1 : 500$?

741. План кімнати має форму прямокутника зі сторонами 20 мм і 30 мм. Які розміри має кімната, якщо план виконано в масштабі $1 : 300$?



742. За картою України (мал. 26) визначте відстань між містами: 1) Миколаїв і Рівне; 2) Київ і Ужгород; 3) Чернігів і Одеса; 4) Луганськ і Чернівці.

743. За картою України (мал. 26) визначте відстань між містами: 1) Черкаси і Львів; 2) Харків і Івано-Франківськ.



Мал. 26

744*. Сума чотирьох чисел дорівнює 4,2. Перші три числа відносяться, як $1,2 : 4 : 0,8$, а четверте число становить 0,6 другого. Знайдіть перше число.

745*. Число 144 поділили на три частини: x , y , z — так, що $x : y = 3 : 2$, $y : z = 4 : 5$. Знайдіть частини, на які було поділене число.

746*. Три числа відносяться, як $0,2 : \frac{2}{3} : 0,5$. Знайдіть ці числа, якщо перше число менше за половину другого на 32.

747*. Визначте масштаб плану, якщо ліс площею 4 га на плані займає 1 см^2 .



Проявіть компетентність

- 748.** Для пошиття сукні Тетянка робила викрійку за кресленням у журналі. Довжина виробу на викрійці сукні дорівнює 75 см. Обчисліть масштаб креслення в журналі, якщо на ньому довжина сукні дорівнює 15 см.
- 749.** Довжина деталі дорівнює 30 мм. У якому масштабі виконано креслення, якщо довжина деталі на ньому дорівнює 60 мм?
- 750.** Накресліть у масштабі 1 : 50 план: 1) класної кімнати; 2) однієї з кімнат свого помешкання.

§ 16. КОЛО І КРУГ. КРУГОВИЙ СЕКТОР



<https://cutt.ly/pwqJ8uYg>

1. Коло. Довжина кола

Ситуація. Софійка, коли крутила обруч, запитала свого брата Тараса, учня 6-го класу: «Обруч має форму круга?». Допоможіть Тарасові відповісти сестричці на запитання.



Обруч має форму круга?

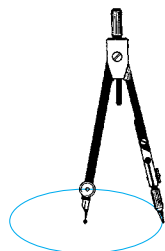
Ні, обруч має форму кола.



Коло — замкнена лінія на площині. Якщо закріпити один кінець відрізка в якійсь точці, а потім повертати відрізок, то інший його кінець буде рухатися саме по колу. Тому кола будують за допомогою циркуля (мал. 27).

Запам'ятайте!

Коло — це фігура, усі точки якої знаходяться на площині на однаковій відстані від однієї точки, що називається *центром кола*.

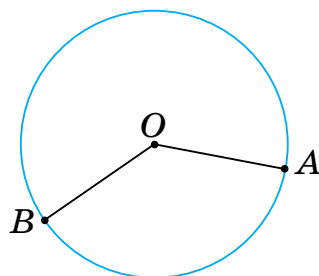


На малюнку 27 ви бачите коло з центром у точці *O*.

Мал. 27



Відрізок, який сполучає будь-яку точку кола і його центр O , називають **радіусом кола**. На малюнку 28 відрізки OA і OB — це радіуси кола з центром у точці O .



Мал. 28



Радіус кола позначають буквою R .

Записують: $OA = OB = R$.



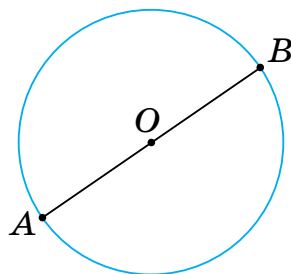
Чи правильно, що радіуси кола мають різні довжини?

Ні. Це впливає з означення кола.



Усі радіуси кола дорівнюють один одному.

На малюнку 29 два радіуси AO і OB лежать на одній прямій. Відрізок AB , що з'єднує дві точки кола і проходить через його центр, називається **діаметром кола**.



Мал. 29



Діаметр кола позначають буквою D .

Записують: $AB = D$.

Запам'ятайте!

Формула діаметра кола

Діаметр кола дорівнює подвоєному радіусу:

$$D = 2R.$$

Задача 1 Знайдіть радіус кола, діаметр якого дорівнює 8 см.

Розв'язання Діаметр кола вдвічі довший за радіус. Отже:

$$R = D : 2 = 8 : 2 = 4 \text{ (см)}.$$



Чи можна знайти довжину кола?

Так, бо коло — це замкнена лінія.





Проведемо дослід. Візьмемо склянку, поставимо її на аркуш паперу й обведемо її олівцем, як на малюнку 30. Отримали коло. Якщо обв'язати склянку ниткою, а потім розпрямити її, то довжина нитки буде дорівнювати довжині зображеного кола.



Довжину кола позначають буквою C .

Провівши кілька таких вимірювань, помітимо закономірність: **що більшого діаметра коло, то більшою є його довжина.** Тобто довжина кола прямо пропорційна довжині діаметра.

Відношення довжини кола до довжини його діаметра дорівнює тому самому числу для всіх кіл. Це число позначають грецькою буквою π .



Число π читають: «пі».

Число π — нескінченний десятковий дріб.

$\pi = 3,14159265358979\dots$. Тому при обчисленнях його округлюють: $\pi \approx 3,14$.

Запам'ятайте!

Формула довжини кола

Довжина кола дорівнює подвоєному добутку числа π і радіуса:

$$C = 2\pi R.$$

Задача 2 Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 10 см.

Розв'язання

Спосіб 1. Радіус кола вдвічі менший від діаметра. Отже:

$$R = D : 2 = 10 : 2 = 5 \text{ (см).}$$

$$C = 2\pi R \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ (см).}$$

Спосіб 2. Оскільки $D = 2R$, то:

$$C = 2\pi R = \pi(2R) = \pi D.$$

$$C \approx 3,14 \cdot 10 = 31,4 \text{ (см).}$$



Оскільки $D = 2R$, то $C = \pi D$.



Мал. 30



2. Круг. Площа круга

Ситуація. Софійка, коли малювала сонечко, також запитала свого брата Тараса: «Сонечко також має форму кола?». Допоможіть Тарасові відповісти сестричці.



<https://cutt.ly/ywqJ8SCV>



Чи можна сказати, що намальоване сонечко має форму кола?

Ні. Сонечко містить коло разом із частиною площини, яку це коло обмежує. А таку фігуру називають *кругом* (мал. 31).

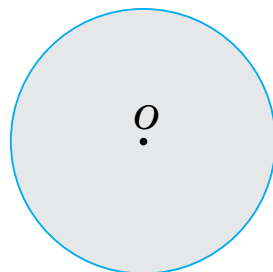


Центр кола вважають і центром круга, радіус і діаметр кола — радіусом і діаметром круга. На відміну від кола, центр круга є точкою круга.

Круг є плоскою фігурою і тому має *площу*.



Площу круга позначають буквою S .



Мал. 31

Запам'ятайте!

Формула площі круга

Площа круга дорівнює добутку числа π і квадрата радіуса:

$$S = \pi R^2.$$

Задача 3 Знайдіть площу круга, радіус якого дорівнює 4 см.

Розв'язання

$$S = \pi R^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 3,14 \cdot 16 = 50,24 \text{ (см}^2\text{)}.$$

3. Круговий сектор

Ситуація. Софійка, коли побачила шматочок піци, запитала свого брата Тараса: «А яку форму має шматок піци?». Допоможіть Тарасові відповісти сестричці.



<https://cutt.ly/H9fKCwp>

Яку форму має шматок піци?

Якщо піцу розрізали на шматки від центра за радіусами, то кожний шматок має форму сектора.

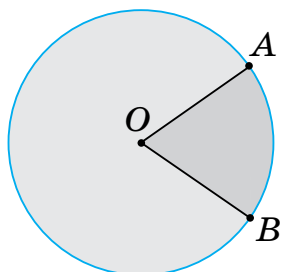


Два радіуси OA і OB поділяють круг на два *сектори* (мал. 32).

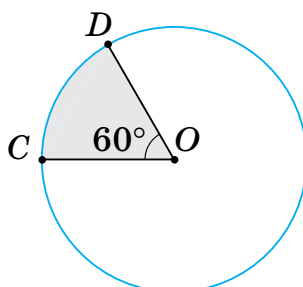
На малюнку 33 показано сектор, у якого кут дорівнює 60° .

Діаметр CD круга поділяє круг на два рівні сектори (мал. 34). Такі сектори є половинами круга. Кут кожного з таких секторів дорівнює 180° .

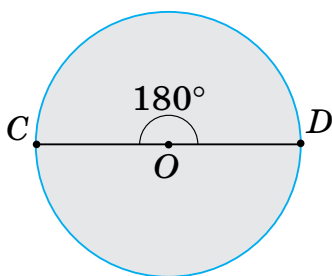
Якщо круг поділити на 4 рівні сектори (мал. 35), то кут кожного сектора дорівнюватиме 90° .



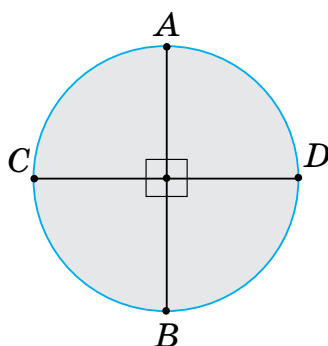
Мал. 32



Мал. 33



Мал. 34



Мал. 35



У рівних секторів — рівні кути.

Сума кутів усіх секторів, на які поділено круг, дорівнює 360° .



Задача 4 Круг поділено на 3 рівні сектори. Знайдіть градусну міру кута сектора.

Розв'язання Сума кутів усіх секторів дорівнює 360° .

Круг поділено на 3 рівні сектори, тому $360^\circ : 3 = 120^\circ$.

Отже, кут сектора дорівнює 120° .



Чи можна стверджувати, що для визначення кута сектора потрібно 360° поділити на кількість секторів?

Ні. Так діють, якщо сектори рівні між собою.



Задача 5 Круг поділено на 3 сектори з кутами 80° , 120° і 160° . Яку частину круга становить кожний сектор?

Розв'язання

Кожний із даних секторів становить частину круга, яку його кут становить від 360° .

$$\text{Звідси: } \frac{80^\circ}{360^\circ} = \frac{2}{9}; \quad \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}; \quad \frac{160^\circ}{360^\circ} = \frac{4}{9}.$$

Дізнайтеся більше

1. Найперші відомі записи наближень числа π датуються близько 1900 р. до н. е.: $256/81 \approx 3,160$ (Єгипет) та $25/8 = 3,125$ (Вавилон). Вважають, що Архімед (287–212 до н. е.) першим запропонував метод обчислення числа π математичним способом. Про сутність цього способу ви дізнаєтеся в курсі геометрії.

2. Загальноприйняте позначення π вперше застосував у своїх роботах Вільям Джонс у 1706 році, узявши першу букву грецьких слів περίφερος — коло і περίμετρος — периметр, тобто довжина кола. Це скорочення сподобалося Л. Ейлеру, праці якого закріпили позначення остаточно.



В. Джонс



Словничок



Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
коло	circle	Kreis (<i>m</i>)	cercle
круг	circle	Kreis (<i>m</i>)	cercle

<https://cutt.ly/O7ENag0>

Пригадайте головне

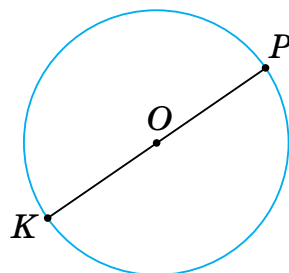
1. Що називається колом?
2. Що таке радіус кола? Діаметр кола?
3. Що показує число π ?
4. Чому дорівнює довжина кола?
5. Що називається кругом?
6. Чому дорівнює площа круга?
7. Поясніть, як можна отримати сектор круга.
8. Чому дорівнює сума кутів усіх секторів, на які поділено круг?

Усне тренування

- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $14,5 + 5,5$; | 2) $16,2 + 3,8$; | 3) $18,4 + 2,6$; |
| $24,5 - 2,2$; | $16 - 5,8$; | $20 - 9,5$; |
| $5,5 \cdot 2$; | $8 \cdot 0,5$; | $2,5 \cdot 2$; |
| $5,5 \cdot 20$; | $8 \cdot 0,2$; | $2,5 \cdot 20$; |
| $5,5 : 5$; | $8 : 0,2$; | $18,6 : 2$; |
| $5,5 : 0,5$; | $0,8 : 2$; | $12,12 : 4$. |

Розв'яжіть задачі

- 751'.** За малюнком 36 назвіть:
- 1) центр кола;
 - 2) радіус кола;
 - 3) діаметр кола.
- 752'.** Чому дорівнює значення відношення довжини кола до довжини його діаметра?



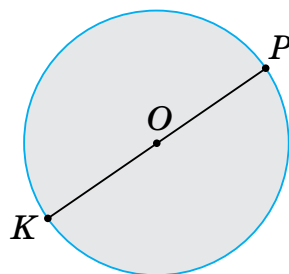
Мал. 36



753'. Чи правильно, що коло більшого діаметра має більшу довжину? Відповідь поясніть.

754'. За малюнком 37 назвіть:

- 1) центр круга;
- 2) радіус круга;
- 3) діаметр круга.



Мал. 37

755'. На скільки секторів можна поділити круг?

756'. Чи правильно, що сума кутів усіх секторів, на які поділено круг, дорівнює:

- 1) 90° ;
- 2) 180° ;
- 3) 360° ?

757'. Побудуйте коло з центром у точці O й радіусом: 1) 1,5 см; 2) 2 см; 3) 30 мм. Проведіть його радіус OA і діаметр BC .

758'. Побудуйте коло з центром у точці O й радіусом: 1) 1 см; 2) 2,5 см. Проведіть його радіус OB і діаметр CD .

759'. Радіус кола — R , діаметр кола — D , довжина кола — C . Якими даними треба доповнити таблицю 19?

Таблиця 19

R	2 см	0,5 м				
D			4 см	0,2 дм		
C					6,28 мм	31,4 дм

760'. Як зміниться довжина кола, якщо:

- 1) його радіус збільшити у 2 рази;
- 2) його діаметр зменшити у 4 рази?



<https://cutt.ly/k9fCtwb>

761'. Як зміниться радіус кола, якщо довжину цього кола:

- 1) збільшити у 3 рази;
- 2) зменшити у 2 рази?



762°. Як зміниться:

- 1) довжина кола, якщо його радіус зменшити у 3 рази;
- 2) радіус кола, якщо довжину цього кола збільшити в 4 рази?

763°. Побудуйте круг із центром у точці O й радіусом:

- 1) 1,5 см;
- 2) 2 см;
- 3) 30 мм.

Проведіть його радіус OM і діаметр PK .

764°. Побудуйте круг із центром у точці O й радіусом:

- 1) 1 см;
- 2) 2,5 см.

Проведіть його радіус ON і діаметр DE .

765°. Радіус кола — R , діаметр кола — D , довжина кола — C , площа круга — S . Якими даними треба доповнити таблицю 20?

Таблиця 20

R	4 см					0,06 м
D		2 см			0,4 дм	
C			37,68 см	25,12 дм		
S						

766°. Як зміниться площа круга, якщо його:

- 1) радіус збільшити у 3 рази;
- 2) діаметр зменшити в 4 рази?



<https://cutt.ly/e9fCEYt>

767°. Як зміниться радіус круга, якщо його площу:

- 1) збільшити в 4 рази;
- 2) зменшити в 9 разів?

768°. Як зміниться:

- 1) площа круга, якщо його радіус зменшити у 3 рази;
- 2) радіус круга, якщо його площу збільшити в 4 рази?

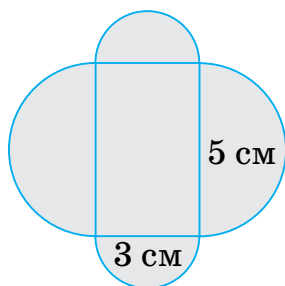
769°. На скільки секторів ділять круг два діаметри?
Побудуйте ці сектори.

- 

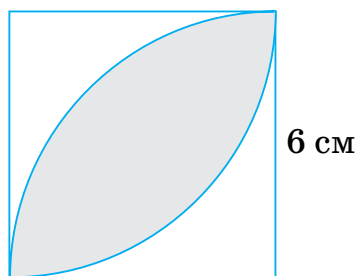
179



- 782.** Круг поділено на сектори. Знайдіть градусні міри кутів цих секторів, якщо вони відносяться як $3 : 4 : 5$.
- 783.** Чи можна стверджувати, що рівні сектори мають рівні площі?
- 784*.** Чи існує круг, у якого площа виражається таким самим числом, що й довжина кола (найменування величин не враховувати)?
- 785*.** Чи можна з квадрата 2×2 дм вирізати круг, довжина кола якого дорівнює 9,42 дм?
- 786*.** Обчисліть площу зафарбованих фігур на малюнках 38–39 ($\pi \approx 3$).



Мал. 38



Мал. 39

Проявіть компетентність

- 787.** Із аркуша паперу вирізано круг. Як, перегинаючи аркуш, знайти центр цього круга?
- 788.** Яка клумба для квітів має більшу площу: та, що має форму квадрата зі стороною 4 м, чи та, що має форму круга з діаметром 4 м?
- 789.** Бабуся пошила нову скатертину на обідній круглий стіл.
- 1) Скільки метрів тканини завширшки 2 м витратила бабуся, якщо діаметр скатертини — 1 м?
 - 2) Чи вистачило бабусі 3,5 м мережива, щоб оздобити скатертину по краю?





§ 17. ДІАГРАМИ

1. Кругові діаграми

Ситуація. Серед учнів 6-А класу провели опитування, у результаті якого виявилось, що 20 шестикласників більш за все полюбують морозиво, 6 учениць — цукерки, а решта, 4 учні, — віддають перевагу тістечкам. Організаторам опитування треба проілюструвати рейтинг улюблених ласощів учнів 6-А класу.



<https://cutt.ly/fwqL4BuV>



Які способи наочного зображення частин цілого або співвідношення величин можна використати взагалі?

Наприклад, діаграми.



Які види діаграм є найзручнішими?

Найчастіше зображення інформації подають у вигляді кругових та стовпчастих діаграм.



Наприклад, співвідношення площ частин світу нашої планети показано на *круговій діаграмі* (мал. 40) та на *стовпчастій діаграмі* (мал. 41).



Мал. 40



Мал. 41



За цими діаграмами можна дати відповіді, наприклад, на такі запитання.

1. Скільки частин світу на нашій планеті?
2. Яка частина світу найбільша?
3. Яка частина світу найменша?
4. Яка з двох частин світу є більшою: Антарктида чи Азія?



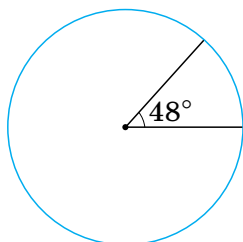
Для побудови кругової діаграми ціле зображають кругом, а окремі частини цілого — секторами круга.

Для побудови кругової діаграми за даними про улюблені ласощі учнів 6-А класу потрібно круг поділити на три сектори у відношенні $20 : 6 : 4$.

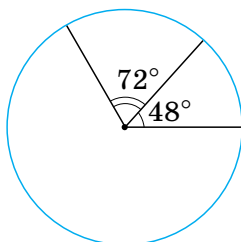
Нехай k — коефіцієнт пропорційності, тоді $20k + 6k + 4k = 360^\circ$.

Звідси $k = 12^\circ$, а $20k = 20 \cdot 12^\circ = 240^\circ$, $6k = 6 \cdot 12^\circ = 72^\circ$, $4k = 4 \cdot 12^\circ = 48^\circ$.

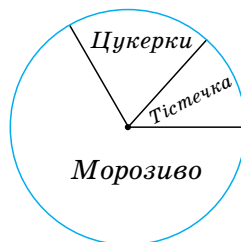
Отже, круг треба поділити на сектори з кутами: 240° , 72° і 48° . Починаємо побудову з найменшого кута (мал. 42–44).



Мал. 42



Мал. 43



Мал. 44



Для побудови кругової діаграми потрібно встановити, на скільки секторів ділять круг і чому дорівнює кут кожного сектора.

2. Стовпчасті діаграми

<https://cutt.ly/4wqL7iqG>



Як ще можна проілюструвати рейтинг улюблених ласощів учнів 6-А класу?



Наприклад, за допомогою візуалізації (мал. 45–47).



**20 учнів**

Мал. 45

**6 учнів**

Мал. 46

**4 учні**

Мал. 47

Однак такий спосіб не завжди зручний, особливо, якщо треба порівняти багато величин. Більш зручними є стовпчасті діаграми.



Як побудувати стовпчасту діаграму?

Розглянемо алгоритм побудови на прикладі ситуації з розподілом солодошів.



Для побудови стовпчастої діаграми величини, що порівнюються, зображують стовпчиками однакової ширини. Висота стовпчиків або дорівнює даним величинам, або пропорційна до них.

Для побудови діаграми солодошів на горизонтальній прямій розмістимо три стовпчики однакової ширини. Їх висоту визначимо пропорційно до кількості учнів, що надають перевагу морозиву, цукеркам або тістечкам:

$$20 \cdot 0,25 \text{ см} = 5 \text{ см}, \quad 6 \cdot 0,25 \text{ см} = 1,5 \text{ см},$$

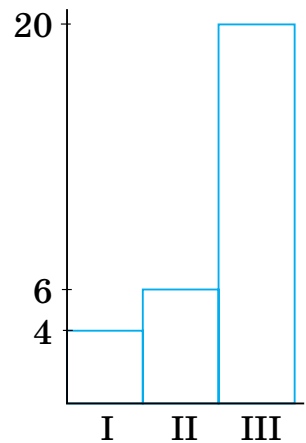
$$4 \cdot 0,25 \text{ см} = 1 \text{ см}.$$

Для зручності ліворуч проведемо вертикальну пряму для позначення кількості учнів (мал. 48).



Для побудови стовпчастої діаграми можна обрати будь-яку ширину стовпчика і будь-яку відстань між стовпчиками.

I — тістечка
II — цукерки
III — морозиво



Мал. 48



Усі стовпчики мають бути розташовані на однакових відстанях один від одного або прилягати один до одного.

Дізнайтеся більше

1. **Конфорович Андрій Григорович** (1923–1997) — фахівець у галузі історії математики і популяризації математичних знань в Україні. У його доробку — понад 200 друкованих праць. Основні з них: «Дорогами Унікурсалії», «Визначні математичні задачі», «Колумби математики», «Математична мозаїка», «Математичні софізми і парадокси», «Математика служить людині», «Добрий день, Архімеде!» та інші.



2. Слово «діаграма» походить від грецького *diagramma*, яке означає зображення, креслення. Діаграми широко використовують у науці та різних сферах суспільного життя, при підготовці матеріалів презентацій та наукових доповідей.

Словничок



Українська

діаграма

Англійська/
English

chart

Німецька/
Deutsch

Diagramm (n)

Французька/
Français

diagramme

<https://cutt.ly/I7ENQw0>

Пригадайте головне

1. Для чого використовують діаграми?
2. Поясніть, як будують кругову діаграму.
3. Поясніть, як будують стовпчасту діаграму.

Усне тренування

- 1) $(45 : 0,9 + 5 : 0,5 - 25) \cdot 0,2$;
- 2) $990 : (0,2 \cdot 50 + 10 : 0,1) - 1$.

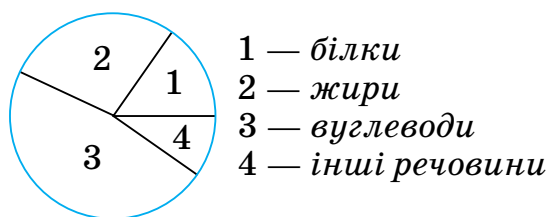
Розв'яжіть задачі

790. Якою фігурою на круговій діаграмі зображають:

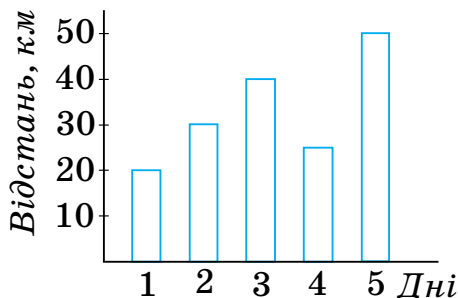
- 1) ціле; 2) частину цілого?



- 791'.** За допомогою кругової діаграми треба порівняти 5 частин цілого. На скільки секторів треба поділити круг?
- 792'.** На круговій діаграмі (мал. 49) показано розподіл поживних речовин у молочному шоколаді. Чи правильно, що за діаграмою можна визначити, вміст яких речовин:
- 1) переважає;
 - 2) є найменшим?



Мал. 49



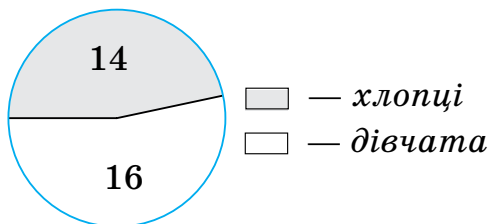
Мал. 50

- 793'.** Якими фігурами на стовпчастій діаграмі зображають величини, що порівнюються?
- 794'.** За допомогою стовпчастої діаграми треба порівняти 6 величин. Скільки стовпчиків треба зобразити?
- 795'.** На стовпчастій діаграмі (мал. 50) показано відстані, які долав турист протягом 5 днів. Чи правильно, що за діаграмою можна визначити, у який день турист подолав:
- 1) найбільшу відстань;
 - 2) найменшу відстань?
- 796'.** Якої градусної міри мають бути кути секторів на круговій діаграмі, якщо:
- 1) у класі навчається 13 хлопців і 17 дівчат;
 - 2) до магазину завезли 20 кг ящиків і 16 ящиків груш?
- 797'.** За круговою діаграмою (мал. 51) визначте, скільки в 6-А класі:
- 1) хлопців;
 - 2) дівчат;
 - 3) учнів.

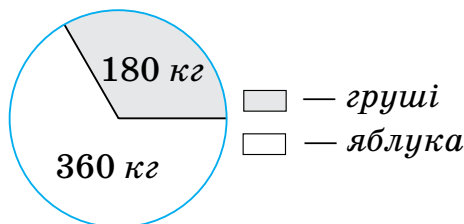

<https://cutt.ly/C6Azr4D>



798°. За круговою діаграмою (мал. 52) визначте, скільки кілограмів фруктів кожного виду завезли в магазин.



Мал. 51



Мал. 52

799°. У саду ростуть фруктові дерева, серед яких 50 яблунь, 30 груш і 40 слив. За цими даними побудуйте кругову діаграму.



800°. У селі 120 будинків, з яких під залізним дахом — 35, під черепичним — 50, а решта — під шифером. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

801°. Серед шестикласників $\frac{1}{9}$ відвідують літературний гурток, $\frac{5}{9}$ — хореографічний гурток, а $\frac{3}{9}$ — вокальний.

Побудуйте кругову діаграму, що зображує відвідування шестикласниками гуртків.

802°. Вода займає $\frac{7}{10}$ поверхні Землі, а суша — лише $\frac{3}{10}$ її поверхні. Побудуйте кругову діаграму, що зображує площі води і суші на Землі.



803°. Якої висоти можуть бути стовпчики стовпчастої діаграми, якщо:

- 1) у класі навчається 15 хлопців і 13 дівчат;
- 2) у магазин завезли 25 ящиків яблук і 20 ящиків груш?

804°. За стовпчастою діаграмою (мал. 53) визначте, скільки в 6-Б класі:

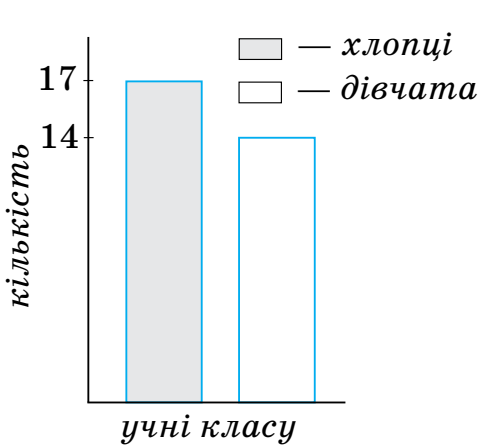
- 1) хлопців;
- 2) дівчат;
- 3) учнів.



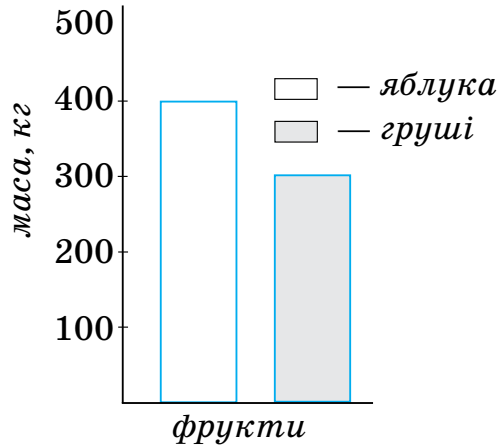
<https://cutt.ly/36Azmlb>



805°. За стовпчастою діаграмою (мал. 54) визначте, скільки кілограмів фруктів кожного виду завезли в магазин.



Мал. 53



Мал. 54

806°. У 6-В класі після уроків 12 учнів відвідують спортивну секцію, 6 учнів — музичну школу, 5 учнів — художню школу, 8 учнів — танцювальний гурток, а 3 учні — проводять час удома. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.

807. У фруктовому саду ростуть 150 фруктових дерев, з яких яблунь — 60, груш — 45, слив — 35, а решта — вишні. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.

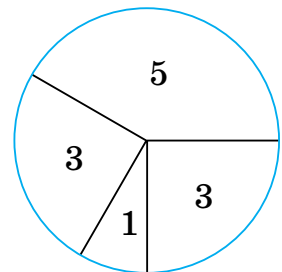


808. Кругова діаграма показує квіткові вподобання дівчат 6-Б класу: троянди, гвоздики, тюльпани й нарциси (мал. 55). Відомо, що:

1) більшість дівчат надають перевагу трояндам;

2) гвоздики й тюльпани люблять однакова кількість дівчат.

Скільки дівчат цього класу люблять троянди? Гвоздики? Тюльпани? Нарциси?



5 — троянди
3 — гвоздики
3 — тюльпани
1 — нарциси

Мал. 55

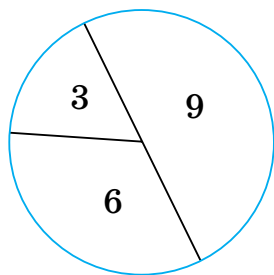
809. Кругова діаграма показує вподобання хлопців 6-В класу щодо кінофільмів



мів: пригоди, фантастика й бойовики (мал. 56). Відомо, що:

- 1) більшість хлопців надають перевагу пригодам;
- 2) фантастику любляють найменше.

Скільки хлопців цього класу із задоволенням дивляться пригоди? Фантастику? Бойовики?



3 — фантастика
6 — бойовики
9 — пригоди

Мал. 56

- 810.** У щоденнику спостережень Тетянка відмітила, що у вересні було сонячних днів — 16, хмарних — 8, а дощових — 6. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

- 811.** За результатами опитування дівчат 6-Б класу встановлено, що 6 із них надають перевагу білому кольору, 4 — рожевому, а 2 — блакитному. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

- 812.** Установлено, що для школярів найбільш раціональним є чотириразовий режим харчування: перший сніданок становить $\frac{1}{4}$ денного раціону, другий сніданок — $\frac{3}{20}$, обід — $\frac{2}{5}$ і вечеря — $\frac{1}{5}$. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

- 813.** У людському організмі вода становить $\frac{3}{5}$, білки — $\frac{1}{5}$, жири — $\frac{3}{20}$, вуглеводи та інші речовини — $\frac{1}{20}$. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

- 814.** У листопаді кількість сонячних, хмарних і дощових днів відносяться як 6 : 5 : 4 відповідно. Скільки сонячних, хмарних і дощових днів було в цьому місяці? За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.

- 815.** У магазин завезли 30 ящиків цукерок, печива і вафель у відношенні 8 : 4 : 3. Скільки ящиків цукерок, печи-

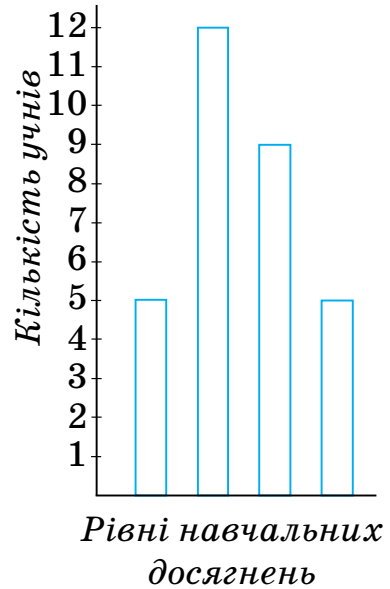


ва і вафель завезли в магазин?
За цими даними побудуйте
стовпчасту діаграму.

- 816.** Стовпчаста діаграма показує
рівень навчальних досягнень
учнів 6-А класу (мал. 57). Під-
писи рівнів відсутні. Відомо,
що:

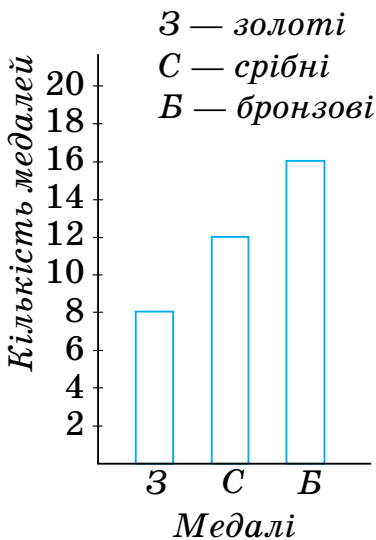
- 1) найбільше учнів навчається
на достатньому рівні;
- 2) на високому й початковому
рівнях навчається однакова
кількість учнів.

Визначте кількість учнів за
кожним рівнем навчальних
досягнень.

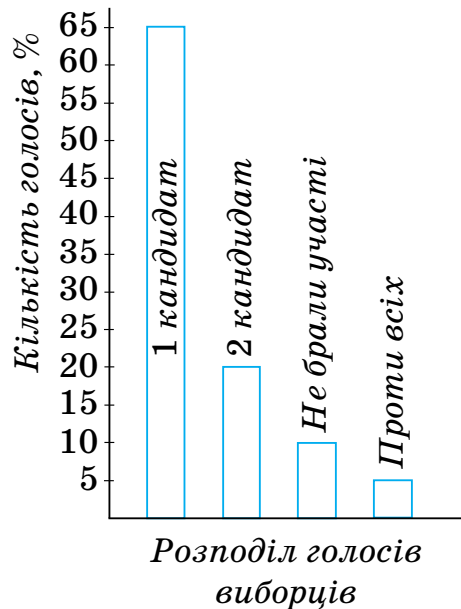


Мал. 57

- 817.** Визначте, скориставшись стовпчастою діаграмою
(мал. 58), скільки медалей кожного виду виборола спор-
тивна команда на олімпіаді. Побудуйте кругову діаграма-
му розподілу здобутих медалей за їх видами.



Мал. 58



Мал. 59



- 818.** Визначте, скориставшись стовпчастою діаграмою (мал. 59), скільки відсотків голосів набрали на виборах два кандидати на пост мера міста. Побудуйте кругову діаграму розподілу голосів виборців на цих виборах.
- 819*.** Заступник директора школи підбив підсумки контрольної роботи з математики в 6-х класах. Побудуйте кругову діаграму за такими даними:
- 1) у школі навчається 124 шестикласники;
 - 2) відсутніми на контрольній роботі були 4 учні;
 - 3) половина присутніх учнів написали роботу на достатньому рівні;
 - 4) чверть присутніх учнів написали роботу на високому рівні;
 - 5) низький рівень показали 3 учні.
- 820*.** За даними Географічної енциклопедії України, виділено п'ять річок, найдовших за протяжністю на території України: Дніпро — 981 км, Південний Буг — 806 км, Псел — 717 км, Дністер — 705 км, Сіверський Донець — 672 км. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.
- 821*.** Українські Карпати — частина гірської системи Карпат, яка розташована на заході України. До найвищих гір відносять: Говерлу — 2061 м (найвища точка України), Бребенескул — 2032 м, Піп Іван — 2020,5 м, Петрос — 2020 м, Гутин-Томнатик — 2016 м і Ребра — 2010 м. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.

Проявіть компетентність

822. Запишіть, яку частину доби у вас займає час на:



- 1) перебування в школі;
- 2) виконання домашнього завдання;
- 3) заняття улюбленою справою (спортом, танцями, музикою тощо);
- 4) сон;
- 5) інші справи.

За цими даними побудуйте кругову і стовпчасту діаграми.

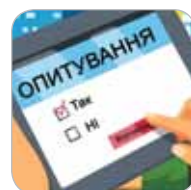


823. Проведіть опитування однокласників на обрану тему. Наприклад, «Чи є математика вашим улюбленим предметом?».

Відповіді можуть бути такими:

1) так; 2) ні; 3) складно відповісти.

За цими даними побудуйте або кругову, або стовпчасту діаграму.



§ 18. ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

1. Знаходження відсотка числа



<https://cutt.ly/lwqJ5wjp>



Як визначити, скільки ватрушок з'їв Карлсон, знаючи, скільки відсотків це становить?



Упорядкувати дані. Скласти та розв'язати пропорцію, урахувавши, що задані величини — прямо пропорційні.



Було: ↑ 25 в. – 100% ↑

З'їв: ↑ ? – 40% ↑

Нехай x – кількість ватрушок, які з'їв Карлсон. Тоді

$$25 : x = 100 : 40, \quad x = (25 \cdot 40) : 100,$$

$$x = 1000 : 100, \quad x = 10.$$

Відповідь: Карлсон з'їв 10 ватрушок.



Щоб знайти число x , яке становить d відсотків числа a , складають пропорцію:

$$\text{якщо} \quad \begin{array}{l} a — 100 \% \\ x — d \%, \end{array} \quad \text{то} \quad a : x = 100 : d.$$

2. Знаходження числа за його відсотком

Ситуація. Учасники математичного турніру розв'язували задачу: «У 6-А класі високий рівень навчальних досягнень мають 6 учнів, що становить 20 % учнів класу. Скільки учнів навчається в 6-А класі?». Допоможіть Тарасикові розв'язати цю задачу.



Як знайти загальну кількість учнів 6-А класу за відомим відсотком відмінників?

Упорядкувати дані. Скласти та розв'язати пропорцію, урахувавши, що задані величини — прямо пропорційні.



$$\begin{array}{llll} \text{Всього у класі:} & \uparrow ? & — & 100 \% \uparrow \\ \text{На високому рівні:} & \uparrow 6 \text{ учн.} & — & 20 \% \uparrow \end{array}$$

Нехай x — кількість учнів у 6-А класі.

Тоді складаємо пропорцію: $\frac{6}{x} = \frac{20}{100}$.

Звідси $x = \frac{6 \cdot 100}{20}$, $x = 30$.

Отже, в 6-А класі навчається 30 учнів.



Щоб знайти число x за його частиною b , яка становить d відсотків, складають пропорцію:

$$\text{якщо} \quad \begin{array}{l} x — 100 \% \\ b — d \%, \end{array} \quad \text{то} \quad x : b = 100 : d.$$



3. Знаходження відсоткового відношення двох чисел

Ситуація. Із 24 учнів 6-Б класу в спортивних змаганнях брали участь 18 учнів. Допоможіть учнівській раді школи визначити, який відсоток учнів 6-Б класу взяв участь у спортивних змаганнях.



<https://cutt.ly/5wqJ5PTy>



Як знайти відсоткове відношення тих учнів 6-Б класу, які брали участь у змаганнях, до всіх учнів цього класу?

Упорядкувати дані. Скласти та розв'язати пропорцію, урахувавши, що задані величини — прямо пропорційні.



Всього у класі:	↑ 24 учн.	—	100 %	↑
Брали участь:	↑ 18 учн.	—	?	↑

Нехай x — відсоток учнів, які брали участь у змаганнях.

Тоді складаємо пропорцію: $18 : 24 = x : 100$.

Звідси $x = (18 \cdot 100) : 24$,
 $x = 75$.

Отже, 75 % учнів 6-Б класу брали участь у спортивних змаганнях.



Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел a і b складають пропорцію:

якщо $a — 100 \%$
 $b — x \%$, то $a : b = 100 : x$.



Чи правильно, що для знаходження відсоткового відношення чисел a і b можна скласти обернене відношення цих чисел і помножити його на 100?

Так. Це впливає з основної властивості пропорції.





4. Знаходження зміни відсотка за зміною числа



<https://cutt.ly/pwqJ6wmB>



Ситуація. Бджоли за день принесли до вулика 2 кг меду. Наступного дня вони працювали краще й зібрали 2,5 кг меду. Допоможіть пасічникам визначити, на скільки відсотків більше зібрали меду бджоли за другий день.



Як знайти зміну відсотка меду за зміною маси меду?

Упорядкувати дані. Скласти та розв'язати пропорцію, урахувавши, що задані величини — прямо пропорційні.



I день:	↓ 2 кг	—	100 %	↓
II день:	↓ 2,5 кг	—	(100 + ?) %	↓

Нехай x — кількість відсотків, на яку збільшилась маса меду.

Тоді складаємо пропорцію: $\frac{2}{2,5} = \frac{100}{100 + x}$.

$$\text{Звідси } 100 + x = \frac{2,5 \cdot 100}{2},$$

$$x = 125 - 100,$$

$$x = 25.$$

Отже, другого дня бджоли зібрали меду на 25 % більше.



Щоб знайти зміну відсотка x за зміною числа a до числа b складають пропорцію:

якщо $\begin{matrix} a - 100 \% \\ b - (100 + x) \% \end{matrix}$, то $a : b = 100 : (100 + x)$.



Чи можна в такий спосіб розв'язувати задачі на зменшення числа?

Так. У цьому випадку треба скласти пропорцію $a : b = 100 : (100 - x)$.





5. Знаходження числа за його відсотковою зміною

Ситуація. В 11 років Іванко має зріст 130 см. Допоможіть медичному працівникові визначити, яким був зріст Іванка в 10 років, якщо за рік його зріст збільшився на 4 %.



<https://cutt.ly/HwqJ6nAn>



Як знайти зріст Іванка в сантиметрах за відомою зміною його зросту у відсотках?

Упорядкувати дані. Скласти та розв'язати пропорцію, урахувавши, що задані величини — прямо пропорційні.



Зріст у 10 років: $\downarrow$? — 100 %, $\downarrow$
 Зріст у 11 років: $\downarrow$ 130 см — (100 + 4) %.

Нехай x — зріст Іванка в 10 років.

Тоді складаємо пропорцію: $\frac{x}{130} = \frac{100}{104}$.

Звідси $x = \frac{130 \cdot 100}{104}$, $x = 125$.

Отже, зріст Іванка в 10 років становив 125 см.



Щоб знайти число x , яке змінилося до числа b , за його відсотковою зміною n складають пропорцію:

якщо $\begin{matrix} x - 100 \% \\ b - (100 + n) \% \end{matrix}$, то $x : b = 100 : (100 + n)$.



Чи можна зріст Іванка в 11 років прийняти за 100 %?

Так.



Чи відповідатимуть тоді (100 – 4) % зросту Іванка в 10 років?

Ні, оскільки 4 % числа 130 не дорівнюють 4 % числа 125.





6. Знаходження відсоткового відношення двох чисел за зміною числа

Ситуація. За перший день Марійка прочитала 20 сторінок книжки, а за другий — на 5 сторінок більше. Допоможіть її дідусеві визначити, скільки відсотків становить прочитане за другий день від того, що прочитала дівчинка за перший день.



<https://cutt.ly/mwqJ6BWB>



Як знайти відсоткове відношення кількості прочитаних сторінок за другий день порівно з першим днем за відомою зміною кількості сторінок?

Упорядкувати дані. Скласти та розв'язати пропорцію, урахувавши, що задані величини — прямо пропорційні.



<i>I день:</i>	↓	20 стор.	—	100 %	↓
<i>II день:</i>	↓	(20 + 5) стор.	—	?	↓

Нехай x — кількість сторінок у відсотках, які прочитала Марійка за другий день.

Тоді складаємо пропорцію: $20 : (20 + 5) = 100 : x$.

Звідси $x = (25 \cdot 100) : 20$, $x = 125$.

Отже, за другий день Марійка прочитала 125 % прочитаного за перший день.



Щоб знайти відсоткове відношення $100 : x$ двох чисел a і $a + n$ за зміною числа a на n складають пропорцію:

якщо
$$\begin{array}{l} a — 100 \% \\ a + n — x \%, \end{array}$$
 то
$$a : (a + n) = 100 : x.$$



Чим можна такий спосіб розв'язувати задачі на зменшення числа?

Так. У цьому випадку треба скласти пропорцію $a : (a - n) = 100 : x$.





Дізнайтеся більше

У параграфі ви розглянули розв'язування задач за допомогою алгебраїчного способу. Проте кожен з них можна розв'язати й арифметичним способом, до того ж не одним.

З а д а ч а. Мама Малюка спекла 25 ватрушок із сиром. Карлсон з'їв 40 % усіх ватрушок. Скільки ватрушок з'їв Карлсон?

Р о з в' я з а н н я.

Арифметичний спосіб 1

1. Скільки ватрушок становить 1 %?

$$25 : 100 = 0,25 \text{ (в.)}$$

2. Скільки ватрушок становлять 40 %?

$$40 \cdot 0,25 = 10 \text{ (в.)}$$

Отже, Карлсон з'їв 10 ватрушок із сиром.

Арифметичний спосіб 2

1. Як виразити 40 % дробом?

$$40 \% = 0,4.$$

2. Скільки ватрушок становлять 40 %?

$$25 \cdot 0,4 = 10 \text{ (в.)}$$

Отже, Карлсон з'їв 10 ватрушок із сиром.

Словничок



Українська

Англійська/
English

Німецька/
Deutsch

Французька/
Français

відсоток

percentage

Prozentsatz (*m*)

pourcentage

<https://cutt.ly/j7ENK7d>

Пригадайте головне

1. Яку пропорцію складають, щоб знайти відсоток числа?
2. Яку пропорцію складають, щоб знайти число за його відсотком?
3. Яку пропорцію складають, щоб знайти відсоткове відношення двох чисел?
4. Яку пропорцію складають, щоб знайти зміну відсотка за зміною числа?
5. Яку пропорцію складають, щоб знайти число за його відсотковою зміною?
6. Яку пропорцію складають, щоб знайти відсоткове відношення двох чисел за зміною числа?



Усне тренування

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1) $x : 5 = 6 : 15$; | $12 : 8 = y : 3$; | $25 : z = 2 : 4$; |
| 2) $11 : x = 3 : 6$; | $3 : 2 = 9 : y$; | $7 : 12 = 4 : z$; |
| 3) $x : 0,5 = 20 : 2$; | $12 : 0,2 = y : 5$; | $1 : z = 6 : 4,8$; |
| 4) $15 : 0,5 = x : 2$; | $15 : y = 1 : 0,2$; | $z : 15 = 0,4 : 0,6$; |
| 5) $1,4 : 7 = x : 4$; | $2,5 : 0,2 = y : 0,4$; | $2 : 4 = 0,5 : z$. |

Розв'яжіть задачі

824'. Як знайти:

- 1) 1 % числа a ;
- 2) 25 % числа a ;
- 3) n % числа a ?



825'. Петрик стверджує, що для знаходження 10 % числа a , треба число a поділити на 10. Чи правий Петрик? Відповідь поясніть.

826'. За умовою задачі склали скорочений запис:

- 1) $120 — 100 \%$, 2) $70 — 100 \%$, 3) $20 — 100 \%$,
 ? — 30 %; ? — 50 %; ? — 150 %.

Яку пропорцію треба скласти для розв'язування задачі?

827'. Як знайти число b , якщо відоме значення його 1 %?

828'. Катруся стверджує, що для знаходження числа b , 50 % якого дорівнюють 60, треба 60 помножити на 2. Чи права Катруся? Відповідь поясніть.

829'. Як знайти число за значенням його відсотка:

- 1) 10 %; 2) 25 %?

830'. За умовою задачі склали скорочений запис:

- 1) ? — 100 %, 2) ? — 100 %, 3) ? — 100 %, 40 — 10 %;
 50 — 25 %; 450 — 50 %.

Яку пропорцію треба скласти для розв'язування задачі?

831'. За допомогою якого виразу можна знайти відсоткове відношення чисел 5 і 30: $\frac{5}{30} \cdot 100$ чи $\frac{30}{5} \cdot 100$?

Відповідь поясніть.



832°. За умовою задачі склали скорочений запис:

- 1) $160 - 100\%$, 2) $250 - 100\%$, 3) $600 - 100\%$,
40 — ? %; 50 — ? %; 450 — ? %.

Яку пропорцію треба скласти для розв'язування задачі?

833°. Знайдіть для числа 450 його:

- 1) 2 %;
2) 20 %;
3) 52 %;
4) 120 %.



<https://cutt.ly/xwqKqjcq>

834°. Знайдіть для числа 240 його:

- 1) 30 %
2) 150 %.

835°. У магазин завезли 2000 кг яблук. За перший день продали 35 % усіх яблук. Скільки кілограмів яблук продали за перший день?



836°. У школі навчається 800 учнів. Дівчата становлять 54 % всіх учнів. Скільки дівчат навчається в цій школі?

837°. Знайдіть число, 45 % якого дорівнюють:

- 1) 90;
2) 180;
3) 36;
4) 4,5.

838°. Знайдіть число, 30 % якого дорівнюють:

- 1) 15;
2) 60.

839°. За перший день походу туристи подолали 30 км, що становить 15 % запланованої відстані. Яку відстань планують подолати туристи в поході?





840°. На придбання зошитів Марійка витратила 50 грн, що становить 20 % усіх її грошей. Скільки гривень було в Марійки спочатку?



841°. Дано число:

- 1) 20;
- 2) 25;
- 3) 50;
- 4) 250.

Скільки відсотків даного числа становить число 5?



<https://cutt.ly/a9gqgyD>

842°. Дано число: 1) 14; 2) 70. Скільки відсотків даного числа становить число 7?

843°. На рік сім'я заготовила 10 мішків картоплі. За три місяці осені з'їли 2,5 мішка картоплі. Скільки відсотків картоплі використала сім'я восени?



844°. У Сашковому акваріумі 24 риби, з них 6 — скалярії. Скільки відсотків усіх рибок в акваріумі становлять скалярії?



845°. У 6-Б класі навчається 25 учнів, з них 15 учнів відвідують спортивні секції. Скільки відсотків спортсменів у 6-Б класі?



846°. У квітковий магазин завезли 150 троянд, серед них — 60 білих. Скільки відсотків становлять білі троянди?

847°. На стіні, площа якої дорівнює 14 м^2 , повісили телевізор площею $0,854 \text{ м}^2$. Скільки відсотків площі стіни займає телевізор?

848°. У кімнаті з площею 25 м^2 поставили диван, що зайняв 5 м^2 . Скільки відсотків площі кімнати займає диван?

849°. Число 50 збільшили на 20. На скільки відсотків збільшилося число?



<https://cutt.ly/R9gqE9z>



850°. Число 60 збільшили на 15. На скільки відсотків збільшилося число?

851°. Число 40 зменшили на 10. На скільки відсотків зменшилося число?

852°. Число 80 зменшили на 40. На скільки відсотків зменшилося число?

853°. На рік сім'я заготовила 10 мішків картоплі. За три місяці осені частину картоплі з'їли, й залишилося 7,5 мішка. На скільки відсотків зменшився запас картоплі за осінь?



854°. У Сашковому акваріумі було 20 рибок. Йому подарували ще кілька скалярій, і в акваріумі стало 25 рибок. На скільки відсотків більше стало рибок в акваріумі Сашка?



855°. У 6-Б класі на початку року навчалось 25 учнів, а на кінець року — 30 учнів. На скільки відсотків збільшилася кількість учнів 6-Б класу?

856°. У квітковий магазин спочатку завезли 120 троянд, а потім — ще якусь кількість цих квітів, і в магазині стало 180 троянд. На скільки відсотків збільшився запас троянд у магазині?



857°. Площа квадрата дорівнювала 45 см^2 . Його сторону зменшили, і площа квадрата стала дорівнювати 36 м^2 . На скільки відсотків зменшилася площа квадрата?

858°. Площа прямокутника дорівнювала 50 м^2 . Його сторони зменшили і площа прямокутника стала дорівнювати 30 м^2 . На скільки відсотків зменшилася площа прямокутника?

859°. Деяке число збільшили на:

- | | |
|----------|----------|
| 1) 10 %; | 3) 25 %; |
| 2) 20 %; | 4) 50 %. |

Яке число було спочатку, якщо отримали число 33?



860°. Деяке число збільшили на 25 % й отримали число 50.
Яке число було спочатку?

861°. Деяке число зменшили на:

- 1) 20 %; 3) 50 %;
2) 25 %; 4) 75 %.

Яке число було спочатку, якщо отримали число 60?



<https://cutt.ly/z9gqKBQ>

862°. Деяке число зменшили на 10 % й отримали число 45.
Яке число було спочатку?

863°. Знайдіть число, після збільшення якого на 20 % було отримано число: 1) 84; 2) 240.

864°. Знайдіть число, після збільшення якого на 60 % було отримано число 640.

865°. Знайдіть число, після зменшення якого на 80 % було отримано число:
1) 60; 2) 140.

866°. Знайдіть число, після зменшення якого на 30 % було отримано число 28.

867°. В один вулик бджоли за день принесли на 15 % менше меду, ніж у другий. Скільки кілограмів меду принесли бджоли в перший вулик, якщо в другий вулик вони принесли 2,3 кг меду?



868°. Смартфон у Богдана на 20 % дорожчий, ніж у Тараса. Скільки гривень коштує смартфон Тараса, якщо за смартфон Богдана його батьки заплатили 6000 грн?



869°. За один місяць у магазині продали товарів на певну суму, а за наступний — на 8 % менше. На яку суму продали товару в магазині за перший місяць, якщо за другий місяць його було продано на суму 46 000 грн?



<https://cutt.ly/89gq7ha>



870°. Квитки в цирк за місяць подорожчали на 20 %. Скільки гривень коштував квиток у цирк, якщо після подорожчання він став коштувати 60 грн?



871°. Скільки гривень коштував товар, якщо після підвищення його ціни на 15 % він став коштувати 690 грн?



872°. У банку на вклади громадян нараховують 7 % річних. Скільки гривень було покладено на рахунок у банк, якщо через рік на рахунку стало 12 840 грн?



873°. Число 50 збільшили на a . Знайдіть відсоткове відношення числа 50 й отриманого числа, якщо:

- 1) $a = 10$; 3) $a = 25$;
2) $a = 5$; 4) $a = 30$.



<https://cutt.ly/U6AzDUf>

874°. Число 25 збільшили на a . Знайдіть відсоткове відношення отриманого числа і числа 25, якщо $a = 15$.

875°. Число 24 зменшили на b . Знайдіть відсоткове відношення отриманого числа і числа 24, якщо:

- 1) $b = 12$; 3) $b = 15,6$;
2) $b = 6$; 4) $b = 8,7$.

876°. Число 36 зменшили на b . Знайдіть відсоткове відношення числа 36 й отриманого числа, якщо $b = 2,4$.

877°. Вінні-Пух купив 16 баночок згущеного молока. За день він з'їв 3 баночки. Скільки відсотків згущеного молока залишилось у Вінні-Пуха?



878°. Мама купила 25 кг борошна. За перший тиждень вона витратила 3 кг борошна. Скільки відсотків борошна залишилось у мами?



879°. У магазині за перший день продали 150 кг кавунів, а за другий — на 90 кг більше, ніж за перший. Скільки відсотків кавунів продали в магазині за другий день порівняно з першим?





880°. Оксанка за один тиждень отримала 8 оцінок «10», а за наступний — на 2 оцінки більше. Скільки відсотків оцінок «10» отримала дівчинка за цей тиждень порівняно з минулим?

881. Що більше:

- 1) 20 % числа 50 чи 50 % числа 20;
- 2) 10 % числа 120 чи 50 % числа 24?

882. Що менше: 10 % числа 25 чи 25 % числа 10?

883. У міському парку посадили 50 дерев, з яких 20 % становлять ялинки, а решту — сосни. Скільки дерев кожного виду посадили в парку?



884. У цеху працює 400 робітників. Чоловіки становлять 75 % усіх робітників цеху. Скільки жінок працює в цеху?

885. Яке із двох чисел менше:

- 1) 15 % якого дорівнюють 30 чи 30 % якого дорівнюють 15;
- 2) 25 % якого дорівнюють 100 чи 10 % якого дорівнюють 40?

886. Яке із двох чисел більше: 50 % якого дорівнюють 10 чи 10 % якого дорівнюють 50?

887. У магазин привезли фрукти. Серед них 400 кг яблук, що становить 20 % загальної кількості фруктів, а груш — на 100 кг менше. Решту фруктів становили сливи. Скільки всього кілограмів фруктів привезли до магазину? Скільки кілограмів слив привезли до магазину?



888. У першому цеху працює 180 робітників, що становить 45 % усіх робітників заводу. У другому цеху — на 50 робітників менше, ніж у першому. Решта робітників працює в третьому цеху. Скільки всього робітників працює на заводі? Скільки робітників працює в третьому цеху?





- 889.** Тетянка прочитала 80 сторінок книжки, після чого їй залишилося прочитати ще 120 сторінок. Скільки відсотків усіх сторінок книжки прочитала Тетянка?
- 890.** Токар до обіду обточив 13 деталей, а після обіду — 12 деталей. Скільки відсотків усіх деталей обточив токар після обіду?
- 891.** Порівняйте відсоткове відношення пар чисел:
1) 12 і 4 та 15 і 3; 2) 8 і 40 та 5 і 25.
- 892.** Порівняйте відсоткове відношення пар чисел:
15 і 10 та 9 і 6.
- 893.** Сторони прямокутника дорівнювали 8 см і 10 см. Кожну його сторону збільшили на 50 %. Як змінився периметр прямокутника?
- 894.** Сторони прямокутника дорівнювали 16 см і 24 см. Кожну його сторону збільшили на 25 %. Як змінився периметр прямокутника?
- 895.** Число 60 збільшили на 25 %, а потім ще на 15 %. Яке число отримали?
- 896.** Число 64 зменшили на 25 %, а потім ще на 35 %. Яке число отримали?
- 897.** Число 48 збільшили на 55 %, а потім зменшили на 15 %. Яке число отримали?
- 898.** Число 150 зменшили на 75 %, а потім збільшили на 40 %. Яке число отримали?
- 899.** Число зменшили на 20 %. На скільки відсотків потрібно збільшити нове число, щоб отримати задане?
- 900.** Число зменшили на 30 %, а потім збільшили на 30 %. Як змінилося число?
- 901.** Сторони прямокутника дорівнюють 4 см і 12 см. На скільки відсотків зміниться периметр прямокутника, якщо кожную його сторону:
1) збільшити вдвічі; 2) зменшити в 4 рази?



902. Сторони прямокутника дорівнюють 6 см і 10 см. На скільки відсотків зміниться периметр прямокутника, якщо кожную його сторону:

- 1) збільшити на 2 см; 2) зменшити на 4 см?

903. У трикутнику зі сторонами 5 см, 5 см і 8 см кожную сторону збільшили на 3 см. На скільки відсотків збільшився периметр трикутника?

904. Микола Петрович поклав у банк 15 000 грн на два роки.



Щороку банк нараховує 8 % річних. Скільки гривень отримає вкладник через два роки?

905. Банк надає кредит 50 000 грн зі ставкою 10 % річних. Яку суму потрібно повернути банку через два роки?



906. За перший день походу туристи подолали 30 % запланованого шляху, за другий — 20 %, а за третій — решту 90 км. Знайдіть відстань, яку мали подолати туристи за три дні походу.



907. Перше оповідання становить 35 % книжки, друге — 25 %, а третє — решту 80 сторінок. Скільки всього сторінок у книжці?

908. Під час сушіння виноград втрачає 70 % своєї маси. Скільки кілограмів родзинок отримають із 10 кг винограду? Скільки кілограмів винограду потрібно взяти, щоб отримати 15 кг родзинок?



909. Із посадженого насіння соняшника зійшло 180 зерен насіння, що становить 90 % кількості посадженого насіння. Скільки зерен соняшника було посаджено? Скільки зерен насіння зійде, якщо посадити 350 зерен соняшника?



910. Тато отримував зарплату 12 000 грн. Потім йому підвищили зарплату, і він став отримувати 14 400 грн. На скільки відсотків підвищили зарплату татові?





- 911.** Спортсмен пробігає 12 км за день. Тренер вирішив збільшити його навантаження і запропонував бігати по 15 км за день. На скільки відсотків більше став пробігати спортсмен за день?



- 912.** Тетянка витратила на виконання домашнього завдання 1 год. Домашнє завдання з української мови вона виконувала 15 хв, з історії — 24 хв, а з мистецтва — решту часу. Скільки відсотків часу зайняло виконання домашнього завдання з кожного предмета?



- 913.** Мама купила на день народження 2 кг цукерок, 3 кг яблук, 2,5 кг винограду, 1,5 кг персиків та 1 кг печива. Скільки відсотків цієї покупки становили фрукти?



- 914*.** До просушування вологість зерна становила 23 %, а після просушування — 12 %. На скільки відсотків зменшилася маса зерна після просушування?



- 915*.** На скільки відсотків знизиться ціна товару, якщо спочатку її знизити на 20 %, а потім ще на 10 %?



- 916*.** Число збільшили на 25 %, а потім результат зменшили на 25 %. Яке число отримали: більше чи менше від початкового? На скільки відсотків?

- 917*.** Яку концентрацію буде мати розчин солі, якщо в 1 кг води розчинити:
1) 200 г солі;
2) 500 г солі?



- 918*.** Скільки кілограмів води потрібно долити до 7,5 кг 12 % -го розчину солі, щоб одержати 10 % -й розчин?



- 919*.** На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо його довжину збільшити на 40 %, а ширину — на 30 %?



920*. Як зміниться значення дробу, якщо його чисельник збільшити на 100 %, а знаменник зменшити на 50 % ?

Проявіть компетентність

921. Іринка витратила в понеділок 30 грн на обід у шкільній їдальні. Скільки відсотків свого бюджету витратила Іринка, якщо мама видає їй на тиждень 150 грн?



922. Оксана витрачає на дорогу до школи 20 хв. Але одного разу вона запізнювалася і йшла швидше, ніж зазвичай. При цьому вона витратила на дорогу на 15 % менше часу. Скільки хвилин витратила дівчинка на дорогу до школи?



923. Маринка за рік виросла на 5 см. На скільки відсотків виросла дівчинка, якщо її попередній зріст дорівнював 125 см?



924. Допоможіть дідусеві обчислити, що вигідніше: покласти до банку 2000 грн під 5 % річних на 3 роки чи 1000 грн під 10 % на 2 роки.



925. Визначте концентрацію цукру в склянці чаю, яку ви випиваєте на сніданок, якщо маса чаю в склянці становить 200 г, а маса цукру в одній чайній ложці — 10 г.





ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 4

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що називають відношенням двох чисел?
2. Що називається значенням відношення двох чисел?
3. Сформулюйте основну властивість відношення.
4. Що таке пропорція? Сформулюйте основну властивість пропорції.
5. Як знайти невідомий член пропорції?
6. Які величини називають прямо пропорційними? Як розв'язують задачі на пряму пропорційність?
7. Які величини називають обернено пропорційними? Як розв'язують задачі на обернену пропорційність?
8. Які задачі відносять до задач на пропорційний поділ? Що таке коефіцієнт пропорційності?
9. Що називають масштабом карти? Як розв'язують задачі на знаходження масштабу?
10. Що таке коло? Радіус кола? Діаметр кола?
11. Чому дорівнює довжина кола?
12. Що називається кругом? Чому дорівнює площа круга?
13. Для чого потрібні діаграми?
14. Чим відрізняються кругова і стовпчаста діаграми?
15. Яку пропорцію можна скласти для знаходження відсотка числа?
16. Яку пропорцію можна скласти для знаходження числа за його відсотком?
17. Яку пропорцію можна скласти для знаходження відсоткового відношення двох чисел?
18. Яку пропорцію можна скласти для знаходження зміни відсотка за зміною числа?
19. Яку пропорцію можна скласти для знаходження числа за його відсотковою зміною?
20. Яку пропорцію можна скласти для знаходження відсоткового відношення двох чисел за зміною числа?



ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі і знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

№ 1

- 1°. Знайдіть значення відношення $0,18 : 3,6$.
 - А. 0,2.
 - Б. 0,5.
 - В. 0,05.
 - Г. 5.
- 2°. Знайдіть невідомий член пропорції $6,4 : x = 4 : 0,5$.
 - А. 8.
 - Б. 0,8.
 - В. 5,12.
 - Г. 0,2.
- 3°. Скільки гривень коштують 9 кг цукерок, якщо за 4 кг заплатили 110 грн?
 - А. 27,5 грн.
 - Б. 220 грн.
 - В. 247,5 грн.
 - Г. 275 грн.
4. Масштаб карти $1 : 600\,000$. Визначте відстань на місцевості, якщо на карті вона зображена відрізком завдовжки 3 см.
 - А. 18 км.
 - Б. 1,8 км.
 - В. 180 м.
 - Г. 18 м.
- 5*. За скільки днів виконають завдання 8 робітників, якщо 4 робітники можуть виконати це завдання за 6 днів?
 - А. 3 дн.
 - Б. 6 дн.
 - В. 8 дн.
 - Г. 12 дн.



№ 2

- 1°. Обчисліть довжину кола, радіус якого дорівнює 7 см.
А. ≈ 14 см.
Б. $\approx 21,98$ см.
В. $\approx 43,96$ см.
Г. $\approx 439,6$ см.
- 2°. Обчисліть площу круга, діаметр якого дорівнює 8 см.
А. $\approx 25,12$ см².
Б. $\approx 200,96$ см².
В. $\approx 50,24$ см.
Г. $\approx 50,24$ см².
- 3°. Яку частину круга становить сектор з кутом 60° ?
А. $\frac{1}{3}$.
Б. $\frac{2}{3}$.
В. $\frac{1}{6}$.
Г. $\frac{1}{2}$.
4. Число 12 збільшили на 25 %, а потім ще на 15 %. Яке число отримали?
А. 172,5.
Б. 17,25.
В. 168.
Г. 16,8.
- 5*. У міському парку посадили дерева. З них хвойні дерева становлять 60 %. Скільки всього дерев посадили в парку, якщо хвойних дерев посадили на 25 більше, ніж листяних?
А. 500 д.
Б. 450 д.
В. 250 д.
Г. 125 д.



ВІДПОВІДІ



РОЗДІЛ 1

Числа, дії з числами. Робота з даними

2. 1) 732; 2) 4304; 3) 5 000 060; 5) 43,056. 3. 1) 264; 242; 2783; 23; 3) 9,36; 7,56; 7,614; 9,4. 4. 1) 108, 100, 416; 26; 2) 252; 196; 6272; 8; 3) 17,17; 16,83; 2,89; 100; 4) 0,99; 0,81; 0,081; 10. 6. 1) $1, \frac{3}{5}$; 2) 8, 3; 3) 3,28, 2,86. 7. 1) 700; 2) 17,5; 3) 112; 4) 0,009; 5) 125,49; 6) 9,37. 9. 1) 12 (ост. 1); 2) 11 (ост. 4). 10. 1) 200; 2) 30; 3) $7\frac{7}{15}$; 4) 36. 11. 1) 2768; 2) 7200; 3) 1490. 12. 1) 380; 2) 39,3; 4) 139,96. 13. 1) 1470; 2) 183,7; 3) 1250.

Математичні вирази, рівності, нерівності

16. 1) 8; 5) 60; 6) 4,2. 17. 1) $13a$; 2) $7x$; 3) $5a + 12$; 4) $b + 9$; 5) $1,5ab$; 6) mn . 18. 1) $15x$; 2) $18y$; 3) $14a + 6$; 4) $4cd$. 19. 1) 13,6; 2) 14. 20. 1,2. 21. 1) 24,3; 2) 57,6; 3) 50; 4) 40; 5) 3,9; 6) 7. 22. 1) 12,4; 2) 13; 3) 6; 4) 5. 25. $>$. 26. 1) Наприклад, 1 і 14. 27. 1) 15; 2) 36. 28. 1) 22; 2) 18.

Величини. Сюжетні задачі

29. 22. 30. 16. 31. 175 грн. 32. 288 грн. 33. 340 км. 34. 375 км. 35. 2 год. 36. 80 км/год і 90 км/год. 37. 65 км/год і 65 км/год. 38. 40 і 20. 39. 6 і 18. 40. 24 і 6.

Просторові відношення, геометричні фігури

41. 15 см. 42. 15 см або 1 см. 44. 1) $P(10)$, $M(4)$; 3) $P(12,5)$, $M(5,5)$. 45. $P(3)$, $M(7,4)$. 46. 1) 70° ; 2) 90° . 47. 64° . 48. 30 см. 49. 3,1 см. 53. $36\,000\text{ см}^3$. 54. 27 см^3 .

РОЗДІЛ 2

§ 1. Дільники і кратні натурального числа.

Прості числа

62. 1) Ні; 2) так; 3) ні; 4) так. 63. 1) 2, 5; 2) 2, 3, 4, 6; 3) 2, 7; 4) немає. 64. 1) 4, 8; 2) 3, 4, 6; 3) 4, 8; 4) 3, 6, 9. 65. 1) 3; 2) 3, 5; 3) 2, 8; 4) 2, 5, 8. 66. 1) 1, 2, 4, 8; 2) 1, 2, 7, 14. 67. 1) 1, 3, 9; 2) 1, 11; 3) 1, 5, 25; 4) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. 68. 1) Так; 2) так; 3) ні; 4) ні. 70. 1) 12, 16, 20; 2) 12, 18; 3) 12, 18; 4) 16. 71. 1) 18, 24, 30; 2) 14, 21, 28; 3) 30; 4) 18, 21, 24, 30. 72. 1) 2; 2) 4; 3) 5; 4) 7. 77. 1) 2, 3, 5, 7; 2) 4, 6, 8, 9, 10. 78. 1) 11, 13, 23. 79. 2) 21, 25, 27, 32. 80. 1) 7, 13, 19, 31, 37, 43 — прості числа. 81. 1) 4 дільники: 1, 5, 25, 125; 4) 18 дільників: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12,



15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300. **82.** 1) 1, 2; 2) 1, 2, 4; 3) 1, 2, 4, 8, 16; 4) 1, 3, 5, 15. **84.** 1) 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84; 3) 1, 3, 5, 15, 25, 75. **85.** 1) Так, 3 коробки; 3) так, 4 коробки; 3) так, 6 коробок; 4) ні. **86.** 1) Так, 18 команд; 2) так, 9 команд; 3) ні; 4) ні. **87.** 1) 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96; 2) 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91; 3) 16, 32, 48, 64, 80, 96; 4) 22, 44, 66, 88. **88.** 1) 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99; 2) 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99; 3) 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96; 4) 15, 30, 45, 60, 75, 90. **89.** 105, 140, 175, 210, 245, 280, 315, 350, 385. **90.** 24; 48; 72; 96. **92.** 1) Ні; 2) ні, крім числа 2; 3) так. **93.** Наприклад, 4; 9; 25; 49. **94.** Наприклад, 6; 10; 14; 21. **95.** 13 і 11. **96.** 1) Так, 25 монет; 2) так, 5 монет. **97.** Сестрі — 15 років, мамі — 33 роки, бабусі — 55 років.

§ 2. Ознаки подільності на 2, 10 і 5

109. 1) 4; 2) 6. **110.** 1) 6; 2) 4. **113.** 1) 6; 2) 4. **116.** 1) 5; 2) 6. **119.** 1) 6; 2) 7; 3) 2. **127.** 1) 330, або 332, або 334, або 336, або 338; 2) 330 або 335; 3) 330. **128.** 1) 1230, або 1232, або 1234, або 1236, або 1238; 2) 1230 або 1235; 3) 1230. **129.** 1) 1350, або 1352, або 1354, або 1356, або 1358; 2) 1350 або 1355; 3) 1350. **130.** 1) Ні; 3) ні. **131.** 1) Так; 3) так. **133.** 3) 10; 4) 11. **134.** 1) Так. Наприклад, 76 і 66; 2) так. Наприклад, 67 і 77; 3) ні; 4) ні. **135.** Ні. **136.** 1) Ні; 3) так. **137.** Так. **138.** Так. **139.** 1) 15; 25; 35; 45; 50; 55; 65; 75; 85; 95; 2) 50; 3) 50; 4) 51; 53; 57; 59. **140.** 1) 40; 45; 2) 40; 3) 40; 4) 41; 43; 47; 49. **141.** 1) 160; 3) 290. **142.** 1) 960; 3) 985. **143.** 1) 2000; 2025; 2050; 2200; 2225; 2250; 2500; 2525; 2550; 5000; 5025; 5050; 5200; 5225; 5250; 5500; 5525; 5550. **146.** Так, по 5 цукерок.

§ 3. Ознаки подільності на 9 і 3

153. 72, 81, 90, 99, 108, 117. **154.** 90, 99, 108, 117, 126. **157.** 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60. **158.** 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99, 102. **163.** 1) 270; 2) 270, 570, 870. **164.** 1) 1314; 2) 1311, 1314, 1317. **165.** 1) 7128; 2) 1128, 4128, 7128. **166.** 1) 1521; 2) 1221, 1521, 1821. **167.** 1) 5049; 2) 5019, 5049, 5079. **168.** 5871. 1) ні; 2) так. **169.** 2583. 1) так; 2) так. **170.** 1) так; 2) ні; 3) так. **171.** Так. **172.** 1) Так; 2) ні; 3) так. **173.** Так. По 275 грн. **174.** Ні. **175.** 1) 11; 2) 33. **176.** 1) Так, наприклад, 2223; 2) так, наприклад 33 222. **177.** 1) 999; 2) 999. **178.** 1) 1008; 2) 1002. **179.** 1) 333, 666, 999; 2) 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999; 3) 555. **180.** 1) 10 737; 11 637; 12 537; 13 437; 14 337; 15 237; 16 137; 17 037; 17 937; 18 837; 19 737. **181.** 1) 80 550; 81 540; 82 530; 83 520; 84 510; 85 500; 85 590; 86 580; 87 570; 88 560; 89 550. **182.** 5553, 5355, 5535, 3555. **183.** 5553, 5355, 5535, 3555. **184.** 369; 639; 909. **185.** 67. **186.** 1) 3330; 2) 1110; 3000; 3300; 3030; 3330. **187.** 3 варіанти: 285 228; 585 228; 885 228. **188.** 1005 і 9990. **191.** 1) Так; 2) так.



§ 4. Розкладання чисел на множники.

Найбільший спільний дільник

198. 1) 3, 5; 2) 2; 3) 2, 3; 4) 2, 11. 199. 1) 1 множник, 17; 2) 2 множники, 3 і 7; 3) 2 множники, 2 і 11; 4) 2 множники, 2 і 7. 202. 3; 5; 7; 15; 21; 35; 105. 203. 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) так. 204. 1) Ні; 2) так; 3) так; 4) ні. 205. 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60; 3) 12, 24, 36, 48, 60. 206. 1) 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75; 3) 22, 33, 44, 55, 66, 77. 209. 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) ні. 210. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) так. 211. 1) 14; 2) 17; 3) 16; 4) 25. 212. 1) 12; 2) 13; 3) 35; 4) 48. 213. 1) 15; 3) 52. 214. 1) 5; 3) 34. 215. 1) 6; 3) 12. 216. 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) ні. 217. 1) Ні; 2) так; 3) так; 4) ні. 219. 11; 13; 17; 19. 220. 21; 22; 23; 24; 26; 27; 28; 29. 221. 6; 10; 14; 15; 21; 35. 222. 1) 12; 3) 125. 223. 1) 54; 3) 31. 224. 15 наборів. 225. 40 наборів. 226. 135 букетів. 229. 1) 5; 2) 4; 3) 2; 4) 14. 230. 1) 4; 2) 5; 3) 4; 4) 22. 231. 27 подарунків. 232. 48 букетів. 234. 117. 235. 966. 236. 1) 54; 2) 45. 237. 6 квадратів зі стороною 26 см.

§ 5. Найменше спільне кратне

246. 10, 20, 30; 2) 16, 24, 32; 3) 12, 24. 247. 1) 15, 30; 2) 12, 18, 24, 30, 36; 3) 12, 24, 36. 250. 1) 210; 2) 180; 3) 630; 4) 630. 251. 1) 36; 2) 90; 3) 42; 4) 72; 5) 90; 6) 30. 252. 1) 168; 2) 96; 3) 72. 253. 1) 75; 2) 225; 3) 288; 4) 864; 5) 100; 6) 120. 254. 1) 192; 2) 99; 3) 105; 4) 60; 5) 112; 4) 225. 255. 1) 315; 2) 300; 3) 336. 256. Ці числа взаємно прості. 257. 60 яблук. 258. 36 пиріжків. 259. 72 роки. 260. 1) 1728; 2) 570; 3) 500; 4) 968; 5) 840; 6) 1296; 7) 1125; 8) 555. 261. 1) 486; 2) 768; 3) 756; 4) 6600. 262. 1) 72; 2) 96; 3) 1452; 4) 420; 5) 288; 6) 900; 7) 84; 8) 3289. 263. 1) 330; 2) 720; 3) 350; 4) 3553. 264. 1) 288; 2) 315. 265. Наприклад, це такі пари чисел: 10 і 11; 10 і 13; 11 і 12; 11 і 13; 11 і 14; 11 і 15; і т. д. НСК (10; 11) = 110, НСК (10; 13) = 130 і т. д. 266. Наприклад, це такі пари чисел: 16 і 17; 16 і 19; 17 і 18; 17 і 19; 17 і 20; і т. д. НСК (16; 17) = 272, НСК (16; 19) = 304 і т. д. 267. 1023. 268. 980. 269. 18 і 81; 27 і 72; 36 і 63; 45 і 54. 270. 120 м. 271. 60 балів. 272. Через 30 хв.

РОЗДІЛ 3

§ 6. Основна властивість дробу. Скорочення дробу

278. 1) $\frac{14}{22}$; 3) $\frac{28}{44}$. 279. 1) $\frac{12}{15}$; 3) $\frac{32}{40}$. 280. 1) 6; 2) 4; 3) 3; 4) 7. 281. 1) 5; 2) 6. 283. 1) $\frac{30}{90}$; 3) $\frac{15}{45}$. 284. 1) $\frac{10}{15}$; 3) $\frac{6}{9}$. 285. 1) 6; 2) 4; 3) 3; 4) 7. 286. 1) 5; 2) 6. 288. 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) так. 289. 1) Так; 2) так; 3) ні; 4) ні. 290. 1) $\frac{8}{12}$ — скоротний; $\frac{16}{20}$ — скоротний; $\frac{24}{28}$ — скоротний;



$\frac{4}{32}$ — скоротний; 3) $\frac{2}{3}$ — нескоротний; $\frac{4}{5}$ — нескоротний; $\frac{6}{7}$ — нескоротний; $\frac{1}{8}$ — нескоротний. **291.** 1) $\frac{6}{8}$ — скоротний; $\frac{4}{12}$ — скоротний; $\frac{8}{14}$ — скоротний; 2) $\frac{3}{4}$ — нескоротний; $\frac{2}{6}$ — скоротний; $\frac{4}{7}$ — нескоротний. **292.** 1) Ні; 2) так; 3) ні; 4) ні. **293.** 1) 2; 2) 7; 3) 8; 4) 9; 5) 6; 6) 8; 7) 34; 8) 38. **294.** 1) 3; 2) 5; 3) 11; 4) 8. **295.** 1) $\frac{2}{5}$, на 7; 4) $\frac{2}{5}$, на 13; 8) $\frac{3}{4}$ на 12; 9) $\frac{3}{4}$ на 16; 10) $\frac{7}{15}$ на 5; 11) $\frac{6}{7}$ на 16; 12) $\frac{4}{11}$ на 11. **296.** 1) $\frac{2}{5}$, на 4; 2) $\frac{1}{3}$, на 11; 3) $\frac{5}{9}$, на 6; 4) $\frac{2}{5}$, на 18. **297.** 1) 5; 2) 7; 3) 4; 4) 11. **298.** 1) 5; 2) 11; 3) 7; 4) 13. **302.** 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15. **303.** 1, 5, 7, 11, 13, 17. **308.** 1) $\frac{1}{10}$; 2) $\frac{1}{20}$; 3) $\frac{6}{25}$; 4) $\frac{1}{8}$. **309.** 0,1; 0,11; 0,3; 0,9; 0,36. **310.** 1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{5}{11}$; 3) $\frac{5}{6}$; 4) $\frac{3}{7}$. **311.** 1) $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{3}{8}$; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{3}{7}$. **312.** 1) $\frac{7}{5}$; 2) $\frac{5}{3}$; 3) $\frac{33}{10}$; 4) $\frac{53}{12}$. **313.** 1) $\frac{3}{200}$ кг; 2) $\frac{1}{8}$ кг; 3) $\frac{1}{4}$ кг; 4) $\frac{16}{25}$ кг. **314.** 1) $10\frac{2}{3}$ хв; 2) $5\frac{11}{12}$ хв; 3) $7\frac{1}{12}$ хв; 4) $4\frac{1}{15}$ хв. **315.** 1) $6\frac{1}{6}$ хв; 2) $7\frac{1}{2}$ хв; 3) $9\frac{1}{5}$ хв; 4) $10\frac{3}{5}$ хв. **316.** 1) $\frac{b}{2}$; 2) $\frac{ab}{6}$; 3) $\frac{3y}{5}$; 4) $\frac{2y}{3x}$. **317.** 1) $\frac{ac}{3}$; 2) $\frac{3b}{4c}$; 3) $\frac{x}{2}$; 4) $\frac{4}{3xy}$. **318.** 1) $x = 3$; 2) $x = 5$; 3) $x = 19$; 4) $x = 1$. **319.** 1) $x = 4$; 2) $x = 2$; 3) $x = 5$; 4) $x = 5$. **320.** $\frac{35}{70}$. **321.** $\frac{64}{72}$. **323.** $\frac{2}{5}$. **324.** 1) Нескоротний; 2) $\frac{9}{25}$; 3) нескоротний; 4) $\frac{7}{101}$. **325.** Ні. **326.** 1) $\frac{3}{4}$ год; 2) $\frac{3}{2}$ год; 3) 3 год; 4) $\frac{9}{2}$ год. **327.** $1\frac{1}{2}$ кг.

§ 7. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів

332. 1) 3; 2) 6; 3) 12; 4) 15. **334.** 1) $\frac{18}{21}$; 2) $\frac{24}{28}$; 3) $\frac{36}{42}$; 4) $\frac{48}{56}$. **335.** 1) $\frac{8}{32}$; 2) $\frac{14}{32}$; 3) $\frac{10}{32}$; 4) $\frac{28}{32}$; 5) $\frac{16}{32}$. **336.** 1) $\frac{25}{100}$; 2) $\frac{88}{100}$; 3) $\frac{95}{100}$; 4) $\frac{80}{100}$; 5) $\frac{50}{100}$. **337.** 1) 34; 3) 20; 5) 15; 7) 77; 9) 12; 11) 40; 13) 36; 15) 45;



17) 75; 19) 72; 21) 120; 23) 140; 25) 270; 27) 420. **338.** 1) 36; 3) 10; 5) 20; 7) 56; 9) 105; 11) 72. **340.** 1) <; 3) >; 5) >. **341.** 1) <; 2) >; 3) <. **344.** 1) $\frac{25}{120}$ і $\frac{33}{120}$; 3) $\frac{85}{500}$ і $\frac{22}{500}$; 5) $\frac{60}{405}$ і $\frac{33}{405}$; 7) $\frac{25}{945}$ і $\frac{33}{945}$; 9) $\frac{21}{270}$ і $\frac{22}{270}$; 11) $\frac{185}{750}$ і $\frac{22}{750}$. **345.** 1) $\frac{104}{192}$ і $\frac{33}{192}$; 3) $\frac{585}{1500}$ і $\frac{66}{1500}$; 5) $\frac{240}{1620}$ і $\frac{207}{1620}$; 7) $\frac{35}{1323}$ і $\frac{45}{1323}$. **346.** 1) $\frac{40}{150}$, $\frac{105}{150}$ і $\frac{44}{150}$; 3) $\frac{460}{960}$, $\frac{255}{960}$ і $\frac{156}{960}$. **347.** 1) $\frac{24}{54}$, $\frac{9}{54}$ і $\frac{44}{54}$; 2) $\frac{92}{96}$, $\frac{17}{96}$ і $\frac{78}{96}$. **348.** $\frac{5}{12}$. **349.** $\frac{13}{18}$, $\frac{14}{18}$. **352.** 1) <; 3) <. **353.** 1) >; 3) <. **354.** Із другої. **355.** Зеленого. **356.** Хлібобулочних виробів. **357.** 1) <; 2) >; 3) >. **358.** 1) <; 2) <; 3) >. **359.** Друге. **360.** $\frac{1001}{1002}$. **364.** Однаково.

§ 8. Додавання і віднімання дробів

371. 1) $\frac{7}{10}$; 3) $\frac{5}{6}$; 5) $\frac{9}{14}$; 7) $\frac{10}{27}$. **372.** 1) $\frac{7}{12}$; 3) $1\frac{1}{9}$. **373.** 1) <; 2) >; 3) <; 4) =. **374.** 1) <; 2) =. **377.** $1\frac{4}{21}$. **378.** $\frac{67}{100}$. **379.** 1) 17; 2) 29; 3) 38; 4) 51. **380.** 1) 3; 2) 31. **381.** 1) $\frac{7}{12}$; 2) $\frac{23}{42}$; 3) $\frac{1}{72}$; 4) $\frac{23}{75}$; 5) $\frac{5}{16}$; 6) $\frac{5}{48}$; 7) $\frac{1}{27}$; 8) $\frac{19}{98}$. **382.** 1) $\frac{5}{21}$; 2) $\frac{15}{64}$; 3) $\frac{11}{78}$; 4) $\frac{33}{100}$. **383.** 1) >; 2) <; 3) >; 4) =. **384.** 1) =; 2) <. **387.** $\frac{2}{3}$. **388.** $\frac{3}{100}$. **389.** 1) $11\frac{2}{3}$; 3) $9\frac{10}{27}$; 5) $11\frac{27}{50}$; 7) $6\frac{1}{22}$. **390.** 1) $7\frac{9}{14}$; 2) $14\frac{5}{26}$. **391.** 1) $7\frac{17}{21}$; 3) $10\frac{3}{4}$; 5) $12\frac{8}{25}$. **392.** 1) $8\frac{7}{12}$; 2) $12\frac{1}{42}$; 3) $11\frac{20}{21}$. **393.** 1) =; 3) =. **394.** 1) =; 2) <. **395.** 1) $\frac{5}{7}$; 3) $1\frac{53}{65}$; 5) $3\frac{13}{14}$; 7) $2\frac{74}{75}$. **396.** 1) $\frac{11}{12}$; 2) $\frac{11}{18}$. **397.** 1) >; 3) <. **398.** 1) <; 3) <. **399.** $2\frac{24}{55}$. **400.** $1\frac{11}{20}$. **401.** $\frac{24}{25}$. **402.** $\frac{4}{27}$ т. **403.** $2\frac{81}{100}$ м. **404.** Друге, на $\frac{11}{12}$. **405.** На $27\frac{3}{5}$ грн. **406.** 1) $1\frac{11}{12}$; 3) $1\frac{9}{16}$. **407.** 1) $2\frac{5}{14}$; 3) $1\frac{17}{24}$. **410.** 1) $1\frac{1}{90}$. **411.** 1) $1\frac{55}{72}$. **412.** 1) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{8}{105}$. **413.** 1) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{97}{225}$. **414.** 1) 25; 3) 7; 5) $\frac{11}{15}$. **415.** 1) 17; 3) $\frac{29}{40}$. **416.** $\frac{43}{78}$. **417.** $\frac{151}{192}$. **419.** $1\frac{71}{78}$. **420.** $1\frac{53}{132}$. **421.** На $\frac{1}{64}$. **422.** 1) $\frac{a+1}{a}$; 2) $\frac{a+1}{a}$. **423.** 28,7 грн і 12,3 грн. **425.** Син, на $\frac{3}{10}$ хв.



§ 9. Множення дробів. Знаходження дробу від числа

431. 1) $\frac{10}{21}$; 2) $\frac{6}{35}$; 5) $\frac{2}{7}$; 6) $\frac{3}{5}$. 432. 1) $\frac{3}{28}$; 2) $\frac{4}{13}$; 3) $\frac{3}{5}$; 4) $\frac{3}{16}$.
433. 1) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{4}{7}$; 5) $\frac{7}{15}$; 7) $\frac{5}{14}$. 434. 1) $\frac{7}{44}$; 2) $\frac{11}{16}$; 3) $\frac{14}{17}$; 4) $\frac{5}{26}$.
435. 1) $\frac{4}{9}$; 3) $\frac{2}{9}$; 5) $\frac{1}{4}$; 7) $\frac{1}{4}$. 436. 1) $\frac{3}{11}$; 2) $\frac{2}{7}$; 3) $\frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{3}$. 437. 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{5}{21}$; 7) $\frac{1}{2}$. 438. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{2}{7}$; 3) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{3}{8}$. 440. 1) 1; 2) 4; 3) 5.
441. 1) 1; 2) 5; 3) 8. 442. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{1}{4}$. 443. 1) $\frac{4}{21}$; 2) $\frac{4}{21}$; 3) $\frac{4}{15}$; 4) 1. 444. 1) $\frac{7}{15}$; 2) $\frac{7}{25}$; 3) $\frac{7}{30}$; 4) $\frac{7}{60}$. 445. 1) $\frac{3}{34}$; 3) $\frac{1}{30}$; 5) $\frac{1}{14}$.
446. 1) $\frac{16}{29}$; 2) $\frac{2}{7}$; 3) $\frac{1}{6}$. 447. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{2}{13}$; 3) $\frac{2}{15}$; 4) $\frac{3}{8}$; 5) $\frac{2}{3}$; 6) $\frac{2}{3}$.
448. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{5}{16}$; 3) $\frac{1}{11}$. 449. 1) 1; 3) $\frac{5}{3}$; 5) $\frac{5}{43}$; 7) 0. 450. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{3}$; 3) $\frac{16}{41}$; 4) 0. 451. 1) 2 кг; 2) 30 кг; 3) 60 кг. 452. $\frac{3}{5}$ дм. 453. $\frac{7}{9}$ мм. 454. 1) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{3}{5}$; 5) $\frac{3}{5}$; 7) $\frac{6}{5}$. 455. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{2}$. 456. 1. 457. $\frac{4}{7}$. 458. 1.
459. $1\frac{1}{3}$. 461. 1) 1; 3) 1; 5) 1; 7) 1; 9) 1; 11) 1. 462. 1) 1; 2) 1; 3) 1; 4) 1.
463. 1) 5; 2) 4; 3) 0,3; 4) 6. 464. 1) 11; 2) 5; 3) 1,3; 4) 12. 465. 1) $\frac{8}{5}$; 3) $\frac{7}{32}$; 5) $\frac{10}{17}$; 7) $\frac{10}{59}$. 466. 1) $\frac{11}{3}$; 2) $\frac{9}{29}$; 3) $\frac{5}{6}$; 4) $\frac{4}{9}$. 467. 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) ні.
470. 1) 3; 2) 6; 3) 18; 4) 16; 5) $\frac{5}{3}$; 6) $\frac{2}{9}$. 471. 1) 9 см²; 2) 10 см²; 3) $\frac{27}{7} = 3\frac{6}{7}$ см². 472. 1) 9 см²; 2) 42 см²; 3) 16,5 см². 473. 1) 60°; 2) 30°; 3) 120°; 4) 20°; 5) 150°; 6) 135°. 474. 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 22,5°; 5) 15°; 6) 75°. 475. 1) 108°; 2) 100°; 3) 36°. 476. 1) $\frac{2}{9}$; 2) $\frac{5}{36}$; 3) $\frac{9}{16}$. 477. 1) $\frac{16}{15}$; 2) 1; 3) $\frac{64}{9}$. 478. 1) $\frac{1}{42}$; 3) $5\frac{1}{2}$. 479. $6\frac{19}{51}$ см, 1 см². 481. 370 грн 10 коп.
482. 130 сторінок. 483. 41 км. 484. $\frac{11}{20}$. 485. 33. 486. $\frac{19}{11} = 1\frac{8}{11}$. 487. 8 см і 2 см. 488. $\frac{6}{7}$ і $\frac{7}{6}$. 489. $\frac{4}{5}$ і $\frac{5}{4}$. 490. $28\frac{7}{20}$ м². 491. $\frac{2}{15}$ м³ — об'єм бака, тому не поміститься. 492. 7578 грн.



§ 10. Ділення дробів. Знаходження числа за його дробом

498. 1) 3; 3) 3; 5) $1\frac{2}{3}$; 7) $1\frac{1}{2}$; 9) $\frac{3}{4}$; 11) $1\frac{2}{3}$. 499. 1) 2; 3) $1\frac{1}{2}$. 501. 1) 8;
3) 35. 502. 1) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{3}$. 503. 1) 3; 3) $1\frac{1}{2}$. 504. $\frac{5}{6}$. 505. 1) $\frac{4}{7}$; 3) $\frac{3}{4}$.
506. 1) $\frac{2}{11}$; 3) $\frac{4}{5}$. 507. 1) $1\frac{1}{13}$; 3) $1\frac{5}{9}$; 5) $3\frac{1}{2}$; 7) $7\frac{1}{2}$; 9) $3\frac{1}{2}$; 11) $4\frac{2}{5}$. 508. 1) $1\frac{2}{7}$;
3) $2\frac{3}{4}$. 509. 1) $1\frac{1}{3}$; 3) $3\frac{2}{5}$; 5) $\frac{6}{11}$; 7) $1\frac{3}{4}$. 510. 1) $3\frac{1}{2}$; 3) $8\frac{1}{3}$; 5) $2\frac{1}{2}$.
511. $\frac{8}{43}$ см. 512. 1) $13\frac{1}{3}$ кг; 3) $6\frac{2}{3}$ кг. 513. $5\frac{3}{4}$ кг. 514. 1) $\frac{4}{49}$; 3) 3.
515. 1) $\frac{1}{3}$; 3) $4\frac{2}{3}$. 516. 8 см. 517. $1\frac{1}{3}$ см. 520. 1) 27 см; 2) 49 см. 521. 40 см.
522. 1) 108° ; 2) 80° . 523. 1) 100° ; 2) 162° . 524. 1) $2\frac{1}{2}$; 3) $\frac{5}{7}$. 525. 1) $\frac{1}{3}$;
3) 10. 526. 1) $\frac{3}{11}$; 3) $\frac{17}{66}$; 5) $\frac{4}{9}$; 6) $\frac{2}{7}$; 7) $\frac{8}{9}$; 9) $\frac{1}{4}$; 11) $\frac{1}{27}$. 527. 1) $\frac{6}{13}$; 2) $\frac{2}{13}$;
3) $\frac{25}{36}$. 528. 1) 2; 3) 2; 5) $\frac{1}{6}$; 7) 1; 9) $\frac{11}{27}$; 11) $\frac{1}{3}$. 529. 1) 2; 2) 3; 3) 2.
530. 1) 6; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $3\frac{3}{5}$; 7) 12. 531. 1) $\frac{7}{12}$; 2) 1. 532. 1) $1\frac{5}{6}$; 3) 8; 5) $3\frac{1}{3}$.
533. 1) $\frac{2}{3}$; 3) $1\frac{3}{4}$. 534. $11\frac{1}{3}$ см. 535. $\frac{5}{12}$ см². 536. $10\frac{4}{5}$ см, $5\frac{17}{20}$ см².
537. $7\frac{7}{10}$ м. 538. 3 хв; 2,5 хв. 539. 222 сторінки. 540. 53 км. 541. 1) 1;
2) $1\frac{5}{8}$; 3) $1\frac{1}{5}$. 542. Молодший син отримав 36 горіхів, середній —
27 горіхів, старший — 9 горіхів. 543. 6. 544. 48. 545. 74 гусаки. 546. Так.
547. 5 рулонів. 548. $\frac{5}{8}$ кг яблук і $\frac{8}{9}$ кг ківі.

§ 11. Перетворення звичайного дробу в десятковий. Десяткові наближення звичайного дробу

553. 1) Ні; 2) так. 554. 1) 0,(3); 2) 0,6; 3) 0,625; 4) 0,(571428).
555. 1) 0,1(6); 2) 0,15; 3) 0,875 4) 0,(285714). 556. 1) Так; 2) так.
557. 1) 0,777777...; 3) 1,5333333...; 5) 4,171717...; 7) 0,298298...
558. 1) 0,666666...; 3) 4,327777... 559. 1) 0,4375; 3) 0,4; 5) 0,(1); 7) 0,2(6);
9) 0,(3); 11) 0,(8). 560. 1) 0,8(3); 2) 0,8125; 3) 0,08(3); 4) 0,96. 561. 1) 4;
3) 36; 5) 6. 562. 1) 81; 3) 3. 563. 4) 2,34 і 2,35. 564. 1) 0,1 і 0,2. 565. 4) 0,27
і 0,28. 566. 2) 0,5 і 0,6. 567. 3) 1,347 і 1,348. 568. 1) >; 3) <. 569. 1) <; 2) <.



570. 1) 0,1; 2) 0,6; 3) 0,5; 4) 0,3. 571. 1) 0,43; 2) 0,13; 3) 0,24; 4) 0,53.
 572. 1) 0,82; 2) 0,17; 3) 0,33; 4) 0,47. 573. 13,54 см. 574. 14 см. 575. 1) 0,6 і 0,7. 576. 3) 0,4 і 0,5. 584. 1) 0,0(73); 2) 0,3589(74). 585. 1) 0,121(95);
 2) 1,15. 586. 1) $0,63 < \frac{12}{19} < 0,64$, $\frac{12}{19} > 0,61$; 3) $0,82 < \frac{98}{119} < 0,83$,
 $\frac{98}{119} < 0,85$. 587. 1) $0,47 < \frac{8}{17} < 0,48$, $\frac{8}{17} > 0,45$; 3) $0,62 < \frac{77}{123} < 0,63$,
 $\frac{77}{123} > 0,61$. 588. $17\frac{1}{3} \approx 17,(3)$ см; $17,33 < 17,(3) < 17,34$.
 589. $26\frac{14}{87} \approx 26,1609$ см; $26,160 < 26,1609 < 26,161$. 591. 1,03(6).
 592. Точка В найближче до початку відліку.

РОЗДІЛ 4

§ 12. Відношення та його властивості

597. Обидва хлопці праві. 598. 1) Так; 3) ні. 599. 1) 4; 2) 2; 3) $\frac{2}{35}$; 4) $\frac{1}{2}$;
 5) $\frac{4}{7}$; 6) $\frac{1}{4}$. 600. 1) $\frac{1}{3}$; 2) 5; 3) $\frac{1}{25}$; 4) 0,2. 601. 1) Так; 3) так. 602. 1) Так;
 2) ні. 606. 1) 2; 2) $\frac{1}{25}$; 3) 4 м/с; 4) 4 км/год. 607. 1) 6; 2) 5 м/с.
 608. У $1\frac{2}{7}$ раза. $\frac{7}{16}$, $\frac{9}{16}$. 609. У $1\frac{1}{3}$ раза. $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{7}$. 610. 1) $\frac{2}{9}$; 2) $\frac{1}{45}$; 3) $\frac{1}{18}$;
 4) $\frac{66}{133}$. 611. 1) 30; 2) $3\frac{1}{3}$. 614. 1) 12,5; 2) $\frac{2}{3}$. 615. 1) 4; 2) $\frac{11}{20}$. 616. 75 м.
 617. $1\frac{2}{3}$. 618. Так, у $1\frac{1}{3}$ раза.

§ 13. Пропорція та її властивості

627. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) так; 5) ні; 6) так; 7) ні; 8) так. 628. 1) Ні;
 2) так; 3) ні; 4) так. 630. Наприклад, з першого і четвертого. 631. 1) Ні;
 2) так; 3) ні; 4) ні. 632. 1) Наприклад, $1 : 2 = 4 : 8$, $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$. 633. 1) Напри-
 клад, $2 : 6 = 4 : 12$, $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$. 634. 1) $18 \cdot 15 = 9 \cdot 30$. 635. 1) $40 \cdot 3 = 8 \cdot 15$;
 3) $5 \cdot 25 = 2 \cdot 0,4$. 636. 1) Наприклад, $3 : 2 = 9 : 6$. Чотири. 637. 1) $8 : 0,4 =$
 $= 4 : 0,2$, $0,4 : 8 = 0,2 : 4$, $8 : 4 = 0,4 : 0,2$, $4 : 8 = 0,2 : 0,4$. 640. 1) Так; 2) ні.
 641. 1) Ні; 2) ні. 646. 1) 15; 2) 24; 3) 6; 4) 15; 5) 0,5; 6) 3,5; 7) $11\frac{2}{3}$; 8) 32;
 9) $3\frac{1}{3}$; 10) 6; 11) 11; 12) 0,24. 647. 1) 21; 2) 36; 3) 2; 4) $8\frac{2}{3}$; 5) 16; 6) 0,2.



650. 35. 651. 6. 652. 4. 653. 36. 654. 1) 6,4; 2) $1\frac{2}{7}$; 3) $\frac{11}{15}$; 4) 6; 5) 7; 6) 0,5;
7) $3\frac{3}{4}$; 8) 7. 655. 1) $1\frac{1}{2}$; 2) 3; 3) 16; 4) $1\frac{1}{3}$. 656. 7. 657. 2. 658. 4. 659. 1) 12;
2) $\frac{1}{2}$.

§ 14. Пряма та обернена пропорційні залежності

667. 2 год. 668. 234 грн. 669. 640 грн. 670. 375 грн. 671. 105 грн.
672. 24 дет. 673. 160 ст. 674. 20 косинок. 675. 3000 кг. 676. 12 кг.
677. 40 км. 678. 7 год. 679. 140 км. 680. 48 км. 683. 1 кг. 684. 6 днів.
685. 3 дні. 686. 66 км/год. 687. 125 км/год. 688. 2 кг. 689. 5 піц.
690. 5 кг. 691. 3) 1,5 кг. 692. 4 кг. 693. 2920, 45. 694. 100 грн, 9 зошитів.
695. 2 л, 4 банки 696. 180 л, 4,5 хв. 697. 4 год, 80 км/год. 698. 1,5 год,
3 км/год. 699. 3 дні, 6 тракторів. 700. 4 дні, 12 машин. 703. 10 хв.
704. 6 днів. 705. 16 кругів. 706. 1) 1 год. 707. 32 літери.

§ 15. Поділ числа у даному відношенні. Масштаб

714. 1) 4 см і 14 см; 3) 2 см і 16 см; 5) 6 см і 12 см; 7) 5 см і 13 см.
715. 1) 4 см і 6 см; 2) 8 см і 2 см. 716. 1) 6 і 18; 2) 9 і 15; 3) 3, 6 і 15; 4) 6, 6
і 12. 717. 1) 10 і 20; 2) 6, 8 і 16. 718. 1) 25 і 15; 2) 40 і 24. 719. 1) 20 і 5;
2) 28 і 7. 720. 400 грн, 240 грн. 721. 5720 грн, 6480 грн. 722. 90 г, 180 г.
723. 150 г, 450 г. 726. 1 км. 727. 100 м. 728. 1) 5 км; 2) 15 км; 3) 22,5 км;
4) 31 км. 729. 1) 80 км; 2) 220 км. 730. 1) 2,6 см; 2) 65 см. 731. 8,8 см.
732. 3 см, 8 см. 733. 12 см, 21 см. 734. 20 см, 12 см, 16 см. 735. 16 см,
12 см, 8 см. 736. 270 кг, 15 кг, 3 кг. 737. 400 г, 300 г, 200 г. 738. 240 кг.
739. 1200 г. 740. 72 см, 48 см. 741. 6 м, 9 м. 744. 0,6. 745. 57,6; 38,4; 48.
746. 48, 160, 120.

§ 16. Коло і круг. Круговий сектор

760. 1) Збільшиться у 2 рази; 2) зменшиться в 4 рази. 761. 1) Збіль-
шиться у 3 рази; 2) зменшиться у 2 рази. 762. 1) Зменшиться у 3 рази;
2) збільшиться в 4 рази. 766. 1) Збільшиться в 9 разів; 2) зменшиться
в 16 разів. 767. 1) Збільшиться у 2 рази; 2) зменшиться у 3 рази.
768. 1) Зменшиться в 9 разів; 2) збільшиться у 2 рази. 770. 1) 72° ; 2) 60° .
771. 36° . 772. 1) $225\pi \text{ см}^2$; 4) $625\pi \text{ см}^2$; 3) $\pi \text{ см}^2$; 4) $4\pi \text{ см}^2$. 773. $16\pi \text{ см}^2$.
774. 1) 37,68 см; 2) 31,4 см; 3) 18,84 см; 4) $30\pi \text{ см}$. 775. 25,12 см.
778. 1) 37, 68 см; 2) $113,04 \text{ см}^2$. 779. 0,2 м. 780. 62500. 781. 1) 80° , 120° ,
 160° ; 2) 40° , 80° , 100° , 140° . 782. 90° , 120° , 150° . 784. Так. 785. Ні.
786. 1) 117 см^2 ; 2) 18 см^2 . 789. 1) 2 м; 2) так.



§ 17. Діаграми

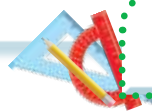
799. Вказівка: $50 - 150^\circ$, $30 - 90^\circ$, $40 - 120^\circ$. **800.** Вказівка: $35 - 105^\circ$, $50 - 150^\circ$, $35 - 105^\circ$. **801.** Вказівка: 40° , 200° , 120° . **802.** Вказівка: 252° , 108° . **812.** Вказівка: 90° , 54° , 144° , 72° . **813.** Вказівка: 216° , 72° , 54° , 18° .

§ 18. Відсоткові розрахунки

833. 9; 2) 90; 3) 234; 4) 540. **834.** 1) 72; 2) 360. **835.** 700 кг. **836.** 432. **837.** 1) 200; 2) 400; 3) 80; 4) 10. **838.** 1) 50; 2) 200. **839.** 200 км. **840.** 250 грн. **841.** 1) 25 %; 2) 20 %; 3) 10 %; 4) 2 %. **842.** 1) 50 %; 2) 10 %. **843.** 25 %. **844.** 25 %. **845.** 60 %. **846.** 40 %. **847.** 6,1 %. **848.** 20 %. **853.** На 25 %. **854.** На 25 %. **855.** На 20 %. **856.** На 50 %. **857.** На 20 %. **858.** На 40 %. **859.** 1) 30; 2) 27,5; 3) 26,4; 4) 22. **860.** 40. **861.** 75; 2) 80; 3) 120; 4) 240. **862.** 50. **863.** 1) 70; 2) 200. **864.** 400. **865.** 1) 300; 2) 700. **866.** 40. **867.** 2 кг. **868.** 5000 грн. **869.** 50 000 грн. **870.** 50 грн. **871.** 600 грн. **872.** 12 000 грн. **873.** 1) 120 %; 2) 110 %; 3) 150 %; 4) 160 %. **874.** 60 %. **875.** 1) 50 %; 2) 75 %; 3) 35 %; 4) 63,75 %. **876.** 75 %. **877.** 81,25 %. **878.** 88 %. **879.** 160 %. **880.** 125 %. **883.** 10 ялин-нок, 40 сосен. **884.** 100. **887.** 2000 кг, 1300 кг. **888.** 400, 90. **889.** 40 %. **890.** 48 %. **893.** Збільшиться на 18 см. **894.** Збільшиться на 20 см. **895.** 86,25. **896.** 31,2. **897.** 63,24. **898.** 52,5. **899.** На 25 %. **900.** Змен-шилось на 9 %. **901.** 1) Збільшиться на 50 %; 2) зменшиться на 25 %. **902.** 1) Збільшиться на 25 %; 2) зменшиться на 50 %. **903.** На 50 %. **904.** 17 496 грн. **905.** 60 500 грн. **906.** 180 км. **907.** 200 сторінок. **908.** 3 кг, 50 кг. **909.** 200, 315. **910.** На 20 %. **911.** На 25 %. **912.** 25 %, 40 %, 35 %. **913.** 70 %. **915.** Знизиться на 28 %. **916.** Зменшилось на 6,25 %. **917.** 1) 20 %; 2) 50 %. **919.** На 82 %. **920.** Збільшиться в 4 рази. **921.** 20 %. **922.** 17 хв. **923.** На 4 %.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- В**еличини обернено пропорційні 151
— прямо пропорційні 150
відношення 131
— значення 132
— члени 131
властивість основна дробу 55
— — пропорції 139
Діаграма кругова 182
— стовпчаста 183
дільник натурального числа 12
дріб звичайний нескоротний 56
— скінченний 119
— нескінченний періодичний 119
дробу період 119
Задачі на знаходження дробу від числа 92
— — — числа за його дробом 106
звести дріб до нового знаменника 65
знаменник спільний 67
— — найменший 68
Коефіцієнт пропорційності 161
кола діаметр 171
— радіус 171
— центр 170
коло 170
кратне натурального числа 12
круг 173
Масштаб 163
множник додатковий 66
Наближення десяткові
звичайного дробу 120
найбільший спільний дільник 39
найменше спільне кратне 46
Ознака подільності на 2 21
— — — 3 30
— — — 5 22
— — — 9 29
— — — 10 22
оцінити звичайний дріб із певною точністю 120
Перетворення десяткового дробу в звичайний 118
— звичайного дробу в десятковий 118
поділ пропорційний 161
правила знаходження невідомого члена пропорції 142
правило віднімання дробів з різними знаменниками 78
— — звичайних дробів 104
— додавання дробів з різними знаменниками 76
— зведення дробів до найменшого спільного знаменника 68
— — дробу до нового знаменника 66
— знаходження дробу від числа 92
— — НСД двох чисел 39
— — НСК двох чисел 47
— — числа за його дробом 106
— множення звичайних дробів 89
— скорочення дробу 56
пропорції взаємно обернені 141
— члени крайні 138
— — середні 138
пропорція 138
розклад числа на прості множники 38
Сектор круга 174
скорочення дробу 56
Формула діаметра кола 171
— довжини кола 172
— площі круга 173
Числа взаємно обернені 91
— — прості 40
— непарні 20
— парні 20
число просте 14
— складене 14



ЗМІСТ



Дорогі учні й учениці! 3

Розділ 1. Узагальнення та систематизація вивченого в 5 класі

| | |
|---|----|
| Числа, дії з числами. Робота з даними | 5 |
| Математичні вирази, рівності, нерівності | 7 |
| Величини. Сюжетні задачі | 8 |
| Просторові відношення, геометричні фігури | 10 |

Розділ 2. Подільність натуральних чисел

| | |
|--|----|
| § 1. Дільники і кратні натурального числа. Прості числа | 12 |
| § 2. Ознаки подільності на 2, 10 і 5 | 19 |
| § 3. Ознаки подільності на 9 і 3 | 29 |
| § 4. Розкладання чисел на множники.
Найбільший спільний дільник | 37 |
| § 5. Найменше спільне кратне | 45 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 2</i> | 52 |

Розділ 3. Звичайні дробы та дії з ними

| | |
|--|-----|
| § 6. Основна властивість дробу. Скорочення дробу | 54 |
| § 7. Зведення дробів до спільного знаменника.
Порівняння дробів | 65 |
| § 8. Додавання і віднімання дробів | 76 |
| § 9. Множення дробів. Знаходження дробу від числа | 88 |
| § 10. Ділення дробів. Знаходження числа за його дробом.
Порядок виконання дій у виразах | 103 |
| § 11. Перетворення звичайного дробу в десятковий.
Десяткові наближення звичайного дробу | 118 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 3</i> | 128 |

Розділ 4. Відношення і пропорції

| | |
|--|-----|
| § 12. Відношення та його властивості | 131 |
| § 13. Пропорція та її властивості | 137 |
| § 14. Пряма та обернена пропорційні залежності | 150 |
| § 15. Поділ числа в даному відношенні. Масштаб | 160 |
| § 16. Коло і круг. Круговий сектор | 170 |
| § 17. Діаграми | 181 |
| § 18. Відсоткові розрахунки | 191 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 4</i> | 209 |
| <i>Відповіді</i> | 212 |
| <i>Предметний покажчик</i> | 222 |

Навчальне видання

**ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна
БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна
КОЛОМІЄЦЬ Оксана Миколаївна
СЕРДЮК Зоя Олексіївна
РУДНІЦЬКА Юлія Володимирівна**

МАТЕМАТИКА

**Підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти
(у 2-х частинах)**

Частина 1

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

Головна редакторка *І. В. Красуцька*
Редакторка *І. В. Луценко*
Головна художниця *І. П. Медведовська*
Художні редакторки *К. Берсенєва, І. Медведовська*
Технічний редактор *Е. А. Авраменко*
Коректорка *Ю. А. Полулященко*
Малюнки *В. А. Дунаєвої, О. В. Харук, О. І. Дядика*

У підручнику використано візуальні матеріали з фотобанку *Shutterstock*,
вільних джерел інтернету, а також світлини *Валерія Соловйова*.

Формат 70×100 $\frac{1}{16}$. Ум. друк. арк. 18,144 + 0,324 форзац.

Обл.-вид. арк. 17,00 + 0,55 форзац.

Зам. №

Тираж 52 415 пр.

ТОВ «Український освітянський видавничий центр “Оріон”»

Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції»

Серія ДК № 4918 від 17.06.2015 р.

Адреса видавництва: 03061, м. Київ, вул. Миколи Шепелева, 2

Віддруковано у ТОВ «КОНВІ ПРІНТ».

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців,
виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції серія ДК № 6115,
від 29.03.2018 р. 03680, м. Київ, вул. Антона Цедіка, 12

ЛАТИНСЬКИЙ АЛФАВІТ

| Букви | Назви букв | Букви | Назви букв |
|------------|------------|------------|------------|
| <i>A a</i> | а | <i>N n</i> | ен |
| <i>B b</i> | бе | <i>O o</i> | о |
| <i>C c</i> | це | <i>P p</i> | пе |
| <i>D d</i> | де | <i>Q q</i> | ку |
| <i>E e</i> | е | <i>R r</i> | ер |
| <i>F f</i> | еф | <i>S s</i> | ес |
| <i>G g</i> | же | <i>T t</i> | те |
| <i>H h</i> | аш | <i>U u</i> | у |
| <i>I i</i> | і | <i>V v</i> | ве |
| <i>J j</i> | йот (жі) | <i>W w</i> | дубль-ве |
| <i>K k</i> | ка | <i>X x</i> | ікс |
| <i>L l</i> | ель | <i>Y y</i> | ігрек |
| <i>M m</i> | ем | <i>Z z</i> | зет |

СУЧАСНІ МІРИ ДОВЖИНИ

1 см = 10 мм 1 м = 10 дм = 100 см = 1000 мм
1 дм = 10 см = 100 мм 1 км = 1000 м

СТАРОВИННІ МІРИ ДОВЖИНИ

1 дюйм ≈ 2,5 см 1 аршин ≈ 71 см
1 вершок ≈ 4,4 см 1 верста ≈ 1 км 67 м
1 п'ядь ≈ 18 см 1 миля морська ≈ 1 км 852 м
1 фут ≈ 30 см 1 миля географічна ≈ 7 км 420 м

СУЧАСНІ МІРИ ПЛОЩІ

1 см^2 = 100 мм^2
1 дм^2 = 100 см^2
1 м^2 = 100 дм^2
1 га = 100 а
1 км^2 = 1 000 000 м^2

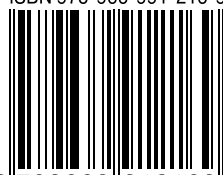
ТАБЛИЦЯ КВАДРАТІВ І КУБІВ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 1 ДО 9

| <i>a</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----------|---|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| a^2 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |
| a^3 | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 |

ТАБЛИЦЯ КВАДРАТІВ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 10 ДО 99

| Десятки | Одиниці | | | | | | | | | |
|---------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5 | 2500 | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6 | 3600 | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7 | 4900 | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8 | 6400 | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9 | 8100 | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

ISBN 978-966-991-216-9



9 789669 912169