

Василь Кравчук
Галина Янченко

МАТЕМАТИКА

6

клас



$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4}$$

$$\frac{1^2}{3} + \frac{1^2}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



$$\text{НСД}(20; 16) = 4$$

$$\text{НСК}(20; 16) = 80$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{2 \cdot 15^3}{5 \cdot 16^8} = \frac{3}{8}$$



Видавництво



™

«Підручники
і посібники»

ТАБЛИЦЯ ПРОСТИХ ЧИСЕЛ (ДО 500)

2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251
257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317
331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397
401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463
467	479	487	491	499	

1, 2, 3, 6 — усі дільники числа 6

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ... — числа, кратні 6

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{НСД}(30; 42) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{НСК}(30; 42) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$$

ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

$$\frac{21}{28} = \frac{21 : 7}{28 : 7} = \frac{3}{4} \text{ — скоротили дріб } \frac{21}{28} \text{ на } 7$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28} \text{ — звели дріб } \frac{3}{4} \text{ до знаменника } 28$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}; \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12} \text{ — звели дроби } \frac{3}{4} \text{ і } \frac{5}{6} \text{ до найменшого спільного знаменника}$$

- Щоб додати (відняти) дроби з різними знаменниками, потрібно: 1) звести дроби до спільного знаменника; 2) додати (відняти) одержані дроби з однаковими знаменниками.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

- Щоб знайти дріб від числа, достатньо число помножити на цей дріб.
- Щоб знайти число за відомим значенням його дроби, достатньо це значення поділити на дріб.

ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

$a : b$ — відношення числа a до числа b

крайні
члени

$$a : b = c : d$$

середні
члени

крайні
члени

середні
члени

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Основна властивість пропорції:

якщо $a : b = c : d$ $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right)$ — пропорція, то $ad = bc$

Василь Кравчук, Галина Янченко

МАТЕМАТИКА

Підручник для 6 класу
закладів загальної середньої освіти

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



Тернопіль
Видавництво «Підручники і посібники»
2023

УДК 51(075.3)
К77

**Підручник створено за модельною навчальною програмою
«Математика. 5–6 класи» для закладів загальної середньої освіти
(автори А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, М. П. Пихтар,
Б. В. Рубльов, В. В. Семенов, М. С. Якір)**

**Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 08.03.2023 № 254)**

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Кравчук В.
К77 Математика : підр. для 6 класу закл. загал. серед. освіти /
В. Кравчук, Г. Янченко. — Тернопіль : Підручники і посіб-
ники, 2023. — 304 с.
ISBN 978-966-07-4175-1

УДК 51(075.3)

ШАНОВНІ ШЕСТИКЛАСНИКИ І ШЕСТИКЛАСНИЦІ!

Матеріал, який ви вивчатимете, поділено на чотири розділи, шість параграфів, а параграфи — на пункти.

Кожний пункт розпочинається викладом теоретичного матеріалу.



Цим значком виділено найважливіші твердження та правила пункту, які потрібно зрозуміти і запам'ятати.

Звертайте також особливу увагу на текст, наведений на синьому тлі. Курсивом у теоретичному матеріалі виділено слова, які означають математичні терміни.



Деякі пункти містять додатковий матеріал, поданий під рубрикою «Для тих, хто хоче знати більше».



Щоб зрозуміти, запам'ятати й систематизувати матеріал, дайте відповіді на запитання, уміщені наприкінці теоретичної частини пункту.

Після теоретичного матеріалу розміщено рубрику **«Приклади розв'язання вправ»**. Вона допоможе ознайомитися з основними видами вправ, способами їх розв'язування та навчить правильно записувати розв'язання. Початок і кінець розв'язання кожного завдання позначені значком (●).

Прочитавши теоретичний матеріал і поміркувавши над зразками розв'язань задач, варто спочатку розв'язати **усні** вправи та простіші задачі, а відтак переходити до складніших.

Значками **1**, **2**, **3** і **4** виділено завдання, які відповідають початковому, середньому, достатньому і високому рівням навчальних досягнень. Завдання для роботи в парі позначено значком



, а для роботи в групі — значком



Якщо під час розв'язування якоїсь задачі ви натрапите на труднощі, перегляньте матеріали рубрики «Приклади розв'язання вправ», а також скористайтеся схемами, підказками, порадами.

Для самостійної роботи вдома рекомендовано задачі, номери яких виділено синім кольором (наприклад, **170**).



Перевірити свої знання й уміння розв'язувати задачі можна за допомогою інтерактивних завдань. До такого завдання в пункті бажано звертатися тоді, коли опрацюєте ті задачі пункту, які йому передують.



Рубрика «Поміркуйте» пов'язана з особливим аспектом математичної підготовки. Основним для розв'язання задач цієї рубрики є вміння виходити з нестандартних ситуацій.



Завершує матеріал пункту рубрика «Вправи для повторення», яка допоможе періодично повторювати основні види вправ і готуватися до вивчення нових тем.



Деякі пункти містять рубрику «Цікаво знати», з якої ви можете дізнатися про походження математичних понять і термінів, а також про внесок українських учених у розвиток математичної науки.

Свої знання можна перевірити, розв'язавши **завдання для самоперевірки**, розміщені наприкінці кожного параграфа.

Вивчайте математику із задоволенням.

Бажаємо успіхів!



Інтерактивне завдання 1
Повторення курсу 5 класу



РОЗДІЛ І

ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Задача. На скільки рівних частин потрібно розрізати торт, щоб його можна було розділити порівну як між 4, так і між 6 дітьми?



7 — просте число

10 — складене число



84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$НСД(20; 16) = 4$$

$$НСК(20; 16) = 80$$


У цьому розділі ви дізнаєтеся:

- що таке дільники і кратні натурального числа;
- як, не виконуючи ділення, встановити, чи ділиться дане натуральне число на 2, 3, 5, 9 чи 10;
- які натуральні числа називають простими; складеними;
- як розкласти натуральне число на прості множники;
- що називають найбільшим спільним дільником кількох натуральних чисел та як його знаходити;
- що називають найменшим спільним кратним кількох натуральних чисел та як його знаходити.

§ 1. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

1. ДІЛЬНИКИ І КРАТНІ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА

Задача 1. Чи можна 18 цукерок, не розрізаючи їх, розділити порівну між 3 дітьми? Між 4 дітьми?



Розділити цукерки порівну між 3 дітьми можна, а між 4 — не можна, бо 18 ділиться націло на 3, але не ділиться націло на 4:

$$18 : 3 = 6; \quad 18 : 4 = 4 \text{ (ост. 2).}$$

Оскільки 18 ділиться націло на 3 (ще кажуть: 18 ділиться на 3), то число 3 називають *дільником* числа 18. Число 18 не ділиться націло на 4 (ще кажуть: 18 не ділиться на 4). Число 4 не є дільником числа 18.



Дільником натурального числа n називають будь-яке натуральне число, на яке n ділиться націло.

На які натуральні числа ділиться число 18?



Число 18 ділиться на 1, 2, 3, 6, 9 і 18.

Отже, число 18 має 6 дільників:

1, 2, 3, 6, 9, 18 — усі дільники числа 18.

Число 1 має лише один дільник — 1. Будь-яке інше натуральне число n має принаймні два дільники — числа 1 і n , до того ж 1 — найменший дільник, n — найбільший.

Задача 2. У кіоску продають фломастери в наборах, по 6 штук у кожному. Чи можна в цьому кіоску купити 12 фломастерів? 18 фломастерів? 20 фломастерів?



Можна купити таке число фломастерів, яке ділиться на 6. Тому купити 12 або 18 фломастерів можна, а 20 — не можна.

Про числа 12 і 18, які діляться на 6, ще кажуть, що вони *кратні* числу 6. Число 20 не ділиться на 6, воно не кратне числу 6.



Кратним натуральному числу k називають будь-яке натуральне число, яке ділиться на k .

Яке з чисел 6 і 25 кратне числу 6, а яке — ні?



Число 6 ділиться на 6, а число 25 — не ділиться. Тому число 6 кратне 6, а число 25 — не кратне 6.

Усі числа, кратні числу 6, можна одержати, помноживши на 6 послідовно числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... :

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ... — числа, кратні 6.

Будь-яке натуральне число k має безліч кратних, найменшим з яких є саме число k .

Для тих, хто хоче знати більше ————— 

Натуральні числа, кратні деякому числу, можна задавати формулою. Наприклад, числа, кратні числу 6, можна задати формулою

$n = 6k$, де k — натуральне число.

Якщо в цій формулі k надавати значень 1, 2, 3, 4, ..., то одержимо числа 6, 12, 18, 24, ... — кратні 6. Можна також сказати, що даною формулою задають натуральні числа, які діляться на 6.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти всі дільники числа 36.

● Щоб знайти всі дільники числа 36, можна ділити його на натуральні числа, починаючи з 1:

$36 : 1 = 36$; $36 : 2 = 18$; $36 : 3 = 12$; $36 : 4 = 9$;
 $36 : 5 = 7$ (ост. 1); $36 : 6 = 6$; $36 : 7 = 5$ (ост. 1) і т. д.

Кількість ділень можна зменшити. Знайшовши, наприклад, дільник 2, одразу можемо записати ще один дільник — число 18, яке є часткою від ділення числа 36 на 2. Дільники зручно записувати так:

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

Отже, дільниками числа 36 є: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. ●

Вправа 2. Знайти найменше чотирицифрове число, кратне 27.

● 1000 — найменше чотирицифрове число. Поділимо його на 27: $1000 : 27 = 37$ (ост. 1).

$27 \cdot 38 = 1026$ — найменше чотирицифрове число, кратне 27. ●



1. Яке число називають дільником натурального числа n ? Назвіть найменший і найбільший дільники числа n .
2. Яке число називають кратним натуральному числу k ? Назвіть найменше кратне числу k .



1. Чи правильно, що:
 - 1) число 9 — дільник числа 54;
 - 2) число 8 — дільник числа 36;
 - 3) число 4 — дільник числа 2;
 - 4) число 35 кратне числу 7;
 - 5) число 5 кратне числу 25;
 - 6) число 42 кратне числу 8?
2. Рівність $7 \cdot 14 = 98$ є правильною. Які з наведених тверджень є неправильними?
 - 1) Число 7 — дільник числа 98.
 - 2) Число 14 — дільник числа 98.
 - 3) Число 7 кратне числу 98.
 - 4) Число 98 кратне числу 14.
3. Назвіть найбільший дільник числа 250; найменший дільник.
4. Скільки всіх дільників має число 9? Скільки кратних має це число?



5. Перевірте, чи є перше число дільником другого:
 - 1) 7 і 259;
 - 2) 18 і 450;
 - 3) 126 і 5116.
6. Перевірте, чи є перше число дільником другого:
 - 1) 6 і 234;
 - 2) 12 і 320;
 - 3) 245 і 6125.
7. Перевірте, чи є перше число кратним другому:
 - 1) 264 і 8;
 - 2) 342 і 24;
 - 3) 9225 і 45.
8. Перевірте, чи є перше число кратним другому:
 - 1) 452 і 7;
 - 2) 645 і 15;
 - 3) 4316 і 52.
9. Запишіть усі дільники числа: 1) 12; 2) 23; 3) 72.
10. Запишіть усі дільники числа: 1) 17; 2) 54; 3) 75.
11. Запишіть три числа, кратні числу 45.

12. Запишіть усі двоцифрові числа, кратні числу: 12; 33.
13. Запишіть усі двоцифрові числа, кратні числу: 15; 25.
14. Запишіть усі числа, які кратні числу 9 і менші від 75.
15. Запишіть усі числа, які кратні числу 8 і менші від 60.
16. У будинку 48 квартир, у яких проживає 194 особи. Чи може в кожній квартирі проживати та сама кількість осіб?
17. Богдан підрахував, що за 8 однакових зошитів потрібно заплатити 54 грн. Чи не помилився Богдан?



- 18.**  Знайдіть найменше число, дільниками якого є числа:
1) 3, 5 і 7; 2) 3, 5 і 6.
- 19.** Запишіть три найменші числа, дільниками яких є числа 4 і 10.
- 20.** Запишіть два найменші числа, дільниками яких є числа 6 і 9.
- 21.** Знайдіть усі натуральні значення x , для яких виконується нерівність $20 < x < 50$ і які:
1) кратні числу 9; 2) є дільниками числа 90.
- 22.** Знайдіть усі натуральні числа від 25 до 70 включно, дільником кожного з яких є число 14.
- 23.** За місяць сім'я використовує 140 пакетиків чаю. У магазині мама хоче купити чай у коробках, по 27 пакетиків у кожній. Яку найменшу кількість коробок має купити мама, щоб забезпечити сім'ю чаєм на місяць?
- 24.** В оранжереї склали 16 однакових букетів, використавши не менше ніж 100 квітів. Яку найменшу кількість квітів може мати один букет?



Інтерактивне завдання 2

Дільники і кратні натурального числа



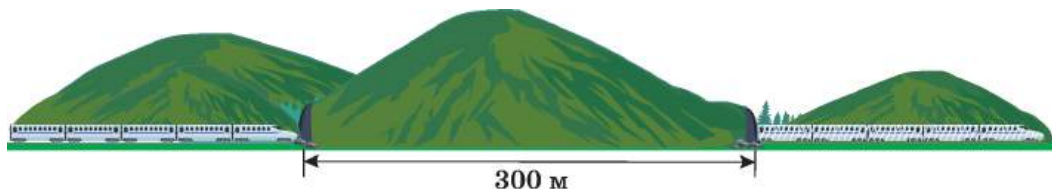
25.  Знайдіть:
- 1) найбільше трицифрове число, кратне 64;
 - 2) найменше чотирицифрове число, кратне 64.

26. Знайдіть найменше чотирицифрове число, кратне 48.
27. 1500 пакетів цукерок мають розкласти в ящики, не більше 40 пакетів у кожному. Яку найменшу кількість ящиків потрібно для цього підготувати?
28. Фермер хоче перевезти 360 т зерна залізницею. Яку найменшу кількість вагонів він має орендувати, якщо в кожний вагон можна завантажувати щонайбільше 65 т зерна?
29.  (Задача-жарт.) Багатоголовий змій знає 105 слів, до того ж кожна голова знає однакову кількість слів і кожне слово знає лише одна голова. Скільки голів у змія, якщо їх більше, ніж 10, але менше, ніж 20? Яку найменшу кількість голів потрібно задіяти змієві, щоб виголосити промову, у якій 40 різних слів?

Поміркуйте



30. Потяг проходить тунель завдовжки 300 м за 28 с, а повз вхід у тунель — за 8 с. Знайдіть швидкість і довжину потяга. *Скористайтеся схемою.*



Вправи для повторення



31. Виконайте ділення з остачею:
 1) $52 : 7$; 2) $315 : 12$; 3) $2408 : 50$.
32. Знайдіть значення виразу $125a + 83 - 42a$, якщо $a = 19$.
33. У фірмі працює 42 особи, до того ж чоловіків — удвічі більше, ніж жінок. Скільки чоловіків і скільки жінок працює у фірмі?
34. За 2 хв Надія пробігла 580 м, до того ж за першу — на 54 м більше, ніж за другу. Скільки метрів пробігала Надія за кожну хвилину?

2. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 10, НА 5 І НА 2

Щоб встановити, чи ділиться деяке натуральне число на 10, на 5 або на 2, не обов'язково виконувати ділення на ці числа. Можна скористатися так званими *ознаками подільності*.

На 10 діляться лише числа, кратні 10, тобто числа

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, ...

Запис кожного такого числа закінчується цифрою 0. Якщо запис числа закінчується іншою цифрою, то число не кратне 10, а тому не ділиться на 10. Маємо таку ознаку подільності на 10:



На 10 ділиться те й тільки те натуральне число, запис якого закінчується цифрою 0.

Як за цією ознакою встановити, чи діляться на 10 числа 1520, 6705?



Запис числа 1520 закінчується цифрою 0, тому воно ділиться на 10. Запис числа 6705 не закінчується цифрою 0, тому воно не ділиться на 10.

На 5 діляться лише числа, кратні 5, тобто числа

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50,

Запис кожного такого числа закінчується цифрою 0 або цифрою 5. Якщо запис числа закінчується іншою цифрою, то число не ділиться на 5.



На 5 ділиться те й тільки те натуральне число, запис якого закінчується цифрою 0 або цифрою 5.

Установіть за цією ознакою, які з чисел 4820, 5054 і 2815 діляться на 5.



Числа 4820, 2815 діляться на 5, бо їх записи закінчуються цифрами 0, 5, а число 5054 не ділиться на 5, бо його запис не закінчується цифрою 0 або цифрою 5.

Натуральні числа, які діляться на 2, називають *парними*, а які не діляться на 2, — *непарними*.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... — парні числа;
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ... — непарні числа.

У натуральному ряді непарні й парні числа чергуються:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Звернемо увагу, що записи парних чисел закінчуються цифрами 0, 2, 4, 6, 8, які називають *парними цифрами*. Записи непарних чисел закінчуються цифрами 1, 3, 5, 7, 9 — *непарними цифрами*. Отже, розпізнавати парні й непарні числа можна за останньою цифрою запису. Наприклад, 372, 4578, 15 000 — парні числа, 725, 5071, 10 999 — непарні числа.

На 2 діляться лише парні числа. Запис кожного такого числа закінчується парною цифрою, тому маємо таку ознаку подільності на 2:



На 2 ділиться те й тільки те натуральне число, запис якого закінчується парною цифрою.

Для тих, хто хоче знати більше — — — — —



Знаючи останню цифру в записі натурального числа, можна встановити, чи ділиться воно на 10, на 5, на 2.

Знаючи дві останні цифри в записі натурального числа, можна встановити, чи ділиться число на 4, на 25. А саме:

На 4 ділиться те й тільки те натуральне число, двома останніми цифрами якого записано число, що ділиться на 4.

На 25 ділиться те й тільки те натуральне число, двома останніми цифрами якого записано число, що ділиться на 25.

Наприклад:

14 536 ділиться на 4, бо його двома останніми цифрами записано число 36, яке ділиться на 4;

57 375 ділиться на 25, бо 75 ділиться на 25;

28 426 не ділиться на 4, бо 26 не ділиться на 4;

438 365 не ділиться на 25, бо 65 не ділиться на 25.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Чи ділиться значення виразу $84 \cdot 317 + 507$ на 5?

● Знайдемо останню цифру значення виразу. Оскільки $4 \cdot 7 = 28$, то значення добутку $84 \cdot 317$ закінчується цифрою 8. Оскільки $8 + 7 = 15$, то значення виразу $84 \cdot 317 + 507$ закінчується цифрою 5. Отже, це значення ділиться на 5. ●



1. Сформулюйте ознаку подільності на 10; на 5; на 2.
2. Які натуральні числа називають парними? Непарними?



35. Серед чисел 93, 105, 708, 900, 1512, 31 510, 118 575, 5 049 300 назвіть ті, що діляться на 10; на 5; на 2.
36. *Інтелектуальна розминка.* Ведучий називає число. Якщо воно ділиться на 10, 5 або 2, то учасник, на якого вказує ведучий, плескає в долоні. Якщо число не ділиться на жодне з цих чисел, учасник ніяк не реагує. Той, хто помилився, вибуває з гри.
37. Які з наведених тверджень є правильними?
 - 1) Якщо число ділиться на 10, то воно ділиться і на 2, і на 5.
 - 2) Якщо число ділиться на 5, то воно ділиться на 10.
 - 3) Якщо число ділиться на 2 і на 5, то воно ділиться на 10.
38. Які з чисел 1, 9, 12, 42, 97, 156, 789, 1246 є парними? Непарними?



39. Із чисел 5, 34, 150, 727, 864, 1000, 3205, 8800, 23 158, 753 435 виберіть і запишіть ті, що діляться: 1) на 10; 2) на 5; 3) на 2.
40. Із чисел 10, 75, 272, 450, 706, 900, 1215, 6478, 32 000, 503 295 виберіть і запишіть ті, що діляться: 1) на 10; 2) на 5; 3) на 2.
41.  Запишіть по два трицифрові числа, які:
 - 1) діляться на 2; 2) діляться на 5; 3) діляться на 10;
 - 4) діляться на 2, але не діляться на 5;
 - 5) діляться на 5, але не діляться на 10.
42. Запишіть замість зірочки таку цифру, щоб число 127*:
 - 1) було парним; 2) було непарним; 3) ділилося на 5.
43. Допишіть праворуч до числа 28 таку цифру, щоб утворене трицифрове число: 1) було парним; 2) було непарним; 3) ділилося на 10.

44.  Запишіть шість різних чотирицифрових чисел, які можна скласти з карток, зображених на рисунку 1, два з яких діляться на 10, два — на 5, два — на 2.

0 1 4 5 7

Рис. 1

0 2 5 9

Рис. 2

45. Запишіть три різні чотирицифрові числа, які можна скласти з карток, зображених на рисунку 2, перше з яких ділиться на 10, друге — на 5, третє — на 2.
46. Запишіть усі непарні значення y , для яких є правильною нерівність $251 < y < 260$.
47. Запишіть усі парні значення x , для яких є правильною нерівність $180 < x < 190$.



Інтерактивне завдання 3

Ознаки подільності на 10, 5 і 2



48. Чи ділиться значення виразу на задане число?
 1) $3812 + 1449 + 376$ на 10; 2) $85\,124 - 44\,279$ на 5;
 3) $1245 \cdot 9034$ на 10; 4) $453 \cdot 817 - 102\,984$ на 2.
49. Чи ділиться значення виразу на задане число?
 1) $2126 + 3578 - 73$ на 2; 2) $8372 \cdot 833 \cdot 385$ на 10.
50. Запишіть усі числа, які в натуральному ряді розташовані між числами 698 і 712 та не діляться ні на 2, ні на 5.
51. Із натуральних чисел від 587 до 602 включно виберіть і запишіть ті, що діляться на 2, але не діляться на 5.
52. Скільки різних парних чотирицифрових чисел можна скласти з карток, зображених на рисунку 3?

1 2 5 5

Рис. 3

53. Скільки різних непарних двоцифрових чисел можна скласти з карток, зображених на рисунку 3?

54. Використовуючи цифри 0, 2, 5, 7, 8 не більше одного разу, запишіть найменше чотирицифрове число, що ділиться на 2.

55. Використовуючи кожен з цифр 0, 3, 5, 8, 9 один раз, запишіть найбільше п'ятицифрове число, що ділиться на 5.



56. Використовуючи кожен з десяти цифр один раз, запишіть найменше натуральне число, яке: 1) ділиться на 5; 2) ділиться на 2, але не ділиться на 10.

57. Використовуючи кожен з десяти цифр один раз, запишіть найбільше натуральне число, яке: 1) ділиться на 10; 2) ділиться на 5, але не ділиться на 2.

58.  Які з наведених тверджень є правильними?

- 1) Сумою двох парних чисел є парне число.
- 2) Сумою двох непарних чисел є непарне число.
- 3) Сумою парного і непарного чисел є непарне число.

59. Дано ряд чисел 1, 2, 3, ..., 999, 1000.

- 1) Скільки серед даних чисел є парних і скільки непарних?
- 2) Скільки чисел ділиться на 5 і скільки на 10?

60. Які з чисел 148, 275, 400, 12 296, 43 150, 85 225, 90 000 діляться на 4? На 25?

61. Які з чисел 216, 450, 774, 3000, 57 008 діляться на 4? На 25?

62. Чи ділиться на 4 число, запис якого складається зі 100 двійок?

Поміркуйте



63. Чи можна вибрати деяких 5 аркушів даного підручника так, щоб сума номерів 10 сторінок цих аркушів дорівнювала 100?

Вправи для повторення



64. Виконайте дії:

- 1) $145 \cdot (50\,008 - 49\,803)$; 2) $(73,25 - 54,17) : 0,04$.

65. Розв'яжіть рівняння:

1) $6x + 34 = 82$;

2) $(42 - y) : 3,6 = 7,5$.

66. Віталій задумав число. Якщо його збільшити в 4 рази й одержаний результат зменшити на 6,7, то одержимо 14,5. Яке число задумав Віталій?

67. У метро ескалатор завдовжки 90 м переміщує людей зі швидкістю 0,8 м/с. Тетяна та Оксана одночасно заходять на цей ескалатор, до того ж Тетяна йде по ньому зі швидкістю 1 м/с, а Оксана стоїть на місці. Знайдіть відстань між дівчатами в той момент, коли Тетяна дійде до кінця ескалатора.

3. ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ НА 9 І НА 3

На 9 діляться лише числа, кратні 9, тобто числа

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, ...

Звернемо увагу, що сума цифр кожного із записаних чисел (до 108 включно) дорівнює або 9, або 18, і також ділиться на 9.

Узагалі, якщо число ділиться на 9, то й сума його цифр ділиться на 9. Наприклад, число 3978 ділиться на 9 ($3978 : 9 = 442$) і сума його цифр $3 + 9 + 7 + 8 = 27$ ділиться на 9.

Якщо число не ділиться на 9, то й сума його цифр не ділиться на 9. Наприклад, число 908 не ділиться на 9 і сума його цифр $9 + 0 + 8 = 17$ також не ділиться на 9. Маємо таку ознаку подільності на 9:



На 9 ділиться те й тільки те натуральне число, сума цифр якого ділиться на 9.

Як за цією ознакою встановити, чи ділиться на 9 число 7485?



Сума цифр числа дорівнює: $7 + 4 + 8 + 5 = 24$ — не ділиться на 9, тому й число 7485 не ділиться на 9.

Ознака подільності на 3 аналогічна до ознаки подільності на 9.



На 3 ділиться те й тільки те натуральне число, сума цифр якого ділиться на 3.

Установіть за цією ознакою, чи ділиться на 3 число 1095.



Сума цифр числа дорівнює: $1 + 0 + 9 + 5 = 15$ — ділиться на 3, тому й число 1095 ділиться на 3.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. До числа 1043 дописати праворуч таку цифру, щоб одержане число ділилося на 3.

● Сума цифр числа 1043 дорівнює 8. Дописуючи цифру, можна одержати числа із сумами цифр від 8 (коли допишемо 0) до 17 (коли допишемо 9). Ділитися на 3 будуть числа із сумами цифр 9, 12, 15. Щоб одержати такі суми, потрібно дописати одну з цифр 1, 4, 7. Дописавши, наприклад, цифру 4, одержимо число 10 434, яке ділиться на 3. ●



1. Сформулюйте ознаку подільності на 9; на 3.



68. Які з чисел 435, 14 004, 111 001, 505 401 діляться на 3? На 9?

69. Назвіть деяке трицифрове число виду $1**$, яке ділиться на 3; на 9. Відповідь обґрунтуйте.

70. Чи є правильним твердження?

- 1) Якщо число ділиться на 9, то воно ділиться на 3.
- 2) Якщо число ділиться на 3, то воно ділиться на 9.



71. Із чисел 141, 576, 3812, 12 805, 77 124, 309 645 випишіть ті, що:

- 1) діляться на 3; 2) не діляться на 3;
- 3) діляться на 9; 4) діляться на 3, але не діляться на 9.

72. Із чисел 486, 2562, 8209, 42 825, 193 950 випишіть ті, що:

- 1) діляться на 9; 2) діляться на 3, але не діляться на 9.

- 73.** Із чисел 75, 126, 244, 585, 7110, 96 450 випишіть ті, що діляться:
1) на 3 і на 2; 2) на 3 і на 5; 3) на 9 і на 10.
- 74.** Із чисел 78, 405, 840, 1980, 45 045 випишіть ті, що діляться:
1) на 3 і на 2; 2) на 3 і на 10; 3) на 9 і на 5.
- 75.** До даного числа допишіть праворуч таку цифру, щоб утворене число ділилося на 9: 1) 52; 2) 378; 3) 4485.
- 76.** До даного числа допишіть ліворуч таку цифру, щоб утворене число ділилося на 3: 1) 23; 2) 523; 3) 8340.



Інтерактивне завдання 4

Ознаки подільності на 9 і на 3



- 77.** Запишіть усі натуральні числа, що розташовані між числами 351 і 370 та діляться: 1) на 3; 2) на 3 і на 2; 3) на 9.
- 78.** Із натуральних чисел від 134 до 150 включно випишіть ті, що діляться: 1) на 3; 2) на 3 і на 5.
- 79.** Запишіть:
1) найбільше трицифрове число, що ділиться на 3;
2) найменше чотирицифрове число, що ділиться на 3; на 9.
- 80.** Запишіть найменше трицифрове число, що ділиться на 3; на 9.
- 81.** Оксана забула першу цифру коду замка *184, але пам'ятає, що це число ділиться на 3. Скільки щонайбільше варіантів коду потрібно набрати Оксані, щоб потрапити додому?
- 82.** Андрій стверджує, що коли в числі 828 468 переставити будь-які цифри, то одержане число ділитиметься на 9, на 3 і на 2. Чи має Андрій рацію?



- 83.** Запишіть замість зірочок такі цифри, щоб число:
1) $2*3*$ ділилося на 3 і на 10; 2) $*9\ 75*$ ділилося на 15.
Розгляньте всі можливі випадки.

84. Запишіть замість зірочок такі цифри, щоб число:
1) $75**$ ділилося на 9 і на 10; 2) $38 *9*$ ділилося на 45.
Розгляньте всі можливі випадки.
85. Ольга задумала трицифрове число. Про нього вона лише повідомила: «Першою цифрою числа є 1, воно ділиться на 9 і на 5, але не ділиться на 2». Яке число задумала Ольга?
86. Скільки різних трицифрових чисел, які діляться на 9, можна скласти з карток, зображених на рисунку 4?



Рис. 4



Рис. 5

87. Скільки різних трицифрових чисел, які діляться на 9, можна скласти з карток, зображених на рисунку 5?
88. Чому будь-яке десятицифрове число, записане за допомогою всіх десяти цифр, ділиться на 9?

Поміркуйте



89. Сергій знайшов добуток усіх натуральних чисел від 1 до 11 включно і записав результат на дошці. На перерві хтось випадково витер три цифри, і на дошці залишився запис $39\ 9*6\ 8**$. Не виконуючи множення повторно, відновіть витерті цифри.

Вправи для повторення



90. Виконайте дії:
1) $3^2 - 2^3$; 2) $(107 - 972 : 36)^2$; 3) $0,6^2 + 0,8^2$.
91. Знайдіть площу квадратної ділянки зі стороною 36 м і виразіть її в арах.
92. На тарілці лежать 2 яблука і 2 сливи. Скількома способами можна взяти з тарілки одне яблуко й одну сливу?
93. Поле, площа якого 80 га, засіяли соняшником і кукурудзою, до того ж соняшником засіяли 36 % площі поля. На скільки гектарів менше засіяли соняшником, ніж кукурудзою?

4. ПРОСТІ ТА СКЛАДЕНІ ЧИСЛА. РОЗКЛАДАННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ НА ПРОСТІ МНОЖНИКИ

Візьмемо кілька натуральних чисел і знайдемо їх дільники.

Числа	Дільники	Кількість дільників
1	1	1
2	1; 2	2
3	1; 3	2
4	1; 2; 4	3
12	1; 2; 3; 4; 6; 12	6
17	1; 17	2
21	1; 3; 7; 21	4
30	1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30	8

Бачимо, що числа мають різну кількість дільників.

Число 1 має найменшу кількість дільників — лише один. Числа 2, 3, 17 мають по два дільники: 1 і саме число. Числа 4, 12, 21 і 30 мають більше, ніж два дільники.



Натуральне число називають *простим*, якщо воно має тільки два різні дільники: одиницю і саме це число.

Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше, ніж два дільники.

Отже, числа 2, 3, 17 — прості, а числа 4, 12, 21, 30 — складені.

Число 1 не належить ні до простих, ні до складених.

Якщо число має дільник, відмінний від 1 і самого себе, то це число має більше, ніж два дільники, і тому воно є складеним. Так, число 1275 — складене. Чому?



Число 1275 має, наприклад, дільник 5, відмінний від 1 і 1275. Тому це число є складеним.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 — перші 10 простих чисел.

Найменшим простим числом є число 2. Найбільшого простого числа не існує. Усі прості числа, крім числа 2, є непарними.

Таблицю простих чисел, менших від 500, вміщено на форзаці підручника.

Розкладання натуральних чисел на прості множники. Складене число 24 можна записати як добуток двох множників, відмінних від 1, наприклад, $24 = 4 \cdot 6$. Кажуть, що число 24 розкладено на два множники — 4 і 6. Числа 4 і 6 також можна розкласти на множники: $4 = 2 \cdot 2$; $6 = 2 \cdot 3$. Тепер число 24 можна записати так: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

У добутку $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ всі множники є простими числами. Отже, число 24 розкладено на прості множники.

Розкласти число на прості множники означає записати його у вигляді добутку простих чисел.

Будь-яке складене число можна розкласти на прості множники. Наприклад:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2; \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 55 = 5 \cdot 11.$$

Щоб розкласти на множники великі числа, користуються спеціальною схемою.

Нехай потрібно розкласти на прості множники число 630. Записуємо це число і проводимо праворуч вертикальну риску. Найменшим простим дільником цього числа є 2; записуємо 2 праворуч від риски. Ділимо 630 на 2 і записуємо частку 315 ліворуч від риски під числом 630. Тепер знаходимо найменший простий дільник числа 315. Ним є число 3, записуємо його праворуч від риски. Ділимо 315 на 3, частку 105 записуємо ліворуч. Ділимо 105 на 3, дістаємо 35; 35 ділимо на 5, дістаємо 7. Число 7 просте, поділивши його на 7, маємо 1. Розклад закінчено.

$$\text{Отже, } 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7.$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Довести, що число 651 є складеним.

● Число 651 ділиться на 3, бо сума його цифр (12) ділиться на 3. Оскільки число 651 має дільник, відмінний від 1 і 651, то воно є складеним. ●

Вправа 2. Знайти всі дільники числа 126.

- Розкладемо число 126 на прості множники:

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

126	2	Дільниками числа 126 є: 1, прості числа 2, 3, 7 в одержаному розкладі та всі можливі добутки чисел 2, 3, 3, 7, тобто: 1, 2, 3, 7; 2 · 3, 2 · 7, 3 · 3, 3 · 7; 2 · 3 · 3, 2 · 3 · 7, 3 · 3 · 7; 2 · 3 · 3 · 7.
63	3	
21	3	
7	7	
1		

Отже, дільниками числа 126 є: 1, 2, 3, 7, 6, 14, 9, 21, 18, 42, 63, 126.

Запишемо всі дільники в порядку зростання:

1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126. ●



1. Яке натуральне число називають простим? Складеним? Наведіть приклади простих і складених чисел.
2. Чи є число 1 простим? Складеним?
3. Назвіть найменше просте число. Чи існує найбільше просте число?
4. Які прості числа є парними? Непарними?
5. Що означає розкласти число на прості множники?

Усно

94. Чи правильно, що:

- | | |
|-----------------------|-----------------------------|
| 1) 31 — просте число; | 2) 51 — просте число; |
| 3) 1 — просте число; | 4) 36 182 — складене число? |

95. Доведіть, що числа 1750, 8136, 92 415, 909 909 є складеними.

96. Чи є правильним твердження?

- 1) Кожне парне число є складеним.
- 2) Добуток двох простих чисел є складеним числом.

97. Чи є розкладом на прості множники добуток:

- | | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|--------------------------------------|
| 1) $2 \cdot 17$; | 2) $1 \cdot 7$; | 3) $3 \cdot 25$; | 4) $2^3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 23$? |
|-------------------|------------------|-------------------|--------------------------------------|

98. Розкладіть на прості множники числа 4, 9, 10, 12, 50.

1 2

99. Скільки дільників має число: 6; 11; 15; 19? Які з цих чисел є простими? Складеними?

- 100.** Із чисел 8, 13, 37, 40, 43, 65, 99 випишіть усі:
1) прості числа; 2) складені числа.
- 101.** Із чисел 11, 23, 32, 39, 41, 50 випишіть усі:
1) прості числа; 2) складені числа.
- 102.** Запишіть:
1) усі прості числа, які більші за 40 і менші від 50;
2) усі складені числа, які більші за 20 і менші від 30.
- 103.** Запишіть усі прості числа, які більші за 20 і менші від 40.
- 104.** Доведіть, що складеним є число: 1) 4908; 2) 5913; 3) 14 645.
- 105.** Доведіть, що складеним є число: 1) 3105; 2) 6752; 3) 11 337.
- 106.** Розкладіть на прості множники число:
1) 33; 2) 36; 3) 74; 4) 231;
5) 408; 6) 576; 7) 1000; 8) 7820.
- 107.** Розкладіть на прості множники число:
1) 28; 2) 35; 3) 56; 4) 120; 5) 588; 6) 1500; 7) 3762.



Інтерактивне завдання 5 Прості та складені числа



- 108.** Запишіть замість зірочки таку цифру, щоб було складеним число: 1) 317^* ; 2) $51\ 7^*7$.
- 109.** Запишіть замість зірочки таку цифру, щоб було складеним число: 1) 8^*51 ; 2) $27\ 31^*$.
- 110.**  Чи можна записати просте трицифрове число, використавши кожен з цифр:
1) 2, 6, 8; 2) 0, 0, 7; 3) 1, 2, 3?
- 111.** Дано число $n = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 17$. Знайдіть частку $n : k$, якщо:
1) $k = 17$; 2) $k = 2 \cdot 3$; 3) $k = 34$.
- 112.** Дано число $n = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$. Знайдіть частку $n : m$, якщо:
1) $m = 7$; 2) $m = 2 \cdot 7$; 3) $m = 33$.
- 113.** Знайдіть усі дільники числа: 1) 77; 2) 54.
- 114.** Знайдіть усі дільники числа 45.
- 115.** Знайдіть усі двоцифрові числа, розклад кожного з яких на прості множники складається з двох однакових чисел.

- 116.** Знайдіть усі двоцифрові числа, розклад кожного з яких на прості множники складається з двох чисел, одним з яких є 17.

- 117.** Знайдіть усі дільники числа $n = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$.

- 118.** Знайдіть усі двоцифрові числа, на які ділиться число 3144.

- 119.** Знайдіть усі трицифрові числа, на які ділиться число 1332.

- 120.**  Чи є правильним твердження?

- 1) Якщо натуральне число n ділиться на 3, то n — складене число.
- 2) Якщо натуральне число n ділиться на 4, то n — складене число.

- 121.** Число p є простим, до того ж $p > 2$. Чи є наступне за ним число $p + 1$ простим? Чи зміниться відповідь, якщо зняти обмеження, що $p > 2$?

- 122.** На кількох ділянках лісу посадили разом 1860 дерев, до того ж на всіх ділянках — порівну. Відомо, що ділянок більше, ніж 4, але менше, ніж 10. Скільки дерев посадили на кожній ділянці?

Поміркуйте

- 123.** Чи можна в числі 123 456 переставити деякі цифри так, щоб одержати просте число?

Вправи для повторення

- 124.** Спростіть вираз:

1) $5,4x - 2,28x + 4,2x$; 2) $(a + 5b) \cdot 8 - 25b$.

- 125.** Порівняйте величини:

1) 2,8 т і 3000 кг; 2) 50 м і 0,04 км.

- 126.** Автомобіль подолав шлях між Львовом і Тернополем за 1,5 год. Якби він їхав зі швидкістю 75 км/год, то час руху був би на 0,3 год довший. Знайдіть відстань між містами.

- 127.** Робітники виклали 178 м доріжки за 3 дні. За перші два дні вони виклали 121 м, а за два останні — 118 м. Скільки метрів доріжки виклали робітники за другий день?

Цікаво знати



Для знаходження простих чисел давньогрецький учений Ератосфен (близько 276 р. — близько 194 р. до н. е.) запропонував такий спосіб. Він виписував усі числа від 1 до якогось числа n . Викреслював число 1, яке не є простим. Підкреслював число 2 і викреслював усі числа, кратні 2, тобто числа 4, 6, 8, Наступне незакреслене число 3 є простим. Ератосфен підкреслював це число і викреслював усі числа, кратні 3. Підкреслював наступне просте число 5 і т. д. Так можна серед чисел, що не перевищують n , «висіяти» всі прості числа.

Якщо «висіяти» всі прості числа, що не перевищують 30, то одержимо: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 — перші 10 простих чисел.

1	<u>2</u>	<u>3</u>	4	<u>5</u>	6	<u>7</u>	8	9	10
<u>11</u>	12	<u>13</u>	14	15	<u>16</u>	<u>17</u>	18	<u>19</u>	20
21	22	<u>23</u>	24	<u>25</u>	26	27	28	<u>29</u>	30

Метод Ератосфена «висіювання» простих чисел називають ще «решетом Ератосфена». Це пов'язано з тим, що давні греки писали на натягнутих папірусах або табличках, покритих воском, і числа не викреслювали, а виколювали голкою, після чого папірус або табличка нагадували решето.

5. НАЙБІЛЬШИЙ СПІЛЬНИЙ ДІЛЬНИК

Запишемо всі дільники чисел 18 і 24:

число 18	дільники: 1, 2, 3, 6, 9, 18
число 24	дільники: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Спільними дільниками чисел 18 і 24 є числа 1, 2, 3, 6, найбільшим з них є 6. Можна сказати, що число 6 є найбільшим натуральним числом, на яке ділиться і число 18, і число 24.



Найбільше натуральне число, на яке ділиться кожне з даних натуральних чисел, називають найбільшим спільним дільником цих чисел.

Отже, найбільшим спільним дільником чисел 18 і 24 є число 6. Це скорочено записують так: $\text{НСД}(18; 24) = 6$.

У розглянутому прикладі ми легко знайшли найбільший спільний дільник, записавши всі дільники чисел 18 і 24. Якщо числа великі й мають багато дільників, то знаходження найбільшого спільного дільника цим способом виявляється досить громіздким.

Розглянемо ще один спосіб знаходження найбільшого спільного дільника, узявши числа 210 і 294. Розкладемо кожне з цих чисел на прості множники:

$$210 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{7}; \quad 294 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 7 \cdot \underline{7}.$$

Підкреслимо всі спільні прості дільники в розкладах даних чисел: 2, 3, 7. Числа 210 і 294 діляться на кожне із чисел 2, 3, 7 і на їх добуток: $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Число 42 є найбільшим спільним дільником чисел 210 і 294:

$$\text{НСД}(210; 294) = 42.$$

Щоб знайти найбільший спільний дільник кількох натуральних чисел, можна: 1) розкласти дані числа на прості множники; 2) знайти добуток їх спільних множників.

Знайдіть за цим правилом найбільший спільний дільник чисел 45, 75 і 90.



Розкладемо дані числа на прості множники:

$$45 = \underline{3} \cdot 3 \cdot \underline{5}; \quad 75 = \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot 5; \quad 90 = 2 \cdot \underline{3} \cdot 3 \cdot \underline{5}.$$

Отже, $\text{НСД}(45; 75; 90) = 3 \cdot 5 = 15$.

У деяких випадках найбільший спільний дільник можна знайти, не розкладаючи числа на прості множники. Наприклад, $\text{НСД}(30; 60) = 30$, бо 30 є найбільшим числом, на яке діляться числа 30 і 60.

Якщо число a є дільником числа b , то $\text{НСД}(a; b) = a$.

Числа 5 і 8 мають лише один спільний дільник — число 1. Тому $\text{НСД}(5; 8) = 1$.

Два натуральні числа, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1, називають *взаємно простими числами*.

Отже, числа 5 і 8 є взаємно простими. Із того, що взаємно прості числа мають лише один спільний дільник (число 1), маємо такий висновок:

Якщо два числа мають спільний дільник, відмінний від 1, то вони не є взаємно простими.

Наприклад, числа 6 і 10 не є взаємно простими, бо мають спільний дільник 2.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Чи є взаємно простими числа: 1) 270 і 921; 2) 42 і 115?

• 1) Числа 270 і 921 діляться на 3 (мають спільний дільник 3), тому не є взаємно простими.

2) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$; $115 = 5 \cdot 23$. $\text{НСД}(42; 115) = 1$.

Отже, числа 42 і 115 є взаємно простими. •

Вправа 2. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти з 24 волошок і 32 ромашок, використавши всі квіти?

• Нехай із даних квітів можна скласти k однакових букетів. Тоді і 24 волошки, і 32 ромашки можна розділити на k однакових частин. Отже, числа 24 і 32 мають ділитися на k . Щоб розв'язати задачу, потрібно знайти найбільше число, на яке діляться числа 24 і 32, тобто знайти найбільший спільний дільник цих чисел.

Оскільки $\text{НСД}(24; 32) = 8$, то найбільше можна скласти 8 однакових букетів. (Кожний такий букет складатиметься із $24 : 8 = 3$ волошок і $32 : 8 = 4$ ромашок.) •



1. Яке число називають найбільшим спільним дільником кількох натуральних чисел?
2. Як шукають найбільший спільний дільник натуральних чисел?
3. Чому дорівнює $\text{НСД}(a; b)$, якщо число a є дільником числа b ?
4. Які числа називають взаємно простими?



128. Чи є число 3 спільним дільником чисел: 27 і 45; 18 і 44?

129. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 2 і 8; 2) 15 і 3; 3) 10 і 15; 4) 7 і 10.

130. Серед чисел 2, 9, 15 і 20 укажіть усі пари взаємно простих чисел.

131. Чи є правильним твердження?

- 1) Будь-які два парні числа не є взаємно простими.
- 2) Будь-які два прості числа є взаємно простими.



132.  До магазину двічі на тиждень привозили борошно в однакових пакетах: першого разу — 48 кг, а другого — 54 кг. У яких із пакетів, зображених на рисунку 6, могли привозити борошно?

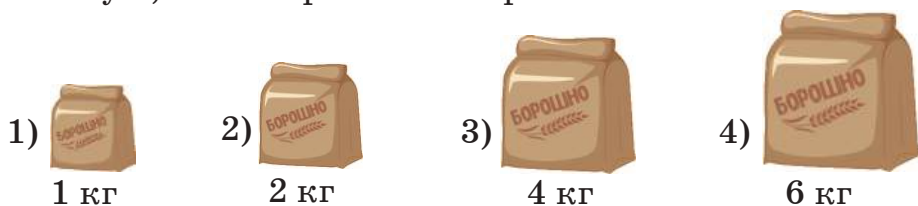


Рис. 6

133. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел m і n , якщо:

- 1) $m = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $n = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$;
- 2) $m = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$, $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 23$.

134. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 12 і 8; 2) 36 і 48; 3) 50 і 175;
- 4) 100 і 63; 5) 2, 6 і 18; 6) 6, 9 і 12.

135. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 9 і 12; 2) 18 і 30; 3) 48 і 72;
- 4) 12 і 35; 5) 5, 10 і 25; 6) 6, 10 і 16.

136. Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу: 1) $\frac{6}{15}$; 2) $\frac{8}{24}$; 3) $\frac{18}{27}$; 4) $\frac{21}{25}$.

137. Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу: 1) $\frac{4}{16}$; 2) $\frac{10}{25}$; 3) $\frac{12}{30}$.

138. Чи є взаємно простими числа:

- 1) 9 і 22; 2) 49 і 21; 3) 154 і 162; 4) 14 і 75?

139. Чи є взаємно простими числа:

- 1) 14 і 35; 2) 36 і 25; 3) 75 і 36; 4) 18 і 55?

140. Запишіть усі неправильні дроби із чисельником 8, у яких чисельник і знаменник є взаємно простими числами.

141. Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 6, у яких чисельник і знаменник є взаємно простими числами.



142. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 324 і 396; 2) 208 і 390; 3) 315, 405 і 540.

143. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 264 і 504; 2) 189, 252 і 630.

144. Чи є взаємно простими числа: 1) 230 і 273; 2) 448 і 567?

145. Чи є взаємно простими числа 248 і 351?

146. Між усіма учнями / ученицями класу розділили порівну 58 зошитів у лінію, а також 87 зошитів у клітинку. Скільки всього учнів та учениць у класі? Скільки зошитів у лінію і скільки в клітинку отримав кожен учень / учениця?

147. У магазині є однакові набори простих олівців. Першого дня було куплено 30 таких олівців, а другого — 42 олівці. Скільки щонайбільше олівців може бути в одному наборі?

148. Для групи дитячого садка придбали кілька однакових комплектів, у яких є разом 84 фломастери і 56 ручок. Яку найбільшу кількість комплектів могли придбати?



Інтерактивне завдання 6 Найбільший спільний дільник



149. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти з 90 мандаринів, 405 цукерок і 135 пряників, якщо потрібно використати всі мандарини, цукерки і пряники?

150. Прямокутний аркуш завдовжки 56 см і завширшки 48 см художник хоче розбити на рівні квадрати, сторона кожного з яких дорівнювала б цілому числу сантиметрів. Яку найменшу кількість квадратів він може одержати?

151. У кімнаті завдовжки 6,25 м і завширшки 4,75 м вирішили викласти долівку однаковими декоративними плитками квадратної форми, не розрізуючи їх. Який найбільший можливий розмір такої плитки? Скільки плиток найбільшого розміру потрібно, щоб викласти ними долівку?

Поміркуйте



152. У майстра є труби як завдовжки 7 м, так і завдовжки 8 м. Чи може він, не вкорочуючи жодну трубу, прокласти трубопровід завдовжки 130 м?

Вправи для повторення



153. Обчисліть: $169\,200 : 2400 - (9,6 \cdot 0,9 - 0,6 \cdot 0,9)$.

154. Знайдіть пропущені числа:



155. Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 2,5 дм, ширина — 8 см, а об'єм — 3 дм³. Знайдіть висоту паралелепіпеда.
156. Автомобіль зупинився для заправлення паливом на 0,2 год. Після цього, збільшивши швидкість до 90 км/год, він надолужив утрачений час на відстані 72 км. З якою швидкістю їхав автомобіль до зупинки?

6. НАЙМЕНШЕ СПІЛЬНЕ КРАТНЕ

Запишемо числа, кратні 9, і числа, кратні 12:

число 9	кратні: 9, 18, 27, 36 , 45, 54, 63, 72 , 81, ...
число 12	кратні: 12, 24, 36 , 48, 60, 72 , 84, ...

Спільними кратними чисел 9 і 12 є числа 36, 72, Усі спільні кратні діляться на 9 і на 12. Тому про найменше з них можна сказати так: число 36 є найменшим числом, яке ділиться на 9 і на 12.



Найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних натуральних чисел, називають найменшим спільним кратним цих чисел.

Отже, найменшим спільним кратним чисел 9 і 12 є число 36. Це скорочено записують так: $\text{НСК}(9; 12) = 36$.

Розкладемо числа 9 і 12, а також їх найменше спільне кратне 36 на прості множники:

$$9 = 3 \cdot 3; \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3.$$

Бачимо, що розклад числа 36 можна одержати, якщо розклад числа 9 помножити на $2 \cdot 2$. Числа 2 і 2 — це такі множники з розкладу числа 12, яких немає в розкладі числа 9.

Щоб знайти найменше спільне кратне двох чисел, можна:

- 1) розкласти дані числа на прості множники;
- 2) розклад одного з чисел помножити на ті множники з розкладу другого числа, яких немає в розкладі першого.

Приклад 1. Знайти найменше спільне кратне чисел 60 і 90.

Розв'язання. Розкладемо дані числа на прості множники:

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

У розкладі числа 90 є лише один множник (3), якого немає в розкладі числа 60. Тому $\text{НСК}(60; 90) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 180$.

За схожим правилом шукають найменше спільне кратне трьох і більше чисел.

Приклад 2. Знайти найменше спільне кратне чисел 12, 18 і 24.

Розв'язання. $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Розклад першого числа множимо на ті множники з розкладів другого і третього чисел, яких немає в розкладі першого:

$$\text{НСК}(12; 18; 24) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 72.$$

Приклад 3. Знайти найменше спільне кратне чисел 8 і 15.



Розв'язання. $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$; $15 = 3 \cdot 5$;

$$\text{НСК}(8; 15) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 15 = 120.$$

Звернемо увагу, що числа 8 і 15 у прикладі 3 є взаємно простими, а їх найменше спільне кратне дорівнює добутку $8 \cdot 15$.

Найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел дорівнює добутку цих чисел.

Приклад 4. Знайти найменше спільне кратне чисел 30 і 60.

Розв'язання. Зауважимо, що число 30 є дільником числа 60. У такому випадку $\text{НСК}(30; 60) = 60$, бо 60 є найменшим натуральним числом, яке ділиться на 30 і на 60.

Якщо число a є дільником числа b , то $\text{НСК}(a; b) = b$.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Крок батька дорівнює 72 см, а крок сина — 54 см. Знайти найменшу відстань, яку потрібно пройти як батькові, так і синові, щоб кожен з них зробив при цьому ціле число кроків.

● Шукана відстань у сантиметрах має виражатися таким найменшим числом, яке ділиться на 72 і на 54. Цим числом є найменше спільне кратне даних чисел. Знайдемо НСК(54; 72):

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$\text{НСК}(54; 72) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 216.$$

Отже, шукана відстань дорівнює 216 см. (На такій відстані батько зробить $216 : 72 = 3$ кроки, а син — $216 : 54 = 4$ кроки. ●

Вправа 2. Знайти найменше спільне кратне чисел 15 і 12.

● Знаходимо кратні більшого із чисел і перевіряємо, чи діляться вони на менше число: 15 не ділиться на 12; $15 \cdot 2 = 30$ — не ділиться на 12; $15 \cdot 3 = 45$ — не ділиться на 12; $15 \cdot 4 = 60$ — ділиться на 12.

Отже, $\text{НСК}(15; 12) = 60$. ●



1. Яке число називають найменшим спільним кратним кількох натуральних чисел?
2. Як шукають найменше спільне кратне двох чисел?
3. Чому дорівнює найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел?
4. Чому дорівнює $\text{НСК}(a; b)$, якщо число a є дільником числа b ?

Усно

157. Чи є число 45 спільним кратним чисел 9 і 15? 3 і 10?

158. Назвіть кілька спільних кратних чисел 4 і 5; 10 і 15.

159. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 2 і 3; 2) 9 і 18; 3) 20 і 15; 4) 30 і 45.

1 2

160. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) $m = 2 \cdot 3 \cdot 5$ і $n = 3 \cdot 5 \cdot 7$;
 2) $m = 2 \cdot 3 \cdot 3$ і $n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$;
 3) $m = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $n = 3 \cdot 11$ і $k = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

161. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

1) $m = 2 \cdot 5 \cdot 7$ і $n = 2 \cdot 3 \cdot 7$;

2) $p = 2 \cdot 5 \cdot 11$ і $k = 3 \cdot 5 \cdot 5$.

162. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

1) 9 і 24;

2) 15 і 35;

3) 48 і 60;

4) 16 і 25;

5) 21 і 63;

6) 72 і 24;

7) 24 і 108;

8) 12, 18 і 42;

9) 18, 27 і 45.

163. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

1) 12 і 16;

2) 25 і 35;

3) 80 і 60;

4) 110 і 121;

5) 16, 24 і 36;

6) 34, 51 і 85.

164. Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

1) $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{6}$;

2) $\frac{5}{12}$ і $\frac{7}{18}$;

3) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ і $\frac{1}{12}$.

165. Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

1) $\frac{3}{5}$ і $\frac{6}{8}$;

2) $\frac{5}{6}$ і $\frac{2}{9}$;

3) $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{10}$ і $\frac{8}{15}$.



Інтерактивне завдання 7 Найменше спільне кратне



166. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

1) 108 і 180;

2) 255 і 420;

3) 36, 90 і 198.

167. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

1) 315 і 345;

2) 120, 180 і 210.

168.  Порівняйте добуток НСД(a ; b) · НСК (a ; b) з добутком $a \cdot b$, якщо: 1) $a = 6$, $b = 8$; 2) $a = 18$, $b = 24$.

169. Яку найменшу довжину повинна мати труба, щоб її можна було розрізати як на рівні частини завдовжки 240 см, так і на рівні частини завдовжки 360 см?

170. Скільки щонайменше метрів тканини може бути в сувої, якщо його можна продати відрізами завдовжки як 6 м, так і 8 м?

171. Настя й Олег зібрали в саду порівну яблук і розклали їх у пакети: Настя — по 15 яблук у кожному, а Олег — по 18 яблук у кожному. Скільки щонайменше яблук зібрала Настя?

- 172.** Маленька коробка вміщує 12 олівців, а велика — 30. Знайдіть найменшу кількість олівців, які можна запакувати як лише в малі, так і лише у великі коробки.



- 173.** В оранжереї ростуть тюльпани червоного і рожевого кольорів, загальна кількість яких більша за 320, але менша від 400. Якщо всі тюльпани рахувати десятками, то буде ціле число десятків; якщо рахувати дюжинами (по 12), то буде ціле число дюжин. Скільки тюльпанів рожевого кольору росте в оранжереї, якщо їх на 160 менше, ніж тюльпанів червоного кольору?
- 174.** Рейс автобуса одного маршруту триває 48 хв, а другого — 56 хв. Уперше ці автобуси одночасно вирушили зі спільної зупинки о 6:00. Знайдіть час, коли вони вдруге одночасно вирушать із цієї зупинки.
- 175.** Три теплоходи здійснюють різні туристичні круїзи з порту міста Одеси. Перший теплохід проходить свій маршрут за 90 год, другий — за 120 год, а третій — за 150 год. Повернувшись із круїзу в порт, кожний теплохід відразу ж вирушає в наступний круїз. Теплоходи вийшли у свої перші маршрути одночасно. Через скільки діб найраніше всі три теплоходи зустрінуться в Одесі?

Поміркуйте



- 176.** Вікторію запитали: «Скільки грибів ти знайшла?» Вона відповіла: «Менше, ніж 100, і якби я розкладала їх на купки або по 3, або по 4, або по 5 грибів, то в кожному випадку залишалося б 2 гриби». Скільки грибів знайшла Вікторія?

Вправи для повторення



- 177.** Обчисліть: 1) $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} + \frac{3}{7}$; 2) $4\frac{7}{9} + 2\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9}$.
- 178.** Порівняйте величини: 1) $\frac{1}{4}$ м і $\frac{25}{100}$ м; 2) $\frac{48}{60}$ год і $\frac{4}{5}$ год.
- 179.** Григорій заплатив за книжку втричі більше, ніж за альбом. Після цієї покупки із 120 грн у нього залишилося 24 грн. Скільки гривень коштує книжка і скільки альбом?

180. Скількома способами можна розсадити 3 пасажирів на заднє сидіння таксі?

Цікаво знати



Твердження про те, що кожне натуральне число, більше за 1, можна записати у вигляді добутку простих множників, є так званою *основною теоремою арифметики*. (У перекладі з грецької мови «арифметика» — «мистецтво чисел».)

За цією теоремою прості числа є ніби цеглинами, з яких «будуються» натуральні числа. Цим і пояснюється увага математиків усіх часів до простих чисел і до таблиць простих чисел. Одну з найбільших таких таблиць склав видатний український математик Яків Пилип Кулик.

Яків Пилип Кулик (1793–1863) народився у Львові, працював на посаді професора вищої математики Празького університету. Він є автором багатьох наукових праць, але в історію математики ввійшов як неперевершений обчислювач та укладач математичних таблиць.



Завдання для самоперевірки № 1

Початковий рівень

- Дільником якого з наведених чисел є число 12?
А 6 Б 28 В 48 Г 56
- Яке з наведених чисел ділиться на 5?
А 552 Б 150 В 541 Г 359
- Яке з наведених чисел кратне 9?
А 129 Б 454 В 556 Г 828
- Який із наведених добутків не є розкладом числа на прості множники?
А $2 \cdot 37$ Б $3 \cdot 3 \cdot 5$ В $7 \cdot 51$ Г $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$
- Знайдіть найбільший спільний дільник чисел 42 і 21.
А 3 Б 7 В 21 Г 42
- Знайдіть найменше спільне кратне чисел 28 і 35.
А 70 Б 140 В 175 Г 280

Середній рівень

7. Яку з наведених цифр потрібно записати замість зірочки, щоб число $704*$ ділилося на 3, але не ділилося на 2?
А 2 Б 3 В 4 Г 7
8. Числа якої з наведених пар є взаємно простими?
А 12 і 21 Б 245 і 50 В 14 і 51 Г 54 і 111
9. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел 12, 18 і 30.
А 180 Б 6 В 3 Г 2
10. Знайдіть найменше спільне кратне чисел 10, 15 і 45.
А 5 Б 90 В 150 Г 180

Достатній рівень

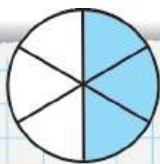
11. Знайдіть усі дільники числа 92.
12. Використовуючи цифри 0, 2, 5, 7, 8 не більше одного разу, запишіть найбільше чотирицифрове число, яке ділилося б на 5.
13. Яку найменшу довжину повинна мати дошка, щоб її можна було розрізати без залишків на рівні частини завдовжки як 45 см, так і 60 см?
14. У групі дитячого садка є більше, ніж 20 дітей. Їм роздали 203 полуниці, усім дітям порівну. Скільки в групі дітей і скільки полуниць отримала кожна дитина?

Високий рівень

15. Скільки є натуральних чисел, які менші від 500 і кратні 5?
16. Знайдіть найменше чотирицифрове число, яке ділиться на 42.
17. Замініть зірочки такими цифрами, щоб число $2*5*$ ділилося на 3 і на 5. Розгляньте всі можливі варіанти.
18. Дерев'яний брусок завдовжки 48 см, завширшки 30 см і заввишки 24 см потрібно розрізати без відходів на найменшу кількість рівних кубів, ребро кожного з яких дорівнювало б цілому числу сантиметрів. Якою має бути довжина ребра кожного такого куба?

РОЗДІЛ II

ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

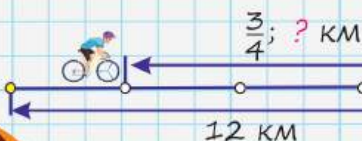


$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

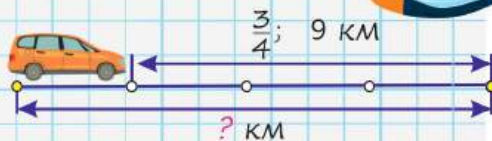
$$\frac{1^2}{3} + \frac{1^1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{2^1 \cdot 15^3}{5^1 \cdot 16^8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4}$$



$$12 \cdot \frac{3}{4} = 9 \text{ (км)}$$



$$9 : \frac{3}{4} = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12 \text{ (км)}$$

У цьому розділі ви дізнаєтеся:

- як скорочують звичайні дроби та як їх зводять до нового знаменника;
- як порівнюють дроби з різними знаменниками;
- як додають і віднімають дроби з різними знаменниками;
- як виконують множення і ділення звичайних дробів;
- як можна по-новому шукати дріб від числа та число за відомим значенням його дробу;
- що таке десяткове наближення звичайного дробу.

§ 2. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

7. ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ ДРОБУ. СКОРОЧЕННЯ ДРОБУ

Поділимо квадрат на 4 рівні частини і 3 з них зафарбуємо (рис. 7). Тоді ми зафарбували $\frac{3}{4}$ квадрата. Кожний із чотирьох квадратів, що утворилися, поділимо на 2 рівні прямокутники. Тоді даний квадрат буде поділено на 8 прямокутників, з яких 6 будуть зафарбованими. Тепер можна сказати, що ми зафарбували $\frac{6}{8}$ квадрата.

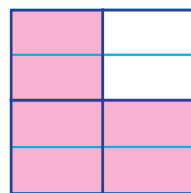


Рис. 7

В обох випадках зафарбовано ту саму частину квадрата, тому

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}.$$

Звернемо увагу: якщо чисельник і знаменник дробу $\frac{3}{4}$ помножимо на 2, то одержимо $\frac{6}{8}$, а якщо чисельник і знаменник дробу $\frac{6}{8}$ поділимо на 2, то одержимо $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}; \quad \frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}.$$

Ці рівності виражають *основну властивість дробу*, яку формулюють так:



Якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме натуральне число, то одержимо дріб, що дорівнює даному.

Наприклад, $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}; \quad \frac{18}{27} = \frac{18 : 9}{27 : 9} = \frac{2}{3}.$

Із рівності $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ випливає, що дроби $\frac{3}{5}$ і $\frac{12}{20}$ є різними записами того самого числа.

Скорочення дробу. Якщо чисельник і знаменник дробу $\frac{21}{28}$ поділимо на їх спільний дільник 7, то одержимо дріб з меншими чисельником і знаменником:

$$\frac{21}{28} = \frac{21 : 7}{28 : 7} = \frac{3}{4}.$$

У такому випадку кажуть, що дріб $\frac{21}{28}$ скоротили на 7.

Ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від одиниці, називають *скороченням дробу*.

На які числа можна скоротити дріб $\frac{12}{18}$?



Дріб можна скоротити на спільні дільники чисел 12 і 18, відмінні від одиниці, тобто на 2, на 3 і на 6.

Скоротимо даний дріб на найбільший спільний дільник чисельника і знаменника (на 6):

$$\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}.$$

Одержали дріб $\frac{2}{3}$, чисельником і знаменником якого є взаємно прості числа 2 і 3. Цей дріб скоротити не можна, тому його називають *нескоротним дробом*.

Якщо чисельником і знаменником дробу є взаємно прості числа, то такий дріб є нескоротним.

Наприклад $\frac{4}{9}$, $\frac{12}{17}$, $\frac{25}{36}$ — нескоротні дроби.

Зведення дробу до нового знаменника. Розглянемо дріб $\frac{2}{5}$. Помножимо чисельник і знаменник цього дробу на 2:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}.$$

Кажуть, що дріб $\frac{2}{5}$ *звели до знаменника 10*. Цей самий дріб можна звести до будь-якого іншого знаменника, кратного знаменнику даного дробу (числу 5).

Нехай, наприклад, дріб $\frac{2}{5}$ потрібно звести до знаменника 85. Спочатку потрібно дізнатися, на яке число потрібно помно-

жити знаменник 5, щоб одержати новий знаменник 85. Для цього число 85 ділимо на 5: $85 : 5 = 17$. Тоді $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 17}{5 \cdot 17} = \frac{34}{85}$.

Число 17 у даному прикладі називають *додатковим множником*. Зводячи дріб до нового знаменника, додатковий множник можна записувати над чисельником дробу. Наприклад, $\frac{2}{5} \overset{17}{=} \frac{34}{85}$.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Скоротити дріб $\frac{24}{60}$.

• *1-й спосіб.* Скорочення можна проводити поступово, використовуючи, по можливості, ознаки подільності:

$$\frac{24}{60} = \frac{24 : 2}{60 : 2} = \frac{12}{30} = \frac{12 : 2}{30 : 2} = \frac{6}{15} = \frac{6 : 3}{15 : 3} = \frac{2}{5}.$$

Скорочений запис: $\frac{24}{60} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

2-й спосіб. Скоротимо даний дріб, поділивши чисельник і знаменник на їх найбільший спільний дільник. Оскільки $\text{НСД}(24; 60) = 12$, то

$$\frac{24}{60} = \frac{24 : 12}{60 : 12} = \frac{2}{5}.$$

Скорочений запис: $\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$. •

Вправа 2. Записати у вигляді звичайного нескоротного дробу: 0,16; 0,125; 55 %.

• $0,16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$; $0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$; $55 \% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$. •

Вправа 3. Звести дріб $\frac{4}{15}$ до знаменника 90.

• $90 : 15 = 6$ — додатковий множник; $\frac{4}{15} \overset{6}{=} \frac{24}{90}$. •



1. Сформулюйте основну властивість дробу.
2. Що називають скороченням дробу?
3. За якої умови дріб є нескоротним?
4. Як зводять дріб до нового знаменника? Наведіть приклад.



181. Поясніть рівність дробів спочатку за допомогою рисунка 8, а потім за допомогою основної властивості дробу:



1) $\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$;



2) $\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$;



3) $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$.

Рис. 8

182. Обґрунтуйте рівності: $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$.

183. Назвіть кілька дробів, що дорівнюють дробу $\frac{3}{5}$.

184. Скоротіть дроби: $\frac{5}{10}$; $\frac{100}{600}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{18}{45}$.

185. Які з дробів $\frac{2}{14}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{36}{21}$, $\frac{19}{18}$ є нескоротними?

186. Зведіть до знаменника 100 дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{11}{50}$.



187. Чисельник і знаменник дробу $\frac{2}{3}$ помножте на 2; на 3; на 5; на 25. Запишіть відповідні рівності.

188. Чисельник і знаменник дробу $\frac{1}{5}$ помножте на 2; на 4; на 15. Запишіть відповідні рівності.

189. Чисельник і знаменник дробу $\frac{48}{60}$ поділіть на 2; на 4; на 6; на 12. Запишіть відповідні рівності.

190. Чисельник і знаменник дробу $\frac{30}{45}$ поділіть на 3; на 5; на 15. Запишіть відповідні рівності.

191.  Площа лісу дорівнює 400 га. Знайдіть $\frac{1}{5}$ площі лісу; $\frac{4}{20}$ площі. Зробіть висновок.

192.  Розгляньте координатний промінь на рисунку 9. Деякі числа позначені на ньому тією самою точкою. Що це означає? Які з позначених чисел дорівнюють одне одному? Запишіть відповідні рівності.

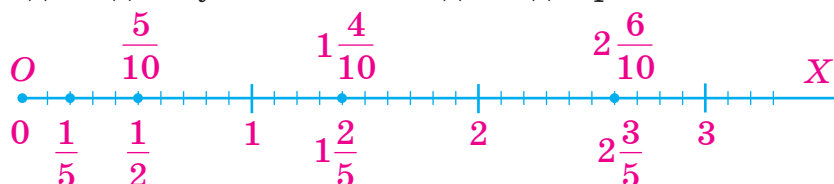


Рис. 9

193. Скоротіть дріб:

1) $\frac{6}{10}$; 2) $\frac{3}{15}$; 3) $\frac{21}{35}$; 4) $\frac{28}{42}$; 5) $\frac{36}{48}$; 6) $\frac{63}{81}$; 7) $\frac{84}{154}$; 8) $\frac{625}{1000}$.

194. Скоротіть неправильні дроби і запишіть результати у вигляді мішаних чисел: $\frac{25}{15}$; $\frac{72}{16}$; $\frac{275}{75}$; $\frac{180}{120}$.

195. Скоротіть дріб:

1) $\frac{5}{30}$; 2) $\frac{9}{21}$; 3) $\frac{24}{32}$; 4) $\frac{42}{56}$; 5) $\frac{54}{72}$; 6) $\frac{65}{26}$; 7) $\frac{150}{125}$; 8) $\frac{210}{700}$.

196. Обчисліть і запишіть результат у вигляді нескоротного дробу:

1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{10} - \frac{1}{10}$; 3) $\frac{5}{18} + \frac{7}{18}$; 4) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$.

197. Запишіть усі дроби, що дорівнюють дробу $\frac{18}{24}$, знаменники яких менші від 24.

198. Запишіть усі дроби, що дорівнюють дробу $\frac{10}{40}$, знаменники яких менші від 40.

199. Зведіть дріб:

1) $\frac{3}{8}$ до знаменника 32; 2) $\frac{4}{15}$ до знаменника 75;
3) $\frac{9}{16}$ до знаменника 96; 4) $\frac{12}{23}$ до знаменника 92.

200. Зведіть дріб:

1) $\frac{2}{5}$ до знаменника 10;

2) $\frac{5}{9}$ до знаменника 45;

3) $\frac{7}{12}$ до знаменника 72;

4) $\frac{14}{25}$ до знаменника 100.



Інтерактивне завдання 8 Скорочення дробів



201. Запишіть у вигляді звичайного нескоротного дробу:

1) 0,4; 0,05; 0,36; 0,375;

2) 75 %; 16 %; 5 %.

202. Запишіть у вигляді звичайного нескоротного дробу:

1) 0,5; 0,08; 0,24; 0,875;

2) 60 %; 24%.

203. Запишіть правильну рівність:

1) $\frac{5}{7} = \frac{10}{\square}$;

2) $\frac{18}{24} = \frac{\square}{8}$;

3) $\frac{\square}{5} = \frac{16}{20}$;

4) $\frac{9}{\square} = \frac{45}{80}$.

204. Запишіть правильну рівність:

1) $\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$;

2) $\frac{30}{\square} = \frac{10}{11}$;

3) $\frac{21}{49} = \frac{3}{\square}$;

4) $\frac{\square}{56} = \frac{2}{7}$.

205. Виразіть у кілограмах і запишіть результат у вигляді звичайного нескоротного дробу:

1) 250 г;

2) 800 г;

3) 16 г;

4) 6 г.

206. Виразіть у годинах і запишіть результат у вигляді мішаного числа з нескоротною дробовою частиною:

1) 75 хв;

2) 250 хв;

3) 1000 хв;

4) 5000 с.

207. Виразіть у дециметрах і запишіть результат у вигляді мішаного числа з нескоротною дробовою частиною:

1) 45 см;

2) 225 см;

3) 120 мм;

4) 325 мм.



208. Знайдіть таке число x , щоб була правильною рівність:

1) $\frac{2}{5} = \frac{14}{5x}$;

2) $\frac{6x}{56} = \frac{3}{7}$;

3) $\frac{15}{x+4} = \frac{3}{8}$;

4) $\frac{30}{18} = \frac{5}{x-2}$.

209. Знайдіть таке число y , щоб була правильною рівність:

$$1) \frac{3}{8} = \frac{15}{8y}; \quad 2) \frac{20}{4y} = \frac{5}{7}; \quad 3) \frac{20}{y+5} = \frac{5}{9}; \quad 4) \frac{18}{24} = \frac{3}{y-6}.$$

210. Сума чисельника і знаменника дробу дорівнює 48. Після скорочення цього дробу одержали $\frac{3}{5}$. Знайдіть початковий дріб.

211. Наталя записала дріб, різниця знаменника і чисельника якого дорівнює 15. Після скорочення дробу вона одержала $\frac{2}{7}$. Який початковий дріб записала Наталя?

212. Доведіть, що дроби $\frac{25}{33}$, $\frac{2525}{3333}$, $\frac{252525}{333333}$ дорівнюють один одному.

Поміркуйте



213. Є 7 яблук, маси яких вказано на рисунку 10. Чи можна ці яблука розкласти на 3 купки так, щоб маса яблук кожної купки була меншою від 280 г?

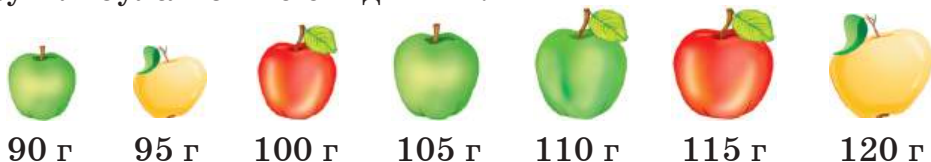


Рис. 10

Вправи для повторення



214. Знайдіть НСК знаменників дробів:

$$1) \frac{1}{42} \text{ і } \frac{5}{36}; \quad 2) \frac{9}{150} \text{ і } \frac{7}{100}; \quad 3) \frac{2}{25} \text{ і } \frac{11}{32}.$$

215. Порівняйте числа: 1) $\frac{4}{9}$ і $\frac{7}{9}$; 2) $2\frac{15}{23}$ і $2\frac{9}{23}$; 3) $7\frac{29}{30}$ і 8,02.

216. Друга біатлоністка стартувала через 30 с після старту першої. Швидкість першої біатлоністки дорівнює 360 м/хв, а другої — 400 м/хв. Скільки хвилин має бігти друга біатлоністка, щоб наздогнати першу?

217. Скільки різних букетів із п'яти гвоздик можна скласти, маючи 6 гвоздик різного кольору?

8. ЗВЕДЕННЯ ДРОБІВ ДО СПІЛЬНОГО ЗНАМЕННИКА. ПОРІВНЯННЯ ДРОБІВ

Ви вмієте порівнювати дроби з однаковими знаменниками. Який із дробів $\frac{5}{8}$ і $\frac{7}{8}$ є меншим?



Дроби мають однакові знаменники, тому меншим є той дріб, чисельник якого менший, тобто $\frac{5}{8} < \frac{7}{8}$.

Щоб порівняти дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$, які мають різні знаменники, їх зводять до однакового, або, ще кажуть, *спільного* знаменника.

Дріб	Можна звести до знаменників
$\frac{3}{4}$	кратних 4: 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, ...
$\frac{5}{6}$	кратних 6: 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, ...
$\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$	кратних 4 і 6: 12, 24, 36, 48, ...

Отже, і дріб $\frac{3}{4}$, і дріб $\frac{5}{6}$ можна звести до спільних (однакових) знаменників 12, 24, 36, 48, Зазначимо, що:

кожний спільний знаменник є спільним кратним знаменників даних дробів;

найменший спільний знаменник (12) дорівнює найменшому спільному кратному знаменників даних дробів.

Найменший спільний знаменник дробів дорівнює найменшому спільному кратному знаменників цих дробів.

Зведемо дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ до найменшого спільного знаменника 12.

Додатковий множник для першого дробу $12 : 4 = 3$, а для другого — $12 : 6 = 2$. Тоді:

$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ — звели дроби до найменшого спільного знаменника.



Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, потрібно:

- 1) знайти найменше спільне кратне знаменників даних дробів (це й буде найменший спільний знаменник);
- 2) знайти додатковий множник для кожного дробу, поділивши найменший спільний знаменник на знаменники даних дробів;
- 3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на відповідний додатковий множник.

Після зведення дробів $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ до спільного знаменника можемо їх порівняти: оскільки $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$, а $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$, то $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$.



Щоб порівняти дроби з різними знаменниками, потрібно звести їх до спільного знаменника і порівняти одержані дроби.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Звести до найменшого спільного знаменника дроби

$$\frac{2}{9}, \frac{7}{18} \text{ і } \frac{5}{27}.$$

- Знайдемо НСК знаменників:

$$9 = 3 \cdot 3; \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$\text{НСК}(9; 18; 27) = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 54.$$

Знайдемо додаткові множники для кожного дробу:

$$54 : 9 = 6; \quad 54 : 18 = 3; \quad 54 : 27 = 2.$$

$$\text{Матимемо: } \frac{2^6}{9} = \frac{12}{54}; \quad \frac{7^3}{18} = \frac{21}{54}; \quad \frac{5^2}{27} = \frac{10}{54}. \quad \bullet$$

Вправа 2. Порівняти дроби $\frac{3}{5}$ і $\frac{3}{8}$.

- Найменший спільний знаменник даних дробів дорівнює

$$40. \text{ Оскільки } \frac{3}{5} = \frac{24}{40}, \frac{3}{8} = \frac{15}{40}, \text{ а } \frac{24}{40} > \frac{15}{40}, \text{ то } \frac{3}{5} > \frac{3}{8}. \quad \bullet$$

Звернемо увагу, що у вправі 2 дроби мають однакові чисельники і більшим виявився той дріб, знаменник якого менший.

Узагалі, із двох дробів з однаковими чисельниками більший той, знаменник якого менший.

Вправа 3. Порівняти числа $2\frac{3}{4}$ і $\frac{8}{3}$.

• $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$. Мішані числа $2\frac{3}{4}$ і $2\frac{2}{3}$ мають однакові цілі частини. Порівняємо їхні дробові частини. Оскільки $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, а $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$, то $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$. Отже, $2\frac{3}{4} > 2\frac{2}{3}$, тобто $2\frac{3}{4} > \frac{8}{3}$. •



1. Чому дорівнює найменший спільний знаменник дробів?
2. Як звести дроб до найменшого спільного знаменника?
3. Як порівняти дроб з різними знаменниками?

Усно

218. Назвіть найменший спільний знаменник дробів:

- 1) $\frac{5}{9}$ і $\frac{2}{3}$;
- 2) $\frac{1}{3}$ і $\frac{4}{7}$;
- 3) $\frac{1}{6}$ і $\frac{2}{9}$.

219. Зведіть до найменшого спільного знаменника дроб:

- 1) $\frac{3}{10}$ і $\frac{1}{20}$;
- 2) $\frac{3}{8}$ і $\frac{1}{2}$;
- 3) $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{3}$.

220. Порівняйте дроб:

- 1) $\frac{1}{5}$ і $\frac{3}{10}$;
- 2) $\frac{5}{6}$ і $\frac{2}{3}$;
- 3) $\frac{1}{2}$ і $\frac{11}{20}$.

1 2

221. Зведіть до найменшого спільного знаменника дроб:

- 1) $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{20}$;
- 2) $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{6}$;
- 3) $\frac{5}{12}$ і $\frac{4}{15}$;
- 4) $\frac{11}{15}$ і $\frac{3}{4}$;
- 5) $\frac{9}{14}$ і $\frac{2}{21}$;
- 6) $\frac{5}{48}$ і $\frac{3}{32}$;
- 7) $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}$ і $\frac{5}{6}$;
- 8) $\frac{2}{9}, \frac{3}{4}$ і $\frac{5}{12}$.

222. Зведіть до найменшого спільного знаменника дроб:

- 1) $\frac{5}{8}$ і $\frac{3}{4}$;
- 2) $\frac{1}{6}$ і $\frac{7}{15}$;
- 3) $\frac{2}{7}$ і $\frac{4}{9}$;
- 4) $\frac{4}{15}$ і $\frac{3}{20}$;
- 5) $\frac{9}{16}$ і $\frac{7}{12}$;
- 6) $\frac{7}{24}$ і $\frac{5}{36}$;
- 7) $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}$ і $\frac{2}{3}$;
- 8) $\frac{3}{5}, \frac{1}{4}$ і $\frac{7}{10}$.

223. Порівняйте дроби:

1) $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{7}{15}$ і $\frac{9}{20}$; 3) $\frac{11}{15}$ і $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{7}{27}$ і $\frac{5}{18}$.

224. Порівняйте дроби:

1) $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{2}{9}$ і $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{9}{14}$ і $\frac{11}{21}$; 4) $\frac{5}{24}$ і $\frac{3}{16}$.

225.  У чотирьох пакетах, зображених на рисунку 11, є пряники. У якому з пакетів маса пряників є найбільшою?



1) $\frac{1}{2}$ кг



2) $\frac{2}{3}$ кг



3) $\frac{3}{4}$ кг



4) $\frac{5}{6}$ кг

Рис. 11

226. Який із дробів $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{18}$ і $\frac{19}{36}$ є найменшим?

227. Який із дробів $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{16}$ і $\frac{19}{32}$ є найбільшим?



Інтерактивне завдання 9 Порівняння дробів



228. Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

1) $\frac{5}{24}$, $\frac{11}{16}$ і $\frac{7}{32}$; 2) $\frac{7}{36}$, $\frac{3}{20}$ і $\frac{2}{15}$; 3) $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{27}$, $\frac{11}{18}$ і $\frac{5}{6}$.

229. Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

1) $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{18}$ і $\frac{11}{24}$; 2) $\frac{17}{30}$, $\frac{8}{15}$ і $\frac{6}{25}$; 3) $\frac{4}{15}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{5}{12}$ і $\frac{3}{10}$.

230. Розташуйте в порядку зростання дроби $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{17}{30}$.

231. Розташуйте в порядку спадання дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{19}{24}$.

232. Порівняйте числа:

1) $\frac{23}{9}$ і $2\frac{2}{3}$; 2) $\frac{86}{15}$ і $\frac{49}{9}$; 3) $\frac{5}{12}$ і 0,35; 4) 3,7 і $3\frac{5}{7}$.

233. Порівняйте числа:

1) $3\frac{5}{12}$ і $3\frac{3}{8}$; 2) $2\frac{3}{4}$ і $\frac{17}{6}$; 3) 0,3 і $\frac{7}{9}$; 4) $\frac{64}{11}$ і 5,8.

234. Знайдіть усі натуральні значення x , для яких є правильною нерівність: 1) $\frac{3}{7} > \frac{x}{14}$; 2) $\frac{1}{8} < \frac{x}{24} < \frac{1}{3}$.

235. Знайдіть усі натуральні значення x , для яких є правильною нерівність: 1) $\frac{x}{12} < \frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3} < \frac{x}{12} < \frac{5}{6}$.

236. 34 кг яблук містять 3 кг цукру, а 51 кг бананів — 7 кг цукру. Де цукру більше — в 1 кг яблук чи в 1 кг бананів?

237. Ольга, зробивши 12 кроків, проходить 7 м, а Тетяна, зробивши 18 кроків, — 11 м. Чий крок коротший: Ольги чи Тетяни?

238. Перший майстер за 24 год виготовив 153 деталі, а другий за 16 год — 107 таких самих деталей. Продуктивність праці якого з майстрів є більшою?

239. Перша мотузка має довжину 30 м, а друга — 39 м. Першу мотузку розрізали на 7 рівних частин, а другу — на 9 рівних частин. Частини якої мотузки довші?



240. Запишіть усі дроби зі знаменником 15, які менші від $\frac{1}{3}$.

241. Знайдіть який-небудь дріб, який: 1) більший за $\frac{5}{11}$, але менший від $\frac{6}{11}$; 2) більший за $\frac{5}{8}$, але менший від $\frac{2}{3}$.

242. Знайдіть який-небудь дріб, який: 1) більший за $\frac{3}{7}$, але менший від $\frac{4}{7}$; 2) більший за $\frac{1}{3}$, але менший від $\frac{1}{2}$.

243. На тренуванні перший спортсмен пробіг 9 км за 36 хв, другий — 11 км за 48 хв, а третій — 17 км за 1 год 12 хв. Який зі спортсменів біг найшвидше? Найповільніше?

Поміркуйте



244. У кожній клітинці дошки розміру 3×3 сидить метелик. Настя стверджує: «Якщо кожний метелик перелетить у сусідню по стороні клітинку, то хоча б одна з клітинок стане порожньою». Чи є твердження Насті правильним?



Вправи для повторення



245. Обчисліть:

1) $\frac{6}{11} + \frac{8}{11}$; 2) $3\frac{5}{6} + 1\frac{1}{6}$; 3) $4\frac{3}{5} - 2\frac{1}{5}$; 4) $9\frac{1}{8} - 3\frac{5}{8}$.

246. Розв'яжіть рівняння: 1) $x + 1\frac{1}{9} = 2\frac{8}{9}$; 2) $3\frac{1}{6} - x = \frac{5}{6}$.

247. Швидкість катера в стоячій воді дорівнює 32 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год. Скільки кілометрів пройде катер за 1,2 год проти течії річки?

248. Довжина дубової стільниці дорівнює 1,2 м, ширина — 80 см, а товщина — 1,5 см. Знайдіть масу стільниці, якщо маса 1 см^3 деревини дуба дорівнює 0,7 г.

9. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ З РІЗНИМИ ЗНАМЕННИКАМИ

Задача. У магазині купили пиріг. Олеся з'їла $\frac{1}{4}$ частину пирога, а Сергій — $\frac{1}{3}$ частину.



- 1) Яку частину пирога з'їли Олеся і Сергій разом?
2) На скільки більшу частину пирога з'їв Сергій, ніж Олеся?

Щоб дати відповідь на перше запитання задачі, потрібно додати дроби $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{3}$. Ці дроби мають різні знаменники, але ми можемо звести їх до спільного знаменника 12 і додати одержані дроб з однаковими знаменниками:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}.$$

Щоб дати відповідь на друге запитання задачі, потрібно від дробу $\frac{1}{3}$ відняти дріб $\frac{1}{4}$. Знову зводимо дроб до спільного знаменника 12 і віднімаємо одержані дроб з однаковими знаменниками:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}.$$



Щоб додати (відняти) дроб з різними знаменниками, потрібно:

- 1) звести дроб до спільного знаменника;
- 2) додати (відняти) одержані дроб з однаковими знаменниками.

При додаванні (відніманні) дробів із різними знаменниками їх, як правило, зводять до найменшого спільного знаменника.

Знайдемо, наприклад, суму $\frac{5}{6} + \frac{3}{10}$.

Найменший спільний знаменник даних дробів дорівнює 30. Додатковий множник для першого дробу $30 : 6 = 5$, а для другого — $30 : 10 = 3$. Записуємо так:

$$\frac{5^{\cancel{5}}}{6} + \frac{3^{\cancel{3}}}{10} = \frac{25}{30} + \frac{9}{30} = \frac{25 + 9}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15} = 1 \frac{2}{15}.$$

Скорочений запис:

$$\frac{5^{\cancel{5}}}{6} + \frac{3^{\cancel{3}}}{10} = \frac{25 + 9}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15} = 1 \frac{2}{15}.$$

Для додавання дробів справджуються переставна і сполучна властивості додавання:

$a + b = b + a$ — переставна властивість;

$(a + b) + c = a + (b + c)$ — сполучна властивість.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти суму $3\frac{9}{10} + 2\frac{2}{15}$.

$$\bullet \quad 3\frac{9}{10} + 2\frac{2}{15} = \left(3 + \frac{9}{10}\right) + \left(2 + \frac{2}{15}\right) = (3 + 2) + \left(\frac{9^{\frac{3}{3}}}{10} + \frac{2^{\frac{2}{2}}}{15}\right) =$$

$$= 5 + \frac{27 + 4}{30} = 5\frac{31}{30} = 6\frac{1}{30}.$$

$$\text{Скорочений запис: } 3\frac{9^{\frac{3}{3}}}{10} + 2\frac{2^{\frac{2}{2}}}{15} = 5 + \frac{27 + 4}{30} = 5\frac{31}{30} = 6\frac{1}{30}. \bullet$$

Вправа 2. Знайти різницю $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$.

$$\bullet \quad \frac{5^{\frac{3}{3}}}{8} - \frac{1^{\frac{4}{4}}}{6} = \frac{15 - 4}{24} = \frac{11}{24}. \bullet$$

Вправа 3. Знайти різницю $5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5}$.

• Оскільки $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$, а $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$, то дробова частина зменшувального менша від дробової частини від'ємника. Тому записуємо так:

$$5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5} = 5\frac{5}{15} - 2\frac{6}{15} = 4\frac{20}{15} - 2\frac{6}{15} = 2\frac{14}{15}. \bullet$$

Вправа 4. Обчислити: $\frac{2}{15} + \frac{5}{6} - 0,7$.

$$\bullet \quad \frac{2}{15} + \frac{5}{6} - 0,7 = \frac{2^{\frac{2}{2}}}{15} + \frac{5^{\frac{5}{5}}}{6} - \frac{7^{\frac{3}{3}}}{10} = \frac{4 + 25 - 21}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}. \bullet$$



1. Як додають (віднімають) дробі з різними знаменниками?
2. Які властивості має дія додавання дробів?

Усно

249. Поясніть обчислення:

$$1) \frac{1^{\frac{2}{2}}}{3} + \frac{1^{\frac{1}{1}}}{6} = \frac{2 + 1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{4^{\frac{2}{2}}}{9} - \frac{1^{\frac{3}{3}}}{6} = \frac{8 - 3}{18} = \frac{5}{18};$$

$$3) 4 - 2\frac{1}{7} = 3\frac{7}{7} - 2\frac{1}{7} = 1\frac{6}{7}; \quad 4) 2\frac{1}{8} - \frac{3}{4} = 1\frac{9}{8} - \frac{6}{8} = 1\frac{3}{8}.$$



250. Обчисліть:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{1}{2} + \frac{1}{5}; & 2) \frac{2}{3} + \frac{1}{6}; & 3) \frac{4}{9} + \frac{2}{3}; & 4) \frac{3}{4} + \frac{5}{6}; \\ 5) \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; & 6) \frac{3}{4} - \frac{5}{8}; & 7) \frac{2}{5} - \frac{4}{15}; & 8) \frac{7}{10} - \frac{8}{15}. \end{array}$$

251. Обчисліть:

$$1) \frac{2}{5} + \frac{1}{4}; \quad 2) \frac{5}{8} + \frac{3}{4}; \quad 3) \frac{3}{8} - \frac{1}{6}; \quad 4) \frac{5}{6} - \frac{7}{9}.$$

252. Знайдіть суму:

$$1) \frac{4}{5} + 5\frac{1}{6}; \quad 2) 2\frac{3}{8} + \frac{3}{16}; \quad 3) 1\frac{4}{15} + 2\frac{8}{9}; \quad 4) 3\frac{5}{21} + 5\frac{11}{14}.$$

253. Знайдіть суму:

$$1) 1\frac{1}{3} + 4\frac{2}{5}; \quad 2) 1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9}; \quad 3) 3\frac{5}{9} + \frac{7}{12}; \quad 4) 4\frac{5}{12} + 3\frac{7}{8}.$$

254. Знайдіть різницю:

$$\begin{array}{llll} 1) 5 - \frac{6}{7}; & 2) 9 - 4\frac{3}{8}; & 3) 3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}; & 4) 4\frac{3}{4} - \frac{5}{8}; \\ 5) 5\frac{3}{8} - 2\frac{1}{12}; & 6) 4\frac{7}{15} - 1\frac{1}{6}; & 7) 1\frac{1}{5} - \frac{1}{2}; & 8) 6\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}; \\ 9) 9\frac{1}{2} - 7\frac{5}{6}; & 10) 7\frac{2}{5} - 2\frac{11}{20}; & 11) 2\frac{3}{25} - 1\frac{3}{10}; & 12) 8\frac{5}{12} - 4\frac{7}{9}. \end{array}$$

255. Знайдіть різницю:

$$\begin{array}{llll} 1) 7 - \frac{4}{9}; & 2) 10 - 3\frac{5}{8}; & 3) 1\frac{2}{3} - \frac{4}{9}; & 4) 4\frac{5}{6} - 1\frac{3}{4}; \\ 5) 3\frac{1}{5} - \frac{1}{4}; & 6) 5\frac{3}{4} - 1\frac{9}{10}; & 7) 7\frac{3}{8} - 4\frac{5}{12}; & 8) 9\frac{3}{10} - 6\frac{7}{15}. \end{array}$$

256. Замініть десятковий дріб звичайним і виконайте дії:

$$1) 0,3 + \frac{1}{6}; \quad 2) 1,5 + 3\frac{2}{7}; \quad 3) 0,6 - \frac{1}{3}; \quad 4) 3\frac{3}{4} - 1,9.$$

257. Виконайте дії у звичайних дробах: 1) $1\frac{1}{3} + 0,5$; 2) $0,8 - \frac{1}{4}$.

258. Знайдіть значення виразу:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12}; & 2) \frac{5}{21} - \frac{3}{14} + \frac{2}{7}; & 3) \frac{9}{20} + \frac{7}{10} - \frac{2}{15}; \\ 4) \frac{17}{20} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right); & 5) \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right); & 6) \frac{11}{12} - \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{8}\right). \end{array}$$

259. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}; \quad 2) \frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{11}{12}; \quad 3) \frac{7}{15} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right).$$

260. Зменшуване дорівнює $4\frac{5}{6}$, а різниця $-\frac{3}{4}$. Знайдіть від'ємник.

261. Від'ємник дорівнює $1\frac{5}{8}$, а різниця $-\frac{1}{2}$. Знайдіть зменшуване.

262.  Знайдіть пропущені числа:

$$\boxed{\frac{3}{8}} \xrightarrow{-?} \boxed{\frac{1}{4}} \xrightarrow{+?} \boxed{1\frac{1}{2}}$$

263. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{3}{5} + x = \frac{3}{4}; \quad 2) \frac{7}{12} - x = \frac{1}{4}; \quad 3) x - 1\frac{7}{9} = 2\frac{1}{3}.$$

264. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x + \frac{3}{7} = \frac{10}{21}; \quad 2) x - \frac{4}{5} = 1\frac{2}{3}; \quad 3) \frac{3}{8} - x = \frac{1}{12}.$$



Інтерактивне завдання 10
Додавання і віднімання дробів
з різними знаменниками



265. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{9}{50} + \frac{2}{75} - \frac{3}{100}; \quad 2) \frac{5}{27} - \frac{7}{54} + \frac{11}{36}; \quad 3) \frac{5}{96} + 0,5 - \frac{7}{24};$$

4) $8 - 2\frac{5}{7} - 1\frac{3}{4}$;

5) $2\frac{2}{3} + \frac{6}{7} - 1\frac{19}{21}$;

6) $4\frac{5}{9} - 2\frac{5}{6} - 1,25$.

266. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{8}{25} + \frac{3}{5} - \frac{14}{15}$;

2) $\frac{9}{48} - \frac{3}{32} + \frac{11}{24}$;

3) $\frac{5}{6} + \frac{4}{15} - 0,7$;

4) $9 - 3\frac{5}{16} - 5\frac{7}{32}$;

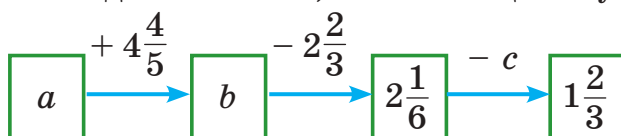
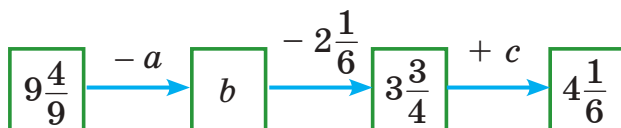
5) $1\frac{2}{9} + 5\frac{5}{12} - 3\frac{7}{18}$;

6) $6\frac{7}{12} - 2\frac{5}{8} + 1,2$.

267. Знайдіть значення виразу $a - \left(b - \frac{7}{32}\right)$, якщо:

1) $a = 10, b = 5\frac{1}{8}$;

2) $a = 6\frac{5}{8}, b = 4\frac{3}{4}$.

268. Знайдіть значення виразу $5\frac{1}{3} - (x + y)$, якщо $x = 3\frac{5}{6}, y = 1\frac{1}{4}$.**269.** Знайдіть невідомі числа a, b і c в ланцюжку обчислень:**270.** Знайдіть невідомі числа a, b і c в ланцюжку обчислень:**271.** Розв'яжіть рівняння:

1) $x - 2\frac{1}{6} = \frac{3}{4} - \frac{2}{9}$;

2) $4\frac{5}{24} - x = \frac{5}{6} + 1\frac{3}{8}$.

272. Розв'яжіть рівняння $x - 2\frac{5}{12} = 1\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$.**273.** Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{4}{9} + \frac{3}{8} + \frac{2}{7} + \frac{6}{7} + \frac{5}{8} + \frac{5}{9}$;

2) $3\frac{1}{7} + 5\frac{5}{6} - \frac{1}{3} - 1\frac{1}{7} + 6\frac{5}{12}$;

3) $5\frac{1}{6} + 2\frac{7}{12} - 3\frac{8}{9} - \left(4\frac{1}{6} - 1\frac{5}{12}\right)$.

274. Знайдіть значення виразу:

$$1) 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}; \quad 2) 7\frac{1}{8} + 6\frac{1}{7} - 3\frac{5}{9} - \left(3\frac{1}{8} + 2\frac{1}{7}\right).$$

275. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 5\frac{5}{12} - \left(x + \frac{5}{6}\right) = 1\frac{1}{2}; \quad 2) 2\frac{1}{8} - \left(5\frac{1}{2} - x\right) = 1\frac{1}{4}.$$

276. Розв'яжіть рівняння:

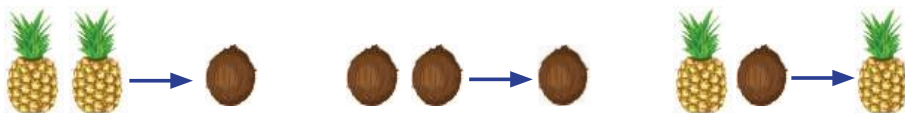
$$1) 6\frac{3}{8} - \left(x - 4\frac{1}{4}\right) = 3; \quad 2) 4\frac{5}{24} - \left(\frac{7}{8} + x\right) = 2\frac{1}{6}.$$

Поміркуйте



277. На диво-дереві ростуть 15 ананасів і 10 кокосів. Протягом одного дня потрібно одночасно зривати з нього два плоди. Якщо зірвати два ананаси або два кокоси, то відразу виросте один кокос, а якщо зірвати один ананас та один кокос, то виросте один ананас. Через певний час на дереві залишиться один плід. Що це за плід: кокос чи ананас?

Вказівка. Розгляньте схему і простежте, як може змінюватися кількість ананасів на дереві.



Вправи для повторення



278. Запишіть у вигляді десяткового дробу: $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{20}$; $2\frac{11}{25}$; $5\frac{3}{4}$.

279. У першій вазі є a квітів, що втричі менше, ніж у другій, і на 6 квітів менше, ніж у третій. Скільки квітів у трьох вазах разом? Запишіть розв'язок задачі у вигляді буквенного виразу. Знайдіть значення цього виразу, якщо $a = 5$.

280. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 7,2 см, довжина однієї сторони становить 0,25 периметра, а дві інші сторони рівні між собою. Знайдіть довжини сторін трикутника.

281. Коли із цистерни взяли 5 т бензину, то в ній залишилося 75 % усього бензину. Скільки тонн бензину було в цистерні спочатку?

10. ЗАДАЧІ НА ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ

Розглянемо задачі.

Задача 1. Набрати на комп'ютері рукопис посібника перший оператор може за 15 год, а другий — за 12 год. Яку частину рукопису вони наберуть за 1 год, працюючи разом?

Розв'язання. За 1 год перший оператор набирає $\frac{1}{15}$ рукопису, а другий — $\frac{1}{12}$. Разом за 1 год вони наберуть:

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{12} = \frac{4 + 5}{60} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20} \text{ (рукопису).}$$

Відповідь. $\frac{3}{20}$ рукопису.

Задача 2. Троє робітників виклали плиткою доріжку: перший і другий відповідно $\frac{1}{4}$ і $\frac{7}{20}$ усієї доріжки, а третій — 48 м. Знайти довжину доріжки.

Розв'язання.

1) $\frac{1}{4} + \frac{7}{20} = \frac{5 + 7}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ — частина доріжки, яку виклали перший і другий робітники разом.

2) $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ — частина доріжки, яку виклав третій робітник.

Далі потрібно знайти величину, $\frac{2}{5}$ якої дорівнює 48 м.

3) $48 : 2 = 24$ (м) — припадає на $\frac{1}{5}$ доріжки.

4) $24 \cdot 5 = 120$ (м) — довжина доріжки.

Відповідь. 120 м.



282. Маса першого пакета печива дорівнює $\frac{7}{12}$ кг, а другого — на $\frac{1}{8}$ кг менша. Знайдіть масу другого пакета.

- 283.** Площа першої ділянки дорівнює $\frac{3}{16}$ га, а другої — на $\frac{1}{24}$ га більша. Знайдіть загальну площу обох ділянок.
- 284.** Ділянку траси заасфальтували за два дні: першого дня — $\frac{4}{15}$ км, а другого — на $\frac{1}{10}$ км менше. Знайдіть довжину ділянки.
- 285.** За перший день Іванка прочитала $\frac{4}{9}$ усіх сторінок книжки, за другий — $\frac{1}{3}$, а за третій — решту. Яку частину всіх сторінок прочитала Іванка за третій день?
- 286.** Вадим скопав $\frac{4}{15}$ грядки, а тато — $\frac{2}{5}$. Яку частину грядки їм залишилося скопати?
- 287.** Перша сторона трикутника дорівнює $3\frac{1}{9}$ см, друга — $2\frac{2}{3}$ см, а третя — на $\frac{5}{6}$ см довша за другу. Знайдіть периметр трикутника.
- 288.** Із бутля першого разу відлили $2\frac{7}{12}$ л води, а другого — на $1\frac{1}{4}$ л менше. Після цього в бутлі залишилося $3\frac{1}{6}$ л води. Скільки літрів води було в бутлі спочатку?



- 289.** За перший день туристи пройшли $\frac{5}{24}$ наміченого шляху, за другий — $\frac{5}{16}$, за третій — $\frac{11}{48}$, а за четвертий — решту. Яку частину шляху пройшли туристи за четвертий день?
- 290.** Магазин продав сувій тканини за три дні. Першого дня було продано $\frac{7}{15}$ усього сувою, другого — 30 % усього сувою, а третього — решту. Яку частину сувою продав магазин третього дня?

- 291.** У парку посадили кущі спіреї, бузку і жасмину. Кущі жасмину становлять $\frac{5}{12}$, а бузку — 0,35 усіх кущів. Яку частину всіх посаджених кущів становлять кущі спіреї?



Спірея



Бузок



Жасмин

- 292.** Периметр трикутника ABC дорівнює 12 см. Знайдіть довжини його сторін, якщо $AB + BC = 7\frac{4}{9}$ см, $BC + CA = 7\frac{7}{18}$ см.
- 293.** Із трьох вуликів пасічник зібрав 30 кг меду, до того ж з першого і другого — $20\frac{1}{6}$ кг, а з першого і третього — $19\frac{7}{9}$ кг. Скільки кілограмів меду зібрав пасічник з кожного вулика?
- 294.** Партію пластикових пляшок один верстат може виготовити за 45 хв, а другий — за 30 хв. Яку частину всіх пляшок виготовлять верстати за 1 хв спільної роботи?
- 295.** Один кран наповнює бак водою за 9 хв, а другий — за 6 хв. Яка частина бака буде заповнена водою, якщо відкрити обидва крани на 1 хв?
- 296.** Перший автомат може розфасувати борошно за 8 хв, а другий — за 6 хв. Чи зможуть автомати за 1 хв спільної роботи розфасувати більше, ніж третину борошна?
- 297.** Один трактор може зорати поле за 3 дні, а другий — за 4 дні. Чи зможуть трактори, працюючи разом, зорати за 1 день більше, ніж половину поля?



Інтерактивне завдання 11

Задача на додавання і віднімання дробів





298. Шлях від Львова до Хмельницького автомобіль проїхав за 3 год. За першу годину він проїхав $\frac{3}{8}$ усього шляху, за другу — $\frac{5}{16}$, а за третю — 75 км. Знайдіть відстань між містами.
299. У саду ростуть лише сливи, черешні та 15 вишень. Скільки всього дерев росте в саду, якщо сливи становлять $\frac{3}{7}$ усіх дерев, а черешні — $\frac{3}{14}$?
300. Зі своїх будинків одночасно назустріч одна одній вийшли Наталя й Оріся, і через 1 хв відстань між ними дорівнювала 165 м. Знайдіть відстань між будинками дівчат, якщо відомо, що Наталя може подолати цю відстань за 4 хв, а Оріся — за 5 хв.
301. (Задача-жарт.) Карлсон з'їдає банку варення за 3 хв, а Малюк таку саму банку — за 6 хв. За скільки хвилин вони разом з'їдять банку варення?
302. Два майстри виконали замовлення за 6 год. Якби працював лише перший майстер, то він виконав би все замовлення за 10 год. Яку частину замовлення виконував другий майстер за 1 год?

Поміркуйте



303. Ставок заростає лататтям. Площа, яку покриває латаття, з кожним днем подвоюється. За 10 днів заросла половина ставка. Яка частина ставка заросла за 9 днів?



Вправи для повторення



304. Обчисліть: 1) $(1,2 \cdot 0,8 - 0,8) : 0,4$; 2) $15 : 6 - 0,5 \cdot 0,8$.
305. Знайдіть значення виразу:
1) $4,5a + 9$, якщо $a = 98$; 2) $a^2 - b^3$, якщо $a = 15$; $b = 5$.
306. Порівняйте величини:
1) 1,25 м і 120 см; 2) 4,25 год і 255 хв.
307. Замініть зірочку такою цифрою та знайдіть такі прості числа a , b , c , щоб була правильною рівність $*02 = 3 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot c$.

Завдання для самоперевірки № 2

Початковий рівень

1. Яка з наведених рівностей є неправильною?

А $\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$ Б $\frac{12}{30} = \frac{4}{10}$ В $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ Г $\frac{12}{30} = \frac{1}{3}$

2. Зведіть дріб $\frac{2}{3}$ до знаменника 9.

А $\frac{2}{9}$ Б $\frac{5}{9}$ В $\frac{6}{9}$ Г $\frac{8}{9}$

3. Порівняйте дроби $\frac{1}{2}$ і $\frac{3}{4}$.

А $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$ Б $\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ В $\frac{1}{2} > \frac{3}{4}$

4. Обчисліть: $\frac{1}{10} + \frac{1}{5}$.

А $\frac{2}{15}$ Б $\frac{2}{10}$ В $\frac{3}{10}$ Г $\frac{2}{50}$

5. Обчисліть: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$.

А 1 Б $\frac{1}{6}$ В $\frac{1}{3}$ Г $1\frac{1}{6}$

6. В одному пакеті 3 кг яблук, а в другому — на $\frac{4}{9}$ кг менше.
Скільки кілограмів яблук у другому пакеті?

А $3\frac{4}{9}$ кг Б $2\frac{4}{9}$ кг В $2\frac{5}{9}$ кг Г $\frac{5}{9}$ кг

Середній рівень

7. Який із дробів $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{9}$ і $\frac{13}{18}$ є найбільшим?

А $\frac{2}{3}$ Б $\frac{1}{6}$ В $\frac{7}{9}$ Г $\frac{13}{18}$

8. Обчисліть: $4\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$.

А $5\frac{19}{24}$ Б $4\frac{19}{24}$ В $4\frac{1}{3}$ Г $4\frac{2}{5}$

9. Розв'яжіть рівняння $\frac{2}{3} - x = \frac{1}{9}$.

А $\frac{7}{9}$

Б $\frac{1}{3}$

В $\frac{5}{9}$

Г $\frac{4}{9}$

10. Туристи за першу годину пройшли $4\frac{1}{3}$ км, а за другу — на $\frac{1}{6}$ км менше. Скільки кілометрів пройшли туристи за 2 години?

А $8\frac{1}{3}$ км

Б $8\frac{2}{3}$ км

В $8\frac{5}{6}$ км

Г $8\frac{1}{2}$ км

Достатній рівень

11. Розташуйте в порядку зростання дробів $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{7}{24}$.
12. Обчисліть: $7\frac{3}{16} - 3\frac{7}{20} + 1,6$.
13. Знайдіть значення виразу $5\frac{1}{8} - \left(a + 1\frac{2}{3}\right)$, якщо $a = 2\frac{7}{12}$.
14. Поле розбили на три ділянки. Площа першої ділянки становить $\frac{5}{12}$, а другої — 25 % площі всього поля. Яку частину площі поля становить площа третьої ділянки?

Високий рівень

15. Скільки є дробів зі знаменником 24, які більші за $\frac{5}{12}$, але менші від $\frac{2}{3}$?
16. Розв'яжіть рівняння $5\frac{7}{24} - \left(7\frac{1}{4} - x\right) = \frac{2}{3}$.
17. Перший майстер може виконати замовлення за 12 год, а другий — за 15 год. Яку частину замовлення залишиться виконати майстрам після 1 год спільної роботи?
18. Із трьох полів зібрали пшеницю. З першого поля зібрали $\frac{2}{9}$, із другого — 40 % усієї пшениці, а з третього — 34 т. Скільки тонн пшениці зібрали із трьох полів разом?

§ 3. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

11. МНОЖЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

Задача. Знайти площу прямокутника, довжина якого дорівнює $\frac{4}{5}$ дм, а ширина — $\frac{2}{3}$ дм.

Для розв'язання задачі потрібно знайти добуток дробів $\frac{4}{5}$ і $\frac{2}{3}$. Як це зробити, ви поки що не знаєте, тому знайдемо площу прямокутника, побудувавши його всередині квадрата зі стороною 1 дм (рис. 12).

На рисунку квадрат розбито на 15 рівних частин. Оскільки площа квадрата дорівнює 1 дм², то площа однієї такої частини дорівнює $\frac{1}{15}$ дм². Прямокутник зі сторонами $\frac{4}{5}$ дм і $\frac{2}{3}$ дм складається з 8 частин, тому його площа дорівнює $\frac{8}{15}$ дм².

$$\text{Отже, } \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}.$$

Звернемо увагу, що чисельник дробу $\frac{8}{15}$ дорівнює добутку чисельників дробів $\frac{4}{5}$ і $\frac{2}{3}$ ($8 = 4 \cdot 2$), а знаменник — добутку знаменників ($15 = 5 \cdot 3$). Маємо:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}.$$



Добутком двох звичайних дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників цих дробів, а знаменник — добутку їх знаменників:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

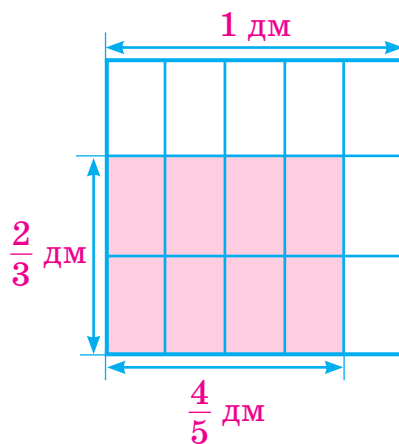


Рис. 12

Знайдіть за цим правилом добуток дробів $\frac{2}{5}$ і $\frac{15}{16}$.



$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}.$$

При множенні дробів можна спочатку записати добуток чисельників і добуток знаменників, зробити скорочення, а потім виконати множення:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{1\cancel{2} \cdot \overset{1}{\cancel{15}}^3}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \cancel{16}_8} = \frac{3}{8}.$$

За правилом множення дробів можна знаходити добуток дробу і натурального числа. Для цього досить натуральне число записати у вигляді дробу зі знаменником 1. Наприклад:

$$\frac{3}{20} \cdot 5 = \frac{3}{20} \cdot \frac{5}{1} = \frac{\cancel{3} \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{4}{20} \cdot 1} = \frac{3}{4}.$$

Щоб знайти добуток мішаних чисел, їх записують у вигляді неправильних дробів і застосовують правило множення дробів. Наприклад:

$$2\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{3} = \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot \overset{4}{\cancel{16}}^4}{\underset{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3}_1} = \frac{12}{1} = 12.$$

Для множення дробів виконуються переставна, сполучна і розподільні властивості множення, а саме: якщо a , b , c — дроби, то

$$a \cdot b = b \cdot a;$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c);$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c;$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

Крім того, $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$; $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Обчислити: $3\frac{1}{18} \cdot 9$.

• Дане множення зручно виконати, використавши розподільну властивість множення:

$$3\frac{1}{18} \cdot 9 = \left(3 + \frac{1}{18}\right) \cdot 9 = 3 \cdot 9 + \frac{1}{18} \cdot 9 = 27 + \frac{1}{2} = 27\frac{1}{2}. \bullet$$

Вправа 2. Спростити вираз $\frac{1}{10}a + \frac{11}{15}a$ та знайти його значення, якщо $a = 0,9$.

$$\bullet \quad \frac{1}{10}a + \frac{11}{15}a = \left(\frac{1}{10} + \frac{11}{15}\right)a = \frac{3+22}{30}a = \frac{25}{30}a = \frac{5}{6}a.$$

$$\text{Якщо } a = 0,9, \text{ то } \frac{5}{6}a = \frac{5}{6} \cdot 0,9 = \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1\cancel{5} \cdot \cancel{9}^3}{2\cancel{6} \cdot \cancel{10}_2} = \frac{3}{4} \bullet$$



1. Що є добутком двох звичайних дробів?
2. Як помножити дріб на натуральне число? Наведіть приклад.
3. Як помножити два мішані числа? Наведіть приклад.
4. Які властивості має дія множення дробів?



308. Виконайте множення:

$$1) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \quad 2) \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}; \quad 3) \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7}; \quad 4) \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}.$$

309. Обчисліть:

$$1) \frac{2}{9} \cdot 4; \quad 2) 7 \cdot \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{5}{8} \cdot 16; \quad 4) 5 \cdot \frac{3}{10}.$$

310. Обчисліть, використовуючи властивості множення:

$$1) 3 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}; \quad 2) \frac{5}{8} \cdot 7 \cdot \frac{8}{5}; \quad 3) 4 \cdot \left(2 + \frac{1}{4}\right); \quad 4) \left(5 - \frac{1}{3}\right) \cdot 3.$$



311. Знайдіть добуток:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}; & 2) \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7}; & 3) \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{23}; & 4) \frac{7}{8} \cdot \frac{16}{21}; \\ 5) \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15}; & 6) \frac{19}{24} \cdot \frac{18}{19}; & 7) \frac{8}{9} \cdot \frac{27}{28}; & 8) \frac{25}{24} \cdot \frac{18}{35}; \\ 9) \left(\frac{5}{9}\right)^2; & 10) \frac{3}{8} \cdot 24; & 11) \frac{7}{9} \cdot 12; & 12) 48 \cdot \frac{5}{36}. \end{array}$$

312. Знайдіть добуток:

- 1) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7}$; 2) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{8}$; 3) $\frac{21}{25} \cdot \frac{3}{7}$; 4) $\frac{5}{12} \cdot \frac{18}{25}$;
 5) $\frac{11}{12} \cdot \frac{9}{22}$; 6) $\frac{9}{20} \cdot \frac{8}{21}$; 7) $\frac{12}{25} \cdot \frac{15}{8}$; 8) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$;
 9) $\frac{5}{7} \cdot 21$; 10) $16 \cdot \frac{5}{24}$.

313. Обчисліть:

- 1) $5 \cdot 4\frac{2}{5}$; 2) $3\frac{2}{9} \cdot 3$; 3) $\frac{4}{7} \cdot 2\frac{5}{8}$; 4) $2\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{23}$;
 5) $1\frac{1}{4} \cdot 2\frac{4}{5}$; 6) $7\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{25}$; 7) $6\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{5}$; 8) $\left(1\frac{2}{5}\right)^2$.

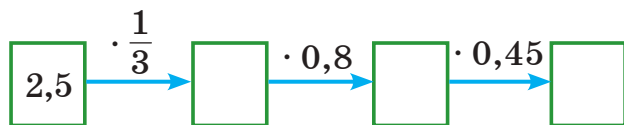
314. Обчисліть:

- 1) $2\frac{1}{4} \cdot 4$; 2) $2 \cdot 3\frac{3}{4}$; 3) $\frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{4}$; 4) $3\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{15}$;
 5) $2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{4}{7}$; 6) $4\frac{1}{12} \cdot 3\frac{3}{7}$; 7) $5\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{15}$; 8) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$.

315.  Замініть десятковий дріб звичайним і виконайте множення:

- 1) $0,4 \cdot \frac{5}{8}$; 2) $\frac{2}{9} \cdot 0,18$; 3) $0,6 \cdot 1\frac{2}{3}$; 4) $3\frac{3}{4} \cdot 1,2$.

316. Знайдіть пропущені числа:



317. Обчисліть:

- 1) $2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; 2) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{35} \cdot \frac{5}{8}$; 3) $\frac{14}{15} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{9}$; 4) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$.

318. Обчисліть:

- 1) $\frac{2}{3} \cdot 6 \cdot \frac{3}{8}$; 2) $\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{12}$; 3) $\frac{8}{25} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{8}$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

319. Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) 6 \cdot 2\frac{1}{3}; \quad 2) \left(\frac{4}{9} + \frac{2}{3}\right) \cdot 9; \quad 3) 12 \cdot \left(2 - \frac{1}{4}\right); \quad 4) \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 15.$$

320. Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) 4 \cdot 1\frac{3}{4}; \quad 2) \left(2 - \frac{1}{5}\right) \cdot 10; \quad 3) 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right); \quad 4) \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) \cdot 12.$$

321. Спростіть вираз:

$$1) \frac{9}{10} a \cdot \frac{5}{6}; \quad 2) \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{14} b; \quad 3) \frac{2}{9} a + \frac{1}{3} a; \quad 4) \frac{5}{12} x - \frac{1}{4} x.$$

322. Спростіть вираз: 1) $\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15} a$; 2) $\frac{3}{4} b + \frac{1}{8} b$; 3) $\frac{5}{6} y - \frac{1}{2} y$.

323. Розв'яжіть рівняння: 1) $x : \frac{6}{7} = \frac{7}{9}$; 2) $y : 1\frac{1}{8} = \frac{4}{15}$.

324. Розв'яжіть рівняння: 1) $x : \frac{2}{5} = \frac{3}{4}$; 2) $z : \frac{3}{7} = 2\frac{1}{3}$.

325. Знайдіть периметр і площу квадрата зі стороною $\frac{5}{6}$ дм.

326. Знайдіть площу квадрата зі стороною $3\frac{1}{3}$ см.



Інтерактивне завдання 12

Множення дробів



327. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{18}{25} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}; \quad 2) \frac{6}{7} \cdot 3\frac{4}{15} \cdot 4\frac{1}{6}; \quad 3) 2\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{8} + 1\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{8};$$

$$4) 1\frac{4}{5} \cdot 9\frac{2}{9} - 1\frac{4}{5} \cdot 4\frac{2}{9}; \quad 5) 1\frac{2}{3} \cdot 7,8 + \frac{2}{3} \cdot 7,8 - \frac{1}{3} \cdot 7,8.$$

328. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{8}{15} \cdot \frac{9}{10} \cdot 4\frac{1}{6}; \quad 2) 3\frac{3}{7} \cdot 1\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{16}; \quad 3) 5\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{5} - 5\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5};$$

4) $5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{1}{4} + 6\frac{1}{6} \cdot 2\frac{1}{4}$;

5) $\frac{5}{6} \cdot 5,2 - \frac{5}{6} \cdot 4,8 + \frac{5}{6} \cdot 2,6$.

329. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $4\frac{3}{4}x - 3\frac{3}{8}x$, якщо $x = 1\frac{5}{9}$; 2) $\frac{5}{9}y - \frac{1}{3}y + \frac{5}{18}y$, якщо $y = 7\frac{1}{3}$.

330. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $1\frac{2}{9}a + 3\frac{4}{9}a$, якщо $a = 2\frac{1}{7}$; 2) $\frac{5}{8}b + \frac{1}{2}b - \frac{3}{4}b$, якщо $b = 1,6$.

331.  Порівняйте значення виразу $12a$ з числом 12, якщо:

1) $a = \frac{1}{3}$; $a = \frac{3}{4}$; $a = \frac{7}{12}$; 2) $a = 1\frac{1}{3}$; $a = 3\frac{5}{6}$.

332. За формулою шляху $s = vt$ знайдіть s , якщо:

1) $v = 90$ км/год; $t = 50$ хв; 2) $v = 300$ м/хв; $t = 77$ с.

333. За формулою шляху $s = vt$ знайдіть s , якщо:

1) $v = 4$ км/год; $t = 45$ хв; 2) $v = 120$ м/хв; $t = 73$ с.

334. Обчисліть зручним способом:

1) $6 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12}\right)$; 2) $\frac{4}{15} \cdot \left(2\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right) + 2\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{8}{11} - \frac{4}{15}\right)$;

3) $1\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{8} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{8} + 3\frac{3}{5} \cdot 4\frac{1}{8}$; 4) $3 \cdot 2\frac{4}{9} + 3\frac{2}{9} \cdot 7,2 - 3\frac{2}{9} \cdot 4,2$.

335. Обчисліть зручним способом:

1) $3\frac{1}{7} \cdot \frac{5}{9} - 1\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + 3\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 2) $6 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{51}\right) + 36 \cdot \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{14} \cdot \frac{1}{51}\right)$.

336. Доведіть, що значення виразу $3 \cdot \left(\frac{2}{9}b + 5\right) - \frac{1}{3} \cdot 1,5b - \frac{1}{6}b$ не залежать від значень b .

337. Доведіть, що значення виразу $2,7a + 1\frac{2}{15}a - 3\frac{5}{6}a + 2$ не залежать від значень a .

Поміркуйте



338. Про дітей, зображених на рисунку 13, відомо таке: усі дівчата знайомі з різною кількістю хлопців, а кожний

хлопець знайомий з тією самою кількістю дівчат. Зі скількома дівчатами знайомий кожний хлопець?



Рис. 13

Вправи для повторення



339. Автомобіль рухається зі швидкістю 75 км/год. Скільки кілометрів він проїде за 0,4 год? За 1,2 год?
340. Знайдіть:
- 1) $\frac{4}{9}$ від числа 72;
 - 2) 0,6 від числа 4,5.
341. За продукти заплатили 240 грн, з них 12,5 % — за молоко. Знайдіть вартість молока.
342. У першому пакеті яблук на 1,8 кг більше, ніж у другому. Скільки кілограмів яблук у кожному пакеті, якщо в першому їх у 4 рази більше, ніж у другому?

12. ЗАДАЧІ НА МНОЖЕННЯ ДРОБІВ

Задача 1. Потяг рухається зі швидкістю 90 км/год. Знайти шлях, який пройде потяг за $2\frac{2}{3}$ год.



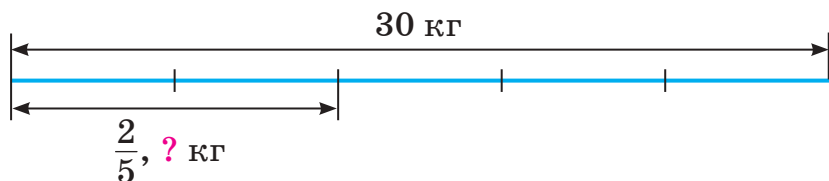
Щоб знайти шлях, потрібно швидкість помножити на час:

$$90 \cdot 2\frac{2}{3} = 90 \cdot \frac{8}{3} = 240 \text{ (км)}.$$

Відповідь. 240 км.

Подібні задачі, але з натуральними числами або десятковими дробами, ми вже розв'язували раніше і також за допомогою дії множення. Розв'яжемо тепер за допомогою множення дробів задачі, які ми раніше розв'язували іншими способами.

Задача 2. У саду діти зібрали 30 кг фруктів, з них $\frac{2}{5}$ — сливи. Скільки кілограмів слив зібрали діти?



Як ми розв'язували таку задачу?



1) $30 : 5 = 6$ (кг) — п'ята частина фруктів.

2) $6 \cdot 2 = 12$ (кг) — зібрали слив.

Відповідь. 12 кг.

Запишемо розв'язок цієї задачі у вигляді числового виразу $(30 : 5) \cdot 2$, який перетворимо так:

$$(30 : 5) \cdot 2 = \frac{30}{5} \cdot 2 = \frac{30 \cdot 2}{5} = 30 \cdot \frac{2}{5}.$$

Отже, щоб знайти масу слив, можна масу зібраних фруктів (30 кг) помножити на дріб $\frac{2}{5}$:

$$30 \cdot \frac{2}{5} = 12 \text{ (кг)}.$$

При розв'язуванні задачі 2 ми знайшли дріб $\frac{2}{5}$ від числа 30.



Щоб знайти дріб від числа, достатньо число помножити на цей дріб.

Дане правило стосується, зокрема, й знаходження десяткового дробу від числа. Знайдіть, наприклад, дріб 0,3 від числа 20.



$20 \cdot 0,3 = 6$ — знайшли дріб 0,3 від числа 20.

Задача 3. Із цукрових буряків отримують цукор, маса якого становить 16 % маси буряків. Скільки центнерів цукру можна отримати із 50 ц буряків?

Запишемо 16 % у вигляді дробу: $16 \% = 0,16$. Щоб відповісти на запитання задачі, потрібно знайти 16 % від 50 ц, або дріб 0,16 від 50 ц:

$$50 \cdot 0,16 = 8 \text{ (ц)}.$$

Отже, із 50 ц цукрових буряків можна отримати 8 ц цукру.

При розв'язуванні задачі 3 ми знайшли 16 % від числа 50, записавши відсотки у вигляді дробу.



Щоб знайти відсотки від числа, достатньо записати відсотки у вигляді дробу і помножити число на цей дріб.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти $23\frac{1}{3}\%$ від числа 15.

- Оскільки $1\% = \frac{1}{100}$, то $23\frac{1}{3}\% = 23\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{70}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{7}{30}$.
 $15 \cdot \frac{7}{30} = \frac{7}{2} = 3,5$.



- Як знайти дріб від числа?
- Як знайти відсотки від числа?



343. У саду росте 20 дерев, серед них є яблуні. Скільки яблунь росте в саду, якщо вони становлять:

- $\frac{3}{5}$ усіх дерев;
- 0,6 усіх дерев;
- 60 % усіх дерев?



344. Людмила йде зі швидкістю $3\frac{1}{3}$ км/год. Скільки кілометрів вона пройде за $\frac{1}{10}$ год? $\frac{3}{5}$ год?

345. Верстат за 1 хв виготовляє 15 пластикових пляшок. Скільки пляшок виготовить верстат за $\frac{2}{3}$ хв? $1\frac{3}{5}$ хв?

346. Знайдіть площу прямокутника, довжина якого дорівнює $1\frac{3}{5}$ дм, а ширина — $\frac{5}{6}$ дм.

347. Перша ділянка лісу має площу 15 га, друга — у $2\frac{1}{3}$ раза більшу, ніж перша, а третя — в $1\frac{1}{7}$ раза більшу, ніж друга. Знайдіть площу третьої ділянки.

348. В одному ящику 12 кг яблук, а в другому — в $1\frac{1}{6}$ разів більше. Скільки кілограмів яблук в обох ящиках разом?

349. Знайдіть:

1) $\frac{2}{5}$ від числа 25;

2) $\frac{8}{9}$ від числа 12;

3) $\frac{3}{14}$ від числа $2\frac{1}{3}$;

4) $\frac{2}{9}$ від числа 4,5;

5) 0,6 від числа 35;

6) 0,55 від числа 4.

350. Знайдіть:

1) $\frac{3}{8}$ від числа 32;

2) $\frac{5}{16}$ від числа 0,8;

3) 0,7 від числа 12;

4) 0,3 від числа $\frac{5}{6}$.

351. У зерносховищі є 4500 т зерна, $\frac{5}{9}$ якого — пшениця. Скільки тонн пшениці в зерносховищі?

352. Площа Нижньодністровського національного природного парку (Одещина) дорівнює 213 км², а площа парку Дністровський каньйон (Тернопільщина) становить $\frac{36}{71}$ цієї площі. Знайдіть площу парку Дністровський каньйон.



Нижньодністровський парк



Парк Дністровський каньйон

353. Із басейну, в якому було 1250 м³ води, випустили $\frac{2}{5}$ усієї води. Скільки кубометрів води залишилося в басейні?

354. Довжина городу прямокутної форми дорівнює 60 м, а його ширина становить 0,25 довжини. Знайдіть площу городу.

355. Перша сторона трикутника дорівнює 3 см, друга довша за першу в $1\frac{1}{6}$ раза, а довжина третьої становить 0,8 довжини другої. Знайдіть периметр трикутника.

356. Знайдіть:

- 1) 75 % від числа 16; 2) 6 % від числа 2,5;
 3) 110 % від числа 70; 4) 20 % від числа $\frac{10}{17}$.

357. Знайдіть:

- 1) 75 % від числа 16; 2) 24 % від числа 1,5.

358. Маса білого ведмедя 700 кг, а маса бурого становить 43 % маси білого. Знайдіть масу бурого ведмедя.

359. Огірки містять 95 % води. Скільки кілограмів води є в 40 кг огірків?

360.  Приготували 500 г морозива, компоненти якого вказано в таблиці. Заповніть таблицю, знайшовши маси компонентів.

Компоненти	Молоко	Вершки	Жовтки	Цукор
Відсотки	25 %	40 %	15 %	20 %
Маса, г				

361. Якщо висушити свіжі сливи, то вони втратять 64 % своєї маси. Скільки кілограмів сушених слив можна одержати із 60 кг свіжих?

362. На банківській картці є 6400 грн. Скільки гривень залишиться на картці, якщо з неї зняти 15 % усіх грошей?



Інтерактивне завдання 13

Задачі на множення дробів



363. Знайдіть:

- 1) 1,125 % від числа 200; 2) $6\frac{2}{3}$ % від числа 9.

364. Знайдіть:

- 1) 2,75 % від числа 40; 2) $4\frac{1}{6}$ % від числа 8.

- 365.** Довжина кімнати дорівнює 6 м, її ширина становить 75 % довжини, а висота — $\frac{2}{3}$ ширини. Знайдіть масу повітря в цій кімнаті, якщо 1 м^3 повітря має масу 1,29 кг.
- 366.** Ширина ділянки прямокутної форми дорівнює 12 м, а довжина становить 240 % ширини. Полуницею засадили $\frac{2}{9}$ площі ділянки. Скільки квадратних метрів ділянки засадили полуницею?
- 367.** Складіть задачу за схемою, зображеною на рисунку 14.

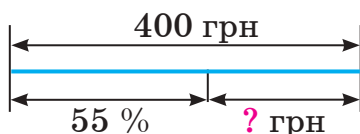


Рис. 14

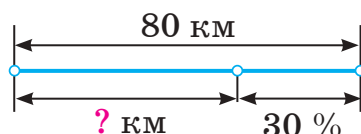


Рис. 15

- 368.** Складіть задачу за схемою, зображеною на рисунку 15.
- 369.** У магазин завезли 240 пакетів соку. За перший день продали 0,3 усіх пакетів, а за другий — $\frac{5}{12}$ решти. Скільки пакетів соку продали за другий день?
- 370.** У господарстві є 56 домашніх птахів: кури, качки та гуси. Кури становлять $\frac{4}{7}$ усіх птахів, качки — $\frac{2}{3}$ решти. Скільки гусей є в господарстві?



- 371.** Туристичний автобус за 4 дні проїхав 520 км. За перший день він проїхав $\frac{3}{13}$ усього шляху, за другий — $\frac{7}{26}$, а за третій — на 40 км менше, ніж за четвертий. Скільки кілометрів проїхав автобус за четвертий день?
- 372.** Юрій купив пенал, лінійку, косинець і циркуль, заплативши за покупку 150 грн. Знайдіть ціну пеналу, якщо вона у 5 разів більша за ціну косинця, а ціни лінійки і циркуля становлять відповідно $\frac{2}{25}$ і $\frac{1}{5}$ вартості покупки.

373. Валентина за перший день прочитала 40 % сторінок книжки, а за другий — 70 % решти сторінок. Скільки відсотків усіх сторінок прочитала Валентина за ці два дні?

374. Майстер має виготовити партію деталей. За перший день він виготовив $\frac{3}{8}$ усіх деталей, а за другий — 80 % решти деталей. Яку частину всіх деталей залишилося виготовити майстру?

Поміркуйте



375. Чи можна деякі клітинки таблиці розміру 5×5 зафарбувати так, щоб у кожному рядку кількість зафарбованих клітинок була парною, а в кожному стовпці — непарною?

Вправи для повторення



376. Виконайте ділення і зробіть перевірку множенням:

1) $372 : 12$;

2) $1,25 : 0,5$;

3) $3 : 20$.

377. Вирушаючи в похід, учні класу вирішили купити мінеральну воду, яка в магазині була в пляшках різної місткості (див. рис. 16). У пляшках якої місткості вигідніше купувати воду?



Рис. 16

378. Частка двох чисел дорівнює 0,6. Знайдіть:

1) дільник, якщо ділене дорівнює 15;

2) ділене, якщо дільник дорівнює 15.

379. Використовуючи кожен із цифр 0, 1, 3, 6, 7 і 8 не більше одного разу, запишіть найбільше та найменше п'ятицифрові числа, які діляться на 3.

13. ДІЛЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

Взаємно обернені числа. Розглянемо дроби $\frac{3}{7}$ і $\frac{7}{3}$. Добуток цих дробів дорівнює 1:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{3 \cdot 7}{7 \cdot 3} = 1.$$



Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають *взаємно оберненими*.

Отже, числа $\frac{3}{7}$ і $\frac{7}{3}$ є взаємно оберненими. У цій парі чисел число $\frac{7}{3}$ називають *оберненим* до числа $\frac{3}{7}$, а число $\frac{3}{7}$ — оберненим до числа $\frac{7}{3}$. Бачимо: щоб знайти число, обернене до дробу, достатньо чисельник і знаменник цього дробу поміняти місцями.

Числом, оберненим до дробу $\frac{a}{b}$, є дріб $\frac{b}{a}$.

Взаємно оберненими є також числа 5 і $\frac{1}{5}$ (бо $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$), 0,25 і 4 (бо $0,25 \cdot 4 = 1$). Тому оберненим до числа 5 є число $\frac{1}{5}$, а оберненим до числа 0,25 — число 4.

Оберненим до натурального числа n є число $\frac{1}{n}$.

Для числа 0 не існує оберненого числа. Чому?



Тому що добуток числа 0 і будь-якого іншого числа не може дорівнювати 1.

Ділення звичайних дробів. Розглянемо частку $2 : 5$ і перетворимо її так:

$$2 : 5 = \frac{2}{5} = 2 \cdot \frac{1}{5}.$$

Отже, дію ділення можна замінити дією множення: щоб число 2 поділити на 5, достатньо ділене (число 2) помножити на число, обернене до дільника (до числа 5).

Узагалі, ділення на будь-яке відмінне від нуля число можна замінити множенням на обернене до нього число.

Це правильно, зокрема, для дробів. Знайдіть, наприклад, частку $\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$, замінивши ділення на дріб $\frac{2}{3}$ множенням на обернене число.



$$\frac{5}{8} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 2} = \frac{15}{16}.$$

Як перевірити, чи ділення виконано правильно?



Шукаємо добуток частки і дільника: $\frac{15}{16} \cdot \frac{2}{3} = \frac{15 \cdot 2}{16 \cdot 3} = \frac{5}{8}$ — одержали ділене. Отже, ділення виконано правильно.



Щоб поділити один дріб на другий, достатньо ділене помножити на число, обернене до дільника.

Особливі випадки ділення:

$$\frac{a}{b} : \frac{a}{b} = 1; \quad 1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a}; \quad 0 : \frac{a}{b} = 0.$$

На нуль ділити не можна.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти число, обернене до числа: 1) $5\frac{1}{3}$; 2) 1,2.

• 1) Запишемо число $5\frac{1}{3}$ у вигляді неправильного дробу:
 $5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$. Отже, оберненим до числа $5\frac{1}{3}$ є число $\frac{3}{16}$.

2) Обернене число дорівнює: $1 : 1,2 = 10 : 12 = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$. •

Вправа 2. Обчислити: 1) $3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3}$; 2) $\frac{6}{7} : 9$; 3) $2,1 : \frac{7}{9}$.

• Якщо ділене (дільник) є мішаним числом чи десятковим дробом, то записуємо його у вигляді звичайного дробу.

$$1) 3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} = \frac{7}{2} : \frac{14}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{14} = \frac{1 \cdot 7 \cdot 3}{2 \cdot 14} = \frac{3}{4};$$

$$2) \frac{6}{7} : 9 = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{9} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \cdot 1}{7 \cdot \underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{2}{21};$$

$$3) 2,1 : \frac{7}{9} = 2 \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{7} = \frac{21}{10} \cdot \frac{9}{7} = \frac{\overset{3}{\cancel{21}} \cdot 9}{10 \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{27}{10} = 2,7. \bullet$$



1. Які числа називають взаємно оберненими?
2. Яке число є оберненим до дробу $\frac{a}{b}$?
3. Яке число є оберненим до натурального числа n ?
4. Чи існує число, обернене до нуля?
5. Як поділити один дріб на другий?

Усно

380. Чи є взаємно оберненими числа: 1) 0,5 і 2; 2) $\frac{3}{2}$ і $\frac{2}{9}$?

381. Назвіть числа, обернені до чисел: $\frac{5}{9}$; $\frac{11}{2}$; 8; $\frac{1}{6}$; 0,1; 1.

382. Чи є правильною рівність: 1) $\frac{7}{9} : \frac{1}{9} = \frac{7}{9} \cdot 9$; 2) $\frac{1}{3} : 2\frac{4}{5} = \frac{1}{3} \cdot 2\frac{5}{4}$?

383. Замініть ділення множенням: 1) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{5} : 3$; 3) $4 : \frac{2}{9}$.

384. Обчисліть: 1) $\frac{2}{3} : 1$; 2) $1 : \frac{2}{3}$; 3) $\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$.

1 2

385. Доведіть, що взаємно оберненими є числа: 8 і 0,125; $1\frac{3}{7}$ і 0,7.

386. Знайдіть число, обернене до числа:

1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{9}{5}$; 3) $1\frac{1}{7}$; 4) $6\frac{2}{7}$; 5) $12\frac{3}{4}$; 6) 0,6; 7) 0,15; 8) 3,6.

387. Знайдіть число, обернене до числа:

1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{10}{7}$; 3) $1\frac{3}{4}$; 4) $8\frac{2}{5}$; 5) 0,3; 6) 0,05; 7) 4,5.

388. Обчисліть частку:

1) $\frac{1}{7} : \frac{1}{2}$; 2) $\frac{2}{5} : \frac{4}{9}$; 3) $\frac{3}{4} : \frac{9}{8}$; 4) $\frac{5}{8} : \frac{1}{4}$;
 5) $\frac{3}{5} : \frac{5}{12}$; 6) $\frac{9}{11} : \frac{45}{77}$; 7) $\frac{8}{9} : 4$; 8) $12 : \frac{4}{15}$.

389. Обчисліть частку:

- 1) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; 2) $\frac{7}{10} : \frac{2}{5}$; 3) $\frac{8}{9} : \frac{4}{15}$; 4) $\frac{12}{25} : \frac{3}{20}$;
 5) $\frac{21}{32} : \frac{15}{16}$; 6) $\frac{7}{8} : 3$; 7) $\frac{5}{9} : 15$; 8) $49 : \frac{7}{12}$.

390. Обчисліть:

- 1) $5\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$; 2) $\frac{5}{9} : 1\frac{2}{3}$; 3) $7\frac{1}{3} : 1\frac{2}{9}$; 4) $15 : 3\frac{1}{8}$.

391. Обчисліть:

- 1) $\frac{7}{8} : 1\frac{2}{5}$; 2) $4\frac{2}{7} : \frac{5}{7}$; 3) $5\frac{1}{3} : 1\frac{3}{5}$; 4) $3\frac{7}{15} : 4$.

392.  Замініть десятковий дріб звичайним і виконайте ділення:

- 1) $\frac{1}{6} : 0,5$; 2) $0,6 : \frac{3}{5}$; 3) $\frac{3}{4} : 1,2$; 4) $0,15 : 2\frac{1}{4}$.

393. Виконайте ділення у звичайних дробах: 1) $\frac{3}{8} : 0,3$; 2) $0,25 : \frac{5}{12}$.

394. У скільки разів число $\frac{1}{7}$ менше від числа 7?

395. У скільки разів число 2 більше за число $\frac{1}{4}$?

396. Знайдіть значення виразу $\frac{4}{9} : b$, якщо $b = \frac{2}{9}$; $b = 2\frac{2}{3}$; $b = 16$.

397. Знайдіть значення виразу $a : \frac{3}{7}$, якщо $a = \frac{3}{4}$; $a = 1\frac{4}{5}$; $a = 9$.

398. Знайдіть дільник, якщо ділене дорівнює $\frac{8}{15}$, а частка — $\frac{2}{3}$.

399. Добуток двох чисел дорівнює $\frac{5}{12}$, а один із множників — $\frac{5}{9}$.
Знайдіть другий множник.

400. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{2}{3}x = \frac{3}{4}$; 2) $x \cdot 3\frac{1}{3} = 5$; 3) $\frac{3}{20}y = 2\frac{2}{5}$; 4) $\frac{6}{7} : x = \frac{2}{7}$.

401. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{3}{8}x = \frac{1}{4}$; 2) $y \cdot \frac{3}{5} = 1\frac{1}{5}$; 3) $\frac{6}{7} : x = \frac{3}{14}$.

402. Довжина прямокутника дорівнює $\frac{2}{3}$ дм, а площа — $\frac{1}{6}$ дм².
Знайдіть ширину прямокутника.

403. Знайдіть сторону квадрата, периметр якого дорівнює $7\frac{1}{9}$ см.



Інтерактивне завдання 14

Ділення дробів



404. Знайдіть значення виразу:

$$1) 1\frac{7}{15} : \left(\frac{3}{8} : 3\frac{3}{4}\right);$$

$$2) \left(1\frac{2}{7}\right)^2 : 0,18;$$

$$3) \left(1\frac{1}{6} + \frac{5}{12}\right) : \frac{1}{12};$$

$$4) 2\frac{6}{7} : \frac{5}{14} - 0,6 : \frac{3}{40};$$

$$5) \left(5\frac{8}{15} - 1\frac{2}{5}\right) : 4;$$

$$6) 2\frac{1}{12} : \left(\frac{5}{6} + 1\frac{1}{9}\right).$$

405. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{9}{14} : \left(1\frac{1}{4} : 2\frac{11}{12}\right);$$

$$2) \left(1\frac{3}{8} - 0,5\right) : \frac{1}{8};$$

$$3) 2\frac{1}{7} : 10 + \frac{2}{3} : 1\frac{5}{9};$$

$$4) 2\frac{5}{8} : \left(3\frac{3}{4} - \frac{11}{16}\right).$$

406. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2\frac{3}{7}x + 1\frac{3}{14} = 4\frac{6}{7};$$

$$2) 2\frac{1}{6} - \frac{5}{9}x = 1\frac{3}{4};$$

$$3) \frac{3}{4}x + \frac{1}{6}x - \frac{5}{8}x = 1\frac{5}{9};$$

$$4) 3\frac{8}{15}x - 1,2x = 3\frac{1}{9}.$$

407. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2\frac{7}{9}x - 1\frac{3}{4} = 2\frac{5}{12};$$

$$2) 2\frac{1}{9}x - 1\frac{5}{6}x = \frac{10}{27};$$

$$3) \frac{7}{8}x - \frac{1}{3}x + \frac{7}{12}x = 2\frac{1}{4}.$$

408.  Заповніть таблицю.

Шлях	$14\frac{1}{6}$ км	80 км	7500 м
Швидкість	_____ км/ГОД	_____ км/ГОД	90 км/ГОД
Час руху	17 хв	1 год 4 хв	_____ ГОД

409. Якщо невідоме число зменшити у $2\frac{2}{3}$ раза й до результату додати 79, то одержимо 100. Знайдіть невідоме число.

410. Сума двох чисел дорівнює 20. Знайдіть ці числа, якщо одне з них в $1\frac{2}{9}$ раза більше за друге.



411. Обчисліть зручним способом:

$$1) \left(4,5 - \frac{7}{9}\right) : \frac{2}{9} + \left(3,5 + \frac{7}{9}\right) \cdot 4\frac{1}{2};$$

$$2) \frac{9}{14} : \frac{5}{12} + \frac{9}{14} : \frac{5}{24} + 7,2 \cdot 4\frac{5}{14}.$$

412. Обчисліть зручним способом:

$$1) \left(5\frac{1}{7} - 1\frac{5}{21}\right) : \frac{4}{21} + 1\frac{5}{21} \cdot 5,25;$$

$$2) \left(2\frac{2}{3} : 16 + \frac{1}{6} : 8 + \frac{5}{12} : 4\right) : \frac{1}{16}.$$

413. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 1\frac{1}{4} \cdot \left(8,6 - \frac{4}{9}x\right) = \frac{3}{4}; \quad 2) 7\frac{1}{5} : \left(\frac{8}{15}x + 2\frac{4}{5}\right) = 2.$$

414. Розв'яжіть рівняння $\left(3\frac{5}{9} + \frac{5}{6}x\right) \cdot 2,4 = 9\frac{1}{3}.$

Поміркуйте



415. На дошці записано 9 натуральних чисел. Чи можна ви-
терти одне з них так, щоб сума чисел, які залишаться,
була парною?

Вправи для повторення



416. Із перших 16 га поля зібрали 325 т картоплі, а з решти 9 га — 185 т. Знайдіть середню врожайність картоплі на цьому полі.
417. Знайдіть число:
- 1) $\frac{2}{7}$ якого дорівнює 10; 2) 0,8 якого дорівнює 1,2.
418. При виготовленні деталі 15 % маси заготовки пішло у відходи. Знайдіть масу заготовки, якщо маса деталі 340 г.
419. Промінь OM ділить прямий кут AOB на два кути так, що величина кута AOM у 5 разів більша за величину кута MOB . Знайдіть величину кута MOB .

14. ЗАДАЧІ НА ДІЛЕННЯ ДРОБІВ

Задача 1. Із ділянки, площа якої дорівнює $2\frac{2}{3}$ га, зібрали 160 ц пшениці. Знайти врожайність пшениці на цій ділянці.



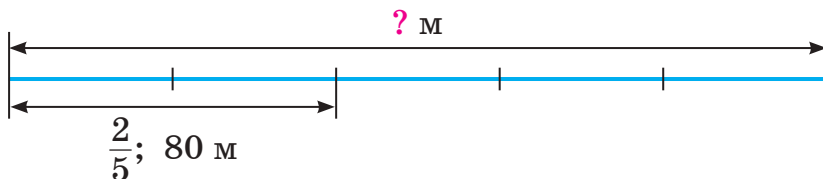
Щоб знайти врожайність, потрібно масу всієї зібраної пшениці поділити на площу ділянки:

$$160 : 2\frac{2}{3} = 160 : \frac{8}{3} = 160 \cdot \frac{3}{8} = 60 \text{ (ц/га)}.$$

Відповідь. 60 ц/га.

Подібні задачі ви вже розв'язували раніше і теж за допомогою дії ділення. Розв'яжемо тепер за допомогою ділення дробів задачі, які раніше розв'язували іншими способами.

Задача 2. Спортсменка пробігла 80 м, що становить $\frac{2}{5}$ дистанції. Знайти довжину дистанції.



Як ми розв'язували таку задачу?



- 1) $80 : 2 = 40$ (м) — п'ята частина дистанції.
 - 2) $40 \cdot 5 = 200$ (м) — довжина дистанції.
- Відповідь. 200 м.

Запишемо розв'язок цієї задачі у вигляді числового виразу $(80 : 2) \cdot 5$, який перетворимо так:

$$(80 : 2) \cdot 5 = \frac{80}{2} \cdot 5 = \frac{80 \cdot 5}{2} = 80 \cdot \frac{5}{2} = 80 : \frac{2}{5}.$$

Отже, щоб знайти довжину дистанції, $\frac{2}{5}$ якої становлять 80 м, можна 80 м поділити на дріб $\frac{2}{5}$:

$$80 : \frac{2}{5} = 80 \cdot \frac{5}{2} = 200 \text{ (м)}.$$

При розв'язуванні задачі 2 ми знайшли число, $\frac{2}{5}$ якого дорівнює 80, — знайшли число за відомим значенням його дробу.



Щоб знайти число за відомим значенням його дробу, достатньо це значення поділити на дріб.

Знайдіть за цим правилом число, 0,3 якого дорівнює 15.



$$15 : 0,3 = 150 : 3 = 50 \text{ — шукане число.}$$

Задача 3. Потяг, рухаючись від міста А до міста В, пройшов 120 км, що становить 60 % відстані між містами. Знайти відстань між містами А і В.

Запишемо відсотки у вигляді дробу: $60 \% = 0,6$. Щоб відповісти на запитання задачі, потрібно знайти величину, 0,6 якої дорівнює 120 км:

$$120 : 0,6 = 200 \text{ (км)}.$$

Отже, відстань між містами А і В дорівнює 200 км.

При розв'язуванні задачі 3 ми знайшли число, 60 % якого дорівнюють 120, записавши відсотки у вигляді дробу.



Щоб знайти число за його відсотками, достатньо записати відсотки у вигляді дробу й поділити значення відсотків на одержаний дріб.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти число, $\frac{6}{7}$ якого дорівнює 15.

$$\bullet \quad 15 : \frac{6}{7} = 15 \cdot \frac{7}{6} = \frac{15 \cdot 7}{\cancel{6}_2} = \frac{35}{2} = 17,5. \quad \bullet$$



1. Як знайти число за відомим значенням його дробу?
2. Як знайти число за його відсотками?



420. У саду ростуть дерева, серед них 4 яблуні. Скільки дерев росте в саду, якщо яблуні становлять:

- 1) $\frac{2}{5}$ усіх дерев; 2) 0,4 усіх дерев; 3) 40 % усіх дерев?



421. Принтер надрукував 10 сторінок за $\frac{5}{6}$ хв. Скільки сторінок друкує цей принтер за 1 хв?

422. Автомобіль проїхав 60 км за $\frac{2}{3}$ год. Знайдіть швидкість автомобіля.

423. Із поля, площа якого дорівнює $2\frac{1}{12}$ га, зібрали 50 ц соняшника. Знайдіть урожайність соняшника на цьому полі.

424. Довжина земельної ділянки прямокутної форми дорівнює 40 м, а ширина — в $1\frac{1}{3}$ раза менша. Знайдіть площу ділянки.

425. Перший автомат розфасував 150 кг цукру, а другий — у $2\frac{1}{7}$ раза менше. Скільки кілограмів цукру розфасували обидва автомати разом?

426.  На рисунку 17 вказано ціни кількох речей. Скільки гривень буде коштувати кожна річ після зниження цін в $1\frac{1}{9}$ раза?



1250 грн



3300 грн



20 000 000 грн

Рис. 17

427. Знайдіть число:

1) $\frac{3}{4}$ якого дорівнює 21;

2) $\frac{4}{9}$ якого дорівнює 10;

3) $\frac{2}{7}$ якого дорівнює 0,8;

4) $\frac{7}{15}$ якого дорівнює $2\frac{1}{3}$;

5) 0,7 якого дорівнює 14;

6) 0,21 якого дорівнює 6,3.

428. Знайдіть число:

1) $\frac{2}{3}$ якого дорівнює 12;

2) $\frac{3}{8}$ якого дорівнює $\frac{9}{20}$;

3) 0,3 якого дорівнює 15;

4) 0,45 якого дорівнює 1,8.

429. Трактор зорав 45 га, що становить $\frac{3}{5}$ площі поля.

1) Знайдіть площу поля.

2) Скільки гектарів поля залишилося зорати трактору?

430. Майстер, одержавши замовлення, виготовив 12 вуликів, що становить $\frac{4}{7}$ необхідної кількості. Скільки вуликів залишилося виготовити майстрові, щоб виконати замовлення?

431. Ширина кімнати дорівнює 4 м, що становить 0,8 її довжини. Знайдіть площу кімнати.

432. Знайдіть число:

1) 15 % якого дорівнюють 9; 2) 8 % якого дорівнюють 1,2;

3) 90 % якого дорівнюють $\frac{3}{8}$; 4) 120 % якого дорівнюють 6.

433. Знайдіть число:

1) 45 % якого дорівнюють 54;

2) 4 % якого дорівнюють 0,8.

434. Із жита отримують 75 % борошна. Скільки центнерів жита потрібно змолоти, щоб отримати 6 ц борошна?

- 435.** На присадибній ділянці зібрали 4 кг огірків, що становить 16 % маси всіх зібраних овочів. Скільки кілограмів овочів зібрали?
- 436.** У парку першого дня посадили 48 дерев. Це становить відповідно 80 % і 120 % кількості дерев, які посадили другого і третього дня. Скільки дерев посадили в парку за три дні?
- 437.**  Складіть задачу за її розв'язанням:
 1) $25\% = 0,25$; 2) $5 : 0,25 = 20$ (кг).



Інтерактивне завдання 15

Задачі на ділення дробів



- 438.** Після того як туристи пройшли $\frac{3}{8}$ запланованого шляху, їм залишилося пройти ще 10,5 км. Скільки всього кілометрів мають пройти туристи?
- 439.** Карина поставила книжки на дві полиці: на першу — 0,6 усіх книжок, а на другу — 16 книжок. Скільки книжок поставила Карина на першу полицю?
- 440.** Після того як з картки зняли 35 % усіх грошей, на ній залишилося 3250 грн. Скільки гривень було на картці спочатку і скільки гривень зняли?
- 441.** Гранітний блок має форму прямокутного паралелепіпеда. Його ширина дорівнює 0,5 м, що становить $\frac{5}{8}$ довжини і 125 % висоти. Знайдіть масу блоку, якщо 1 м^3 граніту має масу 2,7 т.
- 442.** Довжина кімнати дорівнює 8 м, ширина становить $\frac{9}{16}$ довжини і 150 % висоти. Знайдіть об'єм кімнати.
- 443.** У магазин завезли фрукти, 45 % маси яких становлять яблука, 25 % — мандарини, а решта — 45 кг — виноград. Скільки кілограмів усіх фруктів завезли в магазин?
- 444.** Із басейну через першу трубу спустили 45 % усієї води, а через другу — 35 %. Після цього в басейні залишилося

60 м³ води. Скільки кубометрів води було в басейні спочатку?



445. У трьох ящиках є сливи. У першому і другому ящиках разом є $\frac{5}{8}$ усіх слив, а у другому і третьому — 70 % усіх слив. Скільки кілограмів слив у другому ящику, якщо в першому їх є 12 кг?
446. Ірина, Марта й Остап збирали гриби. Ірина й Остап назбирали разом $\frac{5}{7}$ усіх грибів, а Марта й Остап — 60 % усіх грибів. Скільки грибів назбирала Ірина, якщо Марта назбирала 20 грибів?
447. Фермер засіяв 40 % поля пшеницею, 90 % решти поля — цукровими буряками, а на 1,2 га, що залишилися, посадив овочеві культури. Знайдіть площу поля.
448. Дорога до міста складається з підйомів, спусків та горизонтальних ділянок. Підйоми становлять 40 % усього шляху, спуски — 75 % підйомів, а решта 9 км — горизонтальні ділянки. Знайдіть довжину дороги.

Поміркуйте



449. Кожна із 7 мавп має не більше ніж 5 бананів. Чи обов'язково серед них знайдуться дві мавпи, які мають ту саму кількість бананів?

Вправи для повторення



450. Запишіть у вигляді десяткового дробу: $\frac{2}{5}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{23}{4}$.
451. Округліть числа:
1) 3,95; 0,02 до десятих; 2) 2,195; 0,6449 до сотих.
452. Спростіть вираз:
1) $2,5a \cdot 2,45 \cdot 40$; 2) $7,4y + 4,8 + 1,5(2y - 3,2)$.
453. Основою прямокутного паралелепіпеда є квадрат зі стороною 5 см, а площа кожної бічної грані дорівнює 30 см². Знайдіть площу поверхні та об'єм паралелепіпеда.

15. ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ У ДЕСЯТКОВІ. НЕСКІНЧЕННІ ПЕРІОДИЧНІ ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ

Розглянемо звичайний дріб $\frac{3}{4}$. Його можна розглядати як частку від ділення чисельника на знаменник. Виконавши таке ділення, одержимо десятковий дріб: $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$.

$$\begin{array}{r|l} 3,0 & 4 \\ \hline 28 & 0,75 \\ \hline 20 & \\ \hline 20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, достатньо чисельник поділити на знаменник.

Наприклад, $\frac{17}{10} = 17 : 10 = 1,7$; $\frac{9}{20} = 9 : 20 = 0,45$.

Спробуємо перетворити звичайний дріб $\frac{2}{3}$ у десятковий. Ділення чисельника 2 на знаменник 3 можна продовжувати нескінченно, а в частці 0,666... цифра 6 буде повторюватися безліч разів.

$$\begin{array}{r|l} 2,0 & 3 \\ \hline 18 & 0,666... \\ \hline 20 & \\ \hline 18 & \\ \hline 20 & \\ \hline 18 & \\ \hline 20 & \\ \hline ... & \end{array}$$

Одержане число 0,666... називають *нескінченим періодичним десятковим дробом*, а число 6 — *періодом* цього дробу.

Скорочено записують: $0,666... = 0,(6)$; читають: 0 цілих 6 у періоді.

Отже, $\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,666... = 0,(6)$.

Розглянемо інші приклади перетворень звичайних дробів у десяткові.

$\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,833... = 0,8(3)$. Дріб 0,833... теж періодичний, але його період (число 3) починається не відразу після коми. Цей дріб читають: 0 цілих 8 десятих до періоду і 3 в періоді.

$\frac{3}{11} = 3 : 11 = 0,2727... = 0,(27)$. Періодом дробу 0,2727... є число 27, тому цей дріб читають: 0 цілих 27 у періоді.

Отже, у результаті перетворень звичайних дробів у десяткові можна одержати як скінченні, так і нескінченні періодичні десяткові дробі.

Скінченні десяткові дробі 0,75, 1,7 і 0,45 ми одержали для звичайних дробів $\frac{3}{4}$, $\frac{17}{10}$ і $\frac{9}{20}$. Знаменники цих дробів $4 = 2 \cdot 2$, $10 = 2 \cdot 5$ і $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ мають у своїх розкладах на прості множники лише два прості числа: 2 і 5.

Узагалі, якщо в розкладі знаменника звичайного дробу на прості множники є лише числа 2 і 5, то такий дріб перетворюється у скінченний десятковий дріб.

Якщо в розкладі знаменника звичайного нескоротного дробу на прості множники, крім чисел 2 і 5, є інші числа, то такий дріб перетворюється в нескінченний періодичний десятковий дріб.

Наприклад, $\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3} = 0,8(3)$.

Десяткові наближення звичайного дробу. Якщо площа ділянки дорівнює $\frac{2}{3}$ га, то в практичних розрахунках це значення площі замінюють, як правило, наближеним значенням.

Щоб знайти наближенні значення для дробу $\frac{2}{3}$, перетворимо його у десятковий дріб:

$$\frac{2}{3} = 0,6666... .$$

Округлимо число 0,6666... до сотих: $0,6\bar{6}66... \approx 0,67$. Одержане число 0,67 називають *десятковим наближенням* до сотих дробу $\frac{2}{3}$.

Можна розглядати десяткові наближення цього дробу до інших розрядів. Наприклад:

$$\frac{2}{3} \approx 1 \text{ — десяткове наближення до одиниць;}$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,7 \text{ — десяткове наближення до десятих;}$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,667 \text{ — десяткове наближення до тисячних.}$$

Звернемо увагу: щоб записати десяткове наближення даного дробу до певного розряду, достатньо знати цифру наступного розряду числа $0,6666\dots$.



Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу до певного розряду, потрібно:

- 1) виконати ділення чисельника на знаменник до наступного розряду;
- 2) округлити одержаний десятковий дріб до потрібного розряду.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Записати у вигляді десяткових дробів числа: $2\frac{8}{25}$; $5\frac{2}{3}$.

• Оскільки $\frac{8}{25} = 8 : 25 = 0,32$, то $2\frac{8}{25} = 2,32$.

Оскільки $\frac{2}{3} = 0,666\dots$, то $5\frac{2}{3} = 5,666\dots = 5,(6)$. •

Вправа 2. Знайти десяткове наближення дробу $\frac{12}{17}$ до сотих.

• Виконуємо ділення чисельника на знаменник, поки не знайдемо число тисячних частки $12 : 17$.

$$\frac{12}{17} = 0,705\dots \approx 0,71 \text{ — десяткове набли-}$$

ження до сотих. •

$$\begin{array}{r|l} 120 & 17 \\ \hline 119 & 0,705\dots \\ \hline & \underline{100} \\ & 85 \\ & \underline{15} \\ & \dots \end{array}$$



1. Як перетворити звичайний дріб у десятковий?
2. Наведіть приклади нескінченних періодичних десяткових дробів і назвіть їх періоди.
3. За якої умови звичайний дріб можна перетворити у скінченний десятковий дріб?
4. Як знайти десяткове наближення звичайного дробу до певного розряду?



454. Прочитайте нескінченний періодичний десятковий дріб і назвіть його період:

- 1) 0,(9); 2) 1,(23); 3) 0,4(3); 4) 2,48(172);
 5) 0,777...; 6) 7,83333...; 7) 3,22898989... .

455. Які з дробів $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{3}{40}$ можна записати у вигляді скінченного десяткового дробу? Нескінченного періодичного десяткового дробу?

456. Знайдіть десяткове наближення до сотих звичайного дробу:

- 1) $\frac{5}{9} = 0,555...$; 2) $\frac{16}{11} = 1,454545...$; 3) $\frac{7}{18} = 0,3(8)$.



457. Запишіть число у вигляді десяткового дробу:

- 1) $\frac{8}{5}$; 2) $1\frac{7}{20}$; 3) $\frac{9}{25}$; 4) $2\frac{3}{8}$; 5) $\frac{4}{9}$; 6) $2\frac{1}{6}$; 7) $5\frac{3}{11}$.

458. Запишіть число у вигляді десяткового дробу:

- 1) $\frac{4}{5}$; 2) $1\frac{1}{4}$; 3) $\frac{11}{50}$; 4) $\frac{4}{15}$; 5) $2\frac{5}{12}$.

459. Виконайте дії в десяткових дробах:

- 1) $0,35 + \frac{3}{4}$; 2) $1\frac{3}{5} + 2,8$; 3) $1,05 - \frac{3}{20}$; 4) $\frac{21}{50} - 0,07$.

460. Виконайте дії в десяткових дробах: 1) $1,5 - \frac{3}{5}$; 2) $\frac{3}{25} + 0,18$.

461. Знайдіть десяткове наближення звичайного дробу або мішаного числа до вказаного розряду:

- 1) $\frac{2}{9}$ до десятих; 2) $2\frac{5}{7}$ до сотих;
 3) $\frac{7}{12}$ до тисячних; 4) $4\frac{8}{15}$ до одиниць.

462. Знайдіть десяткове наближення до сотих числа:

- 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{7}{9}$; 3) $1\frac{7}{12}$; 4) $3\frac{10}{11}$.

463. Швидкість катера у стоячій воді дорівнює 26,25 км/год, а швидкість течії річки — $2\frac{3}{20}$ км/год. Знайдіть швидкості катера за течією річки і проти течії.

- 464.** Три вантажівки перевезли 15 т піску, зокрема перша — 4,8 т, а друга — $5\frac{3}{25}$ т. Скільки тонн піску перевезла третя вантажівка?
- 465.** Український паролімпієць Олег Іваненко, який через травму змушений пересуватися виключно на інвалідному візку, установив рекорд для осіб з інвалідністю: проплив 62 км протокою Ла-Манш за 18 год. Скільки кілометрів у середньому долав Олег Іваненко за 1 год? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до десятих.
- 466.** За 3 год автомобіль проїхав 250 км. Знайдіть швидкість автомобіля. Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до десятих.



Інтерактивне завдання 16

Перетворення звичайних дробів у десяткові.
Нескінченні періодичні десяткові дробі



- 467.** Запишіть у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу частку та знайдіть її десяткове наближення до сотих:
- 1) $11 : 9$; 2) $7 : 15$; 3) $14,2 : 6$; 4) $2,5 : 1,8$.
- 468.** Знайдіть десяткове наближення частки до вказаного ряду:
- 1) $10 : 18$ до сотих; 2) $7,5 : 5,5$ до десятих.
- 469.**  Знайдіть десяткове наближення до сотих кореня рівняння:
- 1) $6x = 7$; 2) $15x = 2$; 3) $1,1x = 4,2$; 4) $\frac{4}{5}x = \frac{2}{15}$.
- 470.** Порівняйте числа:
- 1) $\frac{3}{5}$ і $0,5(6)$; 2) $0,3$ і $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{11}{12}$ і $0,95$; 4) $2\frac{2}{3}$ і $2,66$.
- 471.** Порівняйте числа: 1) $2\frac{2}{5}$ і $2,(4)$; 2) $0,55$ і $\frac{6}{11}$.
- 472.** Перший станок за 6 год виготовив 125 деталей, а другий за 7 год — 145 таких самих деталей. Продуктивність якого станка є більшою?

- 473.** Юлія за 3 хв пройшла 203 м, а Марія за 4 хв — 270 м. Хто з дівчат ішов швидше: Юлія чи Марія?
- 474.** Площа суходолу на нашій планеті дорівнює 149 000 000 км², а площа Світового океану — 361 260 000 км². У скільки разів площа суходолу менша від площі Світового океану? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до десятих.
- 475.** За першу годину туристи пройшли 4,8 км, за другу — 4,45 км, а за третю — $4\frac{3}{20}$ км. Знайдіть середню швидкість туристів за ці 3 години. Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до десятих.
- 476.** Із перших 25 га поля зібрали по 30 ц пшениці з гектара, а з решти 10 га — по 32 ц з гектара. Знайдіть середню врожайність пшениці на цьому полі. Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до сотих.

Поміркуйте



- 477.** Антон записав двоцифрове число, яке у 9 разів більше за суму його цифр. Яке число записав Антон?

Вправи для повторення



- 478.** Виконайте дії:
 1) $(1905 : 300 - 405 : 300)^2$;
 2) $(135 \cdot 50 - 85 \cdot 50) : 1000$.
- 479.** Знайдіть периметр трикутника, перша сторона якого дорівнює 5,2 см, друга — на 0,8 см довша за першу, але на 0,8 см коротша від третьої.
- 480.** У магазині за день продали 60 пакетів молока, до того ж до обіду — на 24 пакети менше, ніж після обіду. Скільки пакетів молока продали після обіду?
- 481.** У 8 великих і 5 малих бутлях є разом 110 л води, а в 4 великих і 3 малих — 58 л. Знайдіть місткість великого бутля.

16. ЗАДАЧІ НА ВСІ ДІЇ ЗІ ЗВИЧАЙНИМИ ДРОБАМИ



482. Знайдіть значення виразу:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{3}{4} + \frac{9}{20} \cdot \frac{5}{6}; & 2) \frac{8}{15} : \frac{2}{5} - 1\frac{1}{9}; & 3) \frac{5}{9} \cdot \left(2 - \frac{7}{8}\right); \\
 4) \left(1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{7}; & 5) 3\frac{1}{9} : \left(\frac{8}{15} - \frac{4}{9}\right); & 6) \frac{5}{16} : 10 - \left(\frac{1}{8}\right)^2.
 \end{array}$$

483. Знайдіть значення виразу:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{11}{16} - \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{14}; & 2) \left(\frac{2}{15} + 1\frac{1}{10}\right) \cdot 30; & 3) \left(1\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) : \frac{4}{9}.
 \end{array}$$

484. Запишіть:

$$\begin{array}{l}
 1) \text{ у сантиметрах: } \frac{2}{5} \text{ дм; } \frac{3}{4} \text{ м; } \frac{9}{20} \text{ м; } \frac{3}{25} \text{ м;} \\
 2) \text{ у хвилинах: } \frac{2}{3} \text{ год; } \frac{7}{12} \text{ год; } \frac{8}{15} \text{ год; } \frac{3}{20} \text{ год.}
 \end{array}$$

$$\text{Працюйте за зразком: } \frac{3}{10} \text{ год} = \frac{3}{10} \cdot 60 \text{ хв} = 18 \text{ хв.}$$

485. Запишіть:

$$\begin{array}{l}
 1) \text{ у кілограмах: } \frac{3}{4} \text{ ц; } \frac{11}{50} \text{ т;} \quad 2) \text{ у секундах: } \frac{5}{6} \text{ хв; } \frac{17}{30} \text{ хв.}
 \end{array}$$

486. Порівняйте величини:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{7}{15} \text{ м і } \frac{9}{20} \text{ м;} & 2) \frac{3}{25} \text{ ц і } 15 \text{ кг;} & 3) 25 \text{ с і } \frac{5}{12} \text{ хв.}
 \end{array}$$

487. Порівняйте величини:

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{5}{8} \text{ кг і } \frac{7}{12} \text{ кг;} & 2) 60 \text{ м і } \frac{3}{50} \text{ км;} & 3) \frac{9}{20} \text{ год і } 30 \text{ хв.}
 \end{array}$$

488.  Розташуйте в порядку зростання числа: $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; 0,3; 0,(3); 0,03; 0,33.

489. Розташуйте в порядку спадання числа: 0,6; $\frac{7}{10}$; 0,66; 0,(6); 0,06; 0,76.

490. Розв'яжіть рівняння:

$$1) x - \frac{9}{14} = 1\frac{3}{7};$$

$$2) 3\frac{5}{7} + y = 5;$$

$$3) \frac{7}{8}x = 1\frac{1}{6};$$

$$4) \frac{9}{16} : x = \frac{3}{4}.$$

491. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{3}{5} + x = 1\frac{1}{15};$$

$$2) x - \frac{3}{8} = \frac{7}{12};$$

$$3) y : \frac{5}{9} = \frac{3}{25};$$

$$4) \frac{2}{3}x = 1\frac{1}{9}.$$

492. Реактивний автомобіль прохав 21 км за $\frac{7}{410}$ год, встановивши рекорд швидкості.

1) З якою швидкістю їхав автомобіль?

2) Знайдіть час руху у хвилинах і його десяткове наближення до десятих хвилини.

493. Швидкість літака дорівнює 600 км/год.

1) Скільки кілометрів пролетить літак за $\frac{7}{20}$ год? За 20 хв?

2) За скільки годин він пролетить 250 км? За скільки хвилин?

494. Троє робітників виклали плиткою доріжку: перший — 48 м доріжки, другий — в $1\frac{1}{8}$ раза більше, ніж перший, а третій — в $1\frac{2}{7}$ раза менше, ніж другий. Знайдіть довжину доріжки.

495. З першої яблуні зібрали 30 кг яблук, з другої — в $1\frac{1}{4}$ раза менше ніж із першої, а з третьої — в $1\frac{3}{8}$ раза більше ніж із другої. Скільки кілограмів яблук зібрали з трьох яблунь разом?

496. Мотузку завдовжки 9,6 м розрізали на частини завдовжки $\frac{3}{5}$ м кожна. Скільки таких частин одержали?

497. 10,5 кг цукерок розфасували в пакети по $\frac{1}{8}$ кг у кожному. Скільки таких пакетів одержали?

- 498.** У книжці 96 сторінок. За два дні Андрій прочитав $\frac{5}{12}$ усіх сторінок. Скільки сторінок йому залишилося прочитати?
- 499.** У пакеті є 28 фруктів, 0,75 яких становлять яблука, а решта — груші. Скільки груш є в пакеті?
- 500.** Знайдіть відстань між двома селами, якщо 60 % цієї відстані становлять 3,6 км.
- 501.** Вікторії 10 років, що становить $\frac{5}{6}$ віку її старшого брата. Скільки років братові?



- 502.** Знайдіть значення виразу:

1) $4,25 : a + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12} \right) \cdot b$, якщо $a = 2\frac{5}{6}$; $b = 6$;

2) $\frac{5}{18}x - \frac{1}{12}x + \frac{4}{9}x$, якщо $x = 3,6$.

- 503.** Знайдіть значення виразу $2\frac{1}{3} : x + \frac{11}{15}y - \frac{1}{3}y$, якщо $x = \frac{7}{9}$, $y = 5$.

- 504.** Знайдіть числа a , b і c в ланцюжку обчислень:

$$\boxed{2\frac{1}{8}} \xrightarrow{-a} \boxed{b} \xrightarrow{:0,35} \boxed{3\frac{4}{7}} \xrightarrow{\cdot c} \boxed{2,5}$$

- 505.** Знайдіть числа a , b і c в ланцюжку обчислень:

$$\boxed{2\frac{2}{9}} \xrightarrow{\cdot a} \boxed{b} \xrightarrow{:1,8} \boxed{2\frac{2}{9}} \xrightarrow{+c} \boxed{4\frac{1}{6}}$$

- 506.** Юля й Оксана йдуть назустріч одна одній зі швидкостями 73 м/хв і 77 м/хв. Зараз відстань між ними $\frac{17}{20}$ км. Через скільки хвилин дівчата зустрінуться?
- 507.** Із двох міст одночасно назустріч один одному вийшли два потяги і зустрілися через $2\frac{5}{6}$ год. Швидкість одного потя-

га дорівнює 72 км/год, а другого — 84 км/год. Знайдіть відстань між містами.

508. Автомобіль має проїхати 210 км за 3 год. За першу годину він проїхав $\frac{4}{15}$, а за другу — 0,4 усього шляху. З якою швидкістю має рухатися автомобіль протягом третьої години, щоб прибути до місця призначення вчасно?

509. У двох ящиках є разом 30 кг яблук, з них $\frac{2}{5}$ — у першому ящику. Скільки кілограмів яблук потрібно перекласти із другого ящика в перший, щоб в обох ящиках була та сама маса яблук?

510.  У дитячо-юнацькій спортивній школі є секції, вказані в таблиці. Секцію баскетболу відвідують 45 дітей, що становить 18 % усіх дітей школи. Заповніть таблицю, знайшовши, скільки дітей відвідують інші секції.

Секції	Футболу	Волейболу	Баскетболу	Гандболу
Відсотки	60 %	12 %	18 %	10 %
Кількість дітей			45	

511. Мама приготувала крем для торта, використавши компоненти, вказані в таблиці. Крем містить 60 г масла, що становить 12 % маси крему. Заповніть таблицю, знайшовши маси інших компонентів.

Компоненти	Вершки	Шоколад	Масло
Відсотки	48 %	40 %	12 %
Маса			60 г

512. Довжина прямокутника дорівнює 4,5 см, що становить $\frac{3}{8}$ його периметра. Знайдіть площу прямокутника.

513. У порожній акваріум завдовжки 7,5 дм і завширшки 4 дм Валя налила 84 л води. Знайдіть висоту акваріума, якщо об'єм наливої води становить 80 % його місткості.

- 514.** Довжина городу прямокутної форми дорівнює 40 м. Господиня відвела під картоплю 70 % площі городу, а решту 150 м^2 — під овочеві культури. Знайдіть ширину городу.
- 515.** Із овочевої бази відправили на консервний завод 56 % усіх помідорів, а в магазини — 20 %. Після цього на базі залишилося 600 кг помідорів. Скільки кілограмів помідорів було відправлено в магазини?
- 516.** Руду, заготовлену в кар'єрі, вивезли 3 самоскиди. Перший самоскид вивіз 120 т руди, другий — 0,4, а третій — 30 % усієї руди. Скільки тонн руди було заготовлено в кар'єрі?



- 517.** Розв'яжіть рівняння:

$$1) \ 1,5 : \left(3\frac{1}{8} + \frac{3}{4}x \right) = \frac{3}{7}; \quad 2) \ \frac{5}{8}z + 6 \cdot \left(\frac{5}{24}z - \frac{2}{3} \right) = 11.$$

- 518.** Розв'яжіть рівняння $\left(1\frac{5}{8} - \frac{3}{4}x \right) : 1,5 = \frac{5}{6}$.

- 519.** Автобус мав подолати шлях між містами за 1,5 год. Перші 42 км він проїхав зі швидкістю 72 км/год, а решту шляху — зі швидкістю 84 км/год. Скільки всього кілометрів проїхав автобус, якщо відомо, що до місця призначення він приїхав вчасно?
- 520.** Після того як Надія пройшла $\frac{7}{9}$ шляху від свого будинку до школи, їй залишилося йти на 400 м менше, ніж вона вже пройшла. Скільки ще метрів потрібно пройти Надії, щоб потрапити до школи?
- 521.** Після того як Максим заплатив за покупку 0,3 усіх своїх грошей, у нього залишилося на 32 грн більше, ніж він витратив. Скільки гривень було в Максима спочатку?
- 522.** Із рахунку в банку фірма зняла 60 000 грн за два рази: спочатку — 0,4 усіх грошей, що були на рахунку, а згодом — $\frac{1}{3}$ залишку. Скільки гривень було на рахунку перед зняттям грошей?

523. Для засадження лісової галявини заготували саджанці, $\frac{5}{8}$ яких становлять сосни, а 20 % решти — граби. Скільки всього саджанців заготували, якщо серед них є 18 саджанців грабів?

524. Першого разу з банки надлили $\frac{2}{5}$ усього молока, а другого — $\frac{1}{3}$ решти. Після цього в банці залишилося 1,2 л молока. Скільки літрів молока було в банці спочатку?

525. Майстер має виготовити партію деталей. За скільки годин він виконає роботу, якщо за 1 год виготовлятиме $\frac{2}{9}$ усіх деталей?

Розв'язання. Усі деталі (1 всіх деталей) майстер виготовить за

$$1 : \frac{2}{9} = 1 \cdot \frac{9}{2} = 4,5 \text{ (год).}$$

Відповідь. 4,5 год.

526. Рукопис посібника перший оператор може набрати за 30 год, а другий — за 45 год. За скільки годин оператори наберуть увесь рукопис, працюючи разом?

527. На птахоферму завезли корм, якого вистачило б качкам на 20 днів, а гусям — на 30 днів. На скільки днів вистачить привезеного корму, якщо годувати і качок, і гусей разом?

528. Із Одеси і Вінниці одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо один автомобіль може подолати весь шлях між містами за 6 год, а другий — за 5 год?

Поміркуйте



529. Потяг рухається зі швидкістю 25 м/с. Пасажир цього потягу дивиться у вікно і спостерігає, як протягом 2,5 с повз його вікно проходить зустрічний товарний потяг. Знайдіть довжину товарного потяга, якщо його швидкість дорівнює 17 м/с.



530. У скільки разів число 1600 більше за число: 64; 0,64?
531. За 4 однакові батарейки заплатили 36 грн. Скільки гривень коштують 6 таких батарейок?
532. На рисунку 18 відрізок MN має довжину 12 см. Знайдіть довжину відрізка MK , якщо він у 5 разів коротший від відрізка KN .



Рис. 18

533. Скількома способами можна розкласти три підручники у два відділення шкільної сумки?

Завдання для самоперевірки № 3

Початковий рівень

- Виконайте множення: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$.
 А $\frac{5}{35}$ Б $\frac{6}{35}$ В $\frac{14}{15}$ Г $\frac{5}{12}$
- Виконайте ділення: $\frac{3}{8} : \frac{1}{2}$.
 А $\frac{3}{2}$ Б $\frac{16}{3}$ В $\frac{3}{16}$ Г $\frac{3}{4}$
- Розв'яжіть рівняння $x \cdot \frac{5}{9} = 1$.
 А $\frac{5}{9}$ Б $\frac{4}{9}$ В $1\frac{4}{5}$ Г $1\frac{4}{9}$
- Запишіть звичайний дріб $\frac{2}{5}$ у вигляді десяткового.
 А 0,2 Б 0,5 В 0,4 Г 0,25
- Знайдіть $\frac{2}{3}$ від числа 30.
 А 10 Б 20 В 30 Г 45
- Знайдіть число, 10 % якого дорівнюють 50.
 А 500 Б 100 В 60 Г 5

Середній рівень

7. Обчисліть: $1\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{25}$.
А $1\frac{7}{50}$ Б $\frac{3}{5}$ В $\frac{3}{8}$ Г $\frac{3}{10}$
8. Розв'яжіть рівняння $\frac{4}{9}x = 2\frac{2}{3}$.
А $1\frac{5}{27}$ Б $3\frac{1}{2}$ В 3 Г 6
9. Довжина прямокутника дорівнює 6 см, а ширина — в $1\frac{1}{5}$ раза менша. Знайдіть площу прямокутника.
А 24 см² Б 30 см² В 36 см² Г 43,2 см²
10. З ящика, у якому було 15 кг яблук, взяли 30 % усіх яблук. Скільки кілограмів яблук залишилося в ящику?
А 4,5 кг Б 5 кг В 10 кг Г 10,5 кг

Достатній рівень

11. Знайдіть значення виразу $1\frac{7}{12} : \frac{5}{18} - 1\frac{1}{6} \cdot 3,6$.
12. Із трьох полів зібрали 180 т пшениці. З першого поля зібрали $\frac{2}{9}$ усієї пшениці, із другого — 40 % решти. Скільки тонн пшениці зібрали з третього поля?
13. 8 кг борошна розділили на дві частини так, що маса однієї частини виявилася в $1\frac{2}{7}$ раза більшою за масу другої. Знайдіть масу меншої частини.
14. Партію деталей виготовили три станки. Перший станок виготовив $\frac{1}{3}$, другий — $\frac{4}{15}$ усіх деталей, а третій — 60 деталей. Скільки всього деталей виготовили станки?

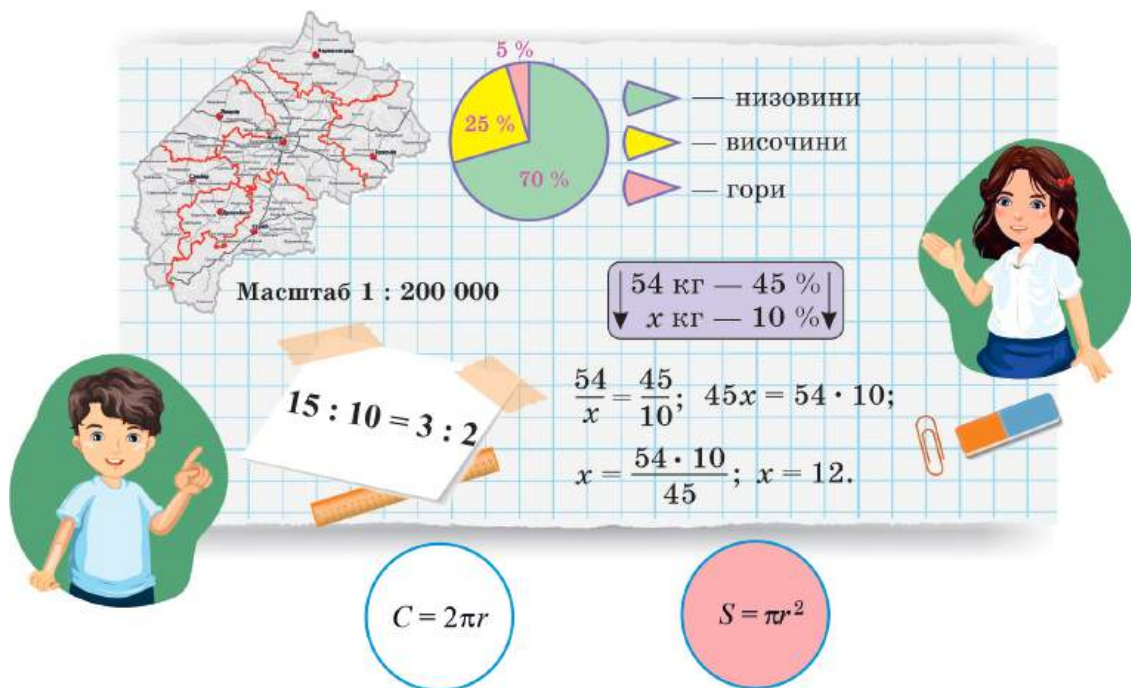
Високий рівень

15. Розв'яжіть рівняння $\left(2\frac{1}{4} - \frac{1}{8}x\right) \cdot \frac{7}{12} = 1\frac{1}{6}$.

16. Сплав срібла і міді містить 40 % срібла. Знайдіть масу сплаву, якщо в ньому срібла на 200 г менше, ніж міді.
17. Після того як автомобіль витратив 0,4 усього бензину, а згодом — 50 % залишку, у баку стало 12 л бензину. Скільки літрів бензину було в баку спочатку?
18. Через першу трубу можна випустити воду з бака за 6 хв, а через другу — за 9 хв. За скільки хвилин можна випустити з бака всю воду, якщо відкрити крани обох труб?

РОЗДІЛ III

ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ



У цьому розділі ви дізнаєтеся:

- що таке відношення; пропорція;
- які величини називають прямо пропорційними; обернено пропорційними;
- як поділити число в заданому відношенні;
- що таке масштаб;
- що таке відсоткове відношення та як проводити відсоткові розрахунки;
- як обчислити довжину кола та площу круга;
- які є види діаграм та як будують діаграми;
- про циліндр, конус, кулю.



§ 4. ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

17. ВІДНОШЕННЯ. ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ ВІДНОШЕННЯ

Відношення двох чисел — це інша назва частки цих чисел.



Відношенням двох чисел називають частку цих чисел.

$a : b$ — відношення чисел a і b ,
або відношення числа a до числа b .

Наприклад,

$24 : 8$ — відношення числа 24 до числа 8;

$1,5 : 2,4$ — відношення числа 1,5 до числа 2,4;

$\frac{3}{8} : \frac{9}{10}$ — відношення числа $\frac{3}{8}$ до числа $\frac{9}{10}$.

На що вказують відношення? Розглянемо рисунок 19.



Рис. 19

У скільки разів червоних слив більше, ніж жовтих?



Червоних слив більше, ніж жовтих, у $3 : 2 = 1,5$ раза.

Отже, відношення $3 : 2$ показує, у скільки разів число 3 більше за число 2.

Яку частину всіх слив становлять червоні сливи?



1 слива становить $\frac{1}{5}$ всіх слив, а 3 червоні — $\frac{3}{5}$ або 0,6 усіх слив.

Цю ж відповідь ми одержали б, знайшовши відношення $3 : 5 = 0,6$. Тому відношення $3 : 5$ показує, яку частину становить число 3 від числа 5.

Відношення показує, у скільки разів одне число більше за друге, або яку частину становить одне число від другого.

Якщо дві величини виміряні тією самою одиницею вимірювання, то відношенням цих величин називають відношен-

ня їхніх числових значень. Наприклад, відношення 6 км до 10 км дорівнює $6 : 10 = 0,6$; відношення 10 кг : 2 кг дорівнює $10 : 2 = 5$.

Якщо a і b — натуральні числа, то відношення $a : b$ можна записати у вигляді звичайного дробу $\frac{a}{b}$. Такий запис поширюють і на дробові числа. Наприклад, $\frac{2,7}{1,4}$ — відношення числа 2,7 до числа 1,4.

Відношення є часткою, а частка не змінюється, якщо ділене і дільник помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля. Маємо таку властивість відношення:

Відношення не зміниться, якщо кожне з чисел відношення помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.

Цю властивість називають *основною властивістю відношення*. Наприклад, $40 : 32 = 5 : 4$ — кожне з чисел відношення $40 : 32$ поділили на 8. Виконавши таке ділення, кажуть, що відношення $40 : 32$ *спростили* — замінили відношенням менших чисел.

Використовуючи основну властивість, відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел. Наприклад:

$$1,5 : 2,1 = 15 : 21 = 5 : 7; \quad \frac{3}{5} : \frac{1}{10} = \left(\frac{3}{5} \cdot 10 \right) : \left(\frac{1}{10} \cdot 10 \right) = 6 : 1.$$

Для дробу $\frac{a}{b}$ дріб $\frac{b}{a}$ є оберненим, тому для відношення $\frac{a}{b}$ (або $a : b$) відношення $\frac{b}{a}$ (або $b : a$) називають *оберненим*. Наприклад, для відношення $\frac{4}{5}$ оберненим є відношення $\frac{5}{4}$; для відношення $12 : 8$ оберненим є відношення $8 : 12$.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти відношення 600 г до 2 кг.

● Щоб знайти дане відношення, потрібно задати величини в однакових одиницях вимірювання:

$$600 \text{ г} : 2 \text{ кг} = 600 \text{ г} : 2000 \text{ г} = 600 : 2000 = 0,3$$

$$(\text{або } 600 \text{ г} : 2 \text{ кг} = 0,6 \text{ кг} : 2 \text{ кг} = 0,6 : 2 = 0,3).$$

Вправа 2. Замінити відношення $\frac{5}{6} : \frac{4}{9}$ відношенням натуральних чисел.

• *1-й спосіб.* Помножимо числа відношення на найменше спільне кратне знаменників дробів (на 18):

$$\frac{5}{6} : \frac{4}{9} = \left(\frac{5}{6} \cdot 18 \right) : \left(\frac{4}{9} \cdot 18 \right) = 15 : 8.$$

2-й спосіб. $\frac{5}{6} : \frac{4}{9} = \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{4} = \frac{5 \cdot \cancel{9}^3}{\cancel{6}_2 \cdot 4} = \frac{15}{8} = 15 : 8.$ •

Вправа 3. Для приготування 700 г фруктового салату використали фрукти і 100 г йогурту. Знайти відношення маси фруктів до маси йогурту.

- 1) $700 - 100 = 600$ (г) — маса фруктів.
- 2) $600 : 100 = 6 : 1.$

Відповідь. $6 : 1.$ •

Примітка. Зважаючи на результат вправи, кажуть, що для приготування салату взяли фрукти і йогурт у відношенні $6 : 1.$



1. Як по-іншому називають частку двох чисел?
2. Як записують відношення двох чисел? Наведіть приклади.
3. На що вказує відношення двох чисел?
4. Сформулюйте основну властивість відношення.



534. Розгляньте рисунок 20. Знайдіть відношення:

- 1) кількості фломастерів до кількості олівців;
 - 2) кількості олівців до кількості фломастерів.
- На що вказує кожне з цих відношень?



Рис. 20

535. Знайдіть відношення чисел: 15 до 5; 10 до 30; 7 до 2.

536. Назвіть кілька чисел, відношення яких дорівнює $2; \frac{1}{4}.$

537. Назвіть відношення, обернене до даного:

- 1) $5 : 12$; 2) $4,8 : 2,5$; 3) $\frac{14}{27}$; 4) $\frac{8,3}{5}$.



538. Запишіть за допомогою знака «:» та за допомогою риси дробу відношення:

- 1) числа 8 до числа 12; 2) чисел 4,5 і 2,7.

539. У класі 16 дівчат і 12 хлопців.

- 1) Запишіть відношення кількості дівчат до кількості хлопців.
2) Чи правильно, що кількість дівчат відноситься до кількості хлопців як $4 : 3$?

540. У вазі 6 яблук і 9 слив. Запишіть відношення кількості яблук до кількості слив і спростіть його.

541. Спростіть відношення:

- 1) $50 : 150$; 2) $150 : 225$; 3) $18 : 72$; 4) $\frac{300}{450}$.

542. Спростіть відношення: 1) $125 : 50$; 2) $48 : 112$; 3) $\frac{24}{40}$.

543. Запишіть відношення, обернене до даного: 1) $5,2 : 7$; 2) $\frac{4}{2,5}$.

544. Знайдіть відношення чисел:

- 1) 75 до 15; 2) 1,5 до 2,5; 3) $\frac{1}{6}$ до $\frac{2}{3}$; 4) 0,5 до $\frac{1}{4}$.

545. Знайдіть відношення чисел:

- 1) 3 до 12; 2) 4,5 до 1,8; 3) $\frac{3}{4}$ до $\frac{1}{8}$.

546. Для офісу придбали системний блок за ціною 25 000 грн і монітор за ціною 5000 грн.

- 1) У скільки разів системний блок дорожчий за монітор?
2) Яку частину становить ціна монітора від ціни системного блоку?

547. Дрохва — найважчий птах України, а корольок — найлегший. За даними на рисунку 21 знайдіть відношення:

- 1) маси дрохви до маси королька;
2) маси королька до маси дрохви.

На що вказує кожне з цих відношень?



Дрохва, маса 20 кг



Корольок, маса 5 г

Рис. 21

548. За даними на рисунку 22 знайдіть відношення:

- 1) зросту жирафи до зросту хлопця;
- 2) зросту хлопця до зросту жирафи.

На що вказує кожне з цих відношень?

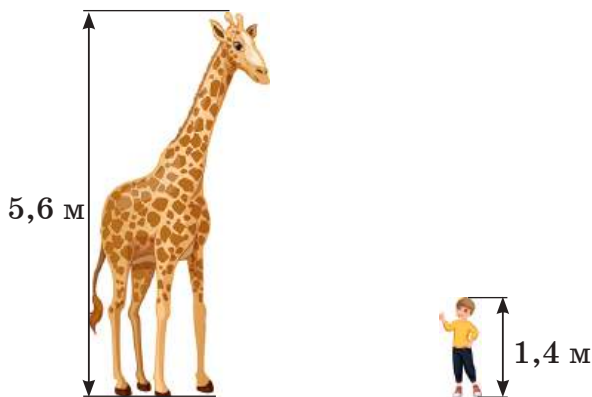


Рис. 22

549. Знайдіть відношення величин:

- 1) 3 дм до 2 дм; 2) 4 дм до 80 см; 3) 1 м до 5 см;
- 4) 100 кг до 5 ц; 5) 2 т до 40 кг; 6) 2 год до 150 хв.

550. Знайдіть відношення величин:

- 1) 240 г до 60 г; 2) 120 см до 4 м; 3) 2 ц до 80 кг.



Інтерактивне завдання 17

Відношення



551. Замініть відношенням натуральних чисел:

- 1) $0,3 : 0,27$; 2) $0,03 : 1,2$; 3) $\frac{3}{8} : \frac{5}{12}$; 4) $1,5 : 3\frac{1}{3}$.

552. Замініть відношенням натуральних чисел:

1) $1,5 : 0,6$; 2) $0,02 : 2,2$; 3) $\frac{5}{9} : \frac{2}{3}$; 4) $1\frac{1}{3} : 2\frac{2}{5}$.

553.  Латунь є сплавом міді та цинку. Шматок латуні містить 640 г міді та 360 г цинку.



Вироби з латуні

Заповніть пропуски:

- 1) У сплавi маса міді відноситься до маси цинку як ... до
- 2) У сплав мідь і цинк входять у відношенні
- 3) У сплав цинк і мідь входять у відношенні
- 4) Маса міді становить ... частину маси сплаву, а маса цинку — ... частину.

554. Для приготування 500 г розчину використали 450 г води і сіль. У якому відношенні взяли сіль і воду для приготування розчину?



555. На рисунку 23 $AN = 6$ см, $NB = 3$ см. Оскільки $AN : NB = 6 : 3 = 2 : 1$, то кажуть, що точка N ділить відрізок AB у відношенні $2 : 1$. У якому відношенні ділить цей відрізок точка M , якщо $AM = 3$ см 6 мм?



Рис. 23

556. Точка C належить відрізку AB завдовжки 15 см. У якому відношенні ця точка ділить відрізок AB , якщо відрізок AC на 3 см довший за відрізок CB ?

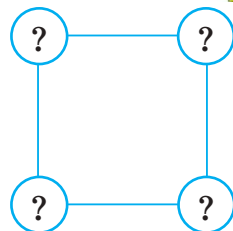
557. Доріжка розділяє парк на дві ділянки, одна з яких має втричі більшу площу, ніж друга. Знайдіть відношення площі більшої ділянки до площі парку.

- 558.** Шматок сплаву міді зі сріблом містить 80 % міді. У якому відношенні взяли мідь і срібло, щоб отримати цей сплав?

Поміркуйте



- 559.** Сума чотирьох чисел дорівнює 21. Чи можна ці числа розставити у вершинах квадрата так, щоб сума двох чисел у кінцях кожної сторони була меншою від 10?



Вправи для повторення



- 560.** Виконайте дії:
1) $(376\ 002 - 83\ 304) : 207$; 2) $(16 - 18,72 : 1,8) \cdot 1,03$.
- 561.** Знайдіть добуток коренів рівнянь
 $4 : (y + 5) = 0,8$ і $9,24 - 15x = 1,5$.
- 562.** Перший станок може виготовити партію деталей за 15 год, а другий — за 12 год. Яку частину всіх деталей виготовлять станки за 4 год спільної роботи?
- 563.** Рахунок на банківській картці поповнили на 1500 грн, що становить 30 % суми, яка була на картці спочатку. Скільки гривень стало на картці після поповнення?

18. ПРОПОРЦІЇ

Знайдемо два відношення:

$$12 : 3 = 4; \quad 20 : 5 = 4.$$

Перше відношення дорівнює другому, тому можна записати правильну рівність $12 : 3 = 20 : 5$, яку називають *пропорцією*.



Рівність двох відношень за умови, що вона є правильною, називають пропорцією.

Наприклад, $2,5 : 0,5 = 45 : 9$ — пропорція, бо маємо рівність двох відношень і ця рівність є правильною ($2,5 : 0,5 = 5$ і $45 : 9 = 5$).

Чи є пропорцією рівність $35 : 5 = 45 : 9$?



$35 : 5 = 7$; $45 : 9 = 5$; $7 \neq 5$.

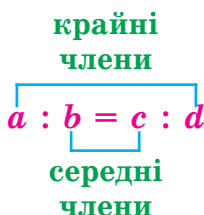
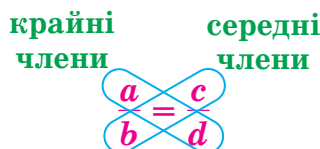
Отже, дана рівність не є пропорцією.

За допомогою букв пропорцію записують так:

$$a : b = c : d \text{ або } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Ці записи читають: «відношення a до b дорівнює відношенню c до d »; « a відноситься до b , як c відноситься до d ».

У пропорції $a : b = c : d$ $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ числа a і d називають *крайніми членами* пропорції, а числа b і c — *середніми членами*.



Надалі вважатимемо, що всі члени пропорції відмінні від нуля.

Розглянемо пропорцію $12 : 3 = 20 : 5$. Знайдемо добуток її крайніх членів і добуток середніх: $12 \cdot 5 = 60$; $3 \cdot 20 = 60$. Одержані добутки рівні. Це правильно для будь-якої пропорції.

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Цю властивість називають *основною властивістю пропорції*.

Отже, якщо $a : b = c : d$ $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ — пропорція, то $ad = bc$.

Правильним є й таке твердження:

Якщо $ad = bc$ і числа a , b , c , d відмінні від нуля, то рівність $a : b = c : d$ $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ є пропорцією.

Наприклад,

рівність $\frac{5}{12} = \frac{2}{4,8}$ є пропорцією, бо $5 \cdot 4,8 = 24$ і $12 \cdot 2 = 24$;

рівність $12 : 20 = 3 : 4$ не є пропорцією, бо $12 \cdot 4 = 48$, $20 \cdot 3 = 60$, а $48 \neq 60$.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Чи можна з відношень $\frac{1,5}{0,5}$ і $\frac{12}{4}$ утворити пропорцію?

• 1-й спосіб. Так, бо ці відношення рівні: $\frac{1,5}{0,5} = \frac{15}{5} = 3$ і $\frac{12}{4} = 3$.

2-й спосіб. Так, бо $1,5 \cdot 4 = 6$ і $0,5 \cdot 12 = 6$. •

Вправа 2. Знайти невідомий член пропорції $12 : b = 3 : 7$.

• За основною властивістю пропорції маємо: $b \cdot 3 = 12 \cdot 7$.

Звідси $b = \frac{12 \cdot 7}{3} = 28$.

Відповідь. 28. •

Вправа 3. Розв'язати рівняння $\frac{3}{1,6} = \frac{15}{x+6}$.

• $3(x+6) = 1,6 \cdot 15$; $x+6 = \frac{1,6 \cdot 15}{3}$; $x+6 = 8$; $x = 8 - 6$;
 $x = 2$.

Відповідь. 2. •



1. Що називають пропорцією?

2. Як у пропорції $a : b = c : d$ ($\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) називають числа a і d ?
 b і c ?

3. Сформулюйте основну властивість пропорції.

4. Як перевірити, чи можна з відношень $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$ утворити пропорцію?



564. Чи є пропорцією рівність:

1) $8 : 2 = 24 : 6$; 2) $15 : 3 = 5$; 3) $\frac{18}{6} = \frac{27}{9}$?

565. Прочитайте пропорції: 1) $5 : 2 = 10 : 4$; 2) $\frac{8}{5} = \frac{3,2}{2}$.

Назвіть крайні та середні члени кожної пропорції. Які рівності можна записати, використовуючи основну властивість пропорції?



566. Запишіть у вигляді пропорції твердження:

- 1) відношення 8 до 10 дорівнює відношенню 12 до 15;
- 2) 1,2 відноситься до x , як 4 відноситься до 0,8.

567. Запишіть у вигляді пропорції твердження:

- 1) 24 відноситься до 6, як 2 відноситься до 0,5;
- 2) відношення a до 3 дорівнює відношенню 6 до 9.

568. Знайдіть задані відношення й установіть, чи можна з них утворити пропорцію:

- 1) $6 : 4$ і $1,8 : 1,2$; 2) $\frac{6}{1,5}$ і $\frac{18}{5}$; 3) $\frac{3}{8} : \frac{9}{16}$ і $\frac{4}{5} : 1\frac{1}{5}$.

569. Знайдіть задані відношення й установіть, чи можна з них утворити пропорцію: 1) $5 : 0,2$ і $125 : 5$; 2) $2\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$ і $1,2 : 0,4$.

570. Чи є пропорцією рівність:

- 1) $9 : 6 = 12 : 8$; 2) $2,1 : 0,7 = 15 : 6$; 3) $\frac{2}{15} = \frac{0,4}{3}$?

571. Чи є пропорцією рівність: 1) $25 : 2 = 10 : 0,8$; 2) $\frac{3}{4} = \frac{12}{15}$?

572. Знайдіть невідомий член пропорції:

- 1) $a : 5 = 8 : 4$; 2) $1,5 : b = 5 : 2,4$; 3) $5 : 0,5 = 90 : k$;
- 4) $\frac{3}{8} = \frac{c}{12}$; 5) $\frac{27}{y} = \frac{72}{16}$; 6) $\frac{x}{1,6} = \frac{0,5}{8}$.

573. Знайдіть невідомий член пропорції:

- 1) $5 : 3 = c : 12$; 2) $\frac{x}{24} = \frac{5}{16}$; 3) $\frac{4}{0,3} = \frac{y}{4,5}$.



574.  Запишіть усі можливі пропорції, використовуючи лише відношення:

- 1) $6 : 15$; 2) $4,8 : 1,6$; 3) $2\frac{1}{7} : \frac{5}{7}$; 4) $\frac{1,6}{4}$.

575. Складіть пропорцію з чотирьох чисел 18, 24, 4 і 3.

576. Складіть пропорцію з чотирьох чисел 2, 6, 15 і 5.

577. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{2,5}{6} = \frac{5}{8y}; \quad 2) \frac{8}{9} : x = 0,2 : 1,8; \quad 3) 1\frac{2}{3} : \frac{8}{9} = z : 2\frac{2}{5}.$$

578. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{4}{5} = \frac{2x}{3,5}; \quad 2) y : 1,2 = \frac{5}{8} : \frac{1}{4}; \quad 3) 2\frac{1}{4} : \frac{3}{8} = 1\frac{1}{3} : z.$$



Інтерактивне завдання 18 Пропорції



579.  Якщо в пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ поміняти місцями середні члени або крайні члени, то отримаємо рівності:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (поміняли місцями середні члени);}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ (поміняли місцями крайні члени);}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ (поміняли місцями середні та крайні члени).}$$

Доведіть, що кожна з цих рівностей також є пропорцією.

580. Складіть 4 пропорції, які випливають із рівності $8 \cdot 3 = 4 \cdot 6$.

581. Переставивши крайні або середні члени пропорції $3 : 2 = 15 : 10$, складіть три нові пропорції.

582. Знайдіть відношення m до n , якщо: 1) $\frac{5}{n} = \frac{3}{m}$; 2) $\frac{n}{m} = \frac{2}{7}$.

583. Знайдіть відношення a до b , якщо $\frac{12}{a} = \frac{3}{b}$.

584. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2,4 : (8 - x) = \frac{2}{3} : 1\frac{1}{9};$$

$$2) \frac{3}{7} = \frac{9}{4y + 7}.$$

585. Розв'яжіть рівняння:

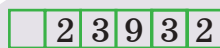
$$1) 2,5 : \frac{4}{7} = (z + 3) : 3\frac{1}{5};$$

$$2) \frac{6}{2x - 5} = \frac{3}{10}.$$

Поміркуйте



586. Коли водій вирушив у дорогу, спідометр його автомобіля показував 23 932 км



пробігу. Через $1\frac{3}{8}$ год руху на спідометрі знову з'явилося число, яке не зміниться, якщо його цифри записати у зворотному порядку. З якою швидкістю рухався автомобіль протягом цього часу?

Вправи для повторення



587. Обчисліть зручним способом: $5,7 \cdot 3,2 - 5,7 \cdot 1,7 + 1,5 \cdot 4,3$.
588. За 5 однакових зошитів Настя заплатила 27 грн. Скільки гривень коштують 20 таких зошитів?
589. На полі виростили картоплю, урожайність якої на всіх ділянках однакова. Скільки тонн картоплі зберуть із 10 га поля, якщо з перших 4 га зібрали 170 т?
590. Із басейну через дві труби випустили 280 м^3 води. Щохвилини через першу трубу витікало 6 м^3 води, а через другу — 8 м^3 . Скільки кубометрів води витекло через першу трубу?

Цікаво знати



Слово «пропорція» (від латинського *proportio*) означає «співвідношення частин між собою».

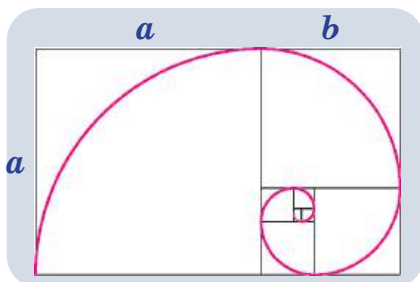
На рисунку 24 точка C ділить відрізок AB на дві частини так, що $AB : AC = AC : CB$, тобто довжина відрізка так відноситься до довжини більшої частини, як довжина більшої частини до довжини меншої.



Рис. 24. $AB : AC = AC : CB$

Такий поділ відрізка називають «золотим поділом» або «золотим перерізом». Кожне з відношень, які складають пропорцію, наближено дорівнює 1,618.

Уважають, що саме пропорції «золотого перерізу» зумовлюють красу і гармонію природи, задають досконалість у відношенні цілого та його частин, коли ціле так відноситься до своєї більшої частини, як більша частина відноситься до меншої.

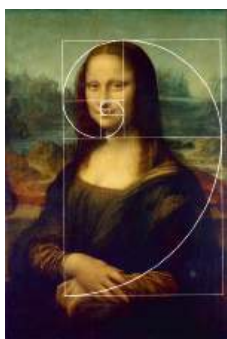


$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \approx 1,618$$



«Золотий переріз» у природі

Чимало творів мистецтва стали шедеврами значною мірою завдяки «золотому перерізу». Використання його пропорцій полегшують сприйняття твору, викликають відчуття гармонії та краси.



«Золотий переріз» у мистецтві

19. ПРЯМА Й ОБЕРНЕНА ПРОПОРЦІЙНІ ЗАЛЕЖНОСТІ

Пряма пропорційна залежність. Юлія купила стрічку завдовжки 4 м, за яку заплатила 40 грн. Якби довжина стрічки була вдвічі більшою (8 м), то вартість покупки була б удвічі більшою (80 грн); якби довжина стрічки була вдвічі меншою (2 м), то й вартість покупки була б удвічі меншою (20 грн).

2 м	→	20 грн
4 м	→	40 грн
8 м	→	80 грн

Вартість стрічки *залежить* від її довжини і ця залежність має таку властивість: у скільки разів збільшити (зменшити)

довжину стрічки, у стільки ж разів збільшиться (зменшиться) вартість. У такому випадку кажуть, що вартість стрічки *прямо пропорційна* її довжині.



Дві величини називають прямо пропорційними, якщо за збільшення (зменшення) однієї величини в кілька разів у стільки ж разів збільшується (зменшується) друга величина.

Отже, вартість стрічки та її довжина є прямо пропорційними величинами. При цьому відношення значень довжини дорівнює відношенню відповідних значень вартості. Наприклад, $\frac{2}{4} = 0,5$ — відношення довжин, $\frac{20}{40} = 0,5$ — відношення відповідних вартостей. Перше відношення дорівнює другому, тому маємо пропорцію $\frac{2}{4} = \frac{20}{40}$.

Узагалі, якщо дві величини прямо пропорційні, то з відношення значень однієї величини і відношення відповідних значень другої величини можна утворити пропорцію.

Розглянемо ще один приклад. Нехай автомобіль рухається зі швидкістю 70 км/год. У таблиці для кількох значень часу руху вказано відповідне значення шляху.

$v = 70$ км/год

t , год	1	1,5	2	3	4
s , км	70	105	140	210	280

Величини s і t прямо пропорційні, бо в скільки разів збільшимо (зменшимо) час руху, у стільки ж разів збільшиться (зменшиться) пройдений шлях.

Розглянемо відношення шляху до відповідного значення часу: $\frac{70}{1}, \frac{105}{1,5}, \frac{140}{2}, \frac{210}{3}, \frac{280}{4}$. Усі ці відношення рівні між собою та дорівнюють значенню швидкості (70). Узагалі, для будь-яких прямо пропорційних величин справджується така властивість:

Якщо дві величини прямо пропорційні, то відношення відповідних значень цих величин є сталим.

Обернена пропорційна залежність. Нехай автомобіль має проїхати шлях між двома містами завдовжки 180 км. У таблиці вказано, з якою швидкістю він має їхати, щоб подолати цей шлях за наведені значення часу.

$$s = 180 \text{ км}$$

t , год	1,5	2	2,5	3
v , км/год	120	90	72	60

Візьмемо час $t = 1,5$ год і $t = 3$ год та відповідні їм швидкості $v = 120$ км/год і $v = 60$ км/год. Удвічі більшому часу відповідає вдвічі менша швидкість. Узагалі, у скільки разів збільшимо (зменшимо) швидкість, у стільки ж разів зменшиться (збільшиться) час руху. У такому випадку кажуть, що час руху *обернено пропорційний* швидкості.



Дві величини називають **обернено пропорційними**, якщо за збільшення (зменшення) однієї величини у кілька разів у стільки ж разів зменшується (збільшується) друга величина.

Отже, за сталого шляху час руху і швидкість є обернено пропорційними величинами. При цьому відношення значень часу дорівнює оберненому відношенню відповідних значень швидкості. Наприклад, $\frac{3}{1,5} = 2$ — відношення значень часу; $\frac{60}{120} = 0,5$ — відношення відповідних значень швидкості, а $\frac{120}{60} = 2$ — обернене до нього відношення. Маємо пропорцію:

$$\frac{3}{1,5} = \frac{120}{60}.$$

Узагалі, якщо дві величини обернено пропорційні, то з відношення значень однієї величини та оберненого відношення відповідних значень другої величини можна утворити пропорцію.

За даними таблиці запишемо добутки значень швидкості та відповідних значень часу: $120 \cdot 1,5$; $90 \cdot 2$; $72 \cdot 2,5$; $60 \cdot 3$. Усі ці добутки рівні між собою і дорівнюють значенню шляху (180). Узагалі, для будь-яких обернено пропорційних величин справджується така властивість:

Якщо дві величини обернено пропорційні, то добуток відповідних значень цих величин є сталим.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Із 10 кг яблук отримують 8 кг яблучного пюре.

Скільки кілограмів пюре отримують із 44 кг яблук?

• Нехай із 44 кг яблук отримують x кг пюре. Запишемо умову задачі у вигляді такої схеми:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 10 \text{ кг} & \text{—} & 8 \text{ кг} & \downarrow \\ & 44 \text{ кг} & \text{—} & x \text{ кг} & \downarrow \end{array}$$

(Цю схему розумітимемо так: 10 кг яблук відповідає 8 кг пюре, а 44 кг яблук — x кг пюре. Стрілки вказують, що маса яблук і відповідна маса пюре прямо пропорційні. Справді, у скільки разів ми збільшимо (зменшимо) масу яблук, у стільки ж разів збільшиться (зменшиться) маса пюре.)

Запишемо пропорцію: $\frac{10}{44} = \frac{8}{x}$.

Звідки: $10x = 44 \cdot 8$; $x = \frac{44 \cdot 8}{10}$; $x = 35,2$.

Відповідь. 35,2 кг. •

Вправа 2. Олію розлили в 600 пляшок, по 0,85 л у кожній.

Скільки потрібно було б пляшок місткістю 1,2 л, щоб розлити цю олію?

• Нехай потрібно x пляшок місткістю 1,2 л. Запишемо умову задачі у вигляді такої схеми:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 600 & \text{—} & 0,85 \text{ л} & \uparrow \\ & x & \text{—} & 1,2 \text{ л} & \uparrow \end{array}$$

(Стрілки вказують, що кількість пляшок і місткість однієї пляшки обернено пропорційні — їх добуток дорівнює об'єму всієї олії.)

Тому $\frac{600}{x} = \frac{1,2}{0,85}$, звідки: $1,2x = 600 \cdot 0,85$; $x = \frac{600 \cdot 0,85}{1,2}$;

$x = 425$.

Відповідь. 425 пляшок. •



1. Які величини називають прямо пропорційними? Наведіть приклад таких величин.
2. Які величини називають обернено пропорційними? Наведіть приклад таких величин.
3. Які властивості мають прямо пропорційні величини? Обернено пропорційні величини?



- 591.** Дві величини прямо пропорційні. Як зміниться значення другої величини, якщо значення першої збільшити втричі? Зменшити в 1,5 раза?
- 592.** Дві величини обернено пропорційні. Як зміниться значення другої величини, якщо значення першої збільшити в 4 рази? Зменшити в 6 разів?
- 593.** Які з наведених величин прямо пропорційні, які — обернено пропорційні, а які — ні прямо пропорційні, ні обернено пропорційні:
- 1) вартість однакових зошитів та їх кількість;
 - 2) периметр квадрата і довжина його сторони;
 - 3) площа квадрата і довжина його сторони;
 - 4) довжина і ширина прямокутника за сталої площі;
 - 5) швидкість і шлях за сталого часу руху?
- 594.** У таблиці вказано відповідні значення величин x та y . Чи є ці величини прямо пропорційними? Обернено пропорційними?

1)

x	1	2	3	4
y	5	10	15	20

2)

x	1	2	3	4
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

3)

x	10	5	1	0,4
y	5	2,5	0,5	0,2

4)

x	0,1	0,2	0,5	1
y	1	2	5	20



- 595.** Автомобіль рухається зі сталою швидкістю. Заповніть таблицю, знайшовши шлях, який він подолає за вказаний час.

t , год	1	2	4	6
s , км		160		

- 596.** Велосипедист рухається зі сталою швидкістю. Заповніть таблицю, знайшовши шлях, який він подолає за вказаний час.

t , хв	10	20	40	60
s , км	3			

- 597.** Зі 100 кг насіння льону отримують 48 кг олії. Скільки кілограмів олії отримують із 250 кг такого насіння?
- 598.** Сувій, у якому 40 м тканини, коштує 2400 грн. Скільки гривень коштує сувій, у якому 36 м такої самої тканини?
- 599.** Із 200 кг цукрових буряків отримують 32 кг цукру. Скільки кілограмів буряків потрібно взяти, щоб отримати 100 кг цукру?
- 600.** Із 108 тюльпанів склали 12 однакових букетів. Скільки тюльпанів потрібно для 15 таких букетів?
- 601.** На пошиття 30 однакових костюмів використали 84 м тканини. Скільки таких костюмів можна пошити, маючи 126 м тканини?
- 602.** Складіть задачу, використовуючи рисунок 25, і розв'яжіть її.

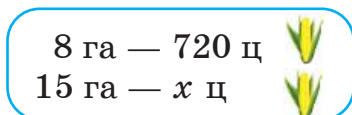


Рис. 25

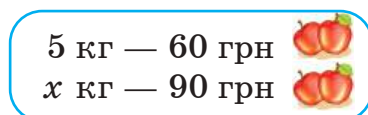


Рис. 26

- 603.** Складіть задачу, використовуючи рисунок 26, і розв'яжіть її.
- 604.** Дві кімнати мають рівні площі. Довжина першої кімнати дорівнює 6 м, а ширина — 4,5 м. Знайдіть довжину другої кімнати, якщо її ширина дорівнює 3,6 м.
- 605.** За 1 хв перший автомат розфасовує 35 кг крупи, а другий — 40 кг. Виділену крупу розфасував перший автомат — за 16 хв. За скільки хвилин розфасував би цю крупу другий автомат?
- 606.** Мінеральну воду розлили в 1200 пляшок, по 1,5 л у кожену. Скільки потрібно було б пляшок місткістю 2 л, щоб розлити цю воду?

- 607.** Шлях від дому до школи Тарас пройшов за 8 хв, рухаючись зі швидкістю 70 м/хв. Зворотний шлях він пройшов за 10 хв. З якою швидкістю йшов Тарас додому?



- 608.**  Заповніть таблицю, якщо величини x та y прямо пропорційні.

x	4	12		1,2	
y	6		3		1,75

- 609.**  Заповніть таблицю, якщо величини x та y обернено пропорційні.

x	0,5		2,5		20
y		8	4	2	

- 610.** Потяг має пройти шлях між двома містами. Заповніть таблицю, знайшовши, з якою швидкістю він має рухатися, щоб подолати цей шлях за вказаний час:

t , год	5	6	6,4	7,5
v , км/год		80		

- 611.** Із поля, площа якого 0,4 га, зібрали 36 т помідорів. Скільки тонн помідорів збирали з кожних 3 а цього поля, якщо на всіх його ділянках урожайність помідорів однакова?
- 612.** Брусок і куб виготовлені з тієї самої сталі. Об'єм бруска 5 дм^3 , а куба — 25 см^3 . Знайдіть масу куба, якщо маса бруска 39 кг.
- 613.** Перший верстат виготовив партію пластикових пляшок за 45 хв. За скільки хвилин виготовив би ці пляшки другий верстат, продуктивність якого в 1,5 раза більша за продуктивність першого?
- 614.** Шлях між двома містами автомобіль подолав за 1,5 год. За скільки годин подолає цей шлях автобус, швидкість якого в 1,2 раза менша від швидкості автомобіля?
- 615.** Майстриня одержала замовлення на виготовлення кількох вишиванок. Якби вона щодня працювала по 7 год, то

виконала 6 замовлення за 6 днів. Скільки годин на день має працювати майстриня, щоб виконати замовлення за 5 днів?

- 616.** Четверо малярів пофарбували стіну будинку за 18 год. За скільки годин пофарбували б цю стіну троє малярів, якщо продуктивність праці всіх малярів однакова?



Інтерактивне завдання 19

Пряма й обернена пропорційні залежності



- 617.** За 36 год 8 майстрів виготовили 1152 однакові деталі. Скільки таких деталей виготовлять 6 майстрів за 24 год, якщо продуктивність праці всіх майстрів однакова?
- 618.** За 36 днів 20 курей з'їдають 180 кг зерна. Скільки кілограмів зерна потрібно для 15 курей на 24 дні?
- 619.** Щоб пошити 12 однакових палаток, потрібно 240 м тканини завширшки 1,2 м. Скільки метрів тканини завширшки 1,5 м потрібно, щоб пошити 8 таких палаток?
- 620.** Через 1,5 год після початку спуску рівень води в басейні опустився з 120 см до 90 см (рис. 27). Скільки ще треба часу, щоб із басейна витекла вся вода?

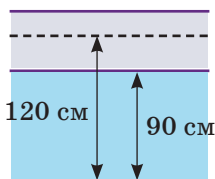


Рис. 27

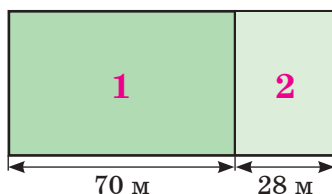


Рис. 28

- 621.** На рисунку 28 зображено дві ділянки прямокутної форми. У скільки разів площа першої ділянки більша за площу другої?

Поміркуйте



- 622.** У пакеті лежать фрукти. Третя частина фруктів жовтого кольору — яблука, а четверта частина яблук має жовтий колір. Чого в пакеті більше: яблук чи фруктів жовтого кольору?

Вправи для повторення



623. Обчисліть:

$$1) 4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} - 6\frac{3}{4}; \quad 2) \left(\frac{8}{33} - \frac{1}{11} \right) : \frac{10}{11}.$$

624. Знайдіть значення виразу $24,5x - 3,6 : y$, якщо $x = 0,2$; $y = 1,6$.

625. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 7m + 24 - 3m = 46,4; \quad 2) 0,5 \cdot (1 + 3,2x) = 5,3.$$

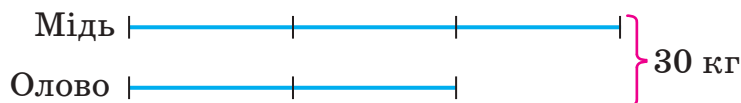
626. Довжина прямокутника дорівнює 6 см, що становить 0,3 його периметра. Знайдіть площу прямокутника.

20. ПОДІЛ ЧИСЛА В ЗАДАНОМУ ВІДНОШЕННІ

Розглянемо задачу.

Задача 1. Сплав міді й олова має масу 30 кг. У ньому маса міді відноситься до маси олова як 3 : 2. Скільки кілограмів міді та скільки кілограмів олова містить сплав?

(Якщо маси міді й олова відносяться як 3 : 2, то вважають, що в сплаві маса міді становить 3 однакові частини, а маса олова — 2 такі самі частини.)



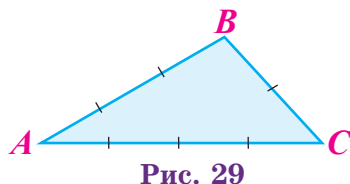
Розв'язання.

1) $3 + 2 = 5$ — кількість усіх частин у сплаві.2) $30 : 5 = 6$ (кг) — припадає на 1 частину.3) $6 \cdot 3 = 18$ (кг) — маса міді.4) $6 \cdot 2 = 12$ (кг) — маса олова.

Відповідь. 18 кг; 12 кг.

Число 30 можна записати у вигляді суми двох доданків багатьма способами. Розв'язуючи задачу 1, ми для цього числа знайшли такі два доданки (18 і 12), відношення яких дорівнює 3 : 2. У такому випадку кажуть, що число 30 *поділили у відношенні 3 : 2* й одержали числа 18 і 12.

У трикутнику ABC , зображеному на рисунку 29, на сторону AB припадає 3 однакові частини, а на сторони BC й AC — 2 і 4 такі самі частини. У такому випадку кажуть, що сторони трикутника відносяться як 3 : 2 : 4 (читають: три до двох і до чотирьох).



Задача 2. Периметр трикутника дорівнює 18 см, а його сторони відносяться як 3 : 2 : 4. Знайти довжини сторін трикутника.

Задачу можна розв'язати в той же спосіб, що й задачу 1. Проілюструємо інший спосіб розв'язування — за допомогою рівнянь.

Розв'язання. Нехай довжина однієї частини дорівнює x см. Тоді перша сторона трикутника дорівнює $3x$ см, друга — $2x$ см, третя — $4x$ см, а периметр — $(3x + 2x + 4x)$ см. За умовою задачі периметр дорівнює 18 см, тому маємо рівняння $3x + 2x + 4x = 18$, звідки: $9x = 18$; $x = 2$.

Отже, перша сторона трикутника дорівнює $2 \cdot 3 = 6$ (см), друга — $2 \cdot 2 = 4$ (см), а третя — $2 \cdot 4 = 8$ (см).

Відповідь. 6 см; 4 см; 8 см.

За результатами задачі 2 можна сказати: якщо число 18 поділити у відношенні 3 : 2 : 4, то одержимо числа 6, 4 і 8.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Сплав, утворений з міді, цинку та нікелю, містить ці метали у відношенні 13 : 3 : 4. Знайти масу сплаву, якщо для його виготовлення використали 1,8 кг цинку.

● Сплав складається із $13 + 3 + 4 = 20$ частин, з них на цинк припадає 3 частини. Оскільки маса цинку 1,8 кг, то на 1 частину припадає $1,8 : 3 = 0,6$ (кг). Тоді маса сплаву дорівнює $0,6 \cdot 20 = 12$ (кг).

Відповідь. 12 кг. ●



1. Поясніть на прикладі, як поділити число в заданому відношенні.



627. Яку з наведених пар чисел одержимо, якщо число 10 поділимо у відношенні 1 : 4?

1) 1 і 4;

2) 1 і 9;

3) 2 і 8;

4) 8 і 2.



628. Поділіть число 30 у відношенні: 1) $2 : 3$; 2) $2 : 5 : 3$.
629. Поділіть число 100 у відношенні $7 : 3$.
630. На двох ділянках росте 128 яблунь. Кількість яблунь на першій ділянці відноситься до кількості яблунь на другій як $3 : 5$. Скільки яблунь росте на кожній ділянці?
631. На двох полицях 54 книжки. Кількість книжок на першій полиці відноситься до кількості книжок на другій як $5 : 4$. Скільки книжок на кожній полиці?
632. Периметр прямокутника дорівнює 42 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо вони відносяться як $4 : 3$.
633. Сплав міді та цинку містить 120 г міді. Знайдіть масу сплаву, якщо в ньому маса міді відноситься до маси цинку як $8 : 5$.
634. У виноградно-яблучному напої маса виноградного соку відноситься до маси яблучного як $11 : 9$. Знайдіть масу напою, якщо він містить 450 г яблучного соку.



635. Щоб виготовити замазку для дерева, беруть вапно, житнє борошно й олійний лак у відношенні $3 : 2 : 2$. Скільки грамів кожного матеріалу потрібно взяти, щоб виготовити 980 г замазки?



636. Сторони трикутника відносяться як $3 : 3 : 4$. Знайдіть периметр трикутника, якщо його найбільша сторона дорівнює 6 см.
637. Сплав, утворений з міді, олова і свинцю, містить ці метали у відношенні $2 : 6 : 3$. Знайдіть масу сплаву, якщо він містить 2,4 кг олова.
638.  Приготували морозиво, узявши молоко, вершки, жовтки і цукор у відношенні $5 : 8 : 3 : 4$.
- 1) Знайдіть маси компонентів, якщо маса морозива 600 г.
 - 2) Знайдіть масу морозива, якщо для його приготування використали 100 г цукру.

3) Знайдіть масу морозива, якщо для його приготування використали вершків на 150 г більше, ніж молока.

639. У господарстві є кури, качки та гуси, кількості яких відносяться як $7 : 2 : 3$. Скільки домашніх птахів є в господарстві, якщо в ньому:

- 1) 28 курок; 2) качок на 15 менше, ніж курок?



Інтерактивне завдання 20

Поділ числа в заданому відношенні



640. На рисунку 30 відрізок AB розбито на 3 відрізки AM , MN і NB у відношенні $3 : 2 : 4$. Знайдіть довжину відрізка AB , якщо відрізок AM на 4,2 см коротший від відрізка MB .



Рис. 30

641. Периметр трикутника ABC дорівнює 32,5 см. Знайдіть довжини сторін цього трикутника, якщо $AB : BC = 3 : 4$, а $BC : AC = 2 : 3$.

642. У магазин привезли банани, яблука і персики — усього 90 кг. Маса бананів відноситься маси яблук як $5 : 6$, а маса яблук до маси персиків — як $3 : 2$. Скільки кілограмів бананів, яблук і персиків окремо привезли в магазин?

643. Два оператори мають набрати 144 сторінки тексту. Перший оператор за 1 год набирає 5 сторінок, а другий — 4 сторінки. Скільки сторінок потрібно виділити першому оператору і скільки другому, щоб вони набрали свої сторінки за той самий час?

Поміркуйте



644. Василь має 10 карток з цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Розклавши якимось їх по дві випадковим чином, він зауважив, що одержані п'ять двоцифрових чисел відносяться як $1 : 2 : 3 : 4 : 5$. Які п'ять чисел одержав Василь?

Вправи для повторення



645. Запишіть правильну рівність:

1) $30\,000\text{ см} = \square\text{ м};$

2) $20\,000\,000\text{ см} = \square\text{ км}.$

646. Сторона ділянки квадратної форми дорівнює n м, де n — натуральне число. Чи може периметр цієї ділянки дорівнювати 74 м?

647. Накресліть відрізок AB завдовжки 12 см і позначте на ньому таку точку M , щоб відрізок AM був на 4 см коротшим від відрізка MB .

648. Скільки трицифрових чисел мають у своєму записі лише цифри 1 або 2?

21. МАСШТАБ

На рисунку 31 зображено карти області та міста, план парку.



Рис. 31

Створюючи карти чи плани, усі розміри на місцевості зменшують в одну й ту саму кількість разів. Щоб підкреслити, у скільки разів зменшили розміри, записують *масштаб* карти чи плану.

На рисунку 32 на карті задано масштаб $1 : 200\,000$. Це означає, що 1 см на карті відповідає 200 000 см (або 2 км) на місцевості. Якщо відстань між пунктами A і B на карті дорівнює 4 см, то відстань між цими пунктами на місцевості у 200 000 разів більша і дорівнює

$$4\text{ см} \cdot 200\,000 = 800\,000\text{ см} = 8\text{ км}.$$

Знайдену відстань можна було одержати й так: оскільки 1 см на карті відповідає 2 км на місцевості, то 4 см на карті відповідає $2 \cdot 4 = 8$ (км) на місцевості.

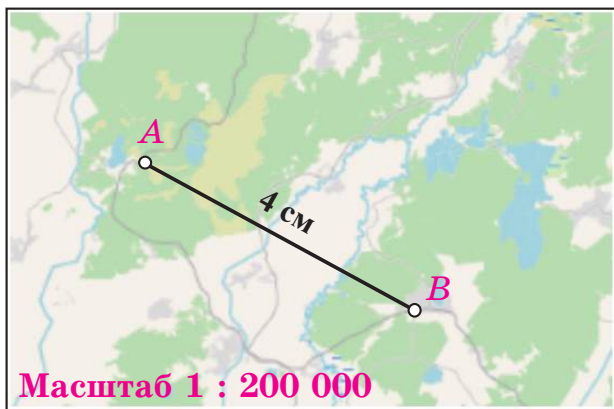


Рис. 32

Отже, масштаб 1 : 200 000 означає, що:

- 1 см на карті відповідає 200 000 см (або 2 км) на місцевості;
- відстань між пунктами на місцевості у 200 000 разів більша за відстань між цими пунктами на карті.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Відстань між Києвом і Тернополем 369 км. Знайти відстань між цими містами на карті з масштабом 1 : 9 000 000.

● Оскільки масштаб карти 1 : 9 000 000, то 1 см на карті відповідає 9 000 000 см = 90 км на місцевості. У такому випадку 369 км на місцевості відповідає $369 : 90 = 4,1$ (см) на карті.

Відповідь. 4,1 см. ●

Вправа 2. Відстань між двома селами дорівнює 6 км, а відстань між ними на карті — 2,4 см. Знайти масштаб карти.

● Оскільки 2,4 см на карті відповідає 6 км на місцевості, то 1 см на карті відповідає $6 : 2,4 = 2,5$ (км) на місцевості. 2,5 км = 250 000 см. Отже, масштаб карти 1 : 250 000.

Відповідь. 1 : 250 000. ●

Вправа 3. Відстань між містами A і B дорівнює 80 км, а між містами B і C — 120 км. Знайти відстань між містами B і C на карті, якщо на ній відстань між містами A і B дорівнює 4 см.

● Нехай відстань між містами B і C на карті дорівнює x см.
Тоді:

$$\begin{array}{|c} 4 \text{ см} — 80 \text{ км} \\ \downarrow x \text{ см} — 120 \text{ км} \end{array}$$

Відстань між містами на карті прямо пропорційна відстані на місцевості.

Тому $\frac{4}{x} = \frac{80}{120}$, звідки: $80x = 4 \cdot 120$; $x = \frac{4 \cdot 120}{80}$; $x = 6$.

Відповідь. 6 см. ●



1. Поясніть на прикладі, що означає масштаб карти (плану).



649. Поясніть, що означає масштаб:

1) 1 : 200;

2) 1 : 100 000.

650. У скільки разів відстань між пунктами на карті менша від відстані між ними на місцевості, якщо масштаб карти 1 : 50 000?



651. Скільком кілометрам на місцевості відповідає 1 см на карті, якщо масштаб карти:

1) 1 : 500 000;

2) 1 : 25 000 000;

3) 1 : 40 000?

652. Скільком метрам на місцевості відповідає 1 см на плані, якщо масштаб плану: 1) 1 : 500; 2) 1 : 2000?

653. Знайдіть відстань між двома селами, якщо відстань між ними на карті з масштабом 1 : 150 000 дорівнює 3,6 см.

654. Знайдіть відстань між двома містами, якщо відстань між ними на карті з масштабом 1 : 800 000 дорівнює 4,5 см.

655. За картою, зображеною на рисунку 33, знайдіть відстань між містами:

1) Київ — Ужгород;

2) Одеса — Чернігів;

3) Харків — Запоріжжя;

4) Львів — Суми.



Масштаб 1 : 9 000 000

Рис. 33

656. За картою, зображеною на рисунку 33, знайдіть відстань між містами:

- 1) Дніпро — Вінниця;
- 2) Луцьк — Полтава.

657. Довжина автомобільної траси 150 км. Знайдіть довжину цієї траси на карті з масштабом 1 : 500 000.

658. Довжина вулиці 800 м. Знайдіть довжину цієї вулиці на карті з масштабом 1 : 20 000.

659. Висота Ейфелевої вежі 325 м. Знайдіть висоту моделі цієї вежі, виконаної в масштабі 1 : 1300.

660. Знайдіть масштаб карти, якщо:

- 1) 1 см на карті відповідає 30 км на місцевості;
- 2) 5 см на карті відповідають 200 м на місцевості;
- 3) 4 км на місцевості відповідають 2 см на карті.

661. Знайдіть масштаб карти, якщо:

- 1) 1 см на карті відповідає 5 км на місцевості;
- 2) 800 м на місцевості відповідають 2 см на карті.

662.  На рисунку 34 зображено карту району міста, у якому розташований будинок Мирослави. Масштаб карти 1 : 2000. Знайдіть:

- 1) відстань від будинку Мирослави до школи;
- 2) шлях, який проходить Мирослава від свого будинку до школи (він позначений пунктирною лінією).



Рис. 34

- 663.** На рисунку 35 зображено план фасаду будинку в деякому масштабі. Виконайте необхідні вимірювання на рисунку та знайдіть: 1) масштаб плану; 2) висоту будинку.



Рис. 35

- 664.** Літак здійснив переліт Брюссель — Київ за 4 год. На карті з масштабом $1 : 10\,000\,000$ відстань від Брюсселя до Києва дорівнює 18,2 см. З якою швидкістю летів літак?
- 665.** Від Миколаєва до Черкас автомобіль рухався трасою, довжина якої на карті з масштабом $1 : 4\,000\,000$ дорів-

нює 7,5 см. З якою швидкістю рухався автомобіль, якщо поїздка тривала 3,75 год?

- 666.** На плані з масштабом $1 : 100$ кімната має розміри $6,8 \text{ см} \times 4,5 \text{ см}$. Чи вистачить 3 кг фарби, щоб пофарбувати підлогу в цій кімнаті, якщо для фарбування 1 м^2 підлоги використовувати 100 г фарби?
- 667.** Довжина футбольного поля на НСК «Олімпійський» (м. Київ) дорівнює 105 м, а ширина — 68 м. Зобразіть це поле у вигляді прямокутника в масштабі $1 : 2000$.
- 668.** Довжина кімнати дорівнює 7,5 м, а ширина — 4,5 м. Зобразіть кімнату у вигляді прямокутника в масштабі $1 : 150$.
- 669.** Відстані 4,8 см на карті відповідає відстань 192 км на місцевості. Знайдіть відстань між двома містами, якщо на цій карті відстань між ними дорівнює 5,6 см.
- 670.** Відстань між пунктами A і B дорівнює 6 км, а між пунктами B і C — 4 км. Знайдіть відстань між пунктами A і B на карті, якщо на ній відстань між пунктами B і C дорівнює 3,6 см.



Інтерактивне завдання 21 Масштаб



- 671.** Відстань між двома містами на карті з масштабом $1 : 2\,000\,000$ дорівнює 8 см. Знайдіть відстань між цими містами на карті з масштабом:
- 1) $1 : 4\,000\,000$; 2) $1 : 1\,000\,000$.
- 672.** Висота будинку на плані з масштабом $1 : 150$ дорівнює 24 см. На другому плані ця довжина дорівнює 12 см. Знайдіть масштаб другого плану.

Поміркуйте



- 673.** Богдана розбила числа 1, 2, 3, ..., 9 на три групи, по три числа в кожній. Чи обов'язково знайдеться група, сума чисел якої більша за 15?

Вправи для повторення



674. Знайдіть відношення: 1) $15 : 75$; 2) $\frac{8,1}{3,6}$; 3) $0,5 : \frac{2}{5}$.
675. Запишіть у відсотках: 1) $0,7$; 2) $1,04$; 3) $\frac{9}{20}$.
676. Знайдіть:
1) 45% від числа 16 ; 2) число, 8% якого дорівнюють 40 .
677. Автомобіль за першу годину проїхав 40% запланованого шляху, а за другу — 70% решти шляху. За котру годину автомобіль проїхав більшу відстань: за першу чи за другу?

22. ВІДСОТКОВЕ ВІДНОШЕННЯ. ЗМІНА ВЕЛИЧИНИ У ВІДСОТКАХ

Відсоткове відношення. Відношення чисел або величин можна виражати у відсотках. Наприклад, відношення чисел 3 і 5 дорівнює $3 : 5 = 0,6$. Оскільки $0,6 = 0,6 \cdot 100\% = 60\%$, то $3 : 5 = 60\%$. Кажуть, що *відсоткове відношення* чисел 3 і 5 дорівнює 60% .

Відсоткове відношення двох чисел — це відношення цих чисел, виражене у відсотках.

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, потрібно знайти відношення цих чисел і результат помножити на 100% .

Відношення $3 : 5 = 0,6$ показує, яку частину становить число 3 від числа 5 , а відсоткове відношення $3 : 5 = 60\%$ — скільки відсотків становить число 3 від числа 5 .

Щоб встановити, скільки відсотків становить одне число від другого, потрібно знайти відсоткове відношення цих чисел.

Знайдіть, скільки відсотків становить число 7 від числа 25 .



Шукаємо відсоткове відношення даних чисел:

$$7 : 25 = 0,28 = 28\%.$$

Отже, число 7 становить 28% від числа 25 .

Задача 1. Оператор має набрати на комп'ютері 60 сторінок тексту. За перший день він набрав 27 сторінок. Скільки відсотків усіх сторінок набрав оператор за перший день?

Розв'язання. Знаходимо, скільки відсотків становить число 27 від числа 60:

$$27 : 60 = 0,45 = 45 \% .$$

Відповідь. 45 % .

Зміна величини у відсотках. Розглянемо задачі.

Задача 2. У фермерському господарстві врожайність пшениці минулого року була 40 ц/га, а в цьому році — 45 ц/га. На скільки відсотків зросла врожайність пшениці в цьому році порівняно з минулим роком?

Розв'язання. Спочатку знайдемо, на скільки центнерів з гектара зросла врожайність у цьому році порівняно з минулим:

$$45 - 40 = 5 \text{ (ц/га)}.$$

Далі знаходимо, скільки відсотків становить одержана різниця від урожайності минулого року:

$$5 : 40 = 0,125 = 12,5 \% .$$

Отже, урожайність зросла на 12,5 % .

Відповідь. На 12,5 % .

Задача 3. Товар коштував 400 грн. Під час акційного тижня цю ціну зменшили: нова ціна — 320 грн. На скільки відсотків зменшили ціну на товар?

Розв'язання.

1) $400 - 320 = 80$ (грн) — на стільки гривень зменшили ціну.

2) $80 : 400 = 0,2 = 20 \%$ — на стільки відсотків зменшили ціну.

Відповідь. На 20 % .

Щоб встановити, на скільки відсотків збільшилася (зменшилася) певна величина, потрібно знайти:

1) на скільки одиниць збільшилася (зменшилася) ця величина;

2) скільки відсотків становить одержана різниця від початкового значення величини.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Скільки відсотків становить 360 г від 1,2 кг?

● $360 \text{ г} : 1,2 \text{ кг} = 360 \text{ г} : 1200 \text{ г} = 0,3 = 30 \% .$ ●

Вправа 2. У 10-відсотковий розчин солі, маса якого 380 г, досипали 20 г солі. Знайти відсотковий вміст солі в новому розчині.

- 1) $10 \% = 0,1$; $380 \cdot 0,1 = 38$ (г) — маса солі в розчині.
- 2) $38 + 20 = 58$ (г) — маса солі в новому розчині.
- 3) $380 + 20 = 400$ (г) — маса нового розчину.
- 4) $58 : 400 = 0,145 = 14,5 \%$ — відсотковий вміст солі в новому розчині.

Відповідь. 14,5 % . ●



1. Як знайти відсоткове відношення двох чисел?
2. Як встановити, скільки відсотків становить одне число від другого?
3. Як встановити, на скільки відсотків збільшилася (зменшилася) певна величина?



678. Скільки відсотків від числа 100 становить число:

- 1) 12; 2) 50; 3) 100; 4) 250?

679. Знайдіть відсоткове відношення чисел: 5 і 10; 15 і 10. Скільки відсотків становить перше число від другого?

680. Скільки відсотків величини становить половина цієї величини? Чверть величини? П'ята частина величини?



681. Знайдіть відсоткове відношення чисел:

- 1) 9 і 20; 2) 12 і 16; 3) 1,5 і 0,5; 4) $\frac{1}{3}$ і $\frac{5}{6}$.

682. Знайдіть відсоткове відношення чисел: 1) 8 і 40; 2) 6 і 4,8.

683. Скільки відсотків становить перше число від другого:

- 1) 15 від 50; 2) 100 від 80; 3) 1,6 від 4; 4) 18 від 150?

684. Скільки відсотків становить перше число від другого:

- 1) 7 від 10; 2) 18 від 24; 3) 4,5 від 3?

685. Скільки відсотків становить перша величина від другої:

- 1) 8 м від 40 м; 2) 48 хв від 1 год?

686. Скільки відсотків становить перша величина від другої:

- 1) 30 кг від 50 кг; 2) 800 м від 2 км?

- 687.** Із 400 кг молока отримали 84 кг вершків. Скільки відсотків становить маса вершків від маси молока?
- 688.** У червні було 18 сонячних днів. Скільки відсотків усіх днів червня припадає на сонячні дні?
- 689.**  Майстер спланував: щоб вчасно виконати замовлення, йому щодня потрібно виготовляти по 40 деталей. Скільки відсотків денного плану виконає майстер, якщо за день виготовить: 1) 36 деталей; 2) 42 деталі?
- 690.** Сплав міді зі сріблом має масу 500 г і містить 175 г срібла. Скільки відсотків міді містить сплав?
- 691.** У забігу на 1500 м спортсмен пробіг 900 м. Скільки відсотків дистанції йому залишилося бігти?
- 692.** На скільки відсотків:
1) число 75 більше за число 50;
2) число 4 менше від числа 20?
- 693.** На скільки відсотків:
1) число 12 більше за число 10;
2) число 9 менше від числа 10?
- 694.** Унаслідок обробки деталі її маса зменшилася з 250 г до 230 г. На скільки відсотків зменшилася маса деталі?
- 695.** Ціну на товар зменшили з 150 грн до 120 грн. На скільки відсотків зменшили ціну?
- 696.** У серпні пакет акцій фірми коштував 8000 грн, а в жовтні — 8400 грн. На скільки відсотків зросла вартість пакета акцій?
- 697.** Улітку десяток яєць коштував 28 грн, а взимку — 56 грн. На скільки відсотків вартість десятка яєць узимку більша за вартість улітку?



- 698.** У парку росте 400 дерев. Заповніть таблицю, знайшовши відсотки вказаних дерев серед усіх дерев парку.

Дерева	Каштани	Липи	Тополі	Клени	Інші
Кількість	60	120	40	100	80
Відсотки					

- 699.** Для приготування 800 г напою використали компоненти, вказані в таблиці. Заповніть таблицю, знайшовши відсоткові вмісти компонентів у напої.

Компоненти	Банан	Чорниця	Малина	Яблучний сік
Маса, г	300	200	100	200
Відсотки				

- 700.** 600 г смородини містять 48 г цукру, а 400 г малини — 38 г цукру. У якій з цих ягід відсотковий вміст цукру більший?
- 701.** В Україні найбільш лісистою областю є Закарпатська. Її площа дорівнює $12\,753\text{ км}^2$, а площа лісів — 6530 км^2 . Скільки відсотків території області займають ліси? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до одиниць.
- 702.** Софія проїхала на велосипеді 8400 м, з них 1020 м угору. Скільки відсотків шляху проїхала Софія вгору? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до одиниць.
- 703.** Виразіть у відсотках зміну величини:
 1) від 2 м до 2,4 м; 2) від 25 ц до 2 т.
- 704.** Виразіть у відсотках зміну величини:
 1) від 4 кг до 3,6 кг; 2) від 1 год до 90 хв.
- 705.**  Володя і Марійка живуть на різних відстанях від школи (див. рис. 36).

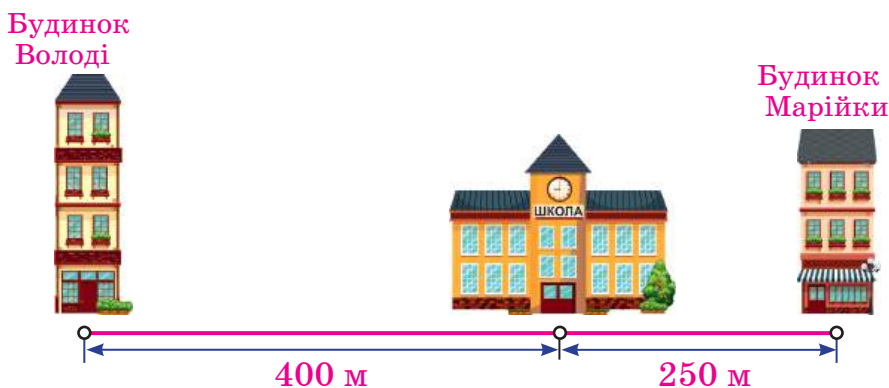


Рис. 36

- 1) На скільки відсотків відстань від школи до будинку Володі більша за відстань до будинку Марійки?

- 2) На скільки відсотків відстань від школи до будинку Марійки менша від відстані до будинку Володі?
Порівняйте одержані результати. Зробіть висновок.

706. Висота бамбука 20 м. За добу він виріс на 80 см. На скільки відсотків збільшилася висота бамбука за добу?



Інтерактивне завдання 22
Відсоткове відношення.
Зміна величини у відсотках



- 707.** Приготували 500 г 10-відсоткового розчину солі. За кілька днів частина води випарувалася і залишилося 400 г розчину. Знайдіть відсотковий уміст солі в новому розчині.
- 708.** До 600 г 10-відсоткового розчину солі долили 150 г води. Знайдіть відсотковий уміст солі в новому розчині.
- 709.** Є два сплави міді зі сріблом. Шматок першого сплаву має масу 4 кг і містить 35 % срібла. Шматок другого сплаву має масу 6 кг і містить 40 % срібла. З обох шматків отримали 10 кг третього сплаву. Знайдіть відсотковий уміст срібла в третьому сплаві.
- 710.** Сплав міді й олова містить 52 % олова. До 5 кг цього сплаву додали 1 кг олова й отримали новий сплав. Знайдіть відсотковий уміст олова в новому сплаві.
- 711.** Перше число становить 40 % від другого. Скільки відсотків становить друге число від першого?

Поміркуйте



- 712.** О 8:00 із міста виїхав велосипедист, а о 10:15 услід за ним — автомобіль, який наздогнав велосипедиста об 11:00. У скільки разів швидкість автомобіля більша за швидкість велосипедиста?

Вправи для повторення



- 713.** Порівняйте значення виразів:

$$22,592 : 32 - 0,248 \text{ і } 1,25 \cdot 541 - 675,802.$$

714. Велосипедист рухається зі сталою швидкістю. Заповніть таблицю, знайшовши час руху або пройдений шлях:

t , год	0,5	0,8		1,7
s , км		16	24	

715. Довжина поля 800 м, а ширина — на 550 м менша. Знайдіть площу поля в гектарах.

716. Сніжана робить 3 кроки за 5 с, а Тарас — 5 кроків такої самої довжини за 8 с. Хто з них ходить швидше?

23. ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

Одну й ту саму задачу на відсотки можна розв'язувати різними способами. Як, на вашу думку, найпростіше знайти 60 % від числа 30?



$$60 \% = 0,6; \quad 30 \cdot 0,6 = 18 \text{ — шукане число.}$$

Як знайти число, 60 % якого дорівнюють 30?



$$60 \% = 0,6; \quad 30 : 0,6 = 50 \text{ — шукане число.}$$

Задачі на відсотки можна розв'язувати і за допомогою пропорцій.

Якщо в парку росте 200 дерев, то:

10 % усіх дерев — це $200 \cdot 0,1 = 20$ (дерев);

20 % усіх дерев — це $200 \cdot 0,2 = 40$ (дерев);

40 % усіх дерев — це $200 \cdot 0,4 = 80$ (дерев).

У скільки разів збільшуємо число відсотків, у стільки ж разів збільшується кількість дерев, що відповідають цим відсоткам. Отже, число відсотків прямо пропорційне кількості дерев, що відповідають цим відсоткам.

Узагалі, число відсотків деякої величини прямо пропорційне значенню, що відповідає цим відсоткам.

Задача 1. Площа вітальні 21 м², що становить 30 % площі квартири. Знайти площу квартири.

Розв'язання. Площа квартири становить 100 %. Нехай вона дорівнює x м². Запишемо умову задачі у вигляді схеми:

$$\begin{array}{c} \downarrow x \text{ м}^2 - 100 \% \downarrow \\ \downarrow 21 \text{ м}^2 - 30 \% \downarrow \end{array}$$

Маємо пропорцію $\frac{x}{21} = \frac{100}{30}$, звідки: $30x = 21 \cdot 100$; $x = 70$.
Відповідь. 70 м².

Задача 2. У магазин привезли овочі, 45 % маси яких становить картопля, а 10 % — морква. Скільки кілограмів моркви привезли в магазин, якщо картоплі привезли 54 кг?

Розв'язання. Нехай у магазин привезли x кг моркви. Тоді:

$$\begin{array}{c} \downarrow 54 \text{ кг} - 45 \% \downarrow \\ \downarrow x \text{ кг} - 10 \% \downarrow \end{array}$$

Маємо пропорцію $\frac{54}{x} = \frac{45}{10}$, звідки: $45x = 54 \cdot 10$; $x = \frac{54 \cdot 10}{45}$;
 $x = 12$.

Відповідь. 12 кг.

Розглянемо ще одну задачу на відсоткові розрахунки.

Задача 3. Вкладник вклав у банк 40 000 грн під 15 % річних. Скільки гривень він матиме на рахунку через рік, якщо не проводитиме з грошима жодних операцій?

Розв'язання. Вклад 40 000 грн становить 100 %. Через рік вкладник матиме на рахунку $100 \% + 15 \% = 115 \%$ від 40 000 грн. Знаходимо:

$115 \% = 1,15$; $40\,000 \cdot 1,15 = 46\,000$ (грн) — буде на рахунку.

Відповідь. 46 000 грн.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Ціну на товар, що коштував 200 грн, знизили на 10 %. На скільки відсотків потрібно підвищити нову ціну, щоб отримати початкову?

● 1) $100 \% - 10 \% = 90 \%$ — становить нова ціна від початкової.

2) $90 \% = 0,9$; $200 \cdot 0,9 = 180$ (грн) — нова ціна.

Щоб встановити, на скільки відсотків потрібно підвищити нову ціну, щоб отримати початкову, потрібно знайти, на скільки відсотків початкова ціна (200 грн) більша за нову (180 грн).

3) $200 - 180 = 20$ (грн) — на стільки гривень початкова ціна більша за нову.

4) $20 : 180 = \frac{20}{180} = \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \cdot 100 \% = 11\frac{1}{9} \%$ — на стільки відсотків потрібно підвищити нову ціну.

Відповідь. На $11\frac{1}{9} \%$. •



1. Якою залежністю пов'язані число відсотків деякої величини і значення величини, що відповідає цим відсоткам?



717. Ціну на товар знизили на 20 %; підвищили на 20 %. Скільки відсотків становить нова ціна від початкової?



Розв'яжіть задачі 718 – 722 за допомогою пропорцій.

718. Зі свіжих слив отримують 21 % сушених. Скільки сушених слив можна отримати з 80 кг свіжих?

719. Із двох яблунь зібрали яблука. З першої яблуні зібрали 18 кг яблук, що становить 45 % маси всіх яблук. Скільки кілограмів яблук зібрали з обох яблунь?

720. Площа поля 200 га, з них 14 га засадили соняшником. Скільки відсотків поля засадили соняшником?

721. Автомобіль за перші 15 хв проїхав 12 % шляху між двома містами. За скільки хвилин він проїде 40 % усього шляху?

722. Зібраний виноград розклали в ящики. У перший ящик поклали 10 кг або 8 % усього винограду, у другий — 7 кг винограду. Скільки відсотків усього винограду поклали в другий ящик?

723. Узимку куртка коштувала 1600 грн. Навесні ціну на неї знизили на 15 %. Знайдіть ціну куртки навесні.

724. Перший автомат розфасовує за 1 хв 40 кг цукру, а другий — на 10 % більше. Скільки кілограмів цукру розфасовує за 1 хв другий автомат?



725. На рисунку 37.1) вказана ціна товару та його нова ціна після знижки. Знайдіть невідомі числа на рисунках 2) – 4).

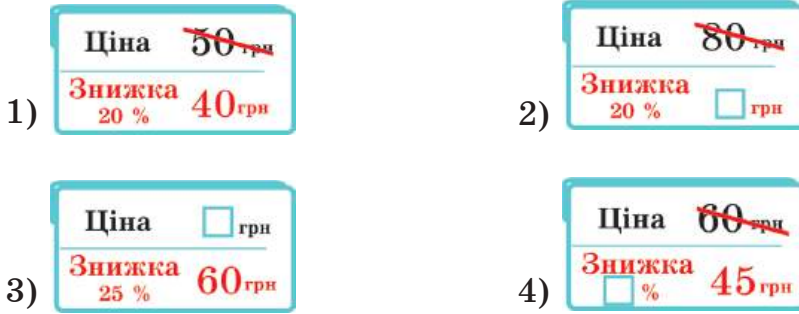


Рис. 37

- 726.** Ціна футболки 50 грн. Спочатку цю ціну знизили на 20 %, а потім нову ціну підвищили на 20 %. Знайдіть ціну футболки після двох переоцінок.
- 727.** Ціна помідорів 20 грн за 1 кг. Знайдіть ціну помідорів після двох послідовних знижок, якщо перша була на 10 %, а друга — на 15 %.
- 728.** Собівартість книжки для видавництва дорівнює 60 грн, а відпускна ціна для магазину на 10 % більша. Знайдіть ціну книжки в магазині, якщо вона на 20 % більша за відпускну ціну видавництва.
- 729.** Банк дав підприємцеві кредит 20 000 грн на рік зі ставкою 8 % річних. Скільки гривень має повернути підприємець банкові через рік?
- 730.** Вкладник вклав у банк певну суму грошей під 17 % річних, і через рік на його рахунок було 16 380 грн. Скільки гривень вкладник вклав у банк?
- 731.** Фермер засіяв сояшником 1,8 га поля, що на 20 % більше, ніж торік. Скільки гектарів поля він засіяв сояшником торік?
- 732.** Знайдіть число, 10 % якого становлять 20 % від числа 16.
- 733.** Захар купив пачку печива за ціною 15 грн і батон. Знайдіть ціну батона, якщо 50 % цієї ціни становлять 40 % ціни печива.
- 734.** Трубу завдовжки 360 см майстер розрізав на три частини. Довжина першої частини становить 25 % довжини труби і 75 % довжини другої частини. Знайдіть довжину кожної частини.



Інтерактивне завдання 23

Відсоткові розрахунки



735. З 8 % площі поля зібрали 64 ц пшениці. Скільки центнерів пшениці зібрали з усього поля, якщо врожайність на всіх його ділянках однакова?
736. Три автомобілі перевезли вантаж. Перший автомобіль перевіз 40 % усього вантажу, другий — 80 % того, що перевіз перший, а третій — решту 4,2 т. Скільки тонн вантажу перевіз другий автомобіль?
737. Троє робітників виготовили партію деталей. Перший і другий робітники виготовили відповідно 30 % і 40 % усіх деталей, а третій — на 8 деталей менше, ніж другий. Скільки всього деталей виготовили робітники?
738. Ціна чайника 1000 грн. Цю ціну підвищили на 20 %. На скільки відсотків потрібно знизити нову ціну, щоб отримати початкову?
739. Ціна годинника 200 грн. Цю ціну знизили на 20 %. На скільки відсотків потрібно підвищити нову ціну, щоб отримати початкову?
740. Сплав міді й олова має масу 12 кг і містить 45 % міді. Скільки кілограмів олова потрібно додати до сплаву, щоб одержати новий сплав, який містив би 40 % міді?
741. У воді розчинили 180 г солі й отримали 12-відсотковий розчин солі. Скільки грамів води використали для приготування розчину?

Поміркуйте



742. Свіжі яблука містять 85 % води, а сушені — 15 %. Скільки кілограмів сушених яблук отримують із 340 кг свіжих?

Вправи для повторення



743. Округліть число 2,195 до: сотих; десятих; одиниць.

744. Розв'яжіть рівняння:

1) $2\frac{3}{8} + x = 4\frac{1}{6}$;

2) $\frac{9}{16} : x = 3\frac{3}{8}$.

745. Накресліть промінь із початком у точці O і позначте на ньому таку точку A , відстань від якої до точки O дорівнює 3,6 см.

746. За допомогою лінійки і транспортира побудуйте трикутник, дві сторони якого дорівнюють 3 см і 5 см, а кут між ними — 60° .

24. КОЛО. ДОВЖИНА КОЛА

Уявлення про коло дають колесо, обруч, кермо автомобіля тощо.



Нарисуємо коло. Для цього позначимо на площині деяку точку O . Візьмемо циркуль, поставимо його ніжку з голкою в точку O і розхилом, наприклад, у 2 см другою ніжкою циркуля опишемо фігуру. Маємо коло з *центром у точці O* (рис. 38). Це коло утворюють усі точки площини, розташовані на відстані 2 см від центра.

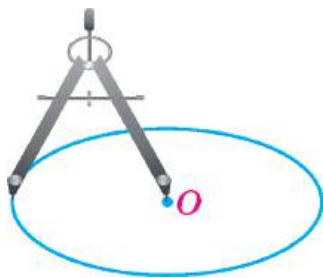
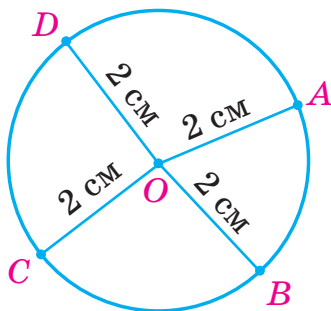


Рис. 38

Відрізок, який сполучає центр кола з будь-якою його точкою, називають *радіусом* кола. На рисунку 38 OA , OB , OC й OD — радіуси побудованого кола. Довжина кожного радіуса дорівнює 2 см, тому кажуть: радіус кола дорівнює 2 см.

Відрізок, який сполучає дві точки кола і проходить через його центр, називають *діаметром* кола (рис. 39). Діаметр кола вдвічі довший за його радіус.

Радіус кола позначатимемо буквою r , а діаметр — буквою d . Тоді: $d = 2r$.

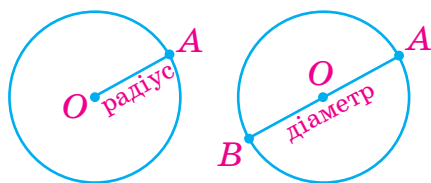


Рис. 39

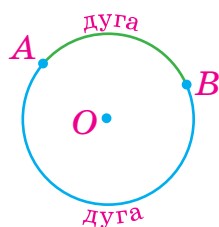


Рис. 40

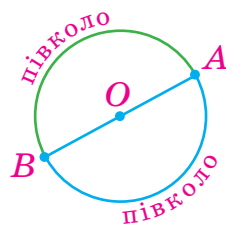
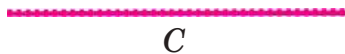


Рис. 41

На рисунку 40 точки A і B поділяють коло на дві частини. Кожну з цих частин називають *дугою* кола. Точки A і B — кінці цих дуг. Якщо точки A і B є кінцями діаметра (рис. 41), то вони розбивають коло на дві рівні частини, кожна з яких називають *півколом*.

Кожне коло має певну довжину. Якщо круглу склянку поставити на листок паперу та обвести її олівцем, то одержимо коло. Знайти наближене значення довжини цього кола можна так: обводимо склянку ниткою, випрямляємо нитку та вимірюємо її довжину. Тоді довжина нитки наближено дорівнює довжині нарисованого кола.



Виявляється, що для будь-якого кола відношення його довжини C до діаметра d є одним і тим самим числом. Це число позначають грецькою буквою π (читають: «пі»), його можна записати у вигляді нескінченного десяткового дробу: $\pi = 3,1415926\dots$. Отже, $\frac{C}{d} = \pi$, звідки $C = \pi d$.

Оскільки діаметр кола дорівнює двом радіусам, то маємо ще одну формулу для довжини кола: $C = 2\pi r$.



Довжину C кола обчислюють за формулами

$$C = 2\pi r \quad \text{або} \quad C = \pi d,$$

де r — радіус кола, d — діаметр.

Далі для розрахунків округлюватимемо число π до сотих:

$$\pi \approx 3,14.$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти довжину кола, радіус якого дорівнює 1,5 см.

• $C = 2\pi r \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 = 9,42$ (см). •



1. Як за допомогою циркуля накреслити коло?
2. Що називають радіусом кола? Діаметром?
3. У скільки разів діаметр кола більший за його радіус?
4. За якими формулами обчислюють довжину кола?
5. Чому дорівнює наближене значення числа π до сотих?



747. На рисунку 42 зображено коло, радіус якого дорівнює 12 мм.

- 1) Які з позначених точок належать колу, а які не належать?
- 2) Назвіть радіуси та діаметри кола.
- 3) Чому дорівнює діаметр кола?
- 4) Назвіть 5 дуг, на які поділяють коло позначені точки.

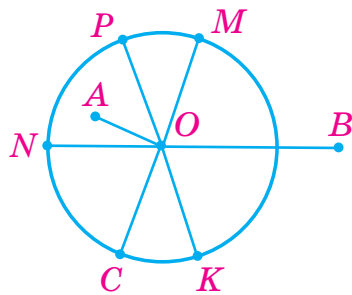


Рис. 42

748. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 10 см; радіус якого дорівнює 5 дм.



749. Знайдіть:

- 1) діаметр кола, якщо його радіус дорівнює: 7 см; 3,6 дм;
- 2) радіус кола, якщо його діаметр дорівнює: 5 см; 1,2 м.

750. Позначте в зошиті деяку точку O і накресліть коло з центром у цій точці. Виміряйте радіус кола.

751. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 18 мм. Проведіть діаметр кола та знайдіть його довжину.

752. Накресліть коло з центром O , діаметр якого дорівнює 38 мм, і пряму b , яка перетинає це коло у двох точках M і K . На якій відстані від центра O лежать точки M і K ?

753.  Перерисуйте в зошит пряму a і точку O , зображені на рисунку 43 (сторона кожної клітинки дорівнює 5 мм). Позначте на прямій a точки, відстань від яких до точки O дорівнює: 1) 25 мм; 2) 15 мм. Чи існують на прямій a точки, віддалені від точки O на 1 см?

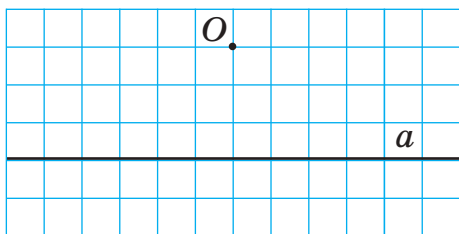


Рис. 43

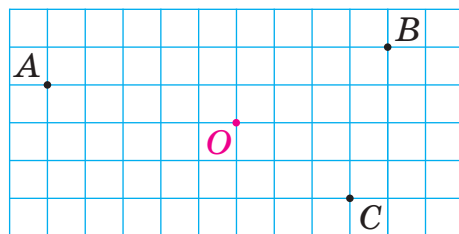


Рис. 44

754. Перерисуйте в зошит точки, зображені на рисунку 44. Використовуючи лише циркуль, установіть, яка з точок A , B і C розташована до точки O найближче; найдалше.

755.  Накресліть коло та проведіть його діаметр AB . Позначте на колі деяку точку C , проведіть відрізки CA і CB . Виміряйте величину кута ACB та встановіть вид трикутника ABC .

756. Знайдіть довжину кола:

- 1) діаметр якого дорівнює: 6 см; 30 см; 2,5 м;
- 2) радіус якого дорівнює: 4 см; 1,2 дм; 0,4 м.

757. Знайдіть довжину кола:

- 1) діаметр якого дорівнює: 3 см; 0,5 м;
- 2) радіус якого дорівнює: 5 см; 3,6 дм.

758. Хвилинна стрілка настінного годинника має довжину 10 см. Скільки сантиметрів проходить кінець цієї стрілки: 1) за 1 год; 2) за добу?

759. Гелікоптер пролетів чотири рази по колу, радіус якого дорівнює 250 м. Скільки метрів пролетів гелікоптер?



760. Перерисуйте в зошит лінію, зображену на рисунку 45, і знайдіть її довжину, якщо сторона кожної клітинки дорівнює 5 мм.

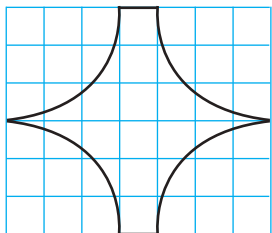


Рис. 45

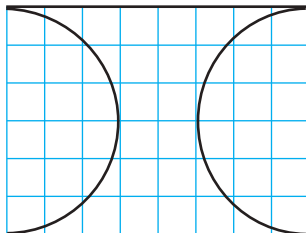


Рис. 46

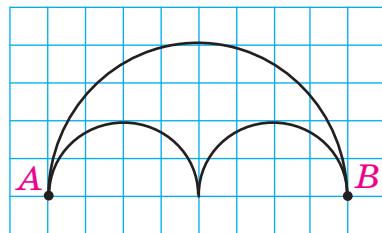


Рис. 47

761. Перерисуйте в зошит лінію, зображену на рисунку 46, і знайдіть її довжину, якщо сторона кожної клітинки дорівнює 5 мм.

762. Від пункту A до пункту B можна рухатися лише по півколах (див. рис. 47). Знайдіть довжину найкоротшого шляху від A до B , якщо сторона кожної клітинки дорівнює 10 м.

763. Довжину кола збільшили від 157 см до 235,5 см. На скільки сантиметрів збільшився радіус кола?

764. Радіус кола збільшили від 10 см до 12 см. На скільки сантиметрів збільшилася довжина кола?

765.  У пустелі туристам пропонують поїздку на верблюді — обійти коло, радіус якого дорівнює 0,4 км.

1) Скільки хвилин триватиме поїздка, якщо верблюд рухатиметься зі швидкістю 4 км/год?

2) За скільки хвилин верблюд подолав би це коло, якби біг зі швидкістю 60 км/год (верблюд може розвивати більшу швидкість, ніж кінь)?

Результати округліть до десятих хвилини.

766. Велосипедист за 2 хв проїхав коло, радіус якого дорівнює 80 м. Знайдіть швидкість велосипедиста. Результат округліть до одиниць метрів за хвилину.



Інтерактивне завдання 24

Коло. Довжина кола.



- 767.** На рисунку 48 точками O й A зображено будинки Оксани й Андрія. Відстань між цими будинками 400 м. Перерисуйте в зошит прямокутник і позначте в ньому точкою будинок Вікторії, який розташований на відстані 300 м від будинку Оксани і на відстані 250 м від будинку Андрія.

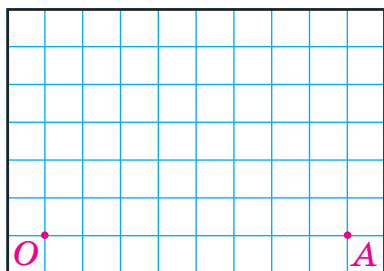


Рис. 48

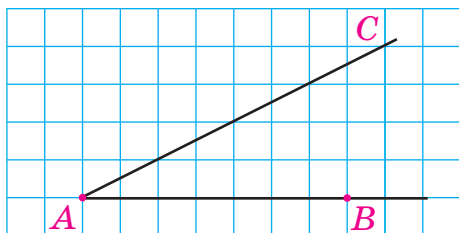


Рис. 49

- 768.** Накресліть відрізок AB завдовжки 3 см. Побудуйте точку, відстань від якої до точки A і до точки B дорівнює 3 см. Скільки таких точок можна побудувати?
- 769.** Сторона кожної клітинки на рисунку 49 дорівнює 5 мм. На промені AC потрібно позначити таку точку M , щоб у трикутнику AMB довжина однієї зі сторін дорівнювала 25 мм. Скількома способами це можна зробити?
- 770.** Кінець хвилинної стрілки годинника описує коло, діаметр якого дорівнює 40 см (рис. 50). Знайдіть довжину дуги, яку описує кінець стрілки за 30 хв; 15 хв; 5 хв.



Рис. 50

- 771.** За 1 год кінець хвилинної стрілки годинника описує коло, а за 20 хв — дугу цього кола, довжина якої дорівнює 21,98 см. Знайдіть радіус кола.
- 772.** Діаметр колеса тепловоза дорівнює 80 см. Тепловоз рухається так, що за кожні 2 хв колесо робить 800 обертів. Знайдіть швидкість тепловоза в кілометрах за годину. Результат округліть до одиниць км/год.

- 773.** Діаметр колеса автомобіля дорівнює 64 см. Скільки обертів здійснить колесо, якщо автомобіль проїде 1 км? Результат округліть до десятків.

Поміркуйте



- 774.** У ряд розташовані 100 купок горіхів: у першій купці — 1 горіх, у другій — 2, ..., у сотій — 100. Чи можна вибрати такі 10 послідовних купок, щоб у них разом було 500 горіхів?

Вправи для повторення



- 775.** Виконайте дії:

1) $4 \cdot 7,5^2 - 0,6^2 : 0,009$; 2) $(1705 : 100 + 295 : 100)^2$.

- 776.** Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 5) \cdot 0,6^2 = 5,4$; 2) $(1,4 - x) \cdot 7,2 = 1,2^2$.

- 777.** Довжина ділянки прямокутної форми дорівнює 24 м, а її ширина відноситься до довжини як 5 : 8. Знайдіть площу ділянки.

- 778.** Теплохід пройшов 72 км проти течії річки за 2,25 год. За скільки годин теплохід повернеться в початковий пункт, якщо його швидкість у стоячій воді дорівнює 34 км/год?

Цікаво знати



Щороку 14 березня відзначають неофіційне свято — Міжнародний день числа «пі». Цю дату обрали тому, що 3-й місяць року, 14 день складають 3,14 — округлене значення числа π .

Велика увага до цього числа пов'язана з тим, що π — найвідоміша математична константа (стала), яку використовують у різних галузях знань.

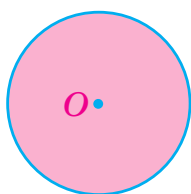
Історія числа «пі» сягає майже 4000 років. У давнину число π , яке дорівнює відношенню довжини кола до його діаметра, замінювали наближеними значеннями. Наприклад, $\pi \approx \frac{25}{8}$, $\pi \approx \frac{22}{7}$.

Першим досить точне значення числа π знайшов давньогрецький математик Архімед (близько 287 до н. е. — 212 до н. е.).

Він довів, що $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$, тобто $3,140845... < \pi < 3,142857...$.

25. КРУГ. ПЛОЩА КРУГА

Кожне коло поділяє площину, на якій воно накреслене, на дві частини — внутрішню і зовнішню. Точки кола і його внутрішньої частини утворюють *круг* (рис. 51). Центр, радіус і діаметр кола називають відповідно центром, радіусом і діаметром цього круга.



круг
Рис. 51

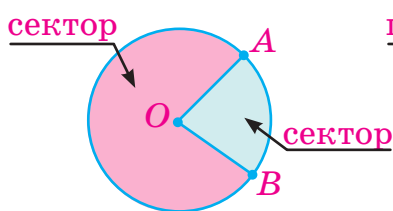


Рис. 52

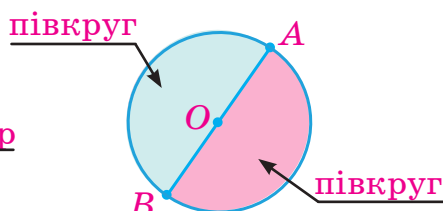


Рис. 53

На рисунку 52 два радіуси OA й OB поділяють круг на дві частини, кожна з яких називають *сектором*. Будь-який діаметр поділяє круг на дві рівні частини, які називають *півкругами* (рис. 53).

Кожний круг має *площу*. Виявляється, що для будь-якого круга відношення його площі S до квадрата радіуса (до r^2) дорівнює π , тобто $\frac{S}{r^2} = \pi$, звідки $S = \pi r^2$.



Площу S круга, радіус якого дорівнює r , обчислюють за формулою

$$S = \pi r^2.$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти площу круга, діаметр якого дорівнює 3 см.

- $3 : 2 = 1,5$ (см) — радіус круга;
- $S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 1,5^2 = 3,14 \cdot 2,25 = 7,065$ (см²).



1. Які точки площини утворюють круг?
2. Як утворити круговий сектор? Півкруг?
3. За якою формулою обчислюють площу круга?



779. На рисунку 54 зображено круг.

- 1) Які з позначених точок належать кругу, а які не належать?
- 2) Назвіть радіуси та діаметр круга.
- 3) На скільки секторів поділяють круг радіуси OA й OB ?

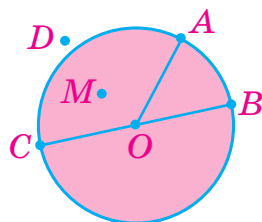


Рис. 54

780. Знайдіть площу круга, радіус якого дорівнює 1 см; 10 см.



781. Позначте в зошиті деяку точку O . Накресліть круг із центром у цій точці. Виміряйте радіус круга.

782. Накресліть круг, радіус якого дорівнює 16 мм. Позначте деяку точку A , яка належить кругу, і деяку точку B , яка йому не належить.

783. Накресліть круг, діаметр якого дорівнює 36 мм. Позначте деякі точки A , B і C , віддалені від центра круга на 15 мм, 18 мм і 25 мм відповідно. Які з цих точок належать кругу, а які йому не належать?

784. Знайдіть площу круга:

- 1) радіус якого дорівнює: 5 см; 25 мм; 0,3 дм;
- 2) діаметр якого дорівнює: 30 см; 1,4 м.

785. Знайдіть площу круга:

- 1) радіус якого дорівнює: 8 см; 2,5 м;
- 2) діаметр якого дорівнює: 4 дм; 3 м.

786. Виконайте необхідні вимірювання та знайдіть площі фігур, зображених на рисунку 55.

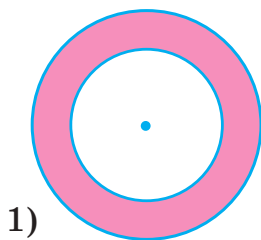
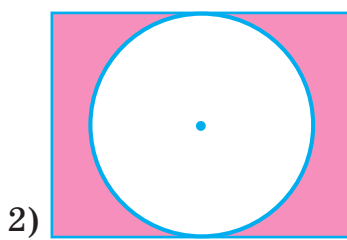


Рис. 55

- 787.** Виконайте необхідні вимірювання та знайдіть площі фігур, зображених на рисунку 56.



Рис. 56

- 788.** Довжина кола арени цирку дорівнює 40,82 м. Знайдіть площу арени (результат округліть до одиниць м^2).

- 789.** Знайдіть площу круга, якщо довжина кола, яке його обмежує, дорівнює 25,12 см.

- 790.**  У скільки разів збільшиться чи зменшиться площа круга, якщо його радіус: 1) збільшити від 5 см до 10 см; 2) зменшити від 10 см до 5 см?

- 791.** Що більше: площа квадрата зі стороною 8,8 см чи площа круга, радіус якого дорівнює 5 см?

- 792.** Знайдіть площі фігур, зображених на рисунку 57, якщо сторона кожної клітинки дорівнює 5 мм.

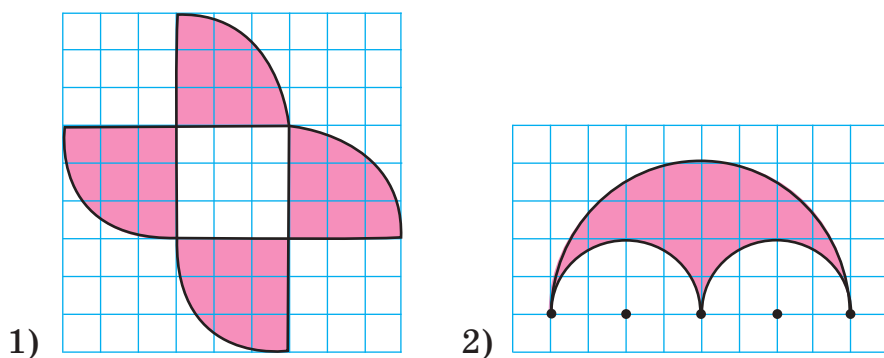


Рис. 57

- 793.** Знайдіть площу фігури, зображеної на рисунку 58, якщо сторона кожної клітинки дорівнює 5 мм.

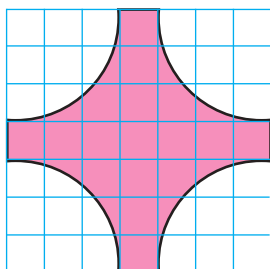


Рис. 58

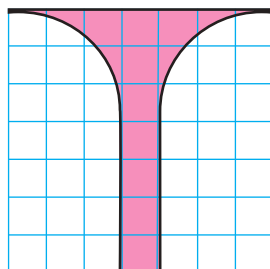


Рис. 59



Інтерактивне завдання 25

Круг. Площа круга



- 794.** Знайдіть площу фігури, зображеної на рисунку 59, якщо сторона кожної клітинки дорівнює 4 см.
- 795.** Металевий лист має форму квадрата зі стороною 50 см. З нього вирізали круг найбільшого радіуса. Скільки відсотків становить площа круга від площі квадрата?
- 796.** Квадрат, зображений на рисунку 60, потрібно покрити кругом найменшого радіуса. Чому дорівнює площа такого круга, якщо сторона кожної клітинки дорівнює 1 см?

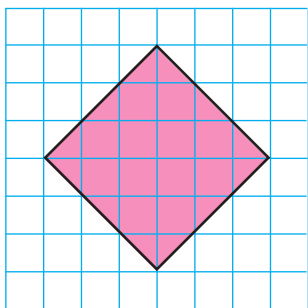


Рис. 60

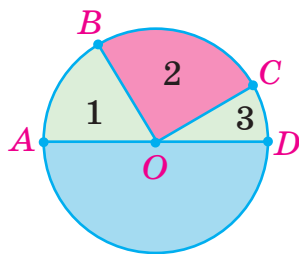


Рис. 61

- 797.** Діаметр AD круга, зображеного на рисунку 61, дорівнює 12 см. Знайдіть площі секторів 1, 2 і 3, якщо $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle COD = 30^\circ$.
- 798.** Знайдіть площу півкруга, зображеного на рисунку 61, якщо довжина нижнього півкола дорівнює 15,7 см.

- 799.** Клумба має форму круга, який обмежує коло завдовжки 31,4 м. На клумбі мають посадити кущі троянд, відводячи під кожний кущ щонайменше $0,8 \text{ м}^2$ землі. Яку найбільшу кількість кущів троянд можна посадити на клумбі?

Поміркуйте



- 800.** Кільце, зображене на рисунку 62, поділіть двома прямими на 5 частин.

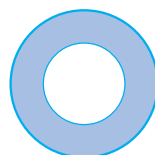


Рис. 62

Вправи для повторення



- 801.** Знайдіть значення виразу $5a + a : b$, якщо $a = 19,8$; $b = 90$.
802. Заповніть таблицю, знайшовши відсотки від числа 80.

Відсотки	50 %	25 %	15 %	10 %
Значення відсотків				

- 803.** Після того як автомобіль проїхав четверту частину шляху між містами, йому залишалось їхати на 50 км більше, ніж він уже проїхав. Знайдіть відстань між містами.
804. Антоніна за три дні розв'язала 15 задач, до того ж за перший день удвічі більше, ніж за другий, а за другий — на 3 задачі менше, ніж за третій. Скільки задач розв'язала Антоніна за третій день?

26. СТОВПЧАСТІ ТА КРУГОВІ ДІАГРАМИ

Для кращого сприймання числових даних і співвідношень між ними використовують *діаграми* — графічні зображення, у яких ці дані подано у вигляді геометричних фігур. На рисунку 63 зображено *стовпчасту* діаграму середньодобової температури повітря за один тиждень.

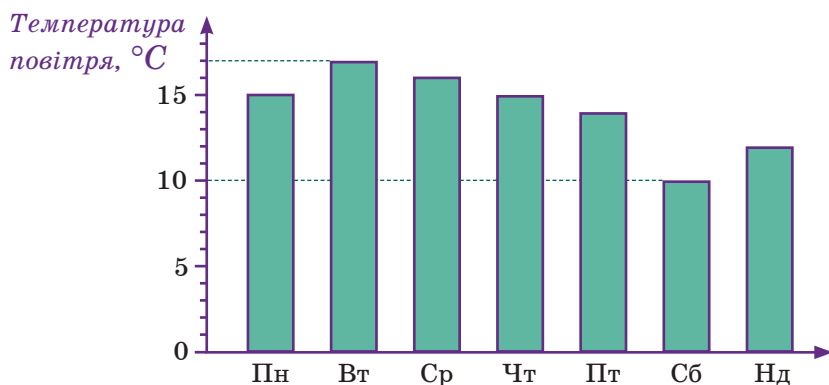


Рис. 63

Подані у вигляді стовпчиків значення температури краще сприймаються, дозволяють візуально відстежити зміну температури протягом тижня: побачити, у які дні температура була найбільшою, найменшою, на скільки градусів найбільша температура відрізняється від найменшої.

Будуючи стовпчасту діаграму, для всіх стовпчиків вибирають однакову ширину, а їхні висоти задають так, щоб вони відповідали значенням величин. Розглянемо приклад.

Задача 1. Маса дятла дорівнює 90 г, голуба — 280 г, ворони — 400 г, грача — 340 г. Побудувати стовпчасту діаграму мас цих птахів.

Опишемо побудову діаграми (рис. 64). Уважатимемо, що стовпчику заввишки 1 см відповідає маса 100 г. Тоді задані маси потрібно зображати стовпчиками такої висоти:

дятла — $90 : 100 = 0,9$ (см);
 голуба — $280 : 100 = 2,8$ (см);
 ворони — $400 : 100 = 4$ (см);
 грача — $340 : 100 = 3,4$ (см).

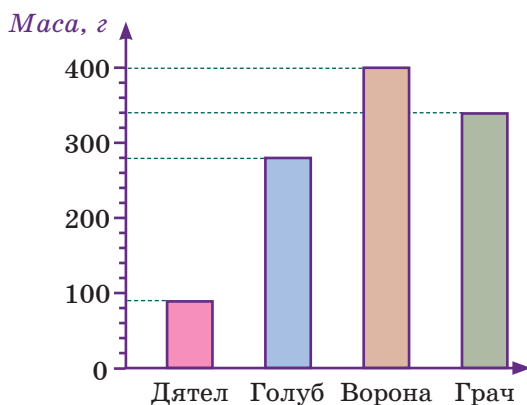


Рис. 64

Діаграму, зображену на рисунку 65, називають *круговою*. На ній відображено рельєф суходолу України — показано, скільки відсотків площі суходолу припадає на низовини, височини і гори.

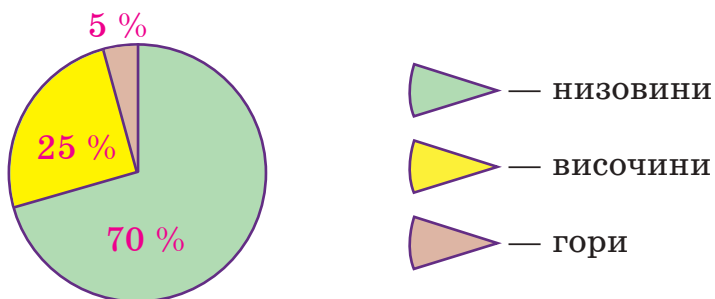


Рис. 65

Кругові діаграми найчастіше застосовують тоді, коли потрібно відобразити співвідношення частин деякої величини (наприклад, частин площі суходолу).

Для тих, хто хоче знати більше —————

Задача 2. Після збору врожаю зернових культур з'ясувалося, що 50 % усього врожаю становить пшениця, 15 % — жито, 10 % — овес і 25 % — ячмінь. Побудувати кругову діаграму розподілу врожаю зернових за видами культур.

Опишемо побудову діаграми (рис. 66).

Уважаємо, що на весь урожай (на 100 % урожаю) припадає весь круг. Тоді на врожай пшениці (50 %) припадає півкруг, а на врожай ячменю (25 %) — чверть круга, тобто сектор з кутом 90° .

Оскільки на 25 % круга припадає сектор з кутом 90° , то на 1 % круга припадає сектор з кутом $90^\circ : 25 = 3,6^\circ$. Тоді на врожай вівса (10 % усього врожаю) припадає сектор з кутом $3,6^\circ \cdot 10 = 36^\circ$. Такий сектор будуюмо за допомогою транспортира. Тоді решта круга — сектор, який припадає на врожай жита.

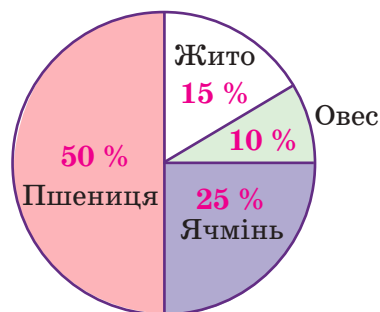


Рис. 66

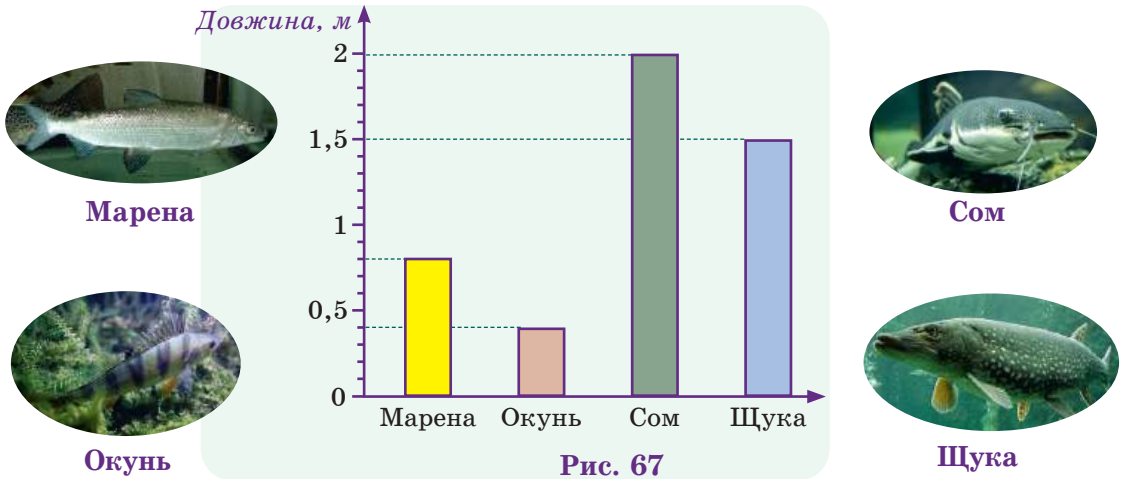
На круговій діаграмі на 1 % круга припадає сектор з кутом $3,6^\circ$.



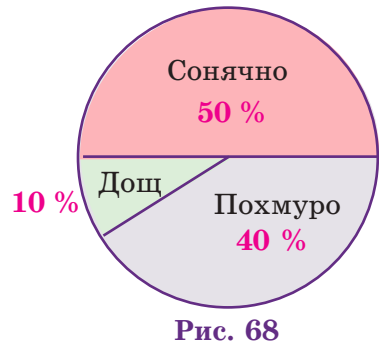
1. Для чого використовують діаграми?
2. Як будують стовпчасту діаграму?

Усно

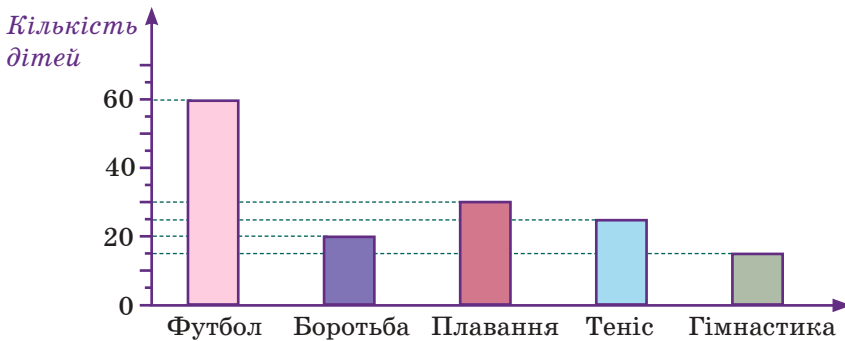
805. На рисунку 67 зображено діаграму довжин кількох ріб річки Дніпра. Укажіть довжину кожної риби.



806. У вересні в місті були сонячні, похмурі та дощові дні. Співвідношення цих днів відображає діаграма (рис. 68). Скільки відсотків днів вересня становлять сонячні дні? Скільки днів вересня були дощовими?



807. Діаграма, зображена на рисунку 69, показує відвідуваність спортивних секцій дитячої спортивної школи.



- 1) Скільки дітей відвідує секцію боротьби? Плавання? Тенісу?
- 2) Яку секцію відвідує найбільше дітей? Найменше?
- 3) На скільки більше дітей відвідує секцію футболу, ніж секцію тенісу?

808. На рисунку 70 зображено діаграму кількості різних видів фруктових дерев саду.

1) Скільки в саду росте груш? Слив?

2) Дерев якого виду в саду найбільше? Найменше?

3) На скільки менше в саду абрикосів, ніж слив?

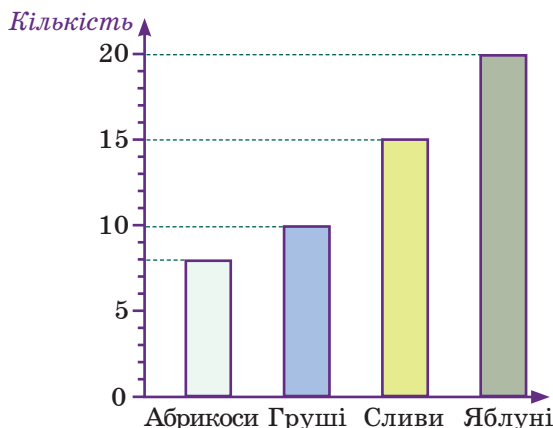


Рис. 70

809. Побудуйте стовпчасту діаграму, користуючись даними про середню тривалість життя таких тварин: горила — 35 років, кінь — 30 років, верблюд — 40 років, крокодил — 60 років.

810. У господарстві 25 курей, 15 качок, 20 гусей і 10 індиків. Побудуйте стовпчасту діаграму розподілу домашніх птахів у господарстві.

811. Побудуйте стовпчасту діаграму розподілу площ приміщень трикімнатної квартири, якщо площа кухні становить 15 % площі квартири, спальні — 20 %, дитячої кімнати — 15 %, вітальні — 30 %, передпокою — 10 %, інших приміщень — 10 %.

812. Побудуйте стовпчасту діаграму розподілу часу учня протягом доби, якщо на сон він витрачає 35 % доби, на навчання — 30 %, на заняття спортом — 5 %, на допомогу батькам, на відпочинок і дозвілля — 30 %.

813. Побудуйте стовпчасту діаграму довжин річок, округливши значення до сотень кілометрів: Вісла — 1047 км, Дніпро — 2201 км, Дністер — 1362 км, Дунай — 2850 км, Сена — 777 км.

814. Побудуйте стовпчасту діаграму площ лиманів та озер України за такими даними: Дністровський лиман — 360 км², озеро Сасик (Кундук) — 210 км², Молочний лиман — 170 км², озеро Ялпуг — 150 км².

815. У першому рядку таблиці вказано чотири продукти, уміст вітаміну С у яких є найбільшим, а в другому — маса вітаміну С в 100 г продукту. Побудуйте стовпчасту діаграму вмісту вітаміну С в цих продуктах.

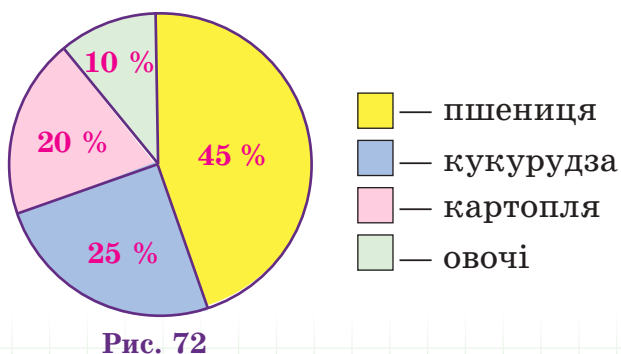
Продукт	Плоди шипшини	Солодкий перець	Смородина	Обліпіха
Маса вітаміну, г	0,65	0,25	0,2	0,2

816. На клумбі посадили 75 кущів квітів — канни, шавлії та жоржини. На рисунку 71 зображено діаграму розподілу кущів цих видів.

- 1) Скільки кущів жоржин посадили на клумбі?
- 2) На скільки більше посадили кущів шавлії, ніж кущів канн?



817. Поле, площа якого 160 га, засіяли пшеницею і кукурудзою та засадили картоплею й овочами. Використовуючи кругову діаграму, зображену на рисунку 72, знайдіть площі, відведені під пшеницю, кукурудзу, картоплю й овочі.





Інтерактивне завдання 26

Стовпчасті та кругові діаграми



- 818.** Добову потребу в їжі рекомендують розподілити на чотири частини: перший сніданок — 25 %, другий сніданок — 15 %, обід — 45 %, вечеря — 15 %. Побудуйте кругову діаграму розподілу добової норми їжі.
- 819.** Здоров'я людини на 50 % залежить від способу її життя. Інші фактори, що впливають на здоров'я: спадковість — 20 %; екологія — 20 %; медичне обслуговування — 10 %. Побудуйте кругову діаграму розподілу факторів здоров'я.

Поміркуйте



- 820.** З повної чашки кави я відпив половину і долив стільки ж молока. Потім я відпив третю частину кави з молоком і долив стільки ж молока. Далі я відпив шосту частину кави з молоком і долив стільки ж молока. Після цього я випив усю каву з молоком. Чого в результаті я випив більше — кави чи молока?

Вправи для повторення



- 821.** Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{15}{2x} = \frac{2,5}{11};$$

$$2) x : 8 = \frac{7}{8} : 0,5.$$

- 822.** Коробка має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 20 см, 30 см і 15 см. Знайдіть площу поверхні коробки.
- 823.** Із 20 кг свіжих слив отримали 4,2 кг сушених. Скільки відсотків становить маса сушених слив від маси свіжих?
- 824.** Після того як у порожній вагон сіло 28 пасажирів, у ньому залишилося вільними $\frac{2}{9}$ усіх місць. На скількох пасажирів розрахований вагон?

27. ЦИЛІНДР. КОНУС. КУЛЯ

Циліндр. Про такі предмети, як склянка, консервна банка, колода кажуть, що вони мають форму *циліндра*, або циліндричну форму.



Циліндр можна утворити, обертаючи прямокутник навколо його сторони (рис. 73). При обертанні сторони AA_1 утвориться *бічна поверхня* циліндра, а при обертанні сторін OA й O_1A_1 — рівні круги, які називають нижньою і верхньою *основами* циліндра. Радіус і діаметр цих кругів називають *радіусом* і *діаметром* циліндра.

Відрізок OO_1 називають *висотою* циліндра, а відрізок AA_1 — його *твірною*. Висота циліндра рівна його твірній.

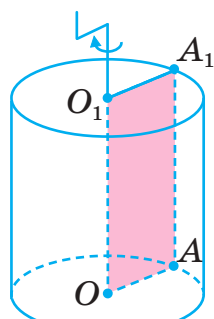
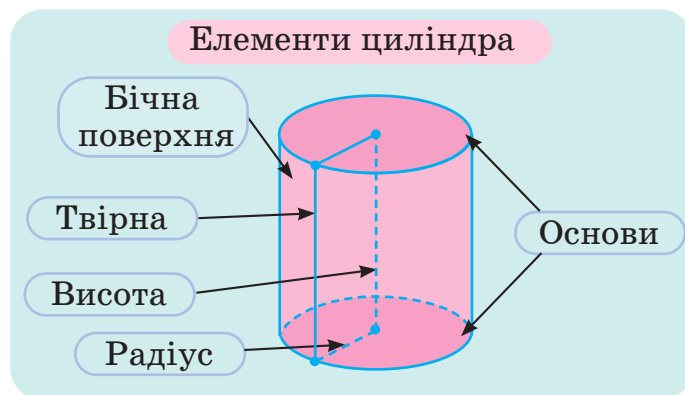


Рис. 73



На рисунку 74 зображено розгортку циліндра, радіус якого дорівнює r , а висота — h . Вона складається з двох рівних кругів, радіус яких дорівнює r , і прямокутника, який є розгорткою бічної поверхні циліндра. Одна сторона прямокутника дорівнює висоті циліндра, а друга — довжині кола, яке обмежує його основу.

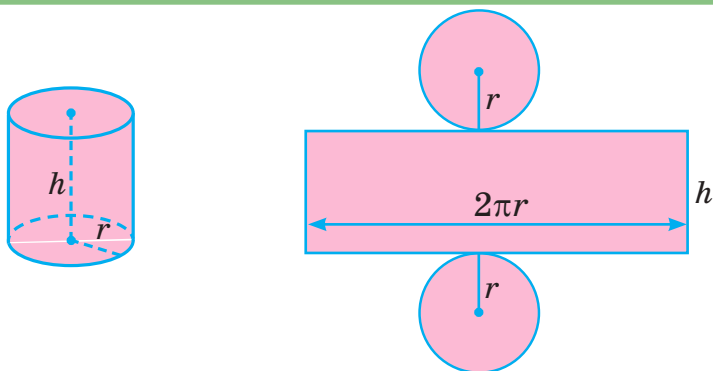


Рис. 74

Як, використовуючи рисунок 74, знайти площу бічної поверхні циліндра?



Ця площа дорівнює площі зображеного прямокутника, тобто $S = 2\pi rh$.

Конус. Предмети, зображені на рисунку 75, мають форму конуса, або конічну форму.



Рис. 75

Конус можна утворити, обертаючи прямокутний трикутник AOB з прямим кутом O навколо сторони OB (рис. 76). При обертанні сторони AB утвориться *бічна поверхня* конуса, а при обертанні сторони OA — *круг*, який називають *основною* конуса. Точку B називають *вершиною* конуса, відрізок OA — *радіусом основи* або *радіусом* конуса, відрізок OB — *висотою*, а відрізок AB — *твірною*.

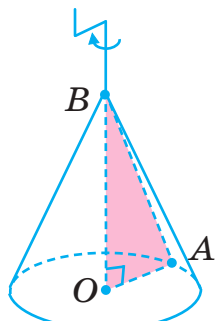
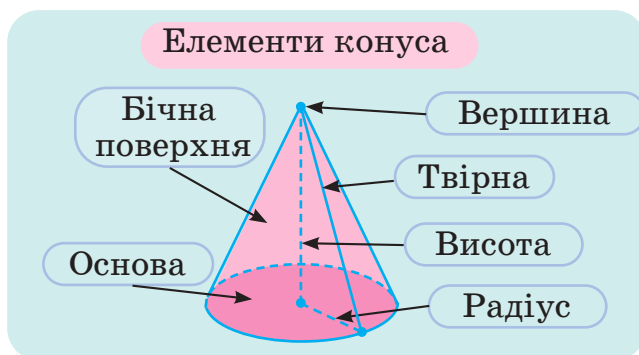


Рис. 76



На рисунку 77 зображено розгортку конуса. Вона складається з круга, радіус якого дорівнює радіусу конуса, і сектора, який є розгорткою бічної поверхні конуса.

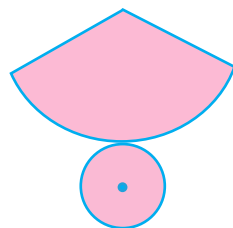


Рис. 77

Куля. Про такі предмети, як м'яч, кавун, глобус кажуть, що вони мають форму *кулі*. Форму, близьку до форми кулі, мають Земля та інші планети, Місяць, Сонце.



Кулю можна утворити, обертаючи півкруг навколо діаметра (рис. 78). При обертанні півкола з кінцями A і B утвориться *сфера* — поверхня, що обмежує кулю. Радіус і діаметр півкруга називають *радіусом* і *діаметром* кулі (сфери), а середину діаметра (точку O) — *центром* кулі (сфери). Усі точки сфери розташовані на тій самій відстані від її центру.

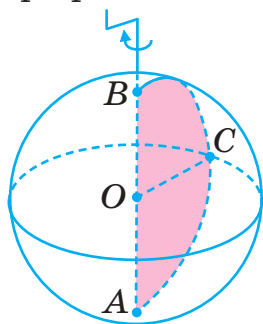
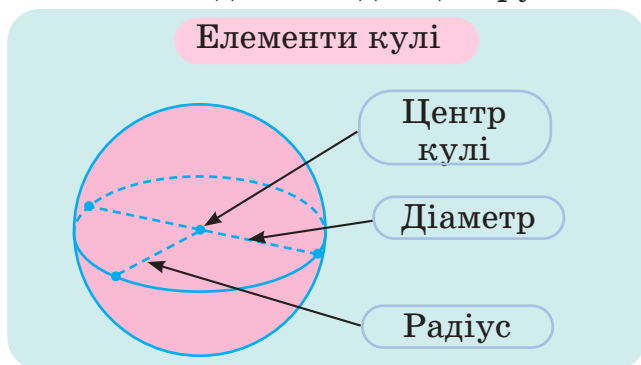


Рис. 78



Якщо кулю, виготовлену з дерева, розпиляти на дві частини (рис. 79), то в перерізі утвориться круг. Кажуть, що цей круг є перерізом кулі площиною. Якщо площина перерізу проходить через центр кулі, то в перерізі утворюється круг, радіус якого дорівнює радіусу кулі.

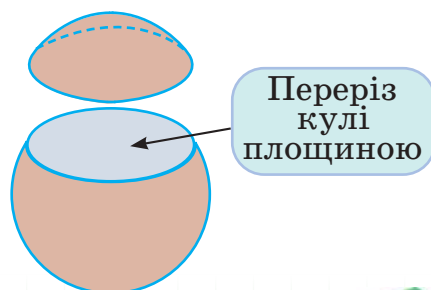


Рис. 79

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти площу бічної поверхні циліндра, радіус якого дорівнює 2 см, а висота — 5 см.

• $S = 2\pi rh \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 5 = 62,8 \text{ (см}^2\text{)}.$ •



1. Як можна утворити циліндр? Конус? Кулю?
2. Поясніть, що називають основою, бічною поверхнею, радіусом, висотою і твірною циліндра; конуса.
3. З яких фігур складається розгортка циліндра? Конуса?
4. Поясніть, що називають центром, радіусом і діаметром кулі.
5. Як називають поверхню кулі?



825. Наведіть приклади предметів, які мають форму циліндра; конуса; кулі.

826. Назвіть радіуси, висоту та твірну циліндра, зображеного на рисунку 80.

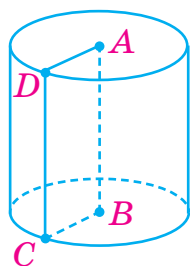


Рис. 80

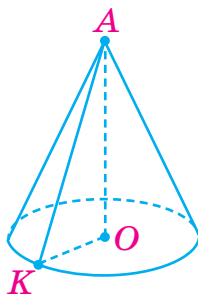


Рис. 81

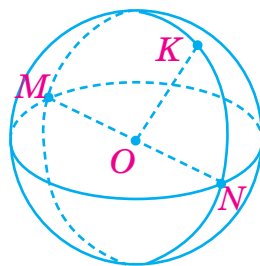


Рис. 82

827. Назвіть радіус, висоту та твірну конуса, зображеного на рисунку 81.

828. Назвіть радіуси, діаметр і центр кулі, зображеної на рисунку 82.



829. Перерисуйте в зошит зображення конуса на рисунку 83. Проведіть відрізки, які зображають радіус, висоту і твірну конуса.

830. Перерисуйте в зошит зображення циліндра на рисунку 84. Проведіть відрізки, які зображають діаметр нижньої основи циліндра, його висоту і твірну.

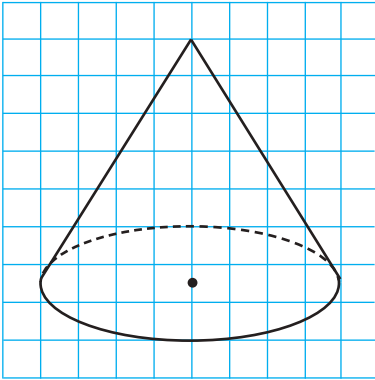


Рис. 83

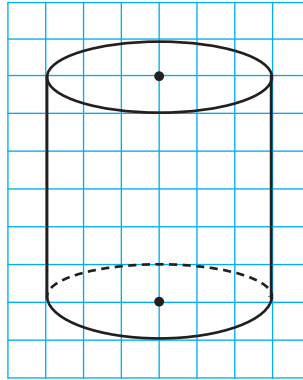


Рис. 84

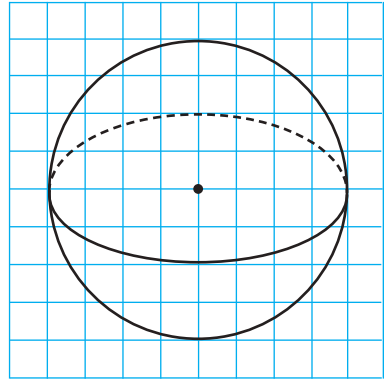


Рис. 85

- 831.** Перерисуйте в зошит зображення кулі на рисунку 85. Проведіть відрізки, які зображають радіус і діаметр кулі.
- 832.** Діаметр циліндра дорівнює 5 см. Знайдіть довжину кола, яке обмежує його основу.
- 833.** Радіус конуса дорівнює 2 см. Знайдіть довжину кола, яке обмежує його основу.
- 834.** Баобаб — одне з найтовстіших дерев у світі. Його стовбур, який має циліндричну форму, опоясали мотузкою завдовжки 28,26 м. Знайдіть діаметр стовбура.



Баобаб

- 835.** Довжина кола, яке обмежує основу конуса, дорівнює 25,12 см. Знайдіть радіус конуса.

- 836.** Коробка для торта має форму прямокутного паралелепіпеда, основою якого є квадрат зі стороною 30 см, а висота дорівнює 20 см. У цю коробку помістили торт циліндричної форми. Знайдіть найбільші можливі значення радіуса і висоти торта.

- 837.** У коробці циліндричної форми є тенісні м'ячики, радіус кожного з яких дорівнює 3,35 см. Скільки щонайбільше м'ячиків може бути в коробці, якщо її висота дорівнює 42 см, а діаметр — 6,7 см?



838. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра, радіус якого дорівнює 3 см, а висота — 4 см.
839. Паперова смужка охоплює бічну поверхню консервної банки циліндричної форми. Знайдіть площу смужки, якщо радіус банки дорівнює 5 см, а висота — 3,5 см.
840.  Накресліть розгортку циліндра, радіус якого дорівнює 1 см, а висота — 2 см. Знайдіть площу повної поверхні циліндра (вона дорівнює площі розгортки).
841. Знайдіть площу повної поверхні циліндра, радіус якого дорівнює 2 см, а висота — 3 см.
842. Знайдіть довжину екватора Землі, вважаючи, що радіус Землі дорівнює 6400 км. Результат округліть до тисяч кілометрів.



Інтерактивне завдання 27

Циліндр. Конус. Куля



843. Розгорткою бічної поверхні конуса є півкруг, радіус якого дорівнює 10 см. Знайдіть радіус конуса.
844. Чи можна на аркуші паперу розміру 31 см × 32 см накреслити розгортку циліндра, радіус якого дорівнює 5 см, а висота — 9 см?
845. Колона циліндричної форми має діаметр 40 см і висоту 5 м. Чи вистачить 1 кг фарби, щоб пофарбувати бічну поверхню колони, якщо на 1 м² витрачати 150 г фарби?

Поміркуйте



846. Знайдіть усі прості числа x та y , для яких виконується рівність $3x - y = 12$.

Вправи для повторення



847. Знайдіть значення виразу:

1) $(2,7 - 0,9) \cdot 2\frac{1}{3}$;

2) $3\frac{2}{7} + 1\frac{5}{14} : 0,5$.

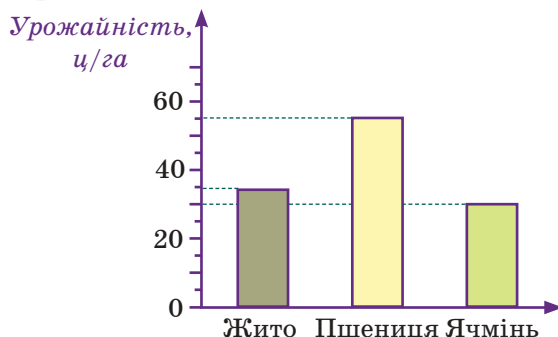
848. Термометр показує температуру 14°C . Знайдіть покази термометра, якщо температура збільшиться на 4°C ; зменшиться на 6°C .
849. З міста в одному напрямку одночасно виїхали два автомобілі. Швидкість першого автомобіля на 6 км/год більша за швидкість другого. Знайдіть відстань між автомобілями через $1,2\text{ год}$ руху.
850. Насос може викачати з басейну $0,4$ усієї води за 1 год . Після того як він пропрацював 2 год , у басейні залишилося 160 м^3 води. Скільки кубометрів води було в басейні спочатку?

Завдання для самоперевірки № 4

Початковий рівень

1. На діаграмі зображено врожайність зернових культур у господарстві. Укажіть урожайність ячменю в цьому господарстві.

А 25 ц/га Б 30 ц/га
В 35 ц/га Г 40 ц/га



2. Знайдіть відношення чисел: 20 до 5 .
- А 100 Б 15 В 4 Г $\frac{1}{4}$
3. Яка з наведених рівностей не є пропорцією?
- А $15 : 10 = 6 : 4$ Б $2 : 6 = 5 : 15$
В $6 : 4 = 25 : 15$ Г $\frac{9}{12} = \frac{30}{40}$
4. Знайдіть невідомий член пропорції $y : 2 = 8 : 4$.
- А 1 Б 8 В 16 Г 4
5. За кілька однакових зошитів заплатили 36 грн . Скільки гривень довелося б заплатити, якби таких зошитів купували вдвічі більше?
- А 72 грн Б 54 грн В 38 грн Г 18 грн
6. Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює 5 см .
- А $3,14\text{ см}$ Б $15,7\text{ см}$ В $31,4\text{ см}$ Г $62,8\text{ см}$

Середній рівень

7. Площа поля 200 га, з них 10 га засадили соняшником. Скільки відсотків поля засадили соняшником?
А 50 % Б 25 % В 10 % Г 5 %
8. Знайдіть відстань між двома пунктами, якщо відстань між ними на карті з масштабом 1 : 50 000 дорівнює 4 см.
А 200 км Б 20 км В 2 км Г 0,2 км
9. Знайдіть площу круга, діаметр якого дорівнює 8 см.
А 200,96 см² Б 100,48 см² В 75,48 см² Г 50,24 см²
10. 80 кг морської води містять 2 кг солі. Скільки кілограмів солі містять 100 кг такої води?
А 1,5 кг Б 2,5 кг В 3 кг Г 4 кг

Достатній рівень

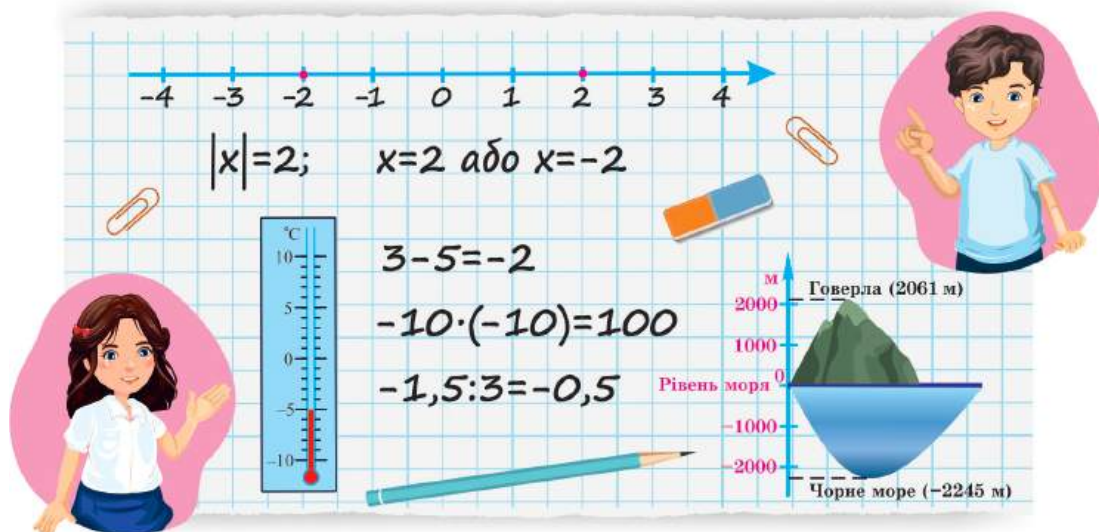
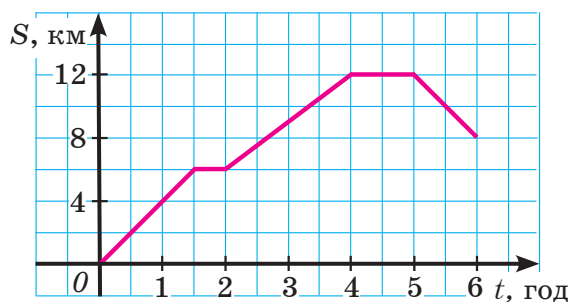
11. Розв'яжіть рівняння $\frac{6}{x+2} = \frac{2}{9}$.
12. Клумба має форму круга. Знайдіть площу клумби, якщо довжина кола, яке її обмежує, дорівнює 18,84 м.
13. Два сувої тканини мають ту саму вартість. У першому сувої 40 м тканини, а в другому — 32 м. Скільки гривень коштує 1 м тканини другого сувою, якщо 1 м першого коштує 44 грн?
14. Площа першої ділянки 50 м², а другої — 40 м². На скільки відсотків площа першої ділянки більша за площу другої?

Високий рівень

15. Банк дав клієнту кредит терміном на 1 рік зі ставкою 8 % річних. Через рік клієнт має повернути банку 27 000 грн. Яку суму кредиту дав банк?
16. Хвилинна стрілка годинника має довжину 6 см. Знайдіть площу сектора, який описує ця стрілка за 10 хв.
17. Сплав міді та срібла має масу 500 г і містить 30 % срібла. Додавши до сплаву ще 250 г міді, отримали новий сплав. Знайдіть відсотковий уміст срібла в новому сплаві.
18. Маса коня відноситься до маси оленя як 7 : 2, а маса оленя до маси зубра — як 4 : 17. Знайдіть масу зубра, якщо вона на 60 кг більша за масу коня.

РОЗДІЛ IV

РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ



У цьому розділі ви дізнаєтеся:

- які числа називають додатними; від'ємними;
- які числа називають цілими; раціональними;
- що таке модуль числа;
- як порівнюють раціональні числа;
- як виконують дії з раціональними числами;
- про нові властивості рівнянь;
- які прямі називають паралельними; перпендикулярними;
- що таке координатна пряма; площина.

§ 5. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА.

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

28. ДОДАТНІ ТА ВІД'ЄМНІ ЧИСЛА. ЧИСЛО 0

Досі ми розглядали лише натуральні та дробові числа. Виявляється, що для опису багатьох явищ таких чисел не вистає. Розглянемо приклад.

На всіх термометрах зі шкалою Цельсія позначці 0 відповідає 0°C — температура замерзання води (або, що те саме, температура танення льоду). На рисунку 86 термометр показує 5 градусів вище нуля. Про таку температуру ще кажуть: 5 градусів тепла, або плюс 5°C (пишуть $+5^{\circ}\text{C}$). Якщо термометр показує 5 градусів нижче нуля (рис. 87), то про таку температуру кажуть: 5 градусів морозу, або мінус 5°C (пишуть -5°C).



Рис. 86

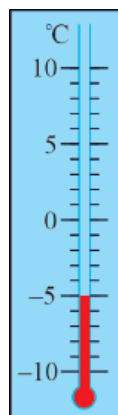


Рис. 87

Отже, наведені значення температури можна задавати числом зі знаком «+» або «-»: $+5^{\circ}\text{C}$; -5°C .

Температура може дорівнювати і $+15^{\circ}\text{C}$, $+7,6^{\circ}\text{C}$, -12°C , $-1,5^{\circ}\text{C}$ тощо.

Числа зі знаком «+» називають *додатними*. Наприклад, $+2$; $+8,5$; $+2\frac{3}{5}$ — додатні числа.

Числа зі знаком «-» називають *від'ємними*. Наприклад, -1 ; $-3,2$; $-1\frac{2}{7}$ — від'ємні числа.

Число 0 відділяє додатні числа від від'ємних.

Число 0 є ні додатним, ні від'ємним.

Записуючи додатні числа, знак «+», як правило, опускають і, наприклад, замість $+5$ пишуть 5. При цьому розуміють, що $+5 = 5$, тобто $+5$ і 5 — це різні позначення того самого числа.

Від'ємні числа визначають не лише температуру. Ними, наприклад, можна задавати положення певного місця земної поверхні відносно рівня моря (див. рис. 88). Вершини гір розташовані вище від рівня моря, їх положення задають додатними числами. Западини морів та океанів розташовані нижче від рівня моря, їх положення задають від'ємними числами.

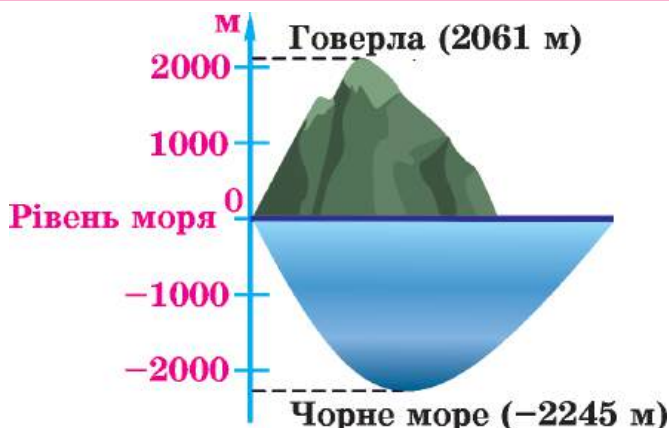


Рис. 88

Число -5 від'ємне, а число 3 (або $+3$) — додатне. Кажуть, що ці числа мають *різні знаки*. Про два додатні числа або два від'ємні числа кажуть, що вони мають *однакові знаки*. Наприклад, однакові знаки мають числа 3 і $4,5$; -5 і $-2,1$.



1. Який знак використовують для позначення додатних чисел? Від'ємних чисел?
2. Наведіть приклади додатних чисел; від'ємних чисел.
3. Яке число є ні додатним, ні від'ємним?
4. Наведіть приклади чисел різного знака; однакового знака.

Усно

851. Прочитайте числа: $4,2$; -3 ; $-8\frac{2}{3}$; 1000 ; 0 ; $-2,87$; $3\frac{2}{9}$. Які з них є: 1) від'ємними; 2) додатними?

852. Укажіть покази термометрів, зображених на рисунку 89.

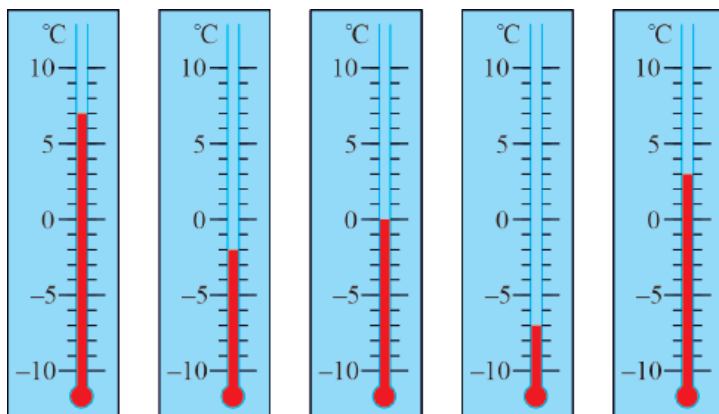


Рис. 89

853. Різні чи однакові знаки мають числа:

- 1) $-4,2 \div -8$; 2) $-2 \div 3,6$; 3) $50 \div -7$; 4) $8 \div 5,64$?



854. Запишіть за допомогою чисел зі знаками «+» або «-» повідомлення служби погоди:

- 1) 15 градусів тепла; 2) 2 градуси морозу;
3) 20 градусів нижче нуля; 4) 7 градусів вище нуля.

855. Запишіть за допомогою чисел зі знаками «+» або «-» положення вершин гір і западин морів відносно рівня моря за такими даними:

- 1) висота гори Говерла 2061 м;
- 2) висота гори Еверест 8849 м;
- 3) найбільша глибина Азовського моря 13,5 м;
- 4) найбільша глибина Середземного моря 5121 м.

856.  Якщо у футбольному турнірі команда забила 8 м'ячів, а пропустила 5, то ця команда забила на 3 м'ячі більше, ніж пропустила. У такому випадку кажуть, що різниця забитих і пропущених командою м'ячів дорівнює $+3$. Якщо ж навпаки, команда забила 5 м'ячів, а пропустила 8, то різниця забитих і пропущених м'ячів дорівнює -3 . Заповніть таблицю:

Команда	Забито м'ячів	Пропущено м'ячів	Різниця м'ячів
Зоря	18	9	
Нива	11	8	
Лисоня	10	12	
Бровар	8	18	

857. Запишіть деякі три числа, які мають той самий знак, що й число: 1) 4; 2) $-2,8$.

858. Запишіть деякі три пари чисел, у кожній з яких числа мають різні знаки.



859. Заповніть таблицю.

Дата	Температура повітря о 12:00	Зміна температури через 8 год	Температура повітря о 20:00
05.11	+3 °C	Знизилася на 4 °C	
01.12	-2 °C	Підвищилася на 2 °C	
08.12	-5 °C	Підвищилася на 3 °C	
18.12	-12 °C	Знизилася на 5 °C	

860. Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рисунку 90, якщо:

- 1) температура підвищиться на 3 °C;
- 2) температура знизиться на 3 °C;
- 3) температура знизиться на 6 °C;
- 4) стовпчик термометра підніметься на 2 поділки;
- 5) стовпчик термометра опуститься на 4 поділки?



Рис. 90

861.  Якщо підприємець має на рахунку в банку 20 000 грн, то казатимемо, що в розрахунках з банком він має +20 000 грн. Якщо ж підприємець узяв у банку 20 000 грн кредиту, то казатимемо, що в розрахунках з банком він має -20 000 грн. Скільки гривень має підприємець у розрахунках з банком, якщо він:

- 1) має на рахунку 45 000 грн; 2) узяв 30 000 грн кредиту;
- 3) має на рахунку 25 000 грн і взяв 20 000 грн кредиту;
- 4) має на рахунку 15 000 грн і взяв 20 000 грн кредиту?

862. Підводний човен спочатку плив на глибині 250 м, далі опустився ще на 300 м, а потім піднявся на 350 м. На якій глибині опинився підводний човен?

863. Квадрокоптер завис на висоті 30 м, потім опустився на 15 м, а згодом піднявся на 20 м. На якій висоті опинився квадрокоптер?





Інтерактивне завдання 28

Додатні та від'ємні числа



Поміркуйте



864. Для однакових комплектів приготували ручки, олівці та фломастери — усього 760 штук. Ручок приготували на 80 більше, ніж фломастерів, а олівців — на 120 менше, ніж ручок. Яку найбільшу кількість однакових комплектів можна скласти, використавши всі ручки, олівці та фломастери?

Вправи для повторення



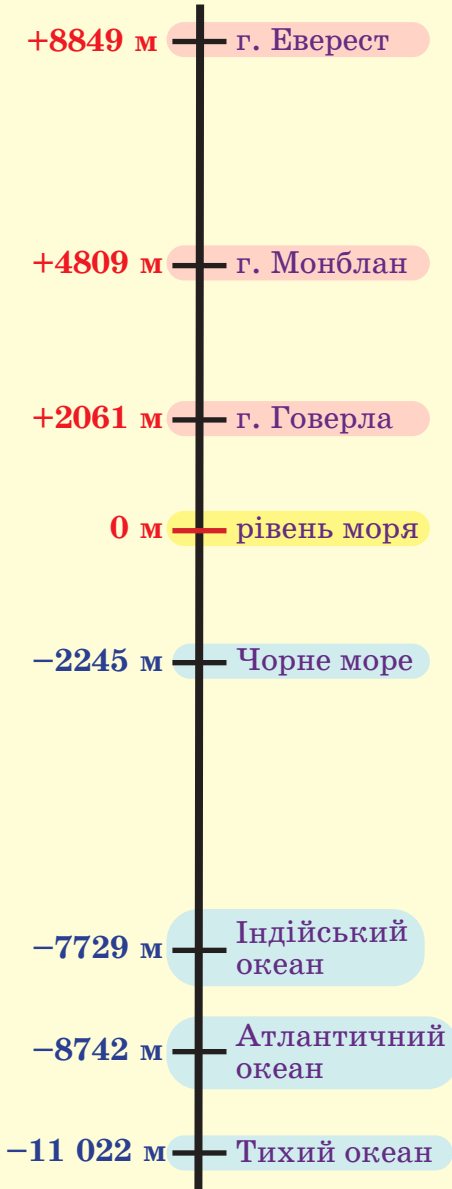
865. Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний відрізок 5 клітинок зошита. Позначте на ньому точки: $A(2)$; $B(0,8)$; $C(1,4)$.
866. Виконайте дії:
1) $376 \cdot 208 - 134\,415 : 435$;
2) $(96,6 + 98,6) : 64 - 0,05 : 0,5$.
867. Ірина зайшла в ліфт дванадцятиповерхового будинку на сьомому поверсі, проїхала 4 поверхи і вийшла. На котрому поверсі вийшла Ірина?
868. Села A , B , C і D розташовані на прямолінійному шляху, що йде з півночі на південь. Відомо, що село A розташоване південніше від села B на 12 км, село C — північніше від села B на 6 км, а село D — південніше від села C на 10 км. Із села B в південному напрямку виїхав велосипедист і, проїхавши 5 км, зупинився. 1) Чи проїхав велосипедист якийсь із названих сіл? 2) Між якими селами зупинився велосипедист?

Цікаво знати



Від'ємні числа почали використовувати значно пізніше, ніж натуральні числа і звичайні дроби. До ідеї від'ємного числа першими прийшли в Китаї у II ст. до н. е. У Європі від'ємні числа почали застосовувати, починаючи з XII ст., однак ставилися до них з недовірою, називаючи ці числа «фіктивними», «абсурдними», «хибними» тощо. «Справжніми» числами вважали лише додатні числа. Лише в XVII ст. від'ємні числа були повністю визнані й стали повноправним атрибутом математики.

Висоти та глибини



Температури



г. Еверест



г. Монблан



г. Говерла

29. КООРДИНАТНА ПРЯМА

Додатні числа і число 0 ми зображали точками координатного променя. Щоб зображати точками і від'ємні числа, використовують *координатну пряму*.

Накреслимо горизонтальну пряму і позначимо на ній деяку точку O — *початок відліку* (рис. 91). У відповідність точці O поставимо число 0. Виберемо одиничний відрізок. Тепер на проведеній прямій можна позначати додатні та від'ємні числа (точки, що відповідають цим числам).

Додатні числа прийнято позначати праворуч від точки O , а від'ємні — ліворуч. Тому напрямок праворуч від початку відліку називають *додатним*, а ліворуч — *від'ємним*. Додатний напрямок показує стрілка. Щоб позначити, наприклад, число 2, потрібно від точки O відкласти два одиничні відрізки праворуч. Щоб позначити число -3 , потрібно від точки O відкласти три одиничні відрізки ліворуч.

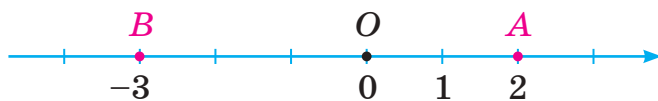


Рис. 91



Пряму з вибраними на ній початком відліку, одиничним відрізком і вказаним додатним напрямком називають *координатною прямою*.

На рисунку 92 точки A , B і C відповідають числам -2 , $-1\frac{1}{3}$ і $2,5$. Число, якому відповідає певна точка координатної прямої, називають *координатою* цієї точки. Отже, точка A має координату -2 , точка B — координату $-1\frac{1}{3}$, точка C — координату $2,5$. Пишуть: $A(-2)$; $B\left(-1\frac{1}{3}\right)$; $C(2,5)$.

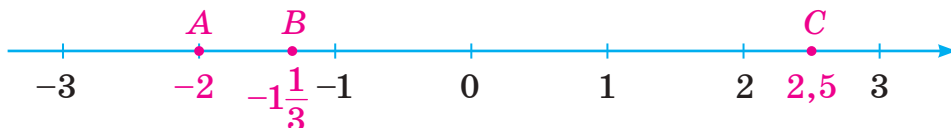


Рис. 92

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Точку $B(-3)$ координатної прямої перемістили на 5 одиниць праворуч і одержали точку C . Яку координату має точка C ?

- Положення точки C вказано на рисунку.



Точка C має координату 2: $C(2)$. ●



1. Яку пряму називають координатною прямою?
2. Який напрямок на координатній прямій називають додатним? Від'ємним?
3. Що називають координатою точки?



869. Яку координату має точка M , якщо вона розташована від початку відліку:

- 1) на 3 одиниці праворуч;
- 2) на 7 одиниць ліворуч?

870. Розгляньте координатну пряму на рисунку 93.

- 1) Яким числом відповідають точки O , A , B , C і D цієї прямої?
- 2) Які координати мають точки B і C ?

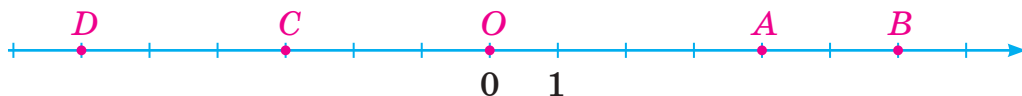


Рис. 93

871. Яка з точок розташована на координатній прямій ближче до початку відліку: 1) $M(28)$ чи $N(16)$; 2) $K(-12)$ чи $L(-20)$?



872. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 94.

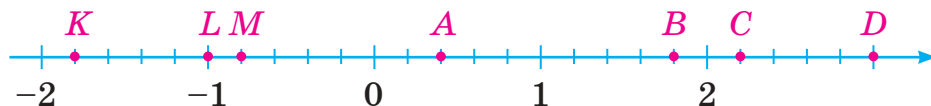


Рис. 94

873. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 95.

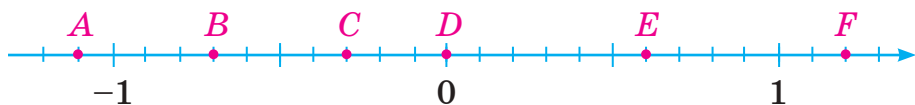


Рис. 95

874. Запишіть які-небудь три числа, що розташовані на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа -5 ;
- 2) праворуч від числа -7 ;
- 3) між числами -5 і $0,6$;
- 4) між числами -3 і -2 .

875. Запишіть які-небудь два числа, що розташовані на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа 2 ;
- 2) праворуч від числа -1 ;
- 3) ліворуч від числа -8 ;
- 4) між числами -2 і 0 .

876. Накресліть координатну пряму з одиничним відрізком завдовжки 1 см і позначте на ній числа: 3 ; -4 ; $4,5$; $-3,5$; $1\frac{1}{2}$; $-2\frac{1}{2}$.

877. Накресліть координатну пряму з одиничним відрізком завдовжки 1 см і позначте на ній числа: -3 ; $-1,5$; $-0,5$; 2 ; $3,5$; 5 .

878. Накресліть координатну пряму з одиничним відрізком завдовжки 25 мм і позначте на ній точки: $A(1,2)$; $B(-1,8)$; $C(-0,5)$; $D(2,4)$; $E\left(1\frac{4}{5}\right)$; $F\left(-2\frac{1}{5}\right)$.

879. Накресліть координатну пряму з одиничним відрізком завдовжки 20 мм і позначте на ній точки: $K(-2)$; $L(3)$; $M(-3,5)$; $N(0,5)$; $P\left(-1\frac{1}{4}\right)$.

880. Накресліть координатну пряму та позначте на ній точку $M(-2)$. Позначте на цій прямій точку, яка лежить:

- 1) праворуч від точки M на відстані 6 одиниць;
- 2) ліворуч від точки M на відстані 2 одиниці.

Знайдіть координати одержаних точок.

881. Накресліть координатну пряму та позначте на ній точку $A(2)$. Позначте на цій прямій точку, яка лежить:

- 1) праворуч від точки A на відстані 3 одиниці;

2) ліворуч від точки A на відстані 4 одиниці.

Знайдіть координати одержаних точок.

- 882.** Накресліть координатну пряму та позначте на ній точки $A(-4)$, $B(2)$ і таку точку C , яка є серединою відрізка AB . Знайдіть координату точки C .



- 883.** На координатній прямій позначили точку $M(-3)$. Які координати мають точки, віддалені від точки M на:

1) 2 одиниці; 2) 3 одиниці; 3) 5 одиниць?

- 884.** Накресліть координатну пряму та позначте на ній точку $B(1,5)$. Позначте на цій прямій точки, які лежать на відстані 3 одиниці від точки B . Знайдіть координати одержаних точок.

- 885.** У якому напрямку та на скільки одиниць потрібно перемістити точку A координатної прямої, щоб вона перейшла в точку B , якщо:

1) $A(-2)$, $B(3)$; 2) $A(-1)$, $B(-7)$?

- 886.** На координатній прямій точку $A(-2)$ перемістили на кілька одиниць праворуч і отримали точку $B(7)$. Після цього точку B перемістили на стільки ж одиниць праворуч і отримали точку C . Знайдіть координату точки C .

- 887.** На координатній прямій точка M є серединою відрізка AB . Знайдіть координату точки B , якщо $A(-2,5)$, $M(3)$.

- 888.** На координатній прямій точка L є серединою відрізка MN . Знайдіть координату точки M , якщо $N(5)$, $L(-1)$.

- 889.** Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 2 см. Знайдіть відстань між точками:

1) $A(-3)$ і $B(0)$; 2) $C(-5)$ і $D(2)$; 3) $E(-4,5)$ і $F(3)$.

- 890.** Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 5 мм. Знайдіть відстань між точками:

1) $A(-2)$ і $B(6)$; 2) $C(-4)$ і $D(3)$.



Інтерактивне завдання 29

Координатна пряма





891. На рисунку 96 точкою A позначено будинок Алли, точкою B — будинок Вадима, а однією з точок K, L, M, N — школу. 1) Якою точкою позначено школу, якщо вона відповідає числу 0? 2) На скільки метрів далі від школи розташований будинок Алли, ніж будинок Вадима, якщо довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 50 м?

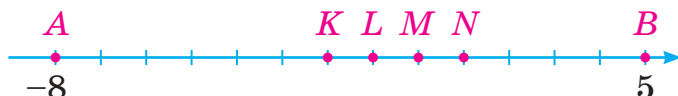


Рис. 96

892. Знайдіть координати точок K, M і N на рисунку 97.



Рис. 97

893. На координатній прямій дано точки $A(-6)$ і $B(4)$. Знайдіть координату точки C , яка ділить відрізок AB у відношенні 2 : 3.

Поміркуйте



894. Із 24 однакових бутлів 5 заповнені водою доценту, 11 — навіпіл, а 8 бутлів порожні. Розділіть їх на 3 частини так, щоб у кожній була та сама кількість бутлів і та сама маса води.

Вправи для повторення



895. Скільки чисел натурального ряду розташовані між числами 25 і 50; 78 і 115?
896. Із міста одночасно в протилежних напрямках виїхали два автомобілі. Знайдіть відстань між ними через 2 год руху, якщо швидкість кожного автомобіля дорівнює 70 км/год.
897. Висота ялинки на початку літа дорівнювала 2 м, а в кінці — 2 м 16 см. На скільки відсотків збільшилася висота ялинки за літо?
898. Два автомати, працюючи разом, можуть виготовити партію деталей за 6 год. Після 3 год спільної роботи перший автомат вимкнули, а другий за 5 год завершив виготовлення деталей. За скільки годин кожний автомат, працюючи окремо, може виготовити всі деталі?

30. ЦІЛІ ТА РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА

Щоб на координатній прямій позначити числа 3 і -3 , потрібно від початку відріку відкласти 3 одиничні відрізки в додатному напрямку та стільки ж одиничних відрізків у протилежному (від'ємному) напрямку (рис. 98). Такі числа називають *протилежними*: число 3 протилежне числу -3 , а число -3 протилежне числу 3. Числа 1,5 і $-1,5$ також є протилежними.

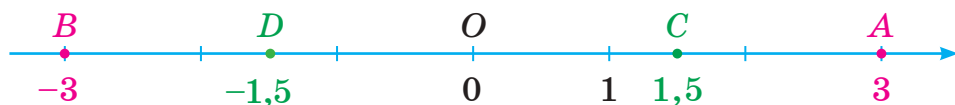


Рис. 98

Два числа, які на координатній прямій розташовані по різні боки, але на однаковій відстані від початку відріку, називають *протилежними* числами.

Число, протилежне числу a , позначають $-a$. Щоб записати протилежне число, достатньо лише змінити знак числа a на протилежний. Наприклад, якщо $a = 4$, то $-a = -4$; якщо $a = -\frac{1}{3}$, то $-a = \frac{1}{3}$.

Якщо $a \neq 0$, то числа a та $-a$ мають протилежні знаки. Число 0 протилежне самому собі: якщо $a = 0$, то $-a = 0$.

Запис $-(-2)$ позначає число, протилежне числу -2 , тобто число 2. Тому $-(-2) = 2$. Узагалі, для будь-якого числа a виконується рівність

$$-(-a) = a.$$

Для натуральних чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... протилежними є числа $-1, -2, -3, -4, -5, -6, \dots$



Натуральні числа, протилежні їм числа і число 0 називають цілими числами.

... $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

Цілі числа

Натуральні числа називають ще *цілими додатними* числами, а числа $-1, -2, -3, -4, -5, -6, \dots$ — *цілими від'ємними* числами.

$\dots -6, -5, -4, -3, -2, -1, \underline{0}, \underline{1, 2, 3, 4, 5, 6}, \dots$

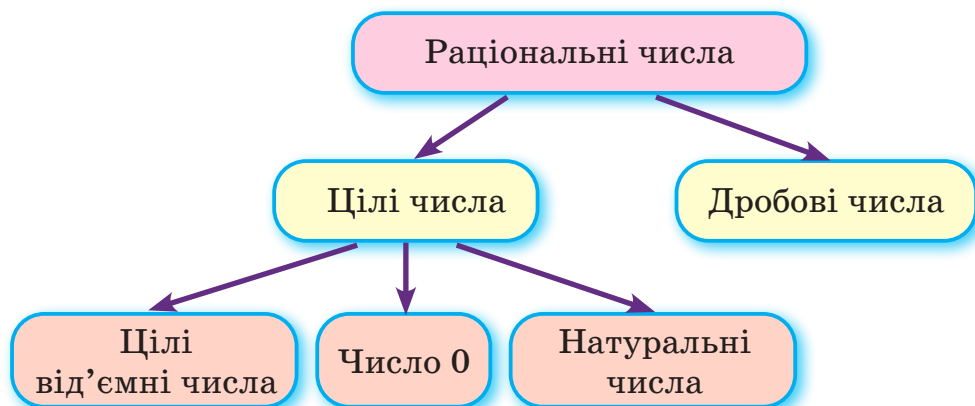
Цілі від'ємні числа

Цілі додатні числа



Цілі та дробові числа називають раціональними числами.

Наприклад, $28; 2,51; 3\frac{2}{9}; -45; -30,5; -8\frac{2}{3}; 0$ — раціональні числа.



Усі додатні числа та число 0 називають *невід'ємними* числами, а всі від'ємні та число 0 — *недодатними* числами. Наприклад, $0, 9, 4,8$ — невід'ємні числа; $0, -3, -7,5$ — недодатні числа.

Для тих, хто хоче знати більше — — — — —



Будь-яке раціональне число можна записати у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу. Наприклад,

$$-4 = -4,0; \quad -\frac{3}{4} = -0,75; \quad 8\frac{2}{3} = 8,666\dots = 8,(6).$$

Крім раціональних чисел, існують так звані *ірраціональні* числа, які ви будете вивчати у 8 класі. Префікс «ір» означає заперечення: ірраціональне — не раціональне.

Прикладом ірраціонального числа є число π . На відміну від раціональних чисел, його можна записати у вигляді нескінченного *неперіодичного* десяткового дробу:

$$\pi = 3,141592653589793\dots$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Знайти значення n , якщо $-n = 0,4$.

● Число n протилежне числу $-n$, тобто числу $0,4$. Отже, $n = -0,4$. ●



1. Які числа називають протилежними?
2. Додатним чи від'ємним є число, протилежне додатному числу? Від'ємному числу?
3. Яке число протилежне самому собі?
4. Які числа називають цілими? Раціональними?
5. Які числа називають невід'ємними? Недодатними?



899. Назвіть числа, протилежні числам 7 ; -4 ; 0 ; $-9,5$; $15,6$;

$$2\frac{3}{7}; -5\frac{2}{9}.$$

900. Додатним чи від'ємним є число $-a$, якщо:

- 1) a — додатне число; 2) a — від'ємне число?

901. Із чисел 3 ; $-4,2$; 17 ; 0 ; -9 ; $5,6$; -125 ; 456 назвіть усі:

- 1) цілі числа; 2) від'ємні цілі числа;
3) додатні цілі числа.

902. Дано числа: 1 ; 0 ; -1 ; $-2,5$. Для кожного з них укажіть, чи є це число:

- 1) натуральним; 2) цілим; 3) раціональним;
4) дробовим; 5) невід'ємним; 6) недодатним.

903. 1) Чи кожне натуральне число є цілим? Раціональним?

2) Чи кожне ціле число є натуральним? Раціональним?



904. Запишіть усі натуральні числа, менші від 8 , і протилежні їм числа.

905. Запишіть числа, протилежні числам 9 ; $-0,25$; -8 ; $5,6$;

$$-\frac{2}{3}; 3\frac{5}{9}.$$

906. Заповніть таблицю та позначте всі числа таблиці на координатній прямій.

x	5		$-3,5$		0
$-x$		-2		0,5	

907. Позначте на координатній прямій числа 3 і $-1,5$, а також протилежні їм числа.

908. Із чисел -3 ; $2,8$; 12 ; 0 ; $-0,9$; $2\frac{6}{7}$; 56 ; $-\frac{2}{3}$; -25 ; 412 ; -815 випишіть усі:

- 1) натуральні числа; 2) цілі недодатні числа;
3) дробові додатні числа; 4) дробові від'ємні числа.

909. Із чисел 5 ; $-0,4$; -2 ; 0 ; 9 ; $1\frac{1}{3}$; 50 ; $2,5$; -18 випишіть усі:

- 1) натуральні числа; 2) цілі числа;
3) раціональні числа, які не є цілими.

910. Запишіть усі цілі числа, розташовані на координатній прямій між числами:

- 1) 0 і 3 ; 2) -3 і 0 ; 3) -6 і 2 ; 4) $-2,6$ і $3,2$.

911. Скільки цілих чисел розташовано на координатній прямій між числами:

- 1) -9 і -4 ; 2) -4 і 0 ; 3) -3 і 2 ; 4) $-1,5$ і $2,8$?

912. Укажіть два сусідні цілі числа, між якими на координатній прямій розташоване число: 1) $0,5$; 2) $-4,8$.



Інтерактивне завдання 30

Цілі та раціональні числа



913. Знайдіть:

- 1) k , якщо $-k = 2$; $-k = -30$; $-k = -4,1$; $-k = 0$;
2) $-(-b)$, якщо $b = -8$; $b = 0,45$; $b = 0$.

914. Знайдіть значення a , якщо:

- 1) $-a = 4$; 2) $-a = -3,5$; 3) $-(-a) = 8$.

915. Запишіть правильну рівність:

- 1) $-(\square) = 3$; 2) $-(\square) = -9$; 3) $-(\square) = -0,7$.

916. Запишіть правильну рівність:

1) $-(\square) = -7$; 2) $-(\square) = 11$; 3) $-(\square) = 7,5$.

917.  Скільки цілих чисел розташовано на координатній прямій між числами:

1) -43 і 0 ; 2) -16 і 5 ; 3) -25 і 50 ?

918. Скільки цілих чисел розташовано на координатній прямій між числами: 1) -30 і -5 ; 2) -30 і 5 ?



919. Знайдіть значення x , якщо: 1) $-(-(-x)) = -1$; 2) $-(-(-x)) = 4$.

920. Скільки цілих чисел розташовано на координатній прямій між числами: 1) $-100,1$ і $100,1$; 2) -281 і 1000 ?

921. Знайдіть таке натуральне значення a , для якого між числами $-a$ й a на координатній прямій розташовано 25 цілих чисел.

Поміркуйте



922. У кружечках, зображених на рисунку 99, розмістіть числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, щоб суми трьох чисел у кружечках кожної сторони трикутника були однакові.

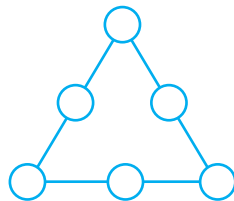


Рис. 99

Вправи для повторення



923. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 1 см. На якій відстані від початку відліку розташована точка: 1) $A(5)$; 2) $B(-2)$; 3) $C(0)$?

924. Розв'яжіть рівняння:

1) $3x - 3,5 = 7$; 2) $4 - 6x = 0,4$.

925. Наталя має в пеналі 4 ручки. Скількома способами вона може взяти з пенала 2 ручки?

926. Пес кинувся наздоганяти господаря, коли той відійшов від нього на 600 м, і наздогнав його через 2 хв. З якою швидкістю йшов господар, якщо пес біг зі швидкістю 360 м/хв?

31. МОДУЛЬ ЧИСЛА

На рисунку 100 автобус та автомобіль перебувають у точках, які відповідають числам -4 і 3 . Відстань від початку відліку (точки O) до автобуса дорівнює 4 одиниці, а до автомобіля — 3 одиниці. Ці відстані називають *модулями* чисел -4 і 3 .

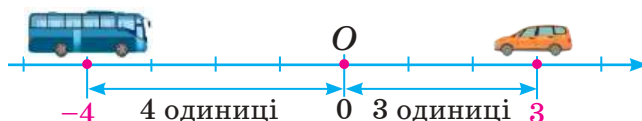


Рис. 100



Модулем числа називають відстань від початку відліку до точки, яка зображує це число на координатній прямій.

Для позначення модуля числа a використовують дві вертикальні риски: $|a|$ (читають: модуль a). Отже, $|-4| = 4$, $|3| = 3$.

На рисунку 100 точка O відповідає числу 0. Можна сказати, що ця точка розташована на відстані 0 одиниць від початку відліку. Тому $|0| = 0$. Модулі інших чисел є додатними числами. Наприклад, $|2| = 2$; $|3,5| = 3,5$; $|-5| = 5$; $|-4,8| = 4,8$.

Модулем будь-якого числа є невід'ємне число.

Модуль додатного числа і числа 0 дорівнює самому числу.

Модуль від'ємного числа дорівнює протилежному йому додатному числу.

$|a| = a$, якщо a — невід'ємне число;

$|a| = -a$, якщо a — від'ємне число.

На координатній прямій протилежні числа a та $-a$ розташовані на однаковій відстані від початку відліку (рис. 101). Маємо висновок:

Модулі протилежних чисел рівні: $|a| = |-a|$.

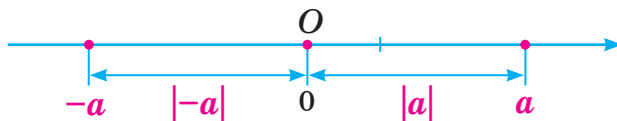


Рис. 101

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Розв'язати рівняння:

$$1) |x| = 3; \quad 2) |x| = 0; \quad 3) |x| = -3.$$

• 1) Існують два числа -3 і 3 , модулі яких дорівнюють 3 . Тому рівняння $|x| = 3$ має два корені $x = -3$ та $x = 3$.

2) Модуль лише числа 0 дорівнює 0 . Тому рівняння $|x| = 0$ має один корінь $x = 0$.

3) Модуль будь-якого числа є невід'ємним числом і не може дорівнювати -3 . Тому рівняння $|x| = -3$ коренів не має.

Відповідь. 1) $-3; 3$; 2) 0 ; 3) коренів немає. •

Вправа 2. Розв'язати рівняння $3|x| + 2 = 8$.

• $3|x| = 8 - 2$; $3|x| = 6$; $|x| = 6 : 3$; $|x| = 2$; $x = -2$ або $x = 2$.

Відповідь. $-2; 2$. •

Вправа 3. Знайти цілі від'ємні числа, для яких є правильною нерівність $|x| < 4$.

• Нерівність $|x| < 4$ є правильною для чисел, які на координатній прямій розташовані між числами -4 і 4 . Серед них цілими від'ємними числами є $-3, -2$ і -1 .

Відповідь. $-3; -2; -1$. •



1. Що називають модулем числа?
2. Як позначають модуль числа?
3. Яких значень може набувати модуль числа?
4. Чому дорівнює модуль додатного числа? Від'ємного числа? Нуля?
5. Як пов'язані між собою модулі протилежних чисел?



927. Чому дорівнює модуль числа: $1,2$; -7 ; 0 ; $-0,3$; 25 ; $0,01$; $-4\frac{2}{3}$; $\frac{5}{9}$?

928. Які з наведених рівностей є правильними?

$$1) |15| = 15; \quad 2) |-15| = -15; \quad 3) |-15| = |15|.$$

929. Чи існує таке число a , що:

$$1) |a| = 10; \quad 2) |a| = -10; \quad 3) |a| = 0?$$

930. На рисунку 102 точками позначені числа, модулі яких дорівнюють 2.



Рис. 102

Порівняйте з числом 2 модуль числа, розташованого на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа -2 ;
- 2) між числами -2 і 2 ;
- 3) праворуч від числа 2 .



931. Знайдіть модулі чисел -125 ; $2,1$; $-1,8$; $0,2$; $-3,01$; $-0,23$.
Запишіть відповідні рівності.

932. Знайдіть $|x|$, якщо $x = -56$; $x = 2,4$; $x = 0,27$; $x = -2\frac{1}{9}$.

933. Знайдіть значення виразу:

1) $|-517| - |311|$; 2) $|-10| \cdot |-2,5|$; 3) $|-6,4| : 1,6$;

4) $1,51 + |-0,49|$; 5) $|\frac{2}{3}| - |-\frac{1}{6}|$; 6) $1\frac{2}{3} \cdot |-\frac{9}{20}|$.

934. Знайдіть значення виразу:

1) $|-17| - |-9|$; 2) $|10,2| + |-3,8|$; 3) $|-25| \cdot 0,8$;

4) $|-4,2| : |-14|$; 5) $|-8| \cdot |-\frac{3}{16}|$; 6) $|-3\frac{2}{5}| + |\frac{1}{10}|$.

935. Знайдіть значення виразу $10 - |a|$, якщо $a = 0$; $a = 5$; $a = -5$; $a = -10$.

936. Знайдіть значення виразу $|b| + 6$, якщо $b = 0$; $b = -4$; $b = 4$.

937. Порівняйте модулі чисел:

1) $3,81$ і $-3,081$; 2) $-11,9$ і -12 ; 3) $0,72$ і $-0,72$.

938. Модуль якого з чисел $14,2$; $-0,56$; -15 ; $0,5$ є найбільшим? Найменшим?

939. Знайдіть x , якщо:

1) $|x| = 6$; 2) $|x| = 1,2$; 3) $|x| = 0$; 4) $|x| = \frac{1}{3}$.

940. Знайдіть x , якщо: 1) $|x| = 7$; 2) $|x| = 0,7$.

941. Позначте на координатній прямій числа, модулі яких дорівнюють: 2 ; 3 ; 0 ; $4,5$; $0,5$.

942. Позначте на координатній прямій числа, модулі яких дорівнюють: 1; 2,5; 3,5; 4.

943. Знайдіть: 1) $|a|$, якщо $|-a| = 10$; 2) $|-a|$, якщо $|a| = 15$.



944. Знайдіть значення виразу $4|b| - |-c|$, якщо:

1) $b = -0,6$; $c = 1,4$; 2) $b = 1\frac{1}{6}$; $c = -2\frac{2}{3}$.

945. Знайдіть значення виразу $|-a| + 2|b|$, якщо $a = -3\frac{1}{5}$; $b = -0,4$.

946. Знайдіть y , якщо: 1) $-|y| = -5$; 2) $-|-y| = -1$.

947. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| - 0,3 = 2$; 2) $3|x| + 5 = 17$;
3) $4 - 2|x| = 1$; 4) $0,2|-x| + 1 = 0$.

948. Розв'яжіть рівняння:

1) $1 - |x| = 0,2$; 2) $2|x| - 16 = 20$; 3) $0,5|-x| + 4 = 4$.

949. Позначте на координатній прямій усі цілі числа, для яких є правильною нерівність: 1) $|x| < 4$; 2) $|x| < 5,8$.

950. Позначте на координатній прямій усі цілі числа, для яких є правильною нерівність $|x| < 4,2$.

951.  Для скількох цілих чисел є правильною нерівність:

1) $|x| < 10$; 2) $|x| < 10,8$; 3) $|x| < 45,5$?

952. Знайдіть які-небудь три цілі від'ємні числа, для яких є правильною нерівність $|x| > 3$.

953. Знайдіть усі цілі від'ємні числа y , для яких $|y| < 7$.



Інтерактивне завдання 31

Модуль числа



954. Чи існує таке додатне число x , для якого значення виразу $x - |x|$ дорівнює: 1) -2 ; 2) 0 ; 3) 2 ?

955. Чи є правильним твердження:

1) якщо $a = -b$, то $|a| = |b|$; 2) якщо $|x| = |y|$, то $x = y$?

956. Позначте на координатній прямій усі цілі значення x , для яких є правильною нерівність $2 < |x| < 4,8$.

957. Розв'яжіть рівняння:

1) $|5 - 2x| = 0$; 2) $|4|x| - 6| = 0$; 3) $|2|x| + 3| = 21$.

958. Розв'яжіть рівняння: 1) $|3x - 9| = 0$; 2) $|2 - 5|x|| = 0$.

Поміркуйте



959. У чарівній скриньці лежать 25 цукерок. З неї дозволяють брати 2, 4, 6 або 8 цукерок, замість них у скриньці з'являються відповідно 4, 8, 2 або 6 нових цукерок. Чи можна зі скриньки забрати всі цукерки?

Вправи для повторення



960. Порівняйте числа:

1) 9841 і 10 559; 2) 10,40 і 10,4; 3) 8,41 і 8,409;

4) $1\frac{7}{8}$ і $2\frac{1}{8}$; 5) $5\frac{1}{2}$ і $5\frac{1}{3}$; 6) $\frac{5}{12}$ і $\frac{7}{18}$.

961. На скільки відсотків число 18 менше від числа 20?

962. Через один кран можна наповнити бак водою за 15 хв, а через другий — за 12 хв. Чи наповниться бак, якщо обидва крани відкрити на 6 хв?

963. Із двох пунктів, відстань між якими 18 км, одночасно назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Знайдіть відстань між ними через 15 хв, якщо швидкість першого велосипедиста дорівнює 24 км/год, що становить 75 % швидкості другого.

32. ПОРІВНЯННЯ ЧИСЕЛ

Ви вмієте порівнювати додатні числа. На рисунку 103 числа a і b позначені точками координатного променя. Яке із цих чисел є меншим?



Рис. 103



Меншим є те число, яке на координатному промені розташоване лівіше, тобто $a < b$.

Таку саму властивість для раціональних чисел має координатна пряма.



Із двох чисел меншим є те число, яке на координатній прямій розташоване лівіше, а більшим — те, яке на координатній прямій розташоване правіше.

На рисунку 104 точка $A(-5)$ розташована на координатній прямій лівіше від точки $C(3)$, тому $-5 < 3$.



Рис. 104

Нерівність $-5 < 3$ можна підтвердити таким прикладом: якщо вранці температура повітря дорівнювала -5°C , а опівдні — $+3^\circ\text{C}$, то ми кажемо, що температура вранці була нижчою (меншою), ніж опівдні.

На координатній прямій додатні числа розташовані правіше від нуля, а від'ємні — лівіше від нуля. Тому:

будь-яке додатне число більше за нуль;
 будь-яке від'ємне число менше від нуля;
 будь-яке від'ємне число менше від будь-якого додатного числа.

На рисунку 104 точка $A(-5)$ розташована лівіше від точки $B(-2)$, тому $-5 < -2$.

Нерівність $-5 < -2$ підтверджує такий приклад: якщо вранці температура повітря дорівнювала -5°C , а опівдні — -2°C , то температура вранці була нижчою (меншою), ніж опівдні.

Порівняємо модулі чисел -5 і -2 . Оскільки $|-5| = 5$, $|-2| = 2$, а $5 > 2$, то $|-5| > |-2|$. Отже, менше число (-5) має більший модуль. Узагалі,

із двох від'ємних чисел меншим є те число, модуль якого більший, а більшим — те, модуль якого менший.

Якщо про число x відомо, що воно більше за 5 або дорівнює 5, то це можна записати у вигляді нерівності: $x \geq 5$, читають: « x більше або дорівнює 5».

Запис $y \leq 4$, читають: « y менше або дорівнює 4».

Наприклад,

натуральними числами, для яких є правильною нерівність $y \leq 5$, є числа 1, 2, 3, 4 і 5;

цілими від'ємними числами, для яких є правильною нерівність $x \geq -3$, є числа $-3, -2$ і -1 ;

цілими числами, для яких є правильною нерівність $-3 \leq a < 3$, є числа $-3, -2, -1, 0, 1$ і 2 .

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Записати у вигляді нерівності твердження:

- 1) a — додатне число;
- 2) y — від'ємне число;
- 3) x — невід'ємне число;
- 4) t — недодатне число;
- 5) число x не менше від 10;
- 6) число b менше від 2 або дорівнює 2.

- 1) $a > 0$; 2) $y < 0$; 3) $x \geq 0$ (невід'ємне число — це нуль або додатне число, тобто число, що дорівнює нулю або більше за нуль); 4) $t \leq 0$ (недодатне число — це нуль або від'ємне число); 5) $x \geq 10$ (якщо число x не менше від 10, то $x = 10$ або $x > 10$); 6) $b \leq 2$. •



1. Яке з двох чисел, позначених на координатній прямій, є меншим? Більшим?
2. Яке з двох чисел більше: від'ємне чи нуль? Від'ємне чи додатне? Додатне чи нуль?
3. Яке із двох від'ємних чисел є меншим? Більшим?



964. Порівняйте числа:

- 1) 5 і 8 ; 2) 3 і 0 ; 3) -7 і 0 ; 4) -6 і 5 ;
- 5) -3 і -2 ; 6) -8 і -12 ; 7) $-6,4$ і $-6,2$; 8) $-\frac{4}{9}$ і $-\frac{5}{9}$.

965. Які з нерівностей є правильними:

- 1) $15 \geq 0$; 2) $-7 \leq 0$; 3) $0 \leq 0$; 4) $0 \geq 0$;
- 5) $7 \leq 6$; 6) $-4 \geq 2$; 7) $-4 \geq -10$; 8) $-7 \leq -10$?



966. Поставте замість зірочки один зі знаків « $>$ », « $<$ » або « $=$ », щоб утворилася правильна нерівність (рівність):

- 1) $-130 * 45$; 2) $42 * -42$; 3) $-20 * -21$; 4) $-1 * -0,8$;
- 5) $-0,79 * -0,8$; 6) $-1\frac{2}{3} * 1$; 7) $-0,5 * -\frac{1}{2}$; 8) $-2\frac{5}{8} * -2\frac{3}{4}$.

967. Порівняйте числа:

- 1) -15 і 0 ; 2) 8 і -9 ; 3) 0 і $-0,01$; 4) -12 і -18 ;
 5) $-1,6$ і $-1,5$; 6) $-0,3$ і $-0,30$; 7) $-\frac{5}{6}$ і -1 ; 8) $-1\frac{1}{3}$ і $-1\frac{1}{4}$.

968. Позначте на координатній прямій числа 0 ; $1,5$; 3 ; 4 ; -4 ; -2 ; $-0,5$ і запишіть їх у порядку зростання.

969. Запишіть у порядку спадання числа
 $-0,31$; $0,3$; $-3,1$; -4 ; $-3,2$; $3,2$; $-0,03$.

970. Запишіть у порядку зростання числа
 -10 ; -15 ; $0,7$; $-0,8$; 18 ; -41 ; $-0,9$; 12 .

971.  Між якими послідовними цілими числами розташоване на координатній прямій число: $-4,5$; $-9,01$; $-0,25$; $0,35$? Запишіть відповідні нерівності.
 Наприклад: $-3 < -2,7 < -2$.

972. Запишіть усі цілі значення y , для яких є правильною нерівність:

- 1) $-2 < y < 4$; 2) $-3 \leq y < 3,5$; 3) $-7,2 < y \leq -3$.

973. Запишіть усі цілі значення x , для яких є правильною нерівність:

- 1) $-3 < x < 3$; 2) $-4,2 < x \leq -2$; 3) $-3 \leq x < 3,5$.

974. Позначте на координатній прямій усі цілі від'ємні числа, більші за $-5,1$.

975. Запишіть п'ять послідовних цілих чисел, найбільшим з яких є число -2 .

976. Запишіть п'ять послідовних цілих чисел, найменшим з яких є число -3 .

977. Запишіть у вигляді нерівності твердження:

- 1) -5 — від'ємне число; 2) 7 — невід'ємне число;
 3) a — недодатне число; 4) число b не більше за 7 .

978. Запишіть у вигляді нерівності твердження:

- 1) 3 — додатне число; 2) -1 — недодатне число;
 3) k — невід'ємне число; 4) число c не менше від 3 .



Інтерактивне завдання 32
Порівняння чисел





979. Запишіть у порядку спадання значення:

$$|-6|; -(-2); \left| -3\frac{5}{12} \right|; |-4,5|; \left| 3\frac{7}{18} \right|; -(-1,8).$$

980. Запишіть у порядку зростання числа, протилежні числам:

$$0,02; -3,2; 4,3; 1,9; -0,5; 1,09.$$

981. Запишіть найбільше і найменше цілі від'ємні числа, модулі яких менші від 12.

982. Запишіть найбільше і найменше цілі значення x , для яких є правильною нерівність $-38 < x \leq -4$.

983. Запишіть усі цифри, які можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність:

1) $-4*5 > -438$;

2) $-2580 > -2*37$.

984. Запишіть усі цифри, які можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність: $-6*58 > -6580$.

985.  На якому з рисунків 105, А – Г зображені числа a і b такі, що:

1) числа a і b додатні, $|a| < |b|$; 2) числа a і b від'ємні, $|a| < |b|$?

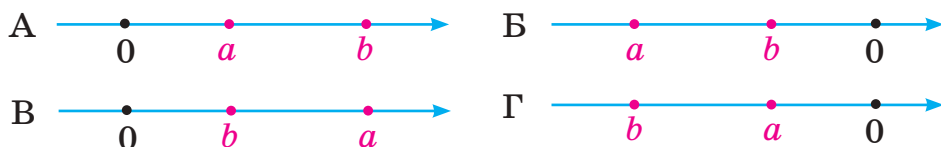


Рис. 105



986. Запишіть усі цілі значення b , для яких одночасно є правильними нерівності $-35 \leq b < -20$ і $-25 < b \leq 8,5$.

987. Запишіть усі цілі значення a , для яких одночасно є правильними нерівності $-14 < a \leq -7$ і $a > -10,5$.

988. Для скількох цілих значень y є правильною нерівність:

1) $-200 \leq y \leq -50$;

2) $-37,2 < y \leq 100$?

989. Для скількох цілих значень x нерівність $-150 \leq x < 75$ є правильною?

990. Числа a і b від'ємні. Порівняйте:

1) a і b , якщо $|a| < |b|$;

2) $|a|$ і $|b|$, якщо $a < b$.

991. Відомо, що $a < b$, де a і b — додатні числа. Яка з нерівностей є правильною: $-a < -b$ чи $-a > -b$?

Поміркуйте



992. За весну Карлсон схуднув на 25 %, потім за літо потовстішав на 20 %, за осінь схуднув на 10 %, а за зиму потовстішав на 20 %. Чи потовстішав Карлсон за рік?

Вправи для повторення



993. Обчисліть:

1) $235\,709 + 84\,292$; 2) $12,75 + 1,45$; 3) $2\frac{17}{20} + 1\frac{7}{15}$.

994. Обчисліть зручним способом: $642 + 452 + 158 + 248$.

995. Прямий кут поділили променем на два кути, один з яких у 5 разів більший за другий. Знайдіть величину більшого з утворених кутів.

996. Автобус подолав 170 км за 2 год. Перші 80 км він проїхав зі швидкістю 90 км/год. З якою швидкістю їхав автобус решту шляху?

33. ДОДАВАННЯ ВІД'ЄМНИХ ЧИСЕЛ

Нехай фірма взяла в банку кредит 2 млн грн, а згодом — ще 3 млн грн. Тоді разом фірма взяла $2 + 3 = 5$ (млн грн) кредиту. Оскільки кредити є боргами фірми перед банком, то позначатимемо їх від'ємними числами: -2 млн грн; -3 млн грн; -5 млн грн. Тоді суму кредитів у мільйонах гривень можна записати так:

$$(-2) + (-3) = -5.$$

Звернемо увагу, що: сумою від'ємних чисел -2 і -3 є від'ємне число; модуль суми дорівнює сумі модулів доданків: $|-5| = |-2| + |-3|$. Тому знаходження суми чисел -2 і -3 можна записати так:

$$(-2) + (-3) = -(|-2| + |-3|) = -(2 + 3) = -5.$$



Сумою двох від'ємних чисел є від'ємне число, модуль якого дорівнює сумі модулів доданків.



Щоб додати два від'ємні числа, потрібно додати їхні модулі й поставити перед одержаним числом знак «-».

У сумі від'ємних доданків перший доданок зазвичай записують без дужок. Наприклад, $-2 + (-3)$. Обчислення суми чисел -2 і -3 скорочено записують так:

$$-2 + (-3) = -(2 + 3) = -5.$$

Щоб на координатній прямій позначити точку, яка відповідає сумі чисел -2 і -3 , достатньо точку $A(-2)$ перемістити ліворуч на 3 одиниці (рис. 106).

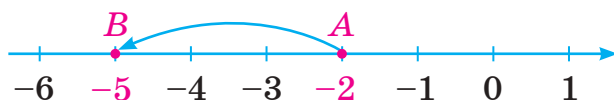


Рис. 106

Для додавання від'ємних чисел справджуються переставна та сполучна властивості. Наприклад,

$$-5 + (-7) = -7 + (-5); \quad (-3 + (-4)) + (-9) = -3 + (-4 + (-9)).$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Обчислити: 1) $-6,4 + (-2,6)$; 2) $-2\frac{4}{9} + \left(-4\frac{1}{3}\right)$.

• 1) $-6,4 + (-2,6) = -(6,4 + 2,6) = -9$;

2) $-2\frac{4}{9} + \left(-4\frac{1}{3}\right) = -\left(2\frac{4}{9} + 4\frac{1}{3}\right) = -6\frac{4+3}{9} = -6\frac{7}{9}$. •



1. Яким числом є сума двох від'ємних чисел?
2. Як додати два від'ємні числа?



997. Обчисліть:

1) $-1 + (-7)$; 2) $-15 + (-10)$; 3) $(-0,5) + (-0,5)$.



998. Обчисліть:

1) $-17 + (-15)$; 2) $-113 + (-17)$; 3) $-2398 + (-18\,834)$;
 4) $-37 + (-11,9)$; 5) $-9,88 + (-7,32)$; 6) $-37,5 + (-6,55)$;
 7) $-\frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{8}\right)$; 8) $-2\frac{3}{5} + \left(-\frac{2}{15}\right)$; 9) $-5\frac{1}{3} + \left(-1\frac{5}{6}\right)$.

999. Обчисліть:

$$1) -83 + (-18); \quad 2) -4908 + (-7992); \quad 3) -1,7 + (-9,8);$$

$$4) -5,08 + (-0,025); \quad 5) -1\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right); \quad 6) -2\frac{5}{12} + \left(-1\frac{2}{3}\right).$$

1000. Знайдіть значення виразу:

$$1) -48 + (-25 + (-83)); \quad 2) (-9,3 + (-2,7)) + (-6,93).$$

1001. Знайдіть значення виразу:

$$1) (-17 + (-54)) + (-92); \quad 2) -7,56 + (-6,5 + (-3,5)).$$

1002. Знайдіть значення виразу $-5,2 + (-a)$, якщо $a = 5$; $a = 7,9$.

1003. Знайдіть значення виразу $-4,5 + a$, якщо $a = -4$; $a = -7,8$.

1004. Порівняйте значення виразів:

$$1) -27 + (-25) \text{ і } -17 + (-34); \quad 2) -3,9 + (-2,3) \text{ і } -2,5 + (-3,7).$$

1005. Поставте замість зірочки знак « $<$ » або « $>$ », щоб утворилася правильна нерівність:

$$1) -32 + (-29) * -63; \quad 2) -83 + (-38) * -100.$$

1006. Накресліть координатну пряму та позначте на ній точки $M(-2)$, $N(-4)$ і таку точку K , координата якої дорівнює сумі координат точок M і N .

1007. Накресліть координатну пряму та позначте на ній точки $A(-5)$, $B(-2)$ і таку точку C , координата якої дорівнює сумі координат точок A і B .



Інтерактивне завдання 33

Додавання від'ємних чисел



1008. Обчисліть:

$$1) -2\frac{3}{20} + \left(-3\frac{4}{15}\right); \quad 2) -5\frac{7}{8} + \left(-1\frac{5}{12}\right); \quad 3) -1,75 + \left(-2\frac{2}{5}\right);$$

$$4) \left(-1,2 + \left(-3\frac{2}{7}\right)\right) + (-1,8); \quad 5) -5\frac{4}{15} + \left(-3,6 + \left(-3\frac{2}{15}\right)\right).$$

1009. Обчисліть:

$$1) -2\frac{4}{9} + \left(-1\frac{5}{12}\right); \quad 2) -4\frac{3}{4} + (-1,5); \quad 3) -1,7 + \left(-2,8 + \left(-3\frac{1}{3}\right)\right).$$

1010. Обчисліть зручним способом:

- 1) $-250 + (-288) + (-150) + (-312)$;
- 2) $-1,36 + (-3,65) + (-6,35) + (-0,64)$;
- 3) $-448 + (-449) + (-450) + (-451) + (-452)$.

1011. Обчисліть зручним способом:

- 1) $-183 + (-245) + (-217) + (-255)$;
- 2) $-4,6 + (-4,8) + (-5) + (-5,2) + (-5,4)$.

1012. До суми чисел $-2,7$ і $-6,5$ додайте число, протилежне числу $4,9$.

1013. До числа, протилежного числу $2,8$, додайте суму чисел $-3,6$ і $-0,9$.

1014. Знайдіть суму всіх цілих від'ємних чисел, модулі яких менші від 7 .



1015.  a, b, c — додатні числа. Доведіть, що:

- 1) якщо $a + b = c$, то $-a + (-b) = -c$;
- 2) якщо $-a + (-b) = -c$, то $a + b = c$.

1016. Знайдіть таке значення x , щоб була правильною рівність:

- 1) $x + (-12) = -36$;
- 2) $-8 + (-x) = -24$.

1017. Знайдіть таке значення y , щоб була правильною рівність:

- 1) $-y + (-9) = -24$;
- 2) $-42 + (-y) = -50$.

Поміркуйте



1018. У вільні клітинки квадрата, зображеного на рисунку 107, упишіть числа 30 або 5 так, щоб сума чисел у кожному рядку та кожному стовпці дорівнювала 100 .

30				30
	30		30	
		30		
	30		30	
30				30

Рис. 107

Вправи для повторення



1019. Порівняйте модулі чисел:

$$1) -15,8 \text{ і } -16; \quad 2) -4,08 \text{ і } 4,8; \quad 3) 3\frac{3}{8} \text{ і } -3\frac{7}{20}.$$

1020. За перший день рівень води в річці збільшився на 9 см, за другий — зменшився на 5 см, а за третій — збільшився на 2,5 см. На скільки сантиметрів збільшився рівень води за три дні?

1021. Фермер зібрав 8,4 ц яблук, що становить 0,6 маси всіх зібраних фруктів. Скільки центнерів фруктів зібрав фермер?

1022. Перший майстер виготовляє за день 50 деталей, а другий — 45 таких самих деталей. На скільки відсотків продуктивність праці другого майстра менша від продуктивності першого?

34. ДОДАВАННЯ ЧИСЕЛ З РІЗНИМИ ЗНАКАМИ

Нехай фірма взяла в банку кредит 5 млн грн, а згодом повернула його, тобто віддала банку 5 млн грн. Тоді розрахунки фірми з банком у мільйонах гривень можна записати так:

$$-5 + 5 = 0.$$

Числа -5 і 5 є протилежними, їх сума дорівнює нулю.

Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.

Якщо фірма взяла в банку кредит 5 млн грн, а згодом повернула банку 3 млн грн, то її борг перед банком становить 2 млн грн. Розрахунки фірми з банком можна записати так:

$$-5 + 3 = -2.$$

У цій рівності звернемо увагу на таке:

1) модулі доданків дорівнюють 5 і 3, а модуль суми — 2;
2) модуль суми дорівнює різниці більшого і меншого модулів доданків ($2 = 5 - 3$);

3) знак різниці (знак « $-$ ») збігається зі знаком доданка, модуль якого більший (зі знаком числа -5).

Тому знаходження суми чисел -5 і 3 можна записати так:

$$-5 + 3 = -(|-5| - |3|) = -(5 - 3) = -2.$$

Нехай фірма взяла в банку кредит 5 млн грн, а згодом внесла в банк 6 млн грн. Тоді фірма не лише покрила борг перед банком, а й залишила на своєму рахунку 1 млн грн. Розрахунки фірми з банком можна записати так:

$$-5 + 6 = 1.$$

Проаналізуйте цю рівність так, як це було зроблено для попередньої рівності.



- 1) Модулі доданків дорівнюють 5 і 6, а модуль суми — 1;
- 2) модуль суми дорівнює різниці більшого і меншого модулів доданків ($1 = 6 - 5$);
- 3) знак різниці (знак «+») збігається зі знаком доданка, модуль якого більший (зі знаком числа 6).

Маємо правило додавання чисел з різними знаками:



Щоб додати два числа з різними знаками, потрібно:

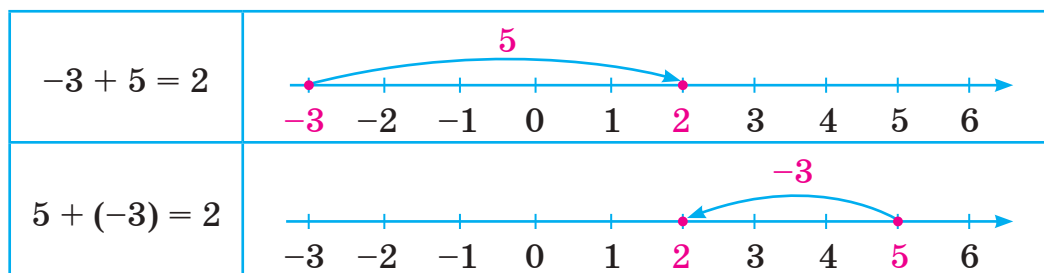
- 1) знайти модулі доданків;
- 2) від більшого модуля відняти менший модуль;
- 3) поставити перед одержаним числом знак того доданка, модуль якого більший.

Обчислюючи суму чисел з різними знаками, спочатку зазвичай визначають і записують знак суми, а потім у дужках — різницю модулів. Наприклад:

$$-15 + 11 = -(15 - 11) = -4; \quad 9 + (-12) = -(12 - 9) = -3;$$

$$-8 + 20 = +(20 - 8) = 12 \text{ або } -8 + 20 = 20 - 8 = 12.$$

Проілюструємо додавання чисел з різними знаками за допомогою координатної прямої.



Для додавання раціональних чисел справджуються переставна і сполучна властивості:

$$a + b = b + a \text{ — переставна властивість;}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сполучна властивість.}$$

Для будь-якого раціонального числа a є правильними рівності:

$$0 + a = a + 0 = a; \quad a + (-a) = 0.$$

За допомогою властивостей додавання можна спростити обчислення суми кількох доданків, виконуючи дії в зручному порядку. Зокрема, якщо потрібно додати кілька чисел, серед яких є додатні й від'ємні, то можна окремо додати додатні числа, від'ємні числа, а потім до суми додатних чисел додати суму від'ємних. Наприклад,

$$\begin{aligned} & -3 + 17 + (-15) + 25 + (-5) + 6 = \\ & = (17 + 25 + 6) + (-3 + (-15) + (-5)) = 48 + (-23) = 25. \end{aligned}$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Обчислити: 1) $\frac{5}{6} + \left(-\frac{7}{8}\right)$; 2) $2,8 + (-1,7) + 1,9 + (-2,8)$.

• 1) $\frac{5}{6} + \left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{20}{24} + \left(-\frac{21}{24}\right) = -\left(\frac{21}{24} - \frac{20}{24}\right) = -\frac{1}{24};$

2) $2,8 + (-1,7) + 1,9 + (-2,8) = (2,8 + (-2,8)) + (-1,7 + 1,9) = 0 + (1,9 - 1,7) = 0,2.$ •



1. Як додати два числа з різними знаками?
2. Чому дорівнює сума двох протилежних чисел?
3. Які властивості має дія додавання раціональних чисел?



1023. Назвіть знак суми:

1) $-4 + 5$; 2) $-7 + 5$; 3) $4 + (-5)$; 4) $7 + (-5)$.

1024. Обчисліть:

1) $-3 + 3$; 2) $15 + (-15)$; 3) $-7 + 0$; 4) $-7 + 3$;
5) $-7 + 10$; 6) $9 + (-2)$; 7) $6 + (-10)$; 8) $-25 + 50$.



1025. Знайдіть суму:

- 1) $28 + (-64)$; 2) $-123 + 151$; 3) $-4021 + 1746$;
 4) $-2,3 + 8$; 5) $3,7 + (-10,8)$; 6) $9,15 + (-6,25)$;
 7) $7,45 + (-7,5)$; 8) $-0,7 + 1,08$; 9) $-0,012 + 0,12$.

1026. Знайдіть суму:

- 1) $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$; 2) $\frac{4}{9} + \left(-\frac{7}{9}\right)$; 3) $-5\frac{1}{6} + 4$;
 4) $3 + \left(-\frac{5}{7}\right)$; 5) $-3\frac{4}{5} + 3\frac{2}{5}$; 6) $1\frac{3}{7} + \left(-2\frac{1}{7}\right)$.

1027. Знайдіть суму:

- 1) $-57 + 29$; 2) $903 + (-705)$; 3) $-2,7 + 48$;
 4) $5,3 + (-8,7)$; 5) $-8,5 + 10,24$; 6) $0,18 + (-0,2)$;
 7) $-\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$; 8) $4\frac{5}{9} + \left(-4\frac{7}{9}\right)$; 9) $-1\frac{5}{12} + \frac{11}{12}$.

1028. Уранці температура повітря дорівнювала $-4,3^\circ\text{C}$, а до полудня вона підвищилася. Знайдіть температуру повітря опівдні, якщо підвищення відбулося на 3°C ; на $3,8^\circ\text{C}$; на $4,3^\circ\text{C}$; на 8°C .

1029. Заповніть таблицю:

a	-8	$-10,6$	-15	$-21,5$
$15 + a$				

1030. Заповніть таблицю:

b	5	$8,9$	12	15
$-12 + b$				

1031. Поставте замість зірочки знак « $<$ » або « $>$ », щоб утворилася правильна нерівність:

- 1) $-202 + 220 * 0$; 2) $3,8 + (-3,82) * 0$; 3) $-7,2 + 14 * 7$.

1032. Поставте замість зірочки знак « $<$ » або « $>$ », щоб утворилася правильна нерівність:

- 1) $20 + (-19) * 0$; 2) $-8,3 + 8,03 * 0$; 3) $-1,2 + 4,5 * 3,5$.

1033. Порівняйте значення виразів:

1) $-43 + 27$ і $52 + (-70)$; 2) $5,1 + (-2,9)$ і $-3,5 + 5,6$.

1034. Накресліть координатну пряму та позначте на ній точки $A(-3)$, $B(2)$ і таку точку C , координата якої дорівнює сумі координат точок A і B .

1035. Накресліть координатну пряму та позначте на ній точки $M(-1)$, $N(6)$ і таку точку P , координата якої дорівнює сумі координат точок M і N .

1036. Знайдіть значення виразу:

1) $-12 + (-25) + 53$; 2) $21 + (-38) + 16$;
 3) $8,7 + (-4,8) + (-3,6)$; 4) $-0,9 + 7,2 + (-7,8)$;
 5) $5 + (-15) + 25 + (-35)$; 6) $19 + (-28) + (-17) + 28$;
 7) $-1,9 + 7,3 + (-8,7) + 1,6$; 8) $8 + (-1,8) + (-4,2) + (-2)$;
 9) $-5 + (-4) + (-3) + 3 + 4 + 5 + 6$.

1037. Знайдіть значення виразу:

1) $-17 + (-24) + 42$; 2) $-45 + 75 + (-35)$;
 3) $21 + (-31) + 54 + (-25)$; 4) $-1,6 + (-2,8) + (-1,4) + 6$;
 5) $-0,9 + 5,3 + (-7,7) + 7,7$; 6) $-8 + (-5) + (-2) + 8 + 5 + 9$.

1038. Додайте:

1) до суми чисел -10 і -15 число 21 ;
 2) число -12 до суми чисел -5 і 17 ;
 3) до суми чисел $-11,2$ і $7,3$ суму чисел 12 і $-5,3$.

1039. Додайте:

1) до суми чисел 16 і -25 число 9 ;
 2) число $2,5$ до суми чисел $-7,5$ і 3 .



Інтерактивне завдання 34

Додавання чисел з різними знаками



1040. Замість зірочок поставте знаки «+» або «-», щоб була правильною рівність:

1) $(*8) + (*4) = -4$; 2) $(*5) + (*9) = 4$; 3) $(*9) + (*9) = -18$.

1041. Замість зірочок поставте знаки «+» або «-», щоб була правильною рівність:

1) $(*6) + (*9) = -3$; 2) $(*5) + (*8) = 3$; 3) $(*4) + (*6) = -10$.

1042. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-5\frac{3}{8} + 2\frac{5}{12}$; 2) $1\frac{11}{15} + \left(-1\frac{5}{6}\right)$; 3) $-3\frac{7}{24} + 3\frac{5}{18}$;
 4) $-1,8 + 1\frac{3}{5}$; 5) $6,3 + \left(-5\frac{3}{4}\right)$; 6) $1\frac{5}{12} + (-3,75)$;
 7) $7,5 + \left(-5\frac{3}{5}\right) + \left(-2\frac{1}{2}\right)$; 8) $-2\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \left(-\frac{5}{6}\right) + 2\frac{1}{3}$.

1043. Знайдіть значення виразу:

- 1) $2\frac{5}{6} + \left(-1\frac{4}{15}\right)$; 2) $-2\frac{4}{9} + 2\frac{5}{12}$; 3) $1,6 + \left(-2\frac{3}{20}\right)$;
 4) $-3\frac{4}{15} + 3,4$; 5) $0,75 + \left(-3\frac{1}{4}\right) + 5\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right)$.

1044. Обчисліть зручним способом:

- 1) $-375 + (-2318) + (-1625) + 3318$;
 2) $-8,63 + 3,58 + (-6,88) + 12,63$;
 3) $5,375 + (-4,918) + 4,625 + 1,418$;
 4) $-3\frac{2}{7} + 2\frac{4}{9} + \left(-1\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{6}{7}\right) + \frac{5}{9}$.

1045. Обчисліть зручним способом:

- 1) $-355 + 1627 + (-645) + (-2127)$;
 2) $54,36 + (-24,76) + 5,76 + 4,64$.

1046. Підбиваючи підсумки роботи за місяць, підприємець записує доходи числами зі знаком «+», а видатки — числами зі знаком «-». Скільки гривень заробив підприємець, якщо він зробив такі записи: -4500 грн; -8000 грн; $+9500$ грн; -5000 грн; $+15\ 000$ грн; $+12\ 000$ грн?

1047. На рахунку громадської організації було $125\ 000$ грн. Скільки гривень стало на рахунку після таких його змін: $-25\ 000$ грн; $+18\ 000$ грн; $-45\ 000$ грн; $+20\ 000$ грн? (Надходження на рахунок записані числами зі знаком «+», а зняття з рахунку — числами зі знаком «-».)

1048. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $-8,4 + 12,7 + x + (-4,5) + 8$, якщо $x = -7,5$;
 2) $2,64 + a + (-3,78) + b + (-1,56)$, якщо $a = -9,5$; $b = 12$.

1049. Спростіть вираз $-5,48 + x + (-2,72) + 8,6 + y$ і знайдіть його значення, якщо $x = 12,5$; $y = -9,9$.

1050. Знайдіть значення виразу $|a + b| + c$, якщо:

- 1) $a = -15$; $b = 9$; $c = -8,4$; 2) $a = 5,8$; $b = -2,9$; $c = -3$.

1051. Знайдіть значення виразу $-a + |a + b|$, якщо $a = 8$; $b = -2,4$.

1052. Знайдіть суму всіх цілих чисел, модулі яких не більші за 5.

1053. Знайдіть суму всіх цілих чисел, модулі яких менші від 3,5.



1054. Знайдіть суму всіх цілих чисел, які на координатній прямій розташовані між числами:

- 1) -50 і 50 ; 2) -52 і 50 ; 3) -50 і 52 .

1055. Знайдіть суму всіх цілих чисел, для яких є правильною нерівність: 1) $|x| < 25$; 2) $-25 < x \leq 25$.

1056.  Дано числа 5, 16, -8 , -10 . Знайдіть:

- 1) модуль суми даних чисел і суму їхніх модулів;
2) модуль суми додатних чисел і суму їхніх модулів;
3) модуль суми від'ємних чисел і суму їхніх модулів.
У яких випадках модуль суми дорівнює сумі модулів?

1057. Дано числа 7, 21, -14 , -26 . Знайдіть:

- 1) число, протилежне сумі цих чисел;
2) суму чисел, протилежних даним.

Порівняйте одержані результати.

1058.  Дано нерівність $|a + b| \leq |a| + |b|$. Переконайтеся на прикладах, що ця нерівність є правильною для:

- 1) двох додатних чисел; 2) двох від'ємних чисел;
3) двох чисел з різними знаками.

У яких із розглянутих випадків виконується рівність $|a + b| = |a| + |b|$? Нерівність $|a + b| < |a| + |b|$?

Поміркуйте



1059. Чи можна в записі $(*1) + (*2) + (*3) + (*4) + (*5) + (*6)$ поставити замість зірочок знаки «+» або «-» так, щоб значення одержаного виразу дорівнювало: 1) 0; 2) 15?

Вправи для повторення



- 1060.** Знайдіть: 1) зменшуване, якщо від'ємник дорівнює 48, а різниця — 29; 2) від'ємник, якщо зменшуване дорівнює 8,5, а різниця — 3,2; 3) доданок, якщо сума дорівнює 5,6, а другий доданок — 2,8.
- 1061.** Під час очищення 1800 кг зерна відходи становили 90 кг. Скільки відсотків становить маса очищеного зерна від початкової маси?
- 1062.** У книжці 80 сторінок. За перший день Олена прочитала 30 % сторінок книжки, а за другий — на 8 сторінок більше. Скільки відсотків сторінок книжки залишилося прочитати Олені?
- 1063.** Периметр сторінки найменшої копії Конституції України дорівнює 10 см, а її ширина в 1,5 раза менша від довжини. Знайдіть розміри сторінки.

35. ВІДНІМАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Дія віднімання для раціональних чисел має той самий зміст, що й для натуральних: віднімаючи від числа a число b , ми шукаємо таке число, яке в сумі з числом b дає число a .

Нехай опівдні температура повітря дорівнювала 5°C , а до вечора вона зменшилася на 8°C . Тоді температура повітря ввечері дорівнювала -3°C (рис. 108). Тому різницею чисел 5 і 8 є число -3 :

$$5 - 8 = -3.$$

Як перевірити, чи віднімання виконано правильно?



Додамо до різниці -3 від'ємник 8:

$-3 + 8 = 8 - 3 = 5$ — одержали зменшуване.

Отже, віднімання виконано правильно.

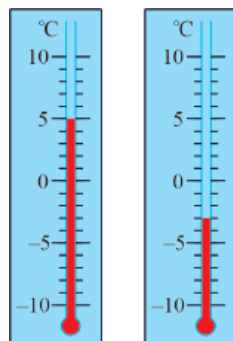


Рис. 108

Зауважимо, що раніше ми не могли від меншого числа відняти більше. Завдяки від'ємним числам таке віднімання стало можливим: якщо від числа 5 віднімемо число 8, то одержимо

від'ємне число -3 . Такий самий результат одержимо, якщо до числа 5 додамо число, протилежне числу 8:

$$5 + (-8) = -(8 - 5) = -3.$$

Маємо правильну рівність

$$5 - 8 = 5 + (-8).$$

Отже, дію віднімання можна замінити дією додавання: щоб від числа 5 відняти 8, достатньо до зменшуваного (числа 5) додати число, протилежне від'ємнику (числу 8).

Узагалі, для будь-яких раціональних чисел виконується таке *правило віднімання*:



Щоб знайти різницю двох чисел, достатньо до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику.

Це правило можна записати так:

$$a - b = a + (-b),$$

де a і b — будь-які раціональні числа.

Якщо $a > b$, то різниця $a - b$ є додатною.

Наприклад, $7 - 2 = 5$, $5 > 0$; $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$, $6 > 0$.

Якщо $a < b$, то різниця $a - b$ є від'ємною.

Наприклад, $5 - 8 = -3$, $-3 < 0$; $-2 - 4 = -2 + (-4) = -6$, $-6 < 0$.

Різниця $a - a$ дорівнює 0: $a - a = a + (-a) = 0$.

Оскільки дію віднімання можна замінити дією додавання протилежного числа, то будь-який вираз, який містить дії додавання і віднімання, можна записати у вигляді суми. Наприклад,

$$10 - 5 - (-7) - 3 = 10 + (-5) + 7 + (-3).$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Обчислити: $-18 + 15 - (-11) - 32$.

- Запишемо вираз у вигляді суми і згрупуємо доданки:

$$\begin{aligned} -18 + 15 - (-11) - 32 &= -18 + 15 + 11 + (-32) = \\ &= (15 + 11) + (-18 + (-32)) = 26 + (-50) = -24. \end{aligned}$$

Вправа 2. Спростити вираз $8 + a - (-2,5) - a$.

$$\begin{aligned} & \bullet \quad 8 + a - (-2,5) - a = 8 + a + 2,5 + (-a) = \\ & = (8 + 2,5) + (a + (-a)) = 10,5 + 0 = 10,5. \bullet \end{aligned}$$

Вправа 3. Розв'язати рівняння: 1) $x + 10 - 27 = 13$; 2) $|x + 5| = 2$.

• 1) Спочатку спростимо вираз у лівій частині рівняння:

$$x + 10 - 27 = x + 10 + (-27) = x + (-17) = x - 17.$$

Маємо рівняння $x - 17 = 13$, звідки: $x = 13 + 17$; $x = 30$.

2) $|x + 5| = 2$; $x + 5 = -2$ або $x + 5 = 2$. Розв'яжемо кожне з цих рівнянь:

$$x + 5 = -2; \quad x = -2 - 5; \quad x = -7; \quad x + 5 = 2; \quad x = 2 - 5; \quad x = -3.$$

Відповідь. 1) 30; 2) -7; -3. •



1. Як знайти різницю двох чисел?

2. У якому випадку різниця $a - b$ є додатною? Від'ємною? Дорівнює 0?



1064. Замініть віднімання додаванням:

$$1) 5 - (-2); \quad 2) 3 - 6; \quad 3) -8 - 2; \quad 4) -6 - (-9).$$

1065. Обчисліть:

$$\begin{aligned} 1) 0 - 8; & \quad 2) 0 - (-2); & \quad 3) -3 - 0; & \quad 4) -7 - (-7); \\ 5) 2 - 7; & \quad 6) -2 - 7; & \quad 7) 7 - (-8); & \quad 8) -7 - (-8). \end{aligned}$$



1066. Подайте у вигляді суми різницю:

$$\begin{aligned} 1) -31 - (-28); & \quad 2) 50 - (-32); & \quad 3) -37 - 21; \\ 4) a - 10; & \quad 5) x - (-9); & \quad 6) -2 - (-m). \end{aligned}$$

1067. Подайте у вигляді суми різницю:

$$1) 16 - (-32); \quad 2) a - 12; \quad 3) -8 - b.$$

1068.  Обчисліть різницю і зробіть перевірку:

$$1) 15 - 27; \quad 2) -5 - (-11); \quad 3) -7 - 28.$$

1069. Виконайте віднімання:

$$\begin{aligned} 1) -19 - (-16); & \quad 2) -18 - 12; & \quad 3) 7 - (-40); \\ 4) -5 - (-1,5); & \quad 5) 2,5 - 7,5; & \quad 6) 4,15 - (-1,6); \\ 7) \frac{1}{3} - \frac{2}{3}; & \quad 8) -5 - 7\frac{2}{5}; & \quad 9) -3\frac{4}{9} - \left(-3\frac{5}{9}\right). \end{aligned}$$

1070. Виконайте віднімання:

1) $17 - (-5)$; 2) $14 - 31$; 3) $-1,2 - 1,7$;

4) $-2,7 - (-6,3)$; 5) $\frac{5}{7} - \left(-\frac{2}{7}\right)$; 6) $4\frac{1}{6} - 4\frac{5}{6}$.

1071. Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рисунку 109, якщо:

- 1) температура знизиться на 6°C ; на $7,6^\circ\text{C}$;
- 2) стовпчик термометра опуститься на 8 поділок; на 11 поділок.



Рис. 109

1072. Опівдні температура повітря дорівнювала $5,2^\circ\text{C}$, а до вечора вона знизилася. Знайдіть температуру повітря ввечері, якщо зниження відбулося на $5,7^\circ\text{C}$; на 6°C ; на $7,7^\circ\text{C}$.

1073.  Заповніть таблицю:

a	8	10	-15	-20
b	15	-4	9	-25
$a - b$				
$b - a$				

Порівняйте одержані результати.

1074. Заповніть таблицю:

m	5	3,5	-3,5	-5
$m - 12$				

1075. Порівняйте значення виразів:

1) $-34 - 17$ і $-34 - (-17)$; 2) $3,8 - (-4,8)$ і $3,8 - 4,8$.

1076.  Розв'яжіть рівняння і зробіть перевірку:

1) $x + 5 = 2$; 2) $-7 + x = -5$; 3) $x + (-35) = 20$;
4) $7 - x = 8$; 5) $1 - x = -5$; 6) $-4 - x = 2$.

1077. Розв'яжіть рівняння:

1) $6 + x = -5$; 2) $x + (-3) = -10$; 3) $12 - x = -18$.

1078. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-10 + 5 - (-30)$; 2) $-17 - 8 - (-25)$;
 3) $8,1 - (-4,4) - 3,6$; 4) $-10,8 - 7,2 + 7,5$;
 5) $12 + (-21) - (-27) - 15$; 6) $-5,4 - 4,3 - (-8,1) + 2$.

1079. Знайдіть значення виразу:

- 1) $12 - (-7) + (-20)$; 2) $-15 - (-25) - 10$;
 3) $-4,9 + 5,3 - 0,9$; 4) $7,6 - (-5,8) + (-11,4)$;
 5) $-14 + (-11) - 6 - (-25)$; 6) $4,5 + (-2,5) - (-2) - 1,9$.

1080. Температура плавлення цинку дорівнює 420°C , а ртуті — -39°C . На скільки градусів температура плавлення ртуті менша від температури плавлення цинку?

1081. У той час, коли температура повітря в Києві дорівнювала $4,2^{\circ}\text{C}$, на станції в Антарктиді було $-82,8^{\circ}\text{C}$. На скільки градусів температура повітря в Києві більша, ніж на станції?

1082. Протягом світлового дня температура повітря підвищилася на 5°C і ввечері дорівнювала -1°C . Знайдіть температуру повітря вранці.

1083. Температура повітря вранці дорівнювала -7°C , а ввечері — -2°C . На скільки градусів підвищилася температура повітря протягом дня?

1084. Знайдіть значення виразу:

- 1) $1\frac{1}{6} - 2\frac{4}{15}$; 2) $-4\frac{7}{9} - 2\frac{5}{12}$; 3) $-\frac{7}{8} - \left(-2\frac{5}{6}\right)$;
 4) $1\frac{7}{25} - (-1,25)$; 5) $-3,2 - \left(-2\frac{8}{15}\right)$; 6) $\frac{3}{8} - \left(-\frac{5}{6}\right) - \frac{3}{4}$;
 7) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3}$; 8) $-5,4 - \frac{1}{15} + 3,4 - \frac{7}{30} + 2\frac{3}{10}$.

1085. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-1\frac{7}{15} - 2\frac{4}{5}$; 2) $3\frac{1}{6} - 5\frac{3}{8}$; 3) $-2\frac{5}{12} - \left(-3\frac{3}{20}\right)$;
 4) $1,8 - 4\frac{7}{15}$; 5) $-1\frac{3}{20} + 3\frac{7}{10} - 0,6 - \frac{2}{5}$.

1086. 1) Від різниці чисел $-4,3$ і $2,8$ відніміть число $-5,1$.

2) До числа $-1,6$ додайте різницю чисел $2,5$ і $-0,7$.

1087. 1) Додайте до різниці чисел $6,5$ і $-2,5$ число -9 .

2) Від суми чисел $-4,3$ і $2,8$ відніміть число $-2,1$.

1088. Спростіть вираз:

1) $x + 5 - 18 - x + 24$;

2) $a - 0,2 - b - 1,8 + b + 1$.

1089. Спростіть вираз:

1) $9 - c + 10 + c - 21$;

2) $14 + a - 19 - 11 - a + 25$.

1090. Розв'яжіть рівняння:

1) $x + 19 - 25 = -8$;

2) $1,2 - x - 0,4 = 2$;

3) $4 - (x + 3) = 12$;

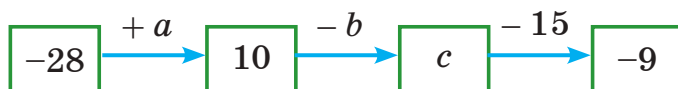
4) $-2,8 - (5 - x) = -4,8$.

1091. Розв'яжіть рівняння:

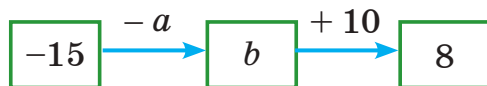
1) $8 - x + 7 = -2$;

2) $-5,6 - (2 + x) = 0,4$.

1092. Знайдіть невідомі числа a , b і c в ланцюжку обчислень:



1093. Знайдіть невідомі числа a і b в ланцюжку обчислень:



1094. Розв'яжіть рівняння:

1) $-7 + |x| = -1$;

2) $1,2 - |x| = -3,8$;

3) $|x - 2| = 8$;

4) $|x - 4,5| = 2$;

5) $|x + 3| = 9$;

6) $|3 - x| = 3$.

1095. Розв'яжіть рівняння:

1) $-2,5 + |x| = -0,5$;

2) $|x + 5| = 1$;

3) $|x - 1,8| = 4$.



Інтерактивне завдання 35

Віднімання раціональних чисел



1096. Поставте замість зірочок знаки «+» або «-» так, щоб була правильною рівність $80 * 10 * 70 * 50 * (-90) = 100$.

1097. Поставте замість зірочок знаки «+» або «-» так, щоб була правильною рівність $40 * 20 * (-60) * 30 * 50 = 100$.

1098. Розв'яжіть рівняння:

1) $8 - |x - 5| = -1$;

2) $||x| - 4| = 2$.

1099. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x + 5| - 5 = 2$;

2) $||x| + 3| = 4$.

1100. На координатній прямій позначили точку $A(-2, 5)$. Знайдіть координати точок, віддалених від точки A на 5 одиниць.

Поміркуйте



1101. На дошці записано 10 різних чисел, сума яких дорівнює 0. Чи можна 9 разів витирати одне за одним числа так, щоб у будь-який момент сума чисел, що залишатимуться на дошці, була від'ємною?

Вправи для повторення



1102. Обчисліть: $10,507 - (1,348 + 4,507 + 2,652)$.

1103. Розкрийте дужки: 1) $2(x + y)$; 2) $1,5(2a - 6b)$.

1104. Шлях від Кропивницького до Харкова завдовжки 385 км автомобіль подолав за 5 год, до того ж перші 225 км — за 3 год. З якою швидкістю рухався автомобіль решту шляху?

1105. Для приготування варення взяли малину і цукор у відношенні 3 : 2. Скільки грамів варення приготували, якщо використали 600 г цукру?

36. РОЗКРИТТЯ ДУЖОК

Розкриття дужок, перед якими стоїть знак «+». Ви вже знаєте, що на підставі сполучної властивості додавання вираз $a + (b + c)$ можна записати без дужок:

$$a + (b + c) = a + b + c.$$

Таке перетворення виразу $a + (b + c)$ називають *розкриттям дужок*. У виразі $a + (-b + c)$ розкрити дужки можна так:

$$a + (-b + c) = a + ((-b) + c) = a + (-b) + c = a - b + c.$$

Ми розкрили дужки, перед якими стоїть знак «+»:

$$a + (-b + c) = a - b + c.$$

Бачимо: щоб одержати вираз $a - b + c$, достатньо у виразі $a + (-b + c)$ опустити дужки і знак «+», що стоїть перед ними, та записати всі доданки, які були в дужках, зі своїми знаками.



Щоб розкрити дужки, перед якими стоїть знак «+», потрібно опустити дужки і знак «+», що стоїть перед ними, і записати всі доданки, які були в дужках, зі своїми знаками.

Із цього правила випливають такі рівності:

$$a + (b - c) = a + b - c; \quad a + (-b - c) = a - b - c.$$

Якщо в числовому виразі розкрити дужки, то далі можна шукати його значення, вибираючи зручний порядок дій. Наприклад,

$$75 + (-25 + 14,9) = 75 - 25 + 14,9 = 50 + 14,9 = 64,9.$$

Розкриття дужок, перед якими стоїть знак «-». Із правила віднімання раціональних чисел випливає, що

$$5 - (-7) = 5 + 7.$$

Можна сказати, що у виразі $5 - (-7)$ ми розкрили дужки, перед якими стоїть знак «-». При цьому опустили дужки та знак «-», що стоїть перед ними, і записали число, яке було в дужках, з протилежним знаком. Так само розкривають дужки, перед якими стоїть знак «-», і тоді, коли в дужках є кілька доданків. Наприклад,

$$10 - (-4 + 12) = 10 + 4 - 12.$$

Справді,

$$10 - (-4 + 12) = 10 - 8 = 2 \quad \text{і} \quad 10 + 4 - 12 = 14 - 12 = 2.$$



Щоб розкрити дужки, перед якими стоїть знак «-», потрібно опустити дужки і знак «-», що стоїть перед ними, і записати всі доданки, які були в дужках, із протилежними знаками.

За цим правилом маємо:

$$\begin{aligned} a - (b + c) &= a - b - c; & a - (b - c) &= a - b + c; \\ a - (-b + c) &= a + b - c; & a - (-b - c) &= a + b + c. \end{aligned}$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Спростити вираз $m + 3 - (m - n + 4)$.

$$\bullet \quad m + 3 - (m - n + 4) = m + 3 - m + n - 4 = \\ = (m - m) + n + (3 - 4) = 0 + n + (-1) = n - 1. \bullet$$

Вправа 2. У виразі $-4 + 5,3 - a$ взяти два останні доданки в дужки, поставивши перед дужками: 1) знак «+»; 2) знак «-».

$$\bullet \quad 1) -4 + 5,3 - a = -4 + (5,3 - a).$$

Після першого доданка поставили знак «+», у дужках записали два останні доданки з тими самими знаками.

$$2) -4 + 5,3 - a = -4 - (-5,3 + a).$$

Після першого доданка поставили знак «-», у дужках записали два останні доданки з протилежними знаками. $\bullet$



1. Як розкрити дужки, перед якими стоїть знак «+»?
2. Як розкрити дужки, перед якими стоїть знак «-»?

Усно

1106. Чи правильно розкрито дужки?

- 1) $3 + (-5 - 2) = 3 - 5 - 2$; 2) $3 - (5 - 2) = 3 - 5 - 2$;
- 3) $3 - (-5 + 2) = 3 + 5 - 2$; 4) $3 - (5 + 2) = 3 - 5 + 2$.

1 2

1107. Розкрийте дужки:

- 1) $5 + (x - y)$; 2) $c - (-a + b)$;
- 3) $(k - 3) - (m + n)$; 4) $5 - (a - b + c)$.

1108. Розкрийте дужки:

- 1) $(a - b) + c$; 2) $7 - (a - c)$; 3) $-3 - (m + n - k)$.

1109. Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

- 1) $14 + (26 - 41)$; 2) $11 - (-43 - 19)$;
- 3) $-(-49 + 7,8) + 0,8$; 4) $7,3 - (5,1 - 3,7)$;
- 5) $-\frac{1}{8} - \left(-1\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right)$; 6) $1\frac{2}{7} - \left(-\frac{5}{7} + \frac{3}{8}\right)$.

1110. Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

- 1) $-12 + (-37 - 18)$; 2) $45 - (-17 + 35)$;
- 3) $-3,2 - (5,3 - 7,2)$; 4) $-(-8,1 + 3,9) - 4,1$;
- 5) $\frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{5} + \frac{5}{9}\right)$; 6) $-\frac{3}{8} - \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4}\right)$.

1111. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-(59 - 75) - (35 - 49)$; 2) $(82 - 9) - (8 + 32)$;
 3) $(4,9 - 5) - (2,9 - 4)$; 4) $-(0,8 - 3,2) - (-5,8 + 1,2)$.

1112. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-(45 - 64) + (75 - 14)$; 2) $-(4,2 - 9,7) - (2,7 - 9)$.

1113. Спростіть вираз:

- 1) $19 - (a + 7)$; 2) $-(4 - a + 2) - 28$;
 3) $b + (78 - b - 19)$; 4) $-(a + 51) - (-a - 49)$.

1114. Спростіть вираз:

- 1) $-24 - (16 - a)$; 2) $11 - (22 + b - 15)$;
 3) $-(-51 + a) - 32$; 4) $-(a - 6) + (42 + a - 58)$.



Інтерактивне завдання 36

Розкриття дужок



1115. Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

- 1) $(-3,54 + 7,6) - (10,06 - 8)$; 2) $8,17 - (3,17 + 4,6 - 5,8)$;
 3) $-(-5,76 - 6,4 + 7,2) - 3,26$; 4) $-\left(5\frac{4}{9} - 6\frac{5}{12}\right) + \left(-3,5 - \frac{5}{9}\right)$.

1116. Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

- 1) $-5,36 - (-4,3 + 1,64 - 4,8)$; 2) $-4 - \left(-8,5 + 3\frac{5}{9}\right) - 1\frac{1}{3}$.

1117. Спростіть вираз $a + b - (b - c) + d$ і знайдіть його значення, якщо $a = -3,1$; $b = 0,017$; $c = -0,9$; $d = 5$.

1118. Спростіть вираз $a - b + (b - c) + 1,8$ і знайдіть його значення, якщо $a = 0,2$; $b = -0,35$; $c = -3$.

1119. Запишіть суму виразів і спростіть її:

- 1) $-5 + a$ і $-a + 2,3$; 2) $a - b + c$ і $b - a + 3$.

1120. Запишіть різницю виразів і спростіть її:

- 1) $c + 17,1$ і $8,5 + c$; 2) $-a + b$ і $b - a$;
 3) $a + b$ і $b + c$; 4) $-a + b + k$ і $b - a - 2$.

1121. Запишіть різницю виразів і спростіть її:

- 1) $0,35 + m$ і $m - 2,65$; 2) $a - b$ і $-b + a - 5$.

1122. Розв'яжіть рівняння, спростивши вираз у лівій частині:

- 1) $4,8 - (5,8 + x) = 1,2$; 2) $(x + 7,2) - 14 = -2,3$;
 3) $-9 + (14,7 - x) = 1,3$; 4) $-(x - 1,9) - 1,5 = 0,15$.

1123. Розв'яжіть рівняння, спростивши вираз у лівій частині:

- 1) $8,3 - (-3,2 + x) = 12$; 2) $-(x - 2,25) + 0,45 = 4,3$.

1124.  Візьміть у дужки два останні доданки, поставивши перед дужками знак «+»; знак «-»:

- 1) $-4 + 3 - 7$; 2) $-2 - a + 5$; 3) $5 - x - y$.

1125. Візьміть у дужки два останні доданки, поставивши перед дужками знак «+»; знак «-»:

- 1) $-4 + b + 6$; 2) $7 - m + n$.

1126. Знайдіть значення виразу:

- 1) $2 - (1 - (1 - (1 - a)))$, якщо $a = -0,909$;
 2) $-\left(\frac{1}{2} - 1\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{5}\right)$.

1127. Обчисліть: $\left(\frac{3}{11} - \frac{1}{17}\right) - \left(\frac{5}{11} - \frac{2}{17}\right) - \left(\frac{7}{11} - \frac{3}{17}\right) + \left(\frac{9}{11} - \frac{10}{17}\right)$.

1128. Доведіть, що значення виразу $m - (1 - (1 - (1 + m)))$ не залежать від значень m .

1129. Доведіть, що значення виразу $-a - (10 - (a - 10))$ не залежать від значень a .

1130. Яких значень може набувати вираз $1 - (2 - (3 - x))$, якщо $|x| = 2$?

Поміркуйте



1131. Якщо кожному зі своїх дітей мама дасть по 13 слив, то в неї залишиться 8 слив. Якщо ж вона дасть кожному по 15 слив, то всі сливи будуть роздані. Скільки слив у мами?

Вправи для повторення



1132. Обчисліть:

- 1) $1,25 \cdot 7,8 + 4,94 \cdot 0,5$; 2) $\frac{7}{9} \cdot 2\frac{4}{7} - 3\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{9}$.

1133. У скільки разів добуток чисел 287 і 549 більший за добуток чисел 287 і 61?

1134. У порожній акваріум, що має форму прямокутного паралелепіпеда завдовжки 40 см і завширшки 30 см, налили 36 л води. Знайдіть найменше можливе значення висоти акваріума.

1135. Українську трембіту занесено до книги рекордів Гіннеса як найдовший у світі музичний інструмент.

- 1) Через скільки секунд почує звук трембіти спостерігач, який перебуває від неї на відстані 10,2 км, якщо швидкість поширення звуку в повітрі дорівнює 340 м/с?



- 2) Скільки метрів проїде за цей час автомобіль, який рухається зі швидкістю 90 км/год?

Завдання для самоперевірки № 5

Початковий рівень

1. Які з чисел 18; $-5,6$; $2\frac{1}{4}$; 0; -9 ; 54; -60 є цілими числами?
 А Лише 18; 54 Б лише 18; 0; 54
 В лише 18; 0; -9 ; 54; -60 Г лише 18; $-5,6$; 0; -9 ; 54; -60
2. Якому числу відповідає точка M координатної прямої, зображеної на рисунку?



- А 4 Б -4 В -5 Г -3
3. Яка з наведених нерівностей є неправильною?
 А $-5 < 3$ Б $0 \geq -8$ В $-6 > -9$ Г $-4 < -9$
4. Обчисліть: $-12 + (-5)$.
 А 17 Б -17 В 7 Г -7
5. Яка з наведених рівностей є правильною?
 А $-4 + 3 = -7$ Б $10 - 25 = 15$
 В $6 - (-9) = 15$ Г $-4 - (-6) = -10$
6. Опівдні температура повітря дорівнювала 3°C , а до вечора знизилася на 8°C . Знайдіть температуру повітря ввечері.
 А -11°C Б -5°C В 5°C Г 11°C

Середній рівень

7. Яке з наведених тверджень є правильним?
 А На координатній прямій точка $A(-12)$ лежить праворуч від точки $B(-9)$
 Б Модуль числа $-5,2$ дорівнює $-5,2$
 В Якщо $|a| = 7$, то $a = 7$
 Г Модуль числа $-4,09$ більший за 4
8. Знайдіть значення виразу $-2,4 - (-5,2) - 4,8$.
 А -2 Б $-2,8$ В $-12,4$ Г 2
9. Спростіть вираз $-(-a + 1,9) - (-2)$.
 А $-a - 0,1$ Б $a - 3,9$ В $a - 0,1$ Г $a + 0,1$
10. Розв'яжіть рівняння $x - \frac{2}{9} = -\frac{1}{3}$.
 А $-\frac{1}{9}$ Б $\frac{1}{9}$ В $-\frac{5}{9}$ Г $\frac{5}{9}$

Достатній рівень

11. Знайдіть значення виразу:
 1) $|-7,2| - (-10 - 5,4 + 4,8)$; 2) $-1\frac{7}{12} - \left(-4\frac{1}{9}\right) + 2,5$.
12. Запишіть у порядку спадання числа, протилежні числам $-2,8$; $1,5$; $1\frac{4}{9}$; $-2\frac{2}{3}$.
13. На координатній прямій позначте всі цілі числа, для яких є правильною нерівність $|x| \leq 4$.
14. Розв'яжіть рівняння: 1) $12 - (x + 2) = -4$; 2) $|x| - 3,5 = -0,5$.

Високий рівень

15. Знайдіть суму всіх цілих чисел, для яких є правильною нерівність $-51 \leq x < 49$.
16. Розв'яжіть рівняння $-9 - |x + 5| = -12$.
17. Яких значень може набувати вираз $2 - (2 - (-2 + a))$, якщо $|a| = 4$?
18. На координатній прямій дано точки $A(-3)$ і $B(5)$. Знайдіть координату точки C , яка ділить відрізок AB у відношенні $1 : 3$.

§ 6. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

37. МНОЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Нехай фірма тричі брала в банку кредити по 5 мільйонів гривень щоразу. Тоді всього вона взяла кредитів на суму $5 \cdot 3 = 15$ (млн грн). Оскільки кредити є боргами фірми перед банком, то ми позначали їх від'ємними числами: -5 млн грн; -15 млн грн. Тоді увесь кредит у мільйонах гривень можна обчислити так:

$$-5 \cdot 3 = -15.$$

Звернемо увагу, що числа -5 і 3 мають різні знаки, їх добутком є число від'ємне, а модуль добутку (числа -15) дорівнює добутку модулів множників (чисел -5 і 3): $|-15| = |-5| \cdot |3|$.

Добутком двох чисел з різними знаками є число від'ємне; модуль добутку дорівнює добутку модулів множників.



Щоб знайти добуток двох чисел з різними знаками, достатньо перемножити їхні модулі та поставити перед одержаним числом знак «-».

$$-5 \cdot 3 = -(|-5| \cdot |3|) = -(5 \cdot 3) = -15.$$

Порівняємо добутки: $5 \cdot 3 = 15$ і $-5 \cdot 3 = -15$.

Бачимо: якщо в добутку $5 \cdot 3$ змінити знак одного множника (замість 5 узяти -5), то знак добутку теж зміниться (замість 15 стане -15), а модуль добутку залишиться тим самим ($|15| = |-15|$).

Отже, якщо змінити знак множника, то добуток також змінює знак, а його модуль залишається тим самим.

Змінивши в рівності $-5 \cdot 3 = -15$ знак множника 3 і знак добутку -15 , прийдемо до рівності

$$-5 \cdot (-3) = 15.$$

Звернемо увагу, що числа -5 і -3 від'ємні, їх добутком є додатне число, а модуль добутку дорівнює добутку модулів множників ($|15| = |-5| \cdot |-3|$).

Добутком двох від'ємних чисел є число додатне; модуль добутку дорівнює добутку модулів множників.



Щоб знайти добуток двох від'ємних чисел, достатньо перемножити їхні модулі.

$$-5 \cdot (-3) = |-5| \cdot |-3| = 5 \cdot 3 = 15.$$

Якщо a — будь-яке раціональне число (додатне, від'ємне або 0), то $a \cdot 0 = 0$.

Якщо хоча б один із множників дорівнює нулю, то добуток дорівнює нулю.

Правильними є й такі твердження:

Якщо $ab > 0$, то числа a і b мають однакові знаки.

Якщо $ab < 0$, то числа a і b мають різні знаки.

Якщо $ab = 0$, то хоча б одне з чисел a або b дорівнює 0.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Виконати множення: 1) $-0,8 \cdot 50$; 2) $-1,2 \cdot (-0,3)$.

- 1) $-0,8 \cdot 50 = -(0,8 \cdot 50) = -40$;
- 2) $-1,2 \cdot (-0,3) = 1,2 \cdot 0,3 = 0,36$. ●

Вправа 2. Обчислити: $(-14)^2$.

- $(-14)^2 = -14 \cdot (-14) = 14 \cdot 14 = 196$. ●

Примітка. Із розв'язання вправи 2 маємо: $(-14)^2 = 14^2$. Узагалі, для будь-якого раціонального числа a виконується рівність $(-a)^2 = a^2$.



1. Як знайти добуток двох чисел з різними знаками?
2. Як знайти добуток двох від'ємних чисел?
3. У якому випадку добуток двох множників є додатним числом? Від'ємним числом? Нулем?



1136. Який знак має добуток:

- 1) $-5 \cdot (-12)$; 2) $7 \cdot (-9)$; 3) $-3 \cdot 0,6$; 4) $-8 \cdot (-1,5)$?

1137. Обчисліть:

- 1) $-8 \cdot 0$; 2) $8 \cdot (-3)$; 3) $-8 \cdot 3$; 4) $-8 \cdot (-3)$;
5) $7 \cdot (-10)$; 6) $(-1) \cdot (-4)$; 7) $-5 \cdot 0,2$; 8) $-100 \cdot 10$.

1138. Не виконуючи обчислень, порівняйте значення виразів:

1) $-8 \cdot 125$ і $-4 \cdot (-84)$; 2) $18 \cdot 63$ і $52 \cdot (-305)$.



1139. Запишіть суму у вигляді добутку та виконайте множення:

1) $-9 + (-9) + (-9) + (-9)$;

2) $-0,2 + (-0,2) + (-0,2) + (-0,2) + (-0,2)$.

1140. Виконайте множення:

1) $-15 \cdot 7$;

2) $-5 \cdot (-18)$;

3) $-12 \cdot (-9)$;

4) $7 \cdot (-21)$;

5) $-16 \cdot 2,5$;

6) $-4 \cdot (-10,5)$;

7) $-1,2 \cdot (-0,8)$;

8) $8 \cdot (-4,05)$;

9) $-3,2 \cdot 0,25$.

1141. Виконайте множення:

1) $5 \cdot 12$;

2) $-5 \cdot (-12)$;

3) $-5 \cdot 12$;

4) $5 \cdot (-12)$;

5) $-1,8 \cdot 4$;

6) $-7 \cdot (-1,2)$;

7) $0,4 \cdot (-100)$;

8) $-0,1 \cdot (-9,2)$.

1142. Обчисліть добуток:

1) $-\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$; 2) $-\frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$; 3) $\frac{2}{15} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$; 4) $-1\frac{1}{6} \cdot (-30)$.

1143. Обчисліть добуток:

1) $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; 2) $-\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$; 3) $-\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$; 4) $-20 \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right)$.

1144. Заповніть таблицю:

a	3	-3	-8	-25	-0,1	-0,5	-1,2
a^2							

1145. Обчисліть:

1) $(-2)^2$;

2) $(-15)^2$;

3) $(-0,2)^2$;

4) $(-2,5)^2$.

1146. Знайдіть значення виразу $-12b$, якщо $b = -3$; $b = 0,75$;

$b = -\frac{2}{3}$.

1147. Знайдіть значення виразу $-25a$, якщо $a = -1$; $a = -0,4$;

$a = \frac{1}{15}$.

1148. Знайдіть значення виразу:

1) $-16 + 8 \cdot (-0,5)$; 2) $-2 \cdot (-1,8 - 1,2)$; 3) $121 - (-17)^2$;

4) $(-3,6 + 1,5)^2$; 5) $-1\frac{7}{8} \cdot \frac{2}{5} + 1\frac{3}{4}$; 6) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}$.

1149. Знайдіть значення виразу:

1) $-0,4 \cdot (-10) - 7$; 2) $(0,1 - 0,6) \cdot 8$;

3) $(2,8 - 4,2)^2$; 4) $\frac{4}{9} + 1\frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$.

1150.  Запишіть замість зірочки знак «<» або «>», щоб утворилася правильна нерівність:

1) $-7,2 \cdot (-15) * 100$; 2) $100 * (-3) \cdot 300$;
3) $0,2 \cdot (-14) * -2,5$; 4) $-25 * (-44) \cdot 1000$.



1151. Знайдіть значення виразу:

1) $(-7,6 - 5,8 + 4,5) \cdot (6,3 - 8,2)$;
2) $-2,69 \cdot (-0,8) + 0,7 \cdot (4,3 - 7,8)$;
3) $-10,8 \cdot (-7,6 - 6,8 \cdot (-3,5))$;
4) $(-7,65 \cdot (-0,4) - 5) \cdot (3 - 1,02)$;
5) $(5,9 - 8) \cdot (-0,07) + 5 \cdot (-0,16)^2$.

1152. Знайдіть значення виразу:

1) $-20,5 \cdot (-46) + 9,8 \cdot (-105)$;
2) $1,2 \cdot (-6,5 \cdot 2,8 + 7,7) - (-4,62)$;
3) $(-0,7 - 1,8) \cdot (-8,4) - (-5,2)^2$.

1153. Обчисліть:

1) $5\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) - (-3) \cdot 1\frac{11}{30}$; 2) $-0,75 \cdot \frac{2}{9} - 6\frac{1}{9} \cdot (-0,3)$;
3) $(-3,4) \cdot \left(1 - 1\frac{10}{17} \cdot \left(-\frac{4}{27}\right)\right)$; 4) $\left(-1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}\right) \cdot \left(3\frac{4}{5} - 1,4\right)$.

1154. Обчисліть:

1) $-2\frac{8}{15} \cdot (-2,5) - 3\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right)$; 2) $-8\frac{4}{7} \cdot \left(-2\frac{5}{8} \cdot \frac{6}{7} + 0,5\right)$.

1155. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

1) добуток суми чисел $-1,4$ і $0,6$ та різниці чисел $-2,1$ і $4,4$;

- 2) різниця добутку чисел $-2,5$ і $-0,8$ та квадрата числа $-2,5$;
 3) різниця квадратів чисел -8 і 16 ;
 4) квадрат суми чисел $-3\frac{2}{3}$ і $1\frac{5}{6}$.

1156. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

- 1) добуток різниці чисел $-2,4$ і $-1,8$ та числа $-3,5$;
 2) сума добутку чисел 25 і $-0,016$ та квадрата числа $-1,5$;
 3) квадрат різниці чисел $-2\frac{4}{15}$ і $-1\frac{1}{3}$.

1157. Знайдіть значення виразу $a^2 - b^2$, якщо:

- 1) $a = -14$; $b = 16$; 2) $a = 4,89$; $b = -4,89$.

1158. Знайдіть значення виразу $x^2 + y^2$, якщо $x = 20$; $y = -15$.

1159. Запишіть кожне з чисел -5 ; -10 ; 9 ; $-0,6$; $-1,8$ у вигляді добутку двох множників, один з яких дорівнює -1 .

1160. Доберіть два протилежні числа, добуток яких дорівнює: -1 ; -9 ; -16 ; -100 .

1161. Які з чисел -4 , -2 , -1 , 0 є коренями рівняння $x(x + 2) = 0$?

1162. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-2,58 \cdot (x + 3) = 0$; 2) $(x + 2,4)(x - 0,2) = 0$;
 3) $x(x - 10,5) = 0$; 4) $(|x| - 1) \cdot 3,6 = 0$.

1163. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(x - 15) \cdot 1,6 = 0$; 2) $(x - 4,8)(x + 2,1) = 0$.



Інтерактивне завдання 37

Множення раціональних чисел



1164.  Обґрунтуйте твердження:

- 1) якщо $a \neq 0$, то $a^2 > 0$; 2) $a^2 = 0$ лише при $a = 0$.

1165. Про чотири числа a , b , c і d відомо, що $ab > 0$, $bc < 0$, $cd > 0$. Знайдіть знак добутку ad .

1166. Про три числа a , b і c відомо, що $ab < 0$, $bc > 0$. Знайдіть знак добутку ac .

Перевіримо цю властивість на прикладах:

$$-5 \cdot 14 = -70, 14 \cdot (-5) = -70, \text{ тому } -5 \cdot 14 = 14 \cdot (-5);$$

$$-12 \cdot (-3) = 36, -3 \cdot (-12) = 36, \text{ тому } -12 \cdot (-3) = -3 \cdot (-12).$$

Враховуючи переставну властивість, особливі випадки множення можна записати так:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad a \cdot (-1) = -1 \cdot a = -a; \quad a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Сполучна властивість.



Для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність

$$(ab)c = a(bc).$$

Перевіримо цю властивість, узявши $a = -2$, $b = -5$, $c = 4$:

$$(-2 \cdot (-5)) \cdot 4 = 10 \cdot 4 = 40; \quad -2 \cdot (-5 \cdot 4) = -2 \cdot (-20) = 40.$$

Отже, $(-2 \cdot (-5)) \cdot 4 = -2 \cdot (-5 \cdot 4)$.

Сполучна і переставна властивості дозволяють у разі множення кількох чисел самим вибирати зручний порядок обчислень. Наприклад,

$$-9 \cdot 2,5 \cdot (-7) \cdot 4 = (-9 \cdot (-7)) \cdot (2,5 \cdot 4) = 63 \cdot 10 = 630.$$

Спростимо вираз $1,5a \cdot (-4b)$:

$$1,5a \cdot (-4b) = 1,5 \cdot a \cdot (-4) \cdot b = (1,5 \cdot (-4)) \cdot (a \cdot b) = -6ab.$$

Вираз $-6ab$ містить числовий множник -6 і буквені множники a та b . Числовий множник -6 називають *числовим коефіцієнтом* виразу $-6ab$, або просто *коефіцієнтом*. Коефіцієнтом виразу $1,5a$ є число $1,5$. Коефіцієнти пишуть зазвичай перед буквеними множниками.

Оскільки $a = 1 \cdot a$, то вважають, що коефіцієнт виразу a дорівнює 1 . Коефіцієнт виразу $-a$ дорівнює -1 , бо $-a = (-1) \cdot a$.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Спростити вираз і записати його коефіцієнт:

$$1) 5b \cdot (-7); \quad 2) a \cdot (-b); \quad 3) -a \cdot (-b).$$

● 1) $5b \cdot (-7) = (5 \cdot (-7)) \cdot b = -35 \cdot b = -35b$.

Кінцевий результат — вираз $-35b$ — можна одержати, якщо у виразі $5b \cdot (-7)$ добуток чисел 5 і -7 помножимо на b . Тому коротко записують: $5b \cdot (-7) = -35b$.

Коефіцієнт виразу — число -35 .

2) $a \cdot (-b) = a \cdot (-1) \cdot b = (-1) \cdot a \cdot b = -ab$; коефіцієнт -1 .

3) $-a \cdot (-b) = (-1) \cdot a \cdot (-1) \cdot b = (-1 \cdot (-1)) \cdot a \cdot b = ab$; коефіцієнт 1 . ●



1. Сформулюйте переставну і сполучну властивості множення.
2. Чому дорівнює добуток двох множників, один з яких дорівнює 1 ? 0 ?
3. Поясніть на прикладах, що таке коефіцієнт буквеного виразу.



1174. Знайдіть знак добутку:

1) $(-2) \cdot (-7) \cdot 5 \cdot (-9)$; 2) $(-2) \cdot 3 \cdot (-8) \cdot (-7) \cdot (-1)$.

1175. Обчисліть:

1) $-5 \cdot 17 \cdot (-2)$; 2) $-7 \cdot (-20) \cdot (-5)$;
3) $25 \cdot (-1,7) \cdot 4$; 4) $-6 \cdot 16 \cdot 0 \cdot (-64)$.

1176. Додатним чи від'ємним числом є добуток:

- 1) трьох від'ємних чисел;
- 2) трьох чисел, одне з яких додатне, а два — від'ємні;
- 3) трьох чисел, одне з яких від'ємне, а два — додатні;
- 4) чотирьох від'ємних чисел?

1177. Назвіть коефіцієнти виразів: $3xy$; $-y$; $-1,2a$; m ; $-2abc$.



1178. Обчисліть зручним способом:

1) $-5 \cdot 17 \cdot (-20)$; 2) $12 \cdot (-25) \cdot 4$;
3) $-4 \cdot (-2,5) \cdot (-7)$; 4) $-0,5 \cdot (-15) \cdot 20$;
5) $2,59 \cdot 250 \cdot (-4)$; 6) $-125 \cdot 1,5 \cdot (-8) \cdot 6$;
7) $-8 \cdot (-2,5) \cdot (-1,25) \cdot (-4)$; 8) $-4 \cdot (-0,2) \cdot 9 \cdot (-5) \cdot (-25)$.

1179. Обчисліть зручним способом:

1) $-4 \cdot (-18) \cdot 25$; 2) $-20 \cdot 7 \cdot (-0,5)$;
3) $2,1 \cdot (-8) \cdot (-125)$; 4) $2,5 \cdot (-7,02) \cdot 4$;
5) $-5 \cdot (-4) \cdot 4,8 \cdot (-5)$; 6) $0,5 \cdot (-25) \cdot (-0,6) \cdot 20$.

1180. Обчисліть добуток:

1) $-\frac{2}{3} \cdot (-4) \cdot \frac{3}{8}$; 2) $-\frac{2}{9} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot (-14)$;

3) $-\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{15} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right);$

4) $1\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \frac{8}{9}.$

1181. Обчисліть добуток:

1) $\frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot (-15);$

2) $-\frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{15}\right).$

1182. Заповніть таблицю:

a	2	-2	-1	-5	-0,3	-1,5
a^3						

1183. Обчисліть: 1) $(-3)^3$; 2) $(-4)^3$; 3) $(-0,2)^3$; 4) $(-0,5)^3$.**1184.** Знайдіть значення виразу $-0,2xy$, якщо:

1) $x = -0,17; y = 10;$

2) $x = 3,8; y = 0,5.$

1185. Знайдіть значення виразу $4,5ab$, якщо:

1) $a = -2; b = 4;$

2) $a = -1,25; b = -40.$

1186. Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

1) $-7,2 \cdot x \cdot 10;$

2) $2,5a \cdot (-4b);$

3) $-4 \cdot 2y \cdot (-3);$

4) $-8 \cdot 5a \cdot (-b) \cdot (-2);$

5) $-5a \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot 2b;$

6) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}x\right) \cdot (-y).$

1187. Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

1) $a \cdot (-1,5) \cdot 4;$

2) $-0,8 \cdot 4x \cdot (-5);$

3) $2,5b \cdot 10c \cdot (-0,4);$

4) $4a \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) \cdot (-b).$

**Інтерактивне завдання 38****Переставна і сполучна властивості множення****1188.** Обчисліть зручним способом:

1) $48 \cdot (-2,5);$

2) $-72 \cdot (-12,5);$

3) $-14 \cdot 0,25 \cdot (-18);$

4) $5 \cdot (-32) \cdot 1,8 \cdot 25.$

Розв'язання. 1) $48 \cdot (-2,5) = 12 \cdot 4 \cdot (-2,5) = 12 \cdot (-10) = -120.$

1189. Обчисліть зручним способом:

1) $1,25 \cdot (-24)$;

2) $-0,7 \cdot 28 \cdot (-2,5)$.

1190.  Обчисліть:

1) $-1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7)$;

2) $-5 \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$.

1191. Обчисліть:

1) $-2\frac{2}{9} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{8}\right)$;

2) $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot (-1,4) \cdot 2\frac{1}{3}$;

3) $1,25 \cdot \left(-\frac{8}{15}\right) \cdot 2,4 \cdot \left(-1\frac{7}{8}\right)$; 4) $-4,5 \cdot 3\frac{3}{11} \cdot (-20) \cdot 4\frac{7}{12} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$.

1192. Обчисліть:

1) $\frac{5}{7} \cdot \left(-2\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (-0,8)$; 2) $-7,5 \cdot 6\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{11}\right) \cdot 6 \cdot 2\frac{2}{9}$.

1193. Знайдіть значення виразу $a^2 - a^3$, якщо:

1) $a = 10$; 2) $a = -10$; 3) $a = -0,3$; 4) $a = \frac{1}{4}$.

1194. Знайдіть значення виразу $b^3 + b^2$, якщо: 1) $b = 8$; 2) $b = -8$.

1195. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $-6\frac{2}{5}x \cdot \left(-\frac{3}{16}\right) \cdot \left(-3\frac{1}{3}y\right)$, якщо $x = -0,25$; $y = 7$;

2) $5,25a \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{5}{36}b\right)$, якщо $a = -12$; $b = -0,1$;

3) $5x \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot 24yz \cdot \left(-1\frac{5}{16}\right)$, якщо $x = -1$; $y = 0,5$; $z = \frac{1}{7}$.

1196. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $\left(-6\frac{2}{3}a\right) \cdot (-0,5b) \cdot 1\frac{4}{5}$, якщо $a = -0,4$; $b = -15$;

2) $0,25ac \cdot 3\frac{1}{5} \cdot \left(-2\frac{1}{4}b\right)$, якщо $a = -2$; $b = 5$; $c = \frac{2}{9}$.



1197. Обчисліть зручним способом:

1) $125 \cdot (-0,2)^3 \cdot (-0,04) \cdot (-125)$;

2) $-5 \cdot (-2,5) \cdot (-1,25) \cdot (-0,125) \cdot (-512)$.

1198. Обчисліть зручним способом: $(-0,5)^2 \cdot (-0,25) \cdot 0,125 \cdot (-64)$.

1199. Знайдіть добуток усіх цілих значень x , для яких є правильною нерівність $-50 < x < 100$.

1200. Знайдіть добуток усіх цілих чисел, модулі яких менші від 25.

1201.  Для трьох чисел a , b і c є правильною нерівністю $a < b < c$. Додатним чи від'ємним є число b , якщо:

1) $abc < 0$ і $c > 0$;

2) $abc > 0$ і $a + c = 0$?

Поміркуйте



1202. Якою цифрою закінчується значення добутку 50 множників, кожний з яких дорівнює -4 ?

Вправи для повторення



1203. Обчисліть:

1) $76 \cdot 63 + 76 \cdot 18 + 76 \cdot 9$; 2) $24 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right)$.

1204. На рисунку 110 вказано ціни кількох речей. Скільки гривень буде коштувати кожна річ після зниження цін на 20 %?



Рис. 110

1205. Із міста A до міста B , відстань між якими 450 км, виїхав автомобіль і рухається зі швидкістю 75 км/год. На якій відстані від міста B він буде через 3,6 год?

1206. Катер наздоганяє пліт. У даний момент відстань між ними дорівнює 4,5 км. Знайдіть відстань між катером і плотом через 10 хв, якщо швидкість катера за течією річки дорівнює 27 км/год, а швидкість течії — 3 км/год.

39. РОЗПОДІЛЬНА ВЛАСТИВІСТЬ МНОЖЕННЯ. ЗВЕДЕННЯ ПОДІБНИХ ДОДАНКІВ

Для раціональних чисел справджується розподільна властивість множення відносно додавання.



Для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Перевіримо цю властивість, узявши $a = -4$, $b = -7$, $c = 5$:

$$-4 \cdot (-7 + 5) = -4 \cdot (-2) = 8;$$

$$-4 \cdot (-7) + (-4) \cdot 5 = 28 + (-20) = 8.$$

$$\text{Отже, } -4 \cdot (-7 + 5) = -4 \cdot (-7) + (-4) \cdot 5.$$

Із розподільною властивістю множення пов'язані такі перетворення виразів:

заміну виразу $a(b + c)$ на вираз $ab + ac$ називають *розкриттям дужок*;

заміну виразу $ab + ac$ на вираз $a(b + c)$ називають *винесенням спільного множника за дужки* (множника a).

Розкривати дужки можна й тоді, коли вираз у дужках є сумою більше ніж двох доданків або коли він містить дії додавання і віднімання (такий вираз завжди можна записати у вигляді суми). Наприклад,

$$\begin{aligned} 3(x + 2y - z) &= 3(x + 2y + (-z)) = 3 \cdot x + 3 \cdot 2y + 3 \cdot (-z) = \\ &= 3x + 6y + (-3z) = 3x + 6y - 3z. \end{aligned}$$

$$\text{Коротко записують: } 3(x + 2y - z) = 3x + 6y - 3z.$$

$$\text{Розкрийте дужки у виразах } 2(x - 4) \text{ та } -5(2a + b).$$



$$2(x - 4) = 2x - 8; \quad -5(2a + b) = -10a - 5b.$$

Розглянемо приклади винесення спільного множника за дужки:

$$2a - 10 = 2a - 2 \cdot 5 = 2(a - 5);$$

$$-8x - 4y = -4 \cdot 2x + (-4) \cdot y = -4(2x + y).$$

Розглянемо вираз $3b - 9b + 2b$. Він складається із трьох доданків $3b$, $-9b$ і $2b$, які мають однакову буквену частину. Такі доданки називають *подібними*. Винесемо за дужки спільний множник b :

$$3b - 9b + 2b = b \cdot (3 - 9 + 2) = b \cdot (-4) = -4b.$$

Записавши вираз $3b - 9b + 2b$ у вигляді $-4b$, ми додали або, ще кажуть, *звели подібні доданки*. При цьому коефіцієнт -4 у виразі $-4b$ дорівнює сумі коефіцієнтів доданків $3b$, $-9b$ і $2b$ ($3 + (-9) + 2 = -4$).



Щоб звести подібні доданки, потрібно додати їхні коефіцієнти і результат помножити на спільну буквену частину.

У виразі може бути кілька груп подібних доданків. Під час спрощення таких виразів потрібно спочатку виділити групи подібних доданків, а потім у кожній групі звести подібні. Наприклад,

$$\underline{4a} - \underline{5b} + 3 - \underline{2a} - \underline{3b} = 2a - 8b + 3.$$

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Обчислити зручним способом:

$$1) -8 \cdot 4,8 + 8 \cdot 7,8; \quad 2) 9 \cdot 1,2 + 1,3 \cdot 9 - 9 \cdot 3,5.$$

- $1) -8 \cdot 4,8 + 8 \cdot 7,8 = 8 \cdot (-4,8 + 7,8) = 8 \cdot 3 = 24;$
- $2) 9 \cdot 1,2 + 1,3 \cdot 9 - 9 \cdot 3,5 = 9 \cdot (1,2 + 1,3 - 3,5) = 9 \cdot (-1) = -9.$ ●

Вправа 2. Спростити вираз $3(5c - 4) - 2(3 - 2c)$.

- Розкривши дужки, матимемо:

$$3(5c - 4) - 2(3 - 2c) = 15c - 12 - 6 + 4c = 19c - 18. \quad \bullet$$

Вправа 3. Винести спільний множник за дужки у виразі $2ab + 4ac$.

- $2ab + 4ac = 2a \cdot b + 2a \cdot 2c = 2a(b + 2c).$ ●



1. Сформулюйте розподільну властивість множення.
2. Наведіть приклад розкриття дужок; винесення спільного множника за дужки.
3. Які доданки називають подібними?
4. Як звести подібні доданки?

1207. Розкрийте дужки:

- 1) $4(k - 5)$; 2) $-2(x + y)$; 3) $(a - c) \cdot (-3)$; 4) $-7(-n + 1)$.

1208. Винесіть за дужки спільний множник:

- 1) $2a - 2b$; 2) $2a - 5a$; 3) $-2a - 2b$; 4) $ac - cb$.

1209. Обчисліть:

- 1) $5 \cdot (100 - 1)$; 2) $-7 \cdot 23 + 8 \cdot 23$;
3) $3 \cdot 17 - 3 \cdot 27$; 4) $-17 \cdot 7 + (-17) \cdot 3$.

1210. Назвіть подібні доданки у виразі:

- 1) $x - 2y + 3x - y$; 2) $7b - a - 2ab + b + 3ab$.

1211. Зведіть подібні доданки:

- 1) $5x - 4x$; 2) $-4a + a$; 3) $-7c - c$; 4) $4b - 5b + 2$.

1212. Розкрийте дужки:

- 1) $4(a + 1)$; 2) $(x - y) \cdot 5$;
3) $1,5(-a + 2)$; 4) $-2(b - 0,3)$;
5) $(2x - y) \cdot (-3)$; 6) $0,4(-10b - 5c)$.

1213. Розкрийте дужки:

- 1) $3(a - c)$; 2) $-6(0,7 + b)$;
3) $(-a + 3) \cdot (-2)$; 4) $(-4x - 2y) \cdot 0,5$.

1214. Винесіть за дужки спільний множник:

- 1) $7x + 7y$; 2) $6x - 6y$; 3) $-3a + 3$; 4) $-9 - 9b$;
5) $1,2k - 1,2m$; 6) $2a + ab$; 7) $-ab + 6bc$; 8) $-2mb - mc$;
9) $ab - 2ac + ad$; 10) $-3xy - y - 1,6yz$.

1215. Винесіть за дужки спільний множник:

- 1) $10m - 10n$; 2) $-2a + 2$; 3) $-4k - 4p$; 4) $ab - 3ac$;
5) $4b - 2ab - b$; 6) $-xy + 2xz - 2,1x$.

1216. Обчисліть:

- 1) $4 \cdot (-23) + 4 \cdot 43$; 2) $21 \cdot 3 - 31 \cdot 3$;
3) $90 \cdot 25 + 25 \cdot (-86)$; 4) $54 \cdot (-8) + 9 \cdot 54$;
5) $25 \cdot 2,7 - 25 \cdot 3,7$; 6) $25 \cdot (-0,9) + 5 \cdot (-0,9)$;
7) $91 \cdot 31 - 32 \cdot 91 + 91$; 8) $14 \cdot 1,9 - 3,2 \cdot 14 - 14 \cdot 8,7$.

1217. Обчисліть:

- 1) $27 \cdot 19 - 37 \cdot 19$; 2) $-3,4 \cdot 25 + 45 \cdot 3,4$;
 3) $-17 \cdot 25 - 5 \cdot (-17)$; 4) $2,7 \cdot 19 - 3,7 \cdot 19$;
 5) $9 \cdot 36 - 15 \cdot 9 - 21 \cdot 9$; 6) $4 \cdot 1,6 - 9 \cdot 1,6 - 1,6 \cdot 5$.

1218. Зведіть подібні доданки:

- 1) $9m - 13m + 2m$; 2) $5a - 6a + 2a - 10a$;
 3) $-3x + 7x - x + 2x$; 4) $2,8b - b + 1,8b - 2b$;
 5) $-4k - 7 - 5k + 10k$; 6) $5a + b - 7b + 3a$;
 7) $10x - 11 - 7,5x + 4$; 8) $8a - 0,9x - 8a + x$.

1219. Зведіть подібні доданки:

- 1) $3c + 7c - 8c$; 2) $16a - 5a + 7a - 11a$;
 3) $-4t + 3t - 8 - 7t$; 4) $8x - 8y + y - 6x$;
 5) $4,5a - 7b - 1,5a + 7b$; 6) $-a + 3b - 4b + 1,5a$.

1220. Спростіть вираз:

- 1) $3(-2x + 5) + 4(x - 2)$; 2) $-(2a - 3) - 2(3a - 1)$;
 3) $-5(-3x + 2) - (9 - x)$; 4) $6(3b - 1) + (4 + b) \cdot (-2)$.

1221. Спростіть вираз:

- 1) $(5x - 3) \cdot 2 - 5(3 - 2x)$; 2) $-(3a - 2) + 6(a - 2)$.



Інтерактивне завдання 39

Розподільна властивість множення

**1222.** Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $-9 \cdot 48$; 2) $-23 \cdot (-99)$; 3) $251 \cdot (-4)$; 4) $-997 \cdot 7$.

Розв'язання. 1) $-9 \cdot 48 = -9 \cdot (50 - 2) = -450 + 18 = -432$.

1223. Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $49 \cdot (-8)$; 2) $-7 \cdot (-98)$; 3) $-6 \cdot 995$.

1224. Обчисліть зручним способом:

- 1) $-2\frac{4}{7} \cdot 1\frac{2}{9} + 5\frac{4}{7} \cdot 1\frac{2}{9}$; 2) $\frac{4}{9} \cdot 2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} - \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{9}$;
 3) $28 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{7} + \frac{3}{14} - \frac{5}{28} \right)$; 4) $\left(2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{3} \right) \cdot (-12)$.

1225. Обчисліть зручним способом:

1) $3\frac{2}{5} \cdot 1\frac{3}{4} - 1\frac{3}{4} \cdot 5\frac{2}{5};$

2) $1\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{9} - 1\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{9} + \frac{4}{9} \cdot 1\frac{5}{7};$

3) $-18 \cdot \left(\frac{5}{18} - \frac{2}{9} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \right);$

4) $\left(2\frac{2}{5} - \frac{5}{6} - 2\frac{1}{15} \right) \cdot 30.$

1226. Розкрийте дужки:

1) $-2a(m + 1,2n - 3,5k);$

2) $(-1,25a + 3b + 3,6) \cdot (-2c);$

3) $\left(\frac{5}{8}a - 1\frac{1}{6}b - 2\frac{2}{3}c \right) \cdot 24;$

4) $-15k \left(-1\frac{1}{6} - \frac{2}{9}m + 2,4n \right).$

1227. Розкрийте дужки:

1) $-5a(-1,2b + 0,4c - d);$

2) $(-0,2x + 1,25 - 1,5y) \cdot 4z;$

3) $-18 \left(-2\frac{1}{3}a + 1\frac{2}{9}b - 2\frac{5}{6}c \right);$

4) $\left(1\frac{2}{3}m - 3\frac{3}{5}n - 1\frac{1}{6} \right) \cdot 15k.$

1228. Спростіть вираз:

1) $-7(a - 2b + 2) - 2(5a - 5);$

2) $a(3x - 2y + 5) - 2a(-2x - y);$

3) $2\frac{1}{3}a - 1\frac{1}{6}a - \frac{5}{9}a;$

4) $-2\frac{1}{4}x + 1,6x - \frac{5}{8}x;$

5) $-\left(3\frac{3}{4}b - \frac{2}{9} \right) + 4\left(1\frac{1}{8}b - \frac{1}{6} \right);$

6) $2\left(1\frac{3}{8}x - \frac{3}{4}y \right) - \left(3\frac{1}{2}x - 2y \right).$

1229. Спростіть вираз:

1) $(2x - y - 3) \cdot (-2) - 4(x - 2y);$

2) $2x(a - 3b + 5c) - x(2a - 4b);$

3) $1\frac{3}{8}c - 2\frac{1}{4}c + \frac{5}{12}c;$

4) $-\left(1\frac{3}{5}a + \frac{3}{7}b \right) + 3\left(-1\frac{7}{15}a + \frac{1}{7}b \right).$

1230. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $-3(c + 0,2) - (2c - 1,3),$ якщо $c = 0,8;$

2) $4x - 5y - 4,5(x - y),$ якщо $x = -0,27; y = -0,73.$

1231. Спростіть вираз $1,5(a - 2b) - 3a + 4,5b$ і знайдіть його значення, якщо $a = 2,7; b = 0,7.$ **1232.** Доведіть, що значення виразу $3(k - 1) - 7(2 - k) - 2(5k - 9)$ не залежать від значень $k.$ **1233.** Доведіть, що значення виразу $6(m + 2) - 2(3 - m) - 4(2m + 1)$ не залежать від значень $m.$

1234. Доведіть, що для будь-якого значення x значення виразу $4(x + 0,8) - 2,5x - 3(0,5x + 1)$ є додатним числом.

1235. Винесіть за дужки спільний множник:

- 1) $16a + 8ab - 32ac$; 2) $6ta - 9tb - 12tc$;
3) $-54xy + 63xz - 36xy$; 4) $42abc - 70bcd + 28bc$.

1236. Винесіть за дужки спільний множник:

- 1) $10ab - 15bc - 25abc$; 2) $-24axy + 36ayz - 60ay$.

1237. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $3,2x + 5,7x - 7,4x = 6$; 2) $1\frac{1}{2}y - \frac{2}{3}y - \frac{1}{6}y = 4$.

1238. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $4,5y - 6,4y + 4,1y = 22$; 2) $\frac{7}{8}x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x = 1$.



1239. Обчисліть зручним способом:

- 1) $78 \cdot 62 + 13 \cdot 78 - 75 \cdot 88$;
2) $478 \cdot 27 + 28 \cdot 478 - 678 \cdot 55$;
3) $4,8 \cdot 6,5 - 8,5 \cdot 6,8 + 2 \cdot 4,8$.

1240. Обчисліть зручним способом:

- 1) $36 \cdot 28 + 36 \cdot 39 - 67 \cdot 46$;
2) $3,4 \cdot 4,5 - 3,4 \cdot 10,6 + 6,1 \cdot 4,4$.

1241. Дано вираз $x(-3y - 7z) - y(2x - 4z) - z(-2x + 4y)$. Знайдіть його значення, якщо $x = 0,8$; $y = -3,12$; $z = 4,12$.

1242. Дано вираз $a(7b - 2c) - b(4a + 6c) - c(-2a - 3b)$. Знайдіть його значення, якщо $a = 2,17$; $b = -7$; $c = 1,17$.

1243. Знайдіть значення виразу $4(a - b) - 8(a + b)$, якщо $a + 3b = -1$.

1244. Знайдіть значення виразу $6(m + n) - 2(m - n)$, якщо $m + 2n = 1$.

1245. Для деяких двох чисел x та y виконується рівність $x - 4y = 2$. Доведіть, що для цих чисел виконується рівність $3(x + 2y) - 2(2x + y) = -2$.

Поміркуйте



1246. Розставте у квадратики всі 10 цифр так, щоб була правильною рівність

$$\square + \square\square + \square\square\square = \square\square\square\square.$$

Вправи для повторення



- 1247.** Добуток двох чисел дорівнює 2, а одне з них — 8. Знайдіть друге число.
- 1248.** Знайдіть:
- 1) ділене, якщо дільник дорівнює 375, а частка — 4;
 - 2) дільник, якщо ділене дорівнює 3,75, а частка — 0,25.
- 1249.** Довжина ящірки дорівнює 15 см, а крокодила — 4,5 м. У скільки разів довжина крокодила більша за довжину ящірки?
- 1250.** Майстриня може виконати замовлення за 6 год, а її учениця — за 15 год. Спочатку 2 год над замовленням працювала майстриня, а потім роботу закінчила учениця. Скільки годин працювала над замовленням учениця?

40. ДІЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Ділення двох від'ємних чисел і двох чисел з різними знаками має той самий зміст, що й ділення додатних чисел: виконуючи ділення числа a на число b , ми шукаємо таке число, яке в добутку з числом b дає число a . Так, $-15 : (-3) = 5$, бо $5 \cdot (-3) = -15$.

Звернемо увагу, що часткою від'ємних чисел -15 і -3 є додатне число. Якщо модуль діленого поділити на модуль дільника, то одержимо модуль частки: $|-15| : |-3| = |5|$. Тому знаходження частки чисел -15 і -3 можна записати так:

$$-15 : (-3) = |-15| : |-3| = 15 : 3 = 5,$$

або скорочено $-15 : (-3) = 15 : 3 = 5$.

Часткою двох від'ємних чисел є число додатне.



Щоб знайти частку двох від'ємних чисел, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника.

Наприклад,

$$-2,4 : (-6) = 2,4 : 6 = 0,4; \quad -\frac{5}{6} : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{6} : \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

Оскільки $(-3) \cdot 5 = -15$, то $-15 : 5 = -3$.

У рівності $-15 : 5 = -3$ ділене й дільник мають різні знаки, часткою є від'ємне число. Якщо модуль діленого поділити на модуль дільника, то одержимо модуль частки: $|-15| : |5| = |-3|$. Тому знаходження частки чисел -15 і 5 можна записати так:

$$-15 : 5 = -(|-15| : |5|) = -(15 : 5) = -3,$$

або скорочено $-15 : 5 = -(15 : 5) = -3$.

Часткою двох чисел з різними знаками є число від'ємне.



Щоб знайти частку двох чисел з різними знаками, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника й перед одержаним числом поставити знак «-».

Наприклад,

$$6,3 : (-0,9) = -(6,3 : 0,9) = -7; \quad -\frac{4}{9} : \frac{4}{5} = -\left(\frac{4}{9} : \frac{4}{5}\right) = -\left(\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{9}.$$

Особливі випадки ділення:

$a : 1 = a$, де a — будь-яке раціональне число;

$a : a = 1$, $0 : a = 0$, де a — будь-яке раціональне число, крім нуля.

$$\cancel{a : 0}$$

На нуль ділити не можна

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Розв'язати рівняння $-2,5x + 3 = -2$.

• $-2,5x = -2 - 3$; $-2,5x = -5$; $x = -5 : (-2,5)$; $x = 2$. •



- Додатною чи від'ємною є частка двох від'ємних чисел? Двох чисел з різними знаками?
- Як знайти частку двох від'ємних чисел?
- Як знайти частку двох чисел з різними знаками?

Усно

1251. Який знак має частка:

1) $-18 : (-12)$; 2) $-99 : 11$; 3) $40 : (-32)$?

1252. Чи правильно виконано ділення:

1) $-48 : 6 = -8$; 2) $9 : (-1) = 9$; 3) $-18 : (-6) = 3$?

1253. Обчисліть:

1) $-24 : 1$; 2) $-17 : (-17)$; 3) $0 : (-51)$;
4) $-40 : (-2)$; 5) $-125 : 5$; 6) $203 : (-10)$.



1254. Знайдіть частку:

- | | | |
|-----------------------|--------------------|---------------------|
| 1) $-56 : 14$; | 2) $80 : (-16)$; | 3) $-90 : (-6)$; |
| 4) $-4,5 : 9$; | 5) $-5 : (-0,5)$; | 6) $9,6 : (-4,8)$; |
| 7) $-5,2 : (-0,01)$; | 8) $66 : (-1,1)$; | 9) $-3,44 : 8,6$. |

1255. Знайдіть частку:

- | | | |
|-------------------|----------------------|--------------------|
| 1) $-63 : 21$; | 2) $-48 : (-12)$; | 3) $75 : (-15)$; |
| 4) $3,6 : (-4)$; | 5) $-7,5 : (-1,5)$; | 6) $-8,64 : 1,2$. |

1256. Виконайте ділення:

- | | | |
|-----------------------------------|--|--|
| 1) $-\frac{1}{3} : \frac{2}{9}$; | 2) $-\frac{8}{15} : \left(-\frac{2}{5}\right)$; | 3) $2\frac{5}{8} : \left(-\frac{7}{12}\right)$. |
|-----------------------------------|--|--|

1257. Виконайте ділення:

- | | | |
|----------------------------|---|------------------------------------|
| 1) $-\frac{6}{7} : (-9)$; | 2) $\frac{4}{21} : \left(-\frac{2}{7}\right)$; | 3) $-3\frac{1}{3} : \frac{5}{9}$. |
|----------------------------|---|------------------------------------|

1258. Заповніть таблицю:

x	-3	-2	$-1,5$	$-0,5$
$12 : x$				

1259. Знайдіть значення виразу $-8 : a$, якщо $a = 4$; $a = -2$; $a = 16$.

1260.  Розв'яжіть рівняння і зробіть перевірку:

- | | | |
|--------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $-2x = 10$; | 2) $-4x = -6$; | 3) $0,2x = -4$; |
| 4) $-1,2x = 3,6$; | 5) $\frac{1}{4}x = -\frac{1}{2}$; | 6) $-\frac{2}{3}x = -1\frac{1}{3}$. |

1261. Розв'яжіть рівняння:

- | | | |
|-----------------|---------------------|-------------------------------------|
| 1) $5x = -15$; | 2) $-0,4x = -1,8$; | 3) $-\frac{3}{7}x = \frac{9}{14}$. |
|-----------------|---------------------|-------------------------------------|

1262. Обчисліть:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------|
| 1) $(-28) : (-4) - 10$; | 2) $-65 : 13 + 90 : (-15)$; |
| 3) $(7 - 10) : (-3) - 42 : (-7)$; | 4) $15 - (4 + 8 : (-2))$. |

1263. Обчисліть:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| 1) $-42 : 14 - 18 : (-2)$; | 2) $-60 : 12 + (-2 - 8) : 5$. |
|-----------------------------|--------------------------------|





1264. Знайдіть значення виразу:

- 1) $880 : (300 - 350) + 15 : (35 - 45) + 20$;
- 2) $(27 - 24 : (8 - 11)) : (-9 + 8 : (27 - 35))$;
- 3) $-1,2 : (1,8 - 1,5) - 0,35 : (0,83 - 0,9)$.

1265. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-8100 : (83 - 110) + 25 \cdot (-11 + 36 : (-4))$;
- 2) $(-1,6 + 4,4) : (-0,7) - 0,85 : (-1,7)$.

1266. Порівняйте значення виразів:

- 1) $-9,6 : (8 : (-1,6))$ і $(-9,6 : 8) : (-1,6)$;
- 2) $-76 : 30,4 + 30,4 : (-76)$ і $45 : (-18) - 18 : 45$.

1267. Порівняйте значення виразів

$$25,5 : (6,8 - 8,5) \text{ і } 25,5 : 6,8 - 25,5 : 8,5.$$

1268. Знайдіть значення виразу:

- 1) $6\frac{1}{4} : \left(-2\frac{2}{9}\right) + 1\frac{1}{8}$;
- 2) $-4\frac{2}{9} : \left(-\frac{3}{5} + 2\frac{1}{2}\right)$;
- 3) $2\frac{5}{8} : (-1,4) + \frac{2}{3} : (-4)$;
- 4) $\left(-1\frac{7}{9} + \frac{5}{6}\right) : \left(-2,5 - \frac{1}{3}\right)$.

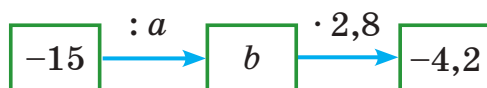
1269. Знайдіть значення виразу:

- 1) $1\frac{5}{8} + 1\frac{3}{8} : \left(-\frac{11}{14}\right)$;
- 2) $\left(-3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6}\right) : \left(-6\frac{2}{3}\right)$;
- 3) $-3,2 : \left(-\frac{4}{25}\right) + 45 : \left(-4\frac{1}{2}\right)$;
- 4) $\left(0,5 - 1\frac{1}{6}\right) : \left(-\frac{5}{9} + 1\frac{1}{6}\right)$.

1270.  Заповніть таблицю:

a	8	-1,08		-0,351
b		-4	1,9	
$a : b$	-2		-5	0,09

1271. Знайдіть невідомі числа a і b в ланцюжку обчислень:



1272. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $-5x + 6 = -9$; | 2) $3(x - 11) = -21$; |
| 3) $-2(5 - x) = -14$; | 4) $-4,5x - 0,8 = -1,7$; |
| 5) $-3,6 : (x + 2,8) = 9$; | 6) $3,84 : (4 - x) = -2,4$. |

1273. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| 1) $-3(x + 7) = 15$; | 2) $-2,5x + 3 = -1,5$; |
| 3) $4,5(3 - x) = -22,5$; | 4) $-5,6 : (x + 2,1) = -4$. |

1274. Обчисліть зручним способом:

- 1) $\left(-1,5 - \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{9} + \left(2,5 - \frac{3}{7}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right)$;
- 2) $\left(\frac{1}{15} : (-12) + \frac{1}{20} : (-9) - \frac{1}{30} : 6\right) : \left(-\frac{1}{36}\right)$.

1275. Обчисліть зручним способом:

$$\frac{3}{7} : \left(-\frac{5}{11}\right) + \frac{3}{7} : \left(-\frac{5}{12}\right) + 4,6 \cdot 10\frac{3}{7}.$$

1276. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|------------------------------|-------------------------|
| 1) $-5(-2x + 3) + 2 = -15$; | 2) $ 5x - 3 - 2 = 1$. |
|------------------------------|-------------------------|

1277. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|----------------------------|-----------------------|
| 1) $-2(4x - 1) - 4 = 10$; | 2) $ -6x + 3 = 27$. |
|----------------------------|-----------------------|

Поміркуйте



1278. Довжина кола переднього колеса трактора дорівнює 3 м, а заднього — 7 м. Скільки кілометрів має проїхати трактор, щоб його переднє колесо зробило на 4000 обертів більше, ніж заднє?

Вправи для повторення



1279. Коренем якого з наведених рівнянь є число $-1,5$?

- 1) $-2x + 3 = 7$; 2) $5 + 4x = 11$; 3) $6 : x = -3$; 4) $|2x - 3| = 6$.

1280. Знайдіть площу кільця, у якому діаметр зовнішнього кола дорівнює 20 см, а внутрішнього — 16 см.

1281. Сторона першого квадрата дорівнює 1 м, а другого — на 10 % більша. На скільки відсотків площа другого квадрата більша за площу першого?

1282. Знайдіть значення a , для якого коренем рівняння $2x + a = 4$ є число -2 .

41. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ. ВЛАСТИВОСТІ РІВНЯНЬ

Розглянемо рівняння $4(x + 1) = 24$. Як знайти його корінь?



Спочатку знаходимо невідомий множник $x + 1$:

$$x + 1 = 24 : 4; \quad x + 1 = 6.$$

Далі знаходимо невідомий доданок x :

$$x = 6 - 1; \quad x = 5.$$

Як переконатися, що число 5 справді є коренем рівняння $4(x + 1) = 24$?



Якщо в рівнянні взяти $x = 5$, то матимемо рівність $4 \cdot (5 + 1) = 24$, яка є правильною. Тому число 5 є коренем даного рівняння.

Коренями рівнянь $x + 1 = 6$ та $x = 6 - 1$, які ми одержували в розв'язанні, також є число 5, бо рівності $5 + 1 = 6$ і $5 = 6 - 1$ є правильними. Можна сказати, що, розв'язуючи рівняння $4(x + 1) = 24$, ми переходили до рівнянь, які мають такий самий корінь, що й дане.

Щоб від рівняння $4(x + 1) = 24$ перейти до рівняння $x + 1 = 6$, можна обидві частини першого рівняння поділити на 4 (або помножити на $\frac{1}{4}$).

Щоб від рівняння $x + 1 = 6$ перейти до рівняння $x = 6 - 1$, можна в першому рівнянні перенести доданок 1 з лівої частини в праву, змінивши знак доданка на протилежний.

Узагалі, для рівнянь справджуються такі властивості:



Якщо обидві частини рівняння помножити або поділити на те саме відмінне від нуля число, то одержимо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.



Якщо деякий доданок перенести з однієї частини рівняння в другу, змінивши його знак на протилежний, то одержимо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Використовуючи наведені властивості, розв'яжемо рівняння

$$4x + 3 = 6x - 5.$$

Перенесемо доданок $6x$ із правої частини рівняння в ліву, а доданок 3 — з лівої частини в праву, змінивши знаки цих доданків на протилежні: $4x - 6x = -5 - 3$.

Зведемо подібні доданки в обох частинах рівняння: $-2x = -8$.

Поділимо обидві частини рівняння на -2 : $x = -8 : (-2)$; $x = 4$.

Отже, коренем даного рівняння є число 4.

Для тих, хто хоче знати більше — — — — —



Від рівняння $x + 1 = 6$ ми переходили до рівняння $x = 6 - 1$, яке має той самий корінь — число 5. Друге рівняння можна одержати з першого, якщо від обох частин першого рівняння відняти число 1 (або до обох частин додати число -1).

Маємо таку властивість рівнянь:



Якщо до обох його частин рівняння додати (або від обох його частин відняти) одне й те саме число, то одержимо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Наприклад, якщо до обох частин рівняння $2(x + 3) - 12,4 = x - 12,4$ додати число 12,4, то одержимо рівняння $2(x + 3) = x$, яке має той самий корінь, що й дане.

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. Розв'язати рівняння: 1) $25(x - 8) = 75x$; 2) $\frac{1}{7}(x + 2) = \frac{5}{7}$.

● 1) Поділивши обидві частини рівняння на 25, матимемо: $x - 8 = 3x$; $x - 3x = 8$; $-2x = 8$; $x = 8 : (-2)$; $x = -4$.

2) Помноживши обидві частини рівняння на 7, матимемо: $x + 2 = 5$; $x = 5 - 2$; $x = 3$. ●

Вправа 2. Розв'язати рівняння $5(2x - 1) = 4x - 23$.

● $5(2x - 1) = 4x - 23$; $10x - 5 = 4x - 23$; $10x - 4x = -23 + 5$; $6x = -18$; $x = -18 : 6$; $x = -3$. ●



1. Сформулюйте властивості рівнянь.



1283. Назвіть перетворення, на основі якого здійснено перехід від першого рівняння до другого:

- 1) $5y + 2 = 3y + 6$; $5y - 3y = 6 - 2$;
- 2) $10(x - 5) = 20(x + 1)$; $x - 5 = 2(x + 1)$;
- 3) $\frac{1}{8}(x - 2) = \frac{1}{4}$; $x - 2 = 2$.

1284. Поясніть кожний крок розв'язання рівняння:

- | | |
|----------------------|------------------------------|
| 1) $7(x - 2) = 5x$; | 2) $11x - 3 - 7x = 3 - 2x$; |
| $7x - 14 = 5x$; | $4x - 3 = 3 - 2x$; |
| $7x - 5x = 14$; | $4x + 2x = 3 + 3$; |
| $2x = 14$; | $6x = 6$; |
| $x = 14 : 2$; | $x = 6 : 6$; |
| $x = 7$; | $x = 1$. |



1285. Дано рівняння $5x - 2 = 2x + 10$ і $5x - 2x = 10 + 2$. Обґрунтуйте, що коренями обох рівнянь є число 4.

1286. Дано рівняння $25(x + 2) = 50x$ та $x + 2 = 2x$. Обґрунтуйте, що коренями обох рівнянь є число 2.

1287. Перенесіть у ліву частину рівняння всі доданки, що містять невідоме, а в праву — усі доданки, що не містять невідомого:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) $5x + 12 = 2x + 18$; | 2) $4y - 9 = -y - 5$; |
| 3) $-7x - 5 = 8x + 10$; | 4) $-11y + 7 = -3y - 7$. |

1288. Перенесіть у ліву частину рівняння всі доданки, що містять невідоме, а в праву — усі доданки, що не містять невідомого:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $5y + 8 = -5y + 28$; | 2) $-2x - 5 = 3x + 10$. |
|--------------------------|--------------------------|

1289. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| 1) $7x - 5 = 6x + 1$; | 2) $4x - 3 = 2x + 5$; |
| 3) $9 - 8y = -6y + 3$; | 4) $6m + 3 = 7m + 8$; |
| 5) $-9z - 2 = 9z - 2$; | 6) $4y + 1,7 = -5,3 + 4y$; |
| 7) $0,7x + 1,6 = -0,1x$; | 8) $-4,5x - 3 = 2,7x + 15$. |

1290. Розв'яжіть рівняння:

1) $5x - 5 = 2x + 7$;

3) $-2y + 1 = -6 + 5y$;

5) $5,6x - 1 = -1 + 6x$;

2) $x - 10 = 3x - 6$;

4) $11x - 1,8 = 7x + 1,4$;

6) $5,7m - 12,5 = 8,2m$.

1291. Знайдіть корінь рівняння:

1) $4(x - 5) = 3x$;

3) $3(2x - 5) = 5x - 3$;

5) $7(x + 2) = 3(x - 4)$;

2) $6x = -2(x + 2)$;

4) $-(3x + 1) = 2x - 9$;

6) $4(x - 1) = -5(x - 10)$.

1292. Знайдіть корінь рівняння:

1) $2(2x + 4) = 3x$;

3) $7(3x - 1) = -4x + 23$;

2) $3x - 6 = 5(x - 6)$;

4) $-(x - 6) = 2(x - 3)$.

1293. Розв'яжіть рівняння:

1) $100(x - 4) = 300$;

3) $\frac{1}{15}x = -2$;

2) $45(x + 4) = 15x$;

4) $\frac{1}{7}(x + 6) = x$.

1294. Розв'яжіть рівняння:

1) $125(x + 2) = 125$;

3) $\frac{1}{9}x = 3$;

2) $40x = 20(x - 4)$;

4) $\frac{1}{3}(x - 8) = x$.



Інтерактивне завдання 41

Розв'язування рівнянь



1295. Розв'яжіть рівняння:

1) $39 - 7y + 17 = 3y + 16$;

3) $2(y - 6) - 3y = 4y - y$;

5) $5,6x - 7 + 1,4x = 2,5(x - 1)$;

2) $15 - 6x = 2x - 5x - 3$;

4) $2(x + 1,5) - 4 = 2(x - 0,5)$;

6) $-(1,4 - x) = x + 5(0,8x + 1)$.

1296. Розв'яжіть рівняння:

1) $4 + 9x - 1 = 19 + 11x - 3x$;

3) $-4,5(x + 1) = -12 - 5(x - 2)$;

2) $-5(y - 7) = 30 - (2y + 1)$;

4) $3(2,4t - 3,5) + 6 = 9,7t - 3$.

1297. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{2}{3}x - 4 = -\frac{1}{6}x + 1$;

3) $3 - \frac{1}{5}x = 2\left(1 - \frac{1}{5}x\right)$;

2) $-2\frac{2}{5} - 3x = -1\frac{2}{7}x$;

4) $\frac{1}{7}\left(y + 4\frac{2}{3}\right) = \frac{9}{14}y - \frac{1}{6}$.

1298. Знайдіть корінь рівняння:

1) $1\frac{2}{3}y + \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}y + 2;$

2) $5\frac{1}{3} - 3\frac{2}{9}x = \frac{1}{9}(x - 3).$

1299. Розв'яжіть рівняння:

1) $100(y - 5) = 50(y + 1) + 250;$

2) $1,4(z + 1) + 2,8(7z - 4) = 7;$

3) $\frac{1}{17}(2x - 5) + \frac{8}{17} = x;$

4) $\frac{4}{9}(x - 2) = \frac{5}{9}(x + 3) - \frac{1}{3};$

5) $\frac{y}{6} - \frac{y}{15} = \frac{2}{5};$

6) $\frac{4x}{9} + \frac{5}{12} = \frac{7x}{18}.$

1300. Розв'яжіть рівняння:

1) $45(z - 12) + 30(z + 18) = 15;$

2) $\frac{4}{11}(x + 1) + \frac{2}{11}(x - 1) = -\frac{7}{11};$

3) $\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = \frac{5}{6};$

4) $\frac{3}{4} - \frac{5y}{6} = \frac{2y}{3}.$

1301. Знайдіть значення a , для якого вирази $3(a - 2)$ і $26 - 5a$ набувають того самого значення.**1302.** Знайдіть значення b , для якого вирази $2(11 - b)$ і $7 + 3b$ набувають того самого значення.**1303.** Розв'яжіть рівняння:

1) $0,375(3x - 1) + 0,125 = 0,625(x + 2);$

2) $3\frac{1}{8}x - (4,5 - 2x) = 3\left(3\frac{1}{3}x + 2\frac{5}{6}\right).$

1304. Розв'яжіть рівняння $-6\left(3\frac{5}{6}x + \frac{7}{12}\right) + 1 = 8 - (3x - 1,5).$ **1305.** Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{3x - 1}{3} = \frac{2 - x}{4};$

2) $\frac{5}{7} = \frac{2x - 1}{2x + 1}.$

1306. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{2x + 5}{6} = \frac{2x + 3}{4};$

2) $\frac{3 - x}{x + 11} = \frac{2}{5}.$

1307. Знайдіть значення b , для якого коренем рівняння $4x - 2b = b - 5x$ є число -4 .**1308.** Знайдіть значення a , для якого коренем рівняння $5x + 3a = x - a$ є число 3 .

- 1309.** Знайдіть значення x , для якого значення виразу $3x - 12$ на 2 більше за значення виразу $6 - 2x$.

Поміркуйте



- 1310.** Смужка складається з 10 клітинок (рис. 111). Ганна, а за нею Мирон по черзі зафарбовують або одну клітинку, або дві клітинки, розташовані поруч. Хто зафарбує останню клітинку — той переможець. Доведіть, що Ганна завжди може зафарбовувати клітинки так, щоб перемогти.



Рис. 111

Вправи для повторення



- 1311.** Знайдіть значення виразу:
 1) $(420,076 - 385,8) : 3,8 - 8,98$;
 2) $34,75 \cdot 18,6 - 34,75 \cdot (-3,9) - 18,5 \cdot 34,75$.
- 1312.** Знайдіть площу повної поверхні прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 2 см, 4 см і 5 см.
- 1313.** За 1 год екскаватор виймає 60 м^3 ґрунту. За скільки годин він вириє траншею завдовжки 140 м, завширшки 1 м і завглибшки 1,5 м?
- 1314.** У парку росте 450 дерев. Липи становлять 0,2 кількості всіх дерев і 90 % кількості осик. Скільки осик росте в парку?

Цікаво знати



Найпростіші рівняння вміли розв'язувати ще давні єгиптяни й вавилоняни майже 4000 років тому. У папірусі, знайденому в одній з єгипетських пірамід, особливе місце посідають задачі, які розв'язують за допомогою рівнянь. Приклад такої задачі:

«Купа. Її $\frac{2}{3}$, її $\frac{1}{2}$, її $\frac{1}{7}$ та її ціле. Це 33».

Якщо позначити «кupu» — невідому величину — через x , то за умовою задачі одержимо рівняння $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{7}x + x = 33$.

У 7 класі ви почнете вивчати алгебру — розділ математики, у якому рівнянням і способам їх розв'язування приділено значну увагу.

42. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ РІВНЯНЬ

Задача 1. У двох ящиках 36 кг слив, до того ж у першому ящику — в 1,4 раза більше, ніж у другому. Скільки кілограмів слив у кожному ящику?

Розв'язання. Нехай у другому ящику є x кг слив, тоді в першому — $1,4x$ кг. У двох ящиках разом є $(x + 1,4x)$ кг слив, що за умовою дорівнює 36 кг. Маємо рівняння:

$$x + 1,4x = 36.$$

Розв'яжемо це рівняння: $2,4x = 36$; $x = 36 : 2,4$; $x = 15$.

Отже, у другому ящику 15 кг слив, а в першому — $15 \cdot 1,4 = 21$ (кг).

Відповідь. 21 кг; 15 кг.

Задача 2. На трьох ділянках лісу посадили 129 саджанців, до того ж на другій ділянці — на 15 саджанців більше, ніж на першій, а на третій — на 12 саджанців менше, ніж на першій. Скільки саджанців посадили на кожній ділянці?

Розв'язання. Нехай на першій ділянці посадили x саджанців, тоді на другій — $(x + 15)$ саджанців, а на третій — $(x - 12)$ саджанців. На трьох ділянках разом посадили $x + (x + 15) + (x - 12)$ саджанців, що за умовою дорівнює 129 саджанцям. Маємо рівняння:

$$x + (x + 15) + (x - 12) = 129.$$

Розв'яжемо це рівняння:

$$3x + 3 = 129; \quad 3x = 129 - 3; \quad 3x = 126; \quad x = 126 : 3; \quad x = 42.$$

Отже, на першій ділянці посадили 42 саджанці, на другій — $42 + 15 = 57$ (саджанців), на третій — $42 - 12 = 30$ (саджанців).

Відповідь. 42, 57 і 30 саджанців.

Розв'язуючи задачі за допомогою рівнянь, здебільшого дотримуються такої схеми:

- 1) вибирають невідоме й позначають його буквою x (або якою-небудь іншою буквою);
- 2) за умовою задачі складають рівняння;
- 3) розв'язують одержане рівняння;
- 4) відповідають на поставлені в задачі запитання.

Для тих, хто хоче знати більше —————



Задача 3. У містечку є три школи. Кількість дітей першої школи становить 30 % кількості дітей у трьох школах разом. У другій школі дітей в 1,5 раза більше, ніж у першій. Скільки дітей у трьох школах разом, якщо у третій школі навчається 550 дітей?

Розв'язання. Нехай у трьох школах разом навчається x дітей. Оскільки $30\% = 0,3$, то в першій школі навчається $0,3x$ дітей. У другій школі навчається $1,5 \cdot 0,3x = 0,45x$ (дітей). Тоді в трьох школах разом навчається $(0,3x + 0,45x + 550)$ дітей.

Маємо рівняння: $0,3x + 0,45x + 550 = x$.

Розв'яжемо це рівняння:

$$0,75x + 550 = x; \quad 0,75x - x = -550; \quad -0,25x = -550;$$

$$x = -550 : (-0,25); \quad x = 2200.$$

Отже, у трьох школах містечка навчається 2200 дітей.

Відповідь. 2200 дітей.



1. Як розв'язують задачі за допомогою рівнянь?



1315. Тетяна і Мар'яна купили разом 16 зошитів, до того ж Тетяна купила на 2 зошити менше, ніж Мар'яна. Скільки зошитів купила Тетяна?

Нехай Тетяна купила x зошитів. Яке рівняння відповідає умові задачі?

1) $x - (x - 2) = 16$;

2) $x - (x + 2) = 16$;

3) $x + (x - 2) = 16$;

4) $x + (x + 2) = 16$.



1316. Два автомати розфасували 162 кг рису, до того ж перший — на 30 кг більше, ніж другий. Скільки кілограмів рису розфасував другий автомат?

1317. У двох кошиках 70 яблук, до того ж у першому — на 14 яблук менше, ніж у другому. Скільки яблук у другому кошику?

1318. Кабель завдовжки 30 м розрізали на дві частини так, що довжина першої виявилася в 5 разів меншою від довжини другої. Знайдіть довжину меншої частини кабелю.

1319. На рисунку 112 відрізок AC має довжину 20 см, а відрізок AB в 4 рази довший за відрізок BC . Знайдіть довжину відрізка BC .

1320. Фермер відвів під зернові культури на 350 га більше, або у 8 разів більше, ніж під овочеві. Скільки гектарів відвів фермер під зернові культури і скільки — під овочеві?

1321. На першій ділянці росте яблунь утричі більше, або на 32 більше, ніж на другій. Скільки яблунь росте на кожній ділянці?

1322.  Складіть задачу, використовуючи рисунок 113, і розв'яжіть її.



Рис. 112



Рис. 113

1323. Стіл і 4 однакові стільці коштують разом 4900 грн. Знайдіть ціну стільця, якщо він утричі дешевший, ніж стіл.

1324. За блокнот і дві однакові ручки Андрій заплатив 48 грн. Знайдіть ціну ручки, якщо вона в 4 рази менша від ціни блокнота.



Інтерактивне завдання 42

Розв'язування задач за допомогою рівнянь



1325. У двох цистернах є разом 64 т бензину, до того ж маса бензину в першій цистерні становить $\frac{7}{9}$ маси в другій. Скільки тонн бензину в кожній цистерні?

1326. За два дні фермер відправив на ринок 126 кг полуниць, до того ж першого дня — 0,8 того, що відправив другого дня. Скільки кілограмів полуниць відправляв фермер кожного дня?

1327. Автомобіль проїхав певний шлях за 2,4 год. Якби його швидкість була на 15 км/год більшою, то він проїхав би цей шлях за 2 год. З якою швидкістю їхав автомобіль і скільки кілометрів він проїхав?

- 1328.** Перший потяг подолав шлях між двома містами за 2,5 год, а другий — за 3 год. Швидкість першого потяга більша за швидкість другого на 16 км/год. Знайдіть швидкість кожного потяга і відстань між містами.
- 1329.** Магазин продав за 3 дні 460 кг овочів. За перший день було продано овочів на 20 кг менше, а за третій — в 1,2 раза більше, ніж за другий. Скільки кілограмів овочів продав магазин за кожний день окремо?
- 1330.** У трьох ящиках є 36 кг помідорів, до того ж у першому — на 4 кг більше, а в другому — удвічі більше, ніж у третьому. Скільки кілограмів помідорів у кожному ящику?
- 1331.** Периметр трикутника дорівнює 32 см. Його перша сторона вдвічі довша за другу, а друга — на 4 см коротша від третьої. Знайдіть довжину кожної сторони трикутника.
- 1332.** Будинки A , B , C і D розташовані на прямолінійній ділянці вулиці в послідовності, вказаній на рисунку 114. Знайдіть відстань між будинками A і B , якщо вона вдвічі більша за відстань між будинками C і D та на 40 м більша за відстань між будинками B і C .

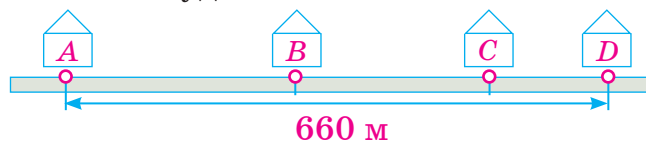


Рис. 114

- 1333.** У великому бідоні молока втричі більше, ніж у малому. Коли у великий бідон долили 6 л молока, а в малий — 7 л, то у великому бідоні молока стало вдвічі більше, ніж у малому. Скільки літрів молока було в кожному бідоні спочатку?
- 1334.** У двох мішках було порівну яблук. Після того як із першого мішка взяли 50 яблук, а з другого — 90, у першому мішку яблук стало втричі більше, ніж у другому. Скільки яблук було в кожному мішку спочатку?
- 1335.** Катер пройшов шлях між двома пристанями проти течії річки за 1 год, а зворотний шлях — за 0,8 год. Знайдіть відстань між пристанями, якщо швидкість течії річки дорівнює 2 км/год.

- 1336.** Теплохід пройшов за течією річки шлях від пристані A до пристані B і повернувся назад. Знайдіть швидкість теплохода в стоячій воді, якщо час руху від A до B дорівнює 1,5 год, від B до A — 2 год, а швидкість течії річки — 3 км/год.
- 1337.** У саду росте 51 дерево — яблуні, сливи, вишні та черешні. Відомо, що слив удвічі більше, ніж черешень, яблунь — утричі більше, ніж слив, а вишень — на 4 менше, ніж слив. Скільки яблунь росте в саду?
- 1338.** У господарстві є 47 домашніх птахів — курей, качок, гусей та індиків. Відомо, що індиків на 3 менше, ніж гусей, курей — утричі більше, ніж гусей, а качок удвічі більше, ніж індиків. Скільки індиків є в господарстві?

1339. Після того як з банківської картки зняли 30 % усіх грошей, а згодом — ще 1000 грн, на ній залишилося 45 % початкової суми. Скільки гривень було на картці спочатку?

1340. За зміну 3 майстри виготовили партію деталей. Перший майстер виготовив 22 деталі, другий — 30 % усіх деталей, а третій — на 2 деталі більше, ніж другий. Скільки всього деталей виготовили майстри?

1341. Перший автомат має розфасувати 870 кг борошна, а другий — 780 кг. Відомо, що за 1 хв перший автомат розфасовує 35 кг борошна, а другий — 40 кг. Фасувати борошно автомати почали одночасно. Через скільки хвилин першому автомату залишиться розфасувати борошна в 1,5 раза більше, ніж другому?

1342. У першому баку було 400 л води, а в другому — 900 л. Щогодини з першого бака беруть по 20 л води, а з другого — по 10 л. Через скільки годин у першому баку стане води в 4 рази менше, ніж у другому?

1343. Села A , B , C і D розташовані на прямолінійному шляху в послідовності, зазначеній на рисунку 115. Знайдіть відстань між селами A і D , якщо $BC = 9$ км, $AB = 1,2CD$, $AD = 3,7CD$.



Рис. 115

1344. Із міста A до міста B одночасно виїхали автомобіль та автобус. Коли через 2,5 год автомобіль прибув до міста B , автобусу до B залишалось проїхати ще 70 км. Знайдіть відстань між містами, якщо швидкість автомобіля в 1,4 раза більша за швидкість автобуса.

1345. Катер пройшов шлях від пристані A до пристані B за течією річки за 2 год. Через 2,5 год після виходу катера від пристані B йому залишалось пройти до пристані A ще 3 км. Знайдіть відстань між пристанями, якщо швидкість течії річки дорівнює 3 км/год.

Поміркуйте



1346. У парку є 5 фонтанів, від кожного з яких іде доріжка принаймні до двох інших фонтанів. Доведіть, що від кожного фонтана можна пройти доріжками до будь-якого іншого фонтана.

Вправи для повторення



1347. На рисунку 116 зображено 4 точки. Скільки щонайбільше можна провести прямих, кожна з яких проходила б через дві задані точки?

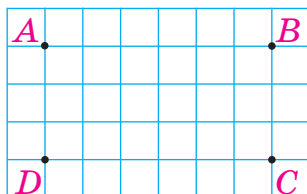


Рис. 116

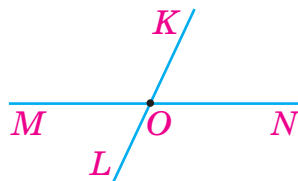


Рис. 117

1348. Прямі MN і KL перетинаються в точці O (рис. 117). Знайдіть величину кута $МОК$, якщо $\angle KON = 53^\circ$.

1349. До числа $-2,5$ додайте суму чисел $2\frac{1}{9}$ і $4\frac{1}{3}$.

1350. Знайдіть значення виразу:

- 1) $(3x)^2$, якщо $x = 2,5$; $x = -1,5$;
- 2) $(4 - y)^3$, якщо $y = 5,2$.

43. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ Й ПАРАЛЕЛЬНІ ПРЯМІ

Перпендикулярні прямі. На рисунку 118 зображено прямі a і b , які перетинаються в точці O . При такому перетині утворюється 4 кути, позначені дужками. Якщо один із цих кутів є прямим (рис. 119), то кажуть, що прямі a і b перетинаються під прямим кутом, або що вони *перпендикулярні*.

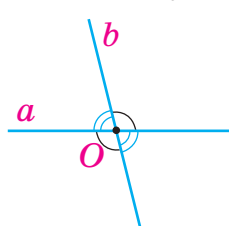


Рис. 118

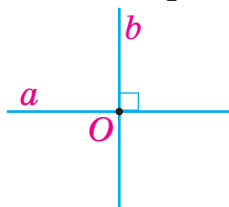


Рис. 119

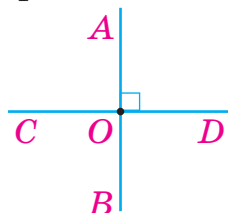


Рис. 120



Дві прямі називають перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом.

Перпендикулярність прямих позначають значком « $\perp$ », записують: $a \perp b$. Цей запис читають так: «пряма a перпендикулярна до прямої b ».

На рисунку 120 прямі AB і CD перпендикулярні ($\angle AOD = 90^\circ$). Оскільки кут COD є розгорнутим, то його величина дорівнює 180° . Тоді $\angle AOC = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Аналогічно можна встановити, що $\angle COB = \angle BOD = 90^\circ$.

Отже, усі чотири кути, що утворюються при перетині перпендикулярних прямих, є прямими кутами.

Побудувати перпендикулярні прямі можна за допомогою косинця. Нехай маємо деяку точку M та деяку пряму a . На рисунках 121 і 122 показано, як через точку M провести пряму b , перпендикулярну до прямої a , у двох можливих випадках: 1) точка M належить прямій a ; 2) точка M не належить цій прямій.

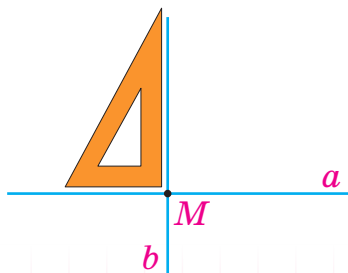


Рис. 121

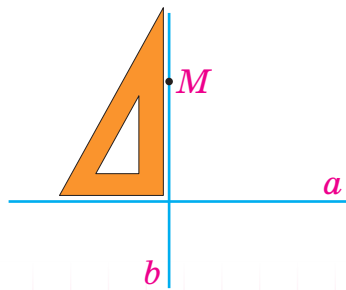


Рис. 122

Через будь-яку точку можна провести лише одну пряму, перпендикулярну до даної.

Паралельні прямі. Дві прямі, які лежать в одній площині, можуть перетинатися (рис. 123) або не перетинатися. Прямі a і b на рисунку 124 не перетинаються. Такі прямі називають *паралельними*.

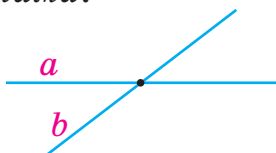


Рис. 123

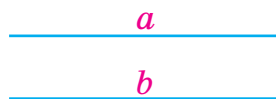


Рис. 124



Дві прямі, які лежать в одній площині й не перетинаються, називають паралельними.

Уявлення про паралельні прямі дають рейки залізничної колії на прямолінійній ділянці, слід від санчат за прямолінійного руху, протилежні краї дошки тощо.



Якщо прямі a і b паралельні, то записують: $a \parallel b$; читають: «пряма a паралельна прямій b ».

Правильним є таке твердження, проілюстроване на рисунку 125:

Якщо дві прямі, які лежать в одній площині, перпендикулярні до третьої прямої, то вони паралельні.

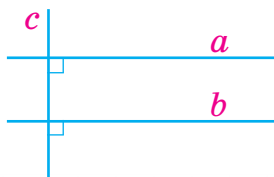


Рис. 125

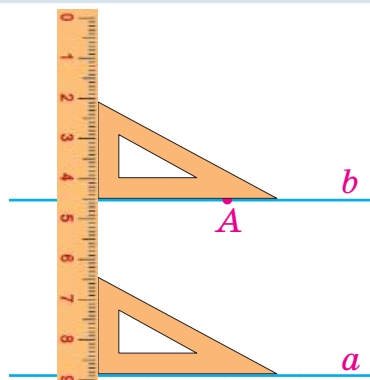


Рис. 126

Використовуючи цю властивість, побудуємо пряму, яка паралельна даній прямій a і проходить через дану точку A (рис. 126).

1. Прикладаємо до прямої a косинець однією зі сторін прямого кута.
2. До другої сторони прямого кута прикладаємо лінійку.
3. Переміщаємо косинець уздовж лінійки доти, доки друга сторона прямого кута не пройде через точку A .
4. Уздовж цієї сторони проводимо пряму b . Вона паралельна прямій a і проходить через точку A .

Через кожну точку, яка не належить даній прямій, можна провести лише одну пряму, паралельну даній.

На рисунку 127 зображено прямокутник $ABCD$. Його сторони AB і CD лежать на паралельних прямих AB і CD . Кажуть, що ці сторони прямокутника *паралельні*. Паралельними також є сторони BC і AD . Сторони AB і AD , які лежать на перпендикулярних прямих AB і AD , називають *перпендикулярними*.

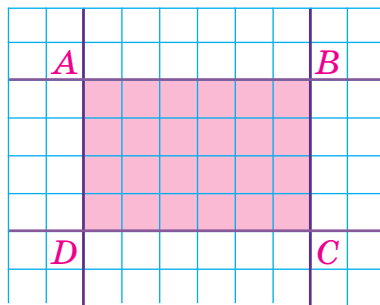


Рис. 127

У будь-якому прямокутнику протилежні сторони паралельні, а сусідні — перпендикулярні.



1. Які прямі називають перпендикулярними? Паралельними?
2. Як читають запис $a \perp b$? $a \parallel b$?
3. Скільки можна провести прямих, які проходять через дану точку й перпендикулярні до даної прямої?
4. Скільки можна провести прямих, які паралельні даній прямій і проходять через точку поза даною прямою?

Усно

1351. На предметах, які є довкола, наведіть приклади перпендикулярних прямих; паралельних прямих.

1352. Які з прямих, зображених на кожному з рисунків 128 і 129, є перпендикулярними? Паралельними?

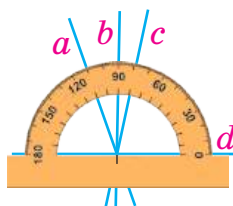


Рис. 128

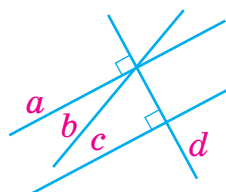


Рис. 129

1353. На рисунку 130 зображено прямокутник $KLMN$.

- 1) Які сторони прямокутника є паралельними? Перпендикулярними?
- 2) Чи паралельні прямі PL і NM ?
Відповідь обґрунтуйте.

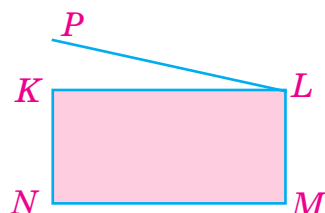


Рис. 130



1354. Які з прямих, зображених на рисунку 131, є паралельними? Установіть це «на око», а потім перевірте себе, користуючись косинцем і лінійкою.

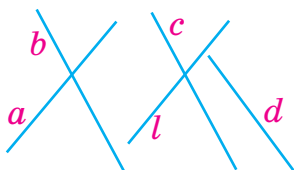


Рис. 131

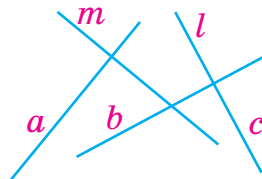


Рис. 132

1355. Які з прямих, зображених на рисунку 132, є перпендикулярними? Установіть це «на око», а потім перевірте себе, користуючись косинцем або транспортиром.

1356. Накресліть деякий квадрат $ABCD$ і проведіть прямі AC та BD . Користуючись косинцем або транспортиром, переконайтеся, що ці прямі є перпендикулярними.

1357. Перерисуйте в зошит прямі й точку, зображені на рисунку 133. Через точку O проведіть пряму, перпендикулярну до прямої m , та пряму, паралельну прямій n .

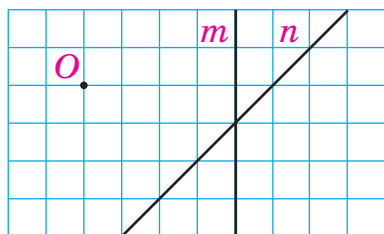


Рис. 133

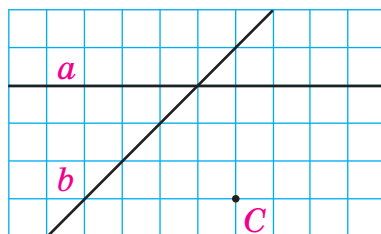


Рис. 134

- 1358.** Перерисуйте в зошит прямі й точку, зображені на рисунку 134. Через точку C проведіть пряму, перпендикулярну до прямої a , та пряму, паралельну прямій b .
- 1359.** Накресліть деякий трикутник ABC і через точку B проведіть: 1) пряму, перпендикулярну до прямої AB ; 2) пряму, паралельну прямій AC .
- 1360.** Накресліть деяку пряму b і позначте деяку K , що не належить цій прямій. Через точку K проведіть: 1) пряму c , перпендикулярну до прямої b ; 2) пряму d , паралельну прямій b .
- 1361.** Накресліть деяку пряму a . Проведіть дві прямі b і c , паралельні прямій a . Користуючись лінійкою та косинцем, переконайтеся, що $b \parallel c$.
- 1362.** Накресліть деякі дві перпендикулярні прямі a і b та позначте поза ними деяку точку M . Проведіть через цю точку пряму c , перпендикулярну до прямої a , і пряму d , перпендикулярну до прямої b . Які з накреслених прямих є паралельними?
- 1363.** Накресліть деякий трикутник ABC . Виміряйте довжину сторони AB та позначте її середину буквою D . Через точку D проведіть пряму, паралельну прямій AC . Переконайтеся, що проведена пряма ділить сторону BC навпіл.
-
- 1364.** Накресліть деякий тупокутний трикутник KLM . Через кожну вершину трикутника проведіть пряму, паралельну протилежній стороні.
- 1365.** Накресліть деякий гострокутний трикутник ABC . Через кожну вершину трикутника проведіть пряму, перпендикулярну до протилежної сторони.



1366. Накресліть чотирикутник $ABCD$, у якого:

- 1) сторони AB і CD перпендикулярні до сторони AD ;
- 2) протилежні сторони паралельні.

1367. Накресліть чотирикутник, у якого:

- 1) дві сусідні сторони перпендикулярні;
- 2) дві протилежні сторони паралельні, а дві — не паралельні.

1368. На рисунку 135 кут LOA становить третину прямого кута. Знайдіть величини кутів LOA , LOC , LOD та LOB .

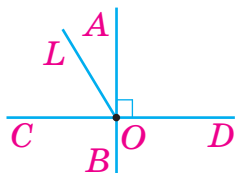


Рис. 135

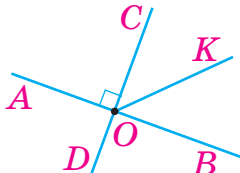


Рис. 136

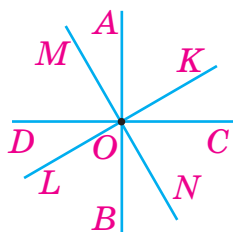


Рис. 137

1369. На рисунку 136 промінь OK ділить кут COB навпіл. Знайдіть величини кутів KOB , DOK та AOK .



Інтерактивне завдання 43

Перпендикулярні й паралельні прямі



1370. На рисунку 137 $AB \perp CD$, $MN \perp KL$, кут AOK на 28° більший за кут KOC . Знайдіть величини кутів AOK , KOC , KOB .

1371. На рисунку 137 $AB \perp CD$, $MN \perp KL$, кут KOC удвічі менший від кута AOK . Знайдіть величини кутів KOC , CON , MOC .

Поміркуйте



1372. У школі є три шості класи. У 6-А класі навчається найбільше дітей, а в 6-Б і 6-В разом — 55 дітей. Скільки щонайменше дітей може навчатися в цих класах разом?

Вправи для повторення



- 1373.** Позначте на координатній прямій точку $A(-2)$, а також точки B і C , віддалені від точки A на 4 одиничні відрізки. Запишіть координати точок B і C .
- 1374.** Ділянка прямокутної форми завдовжки 60 м має площу 750 м^2 . Знайдіть периметр ділянки.
- 1375.** Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 4,2. Одне з них утричі більше за друге. Знайдіть ці числа.
- 1376. Задача-жарт.** Два жуки змагаються з бігу на 50 м. Перший жук пробігає 1 м за 5 с, а другий — за 4,6 с. Після подолання кожних 10 м дистанції жуки зупиняються на перепочинок: перший — на 10 с, а другий — на 15 с. Який жук фінішує першим? Чи зміниться відповідь, якщо довжина дистанції дорівнюватиме 100 м? 30 м?

44. КООРДИНАТНА ПЛОЩИНА

Положення точки на координатній прямій задають числом — координатою цієї точки. Положення точки на площині можна задати двома числами. Розглянемо спочатку такий приклад.

Місця для глядачів / глядачок у залі кінотеатру можна задавати парою чисел, наприклад парою $(3; 7)$, у якій перше число вказує на номер ряду, а друге — на номер крісла в цьому ряді (рис. 138). Зазначимо, що місця $(3; 7)$ і $(7; 3)$ — різні: перше є кріслом у третьому ряді за номером 7, а друге — кріслом у сьомому ряді за номером 3.



Рис. 138

Проведемо дві перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в початку їх відліку — точці O і мають рівні одиничні відрізки (рис. 139). Ці прямі називають *осьми координат*, точку O — *початком координат*.

Горизонтальну координатну пряму називають *віссю абсцис* і позначають буквою x , вертикальну координатну пряму називають *віссю ординат* і позначають буквою y .

Вісь абсцис і вісь ординат утворюють *прямокутну систему координат*. Площину, на якій задано прямокутну систему координат, називають *координатною площиною*.

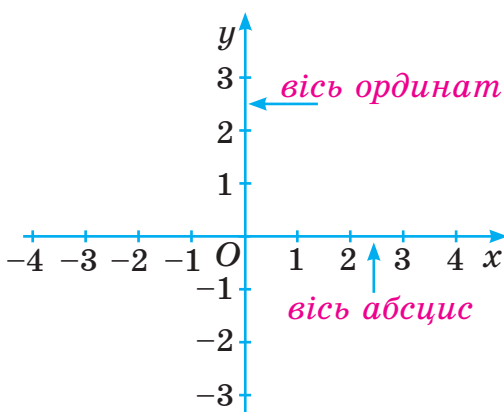


Рис. 139

Нехай A — точка координатної площини (рис. 140). Проведемо через неї пряму b , перпендикулярну до осі абсцис (осі x), і пряму c , перпендикулярну до осі ординат (осі y). Ці прямі перетинають осі в деяких точках B і C . Нехай точка B на осі абсцис має координату -3 , а точка C на осі ординат — координату 2 .

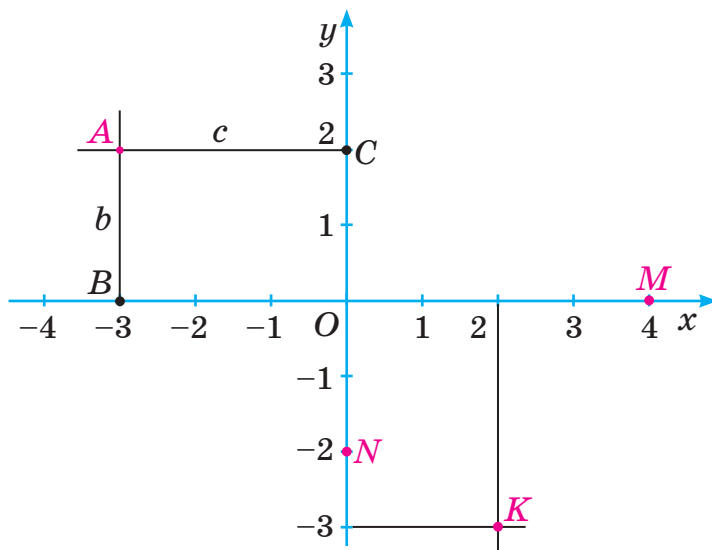


Рис. 140

Положення точки A на координатній площині визначається парою чисел $(-3; 2)$, які називають *координатами* цієї точки. Координати точки записують у дужках: $A(-3; 2)$, читають: точка A з координатами -3 і 2 . Першу координату точки A (число -3) називають *абсцисою* цієї точки, а другу координату (число 2) — *ординатою*.

Точка K (рис. 140), навпаки, має абсцису 2 й ординату -3 , тому $K(2; -3)$ (на першому місці завжди записують абсцису точки, а на другому — її ординату).

Якщо точка лежить на осі абсцис, то її ордината дорівнює нулю; якщо точка лежить на осі ординат, то її абсциса дорівнює нулю.

Наприклад, точки M і N на рисунку 140 мають координати: $M(4; 0)$, $N(0; -2)$.

Абсциса й ордината точки O (початку координат) дорівнюють 0 , тому $O(0; 0)$.

Отже, кожній точці координатної площини відповідає одна пара чисел — її абсциса й ордината. Навпаки, будь-якій упорядкованій парі чисел відповідає одна точка координатної площини, для якої ці числа є координатами.

Осі координат розбивають площину на 4 частини, які називають *координатними чвертями*. Нумерація чвертей і знаки координат точок у кожній чверті показано на рисунку 141.

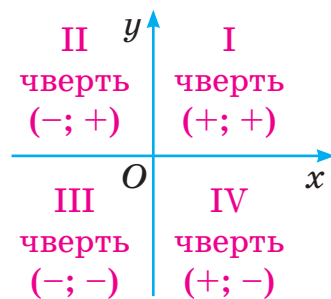


Рис. 141

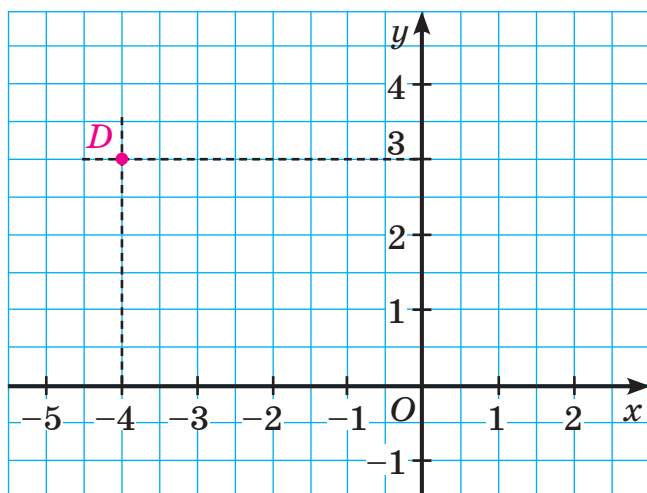
Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. На координатній площині позначити точку $D(-4; 3)$.

• 1) Через точку осі x з координатою -4 проводимо пряму, перпендикулярну до осі x .

2) Через точку осі y з координатою 3 проводимо пряму, перпендикулярну до осі y .

3) Точку перетину цих прямих позначаємо буквою D . Ця точка є шуканою, бо має координати $(-4; 3)$.



Побудувати точку $D(-4; 3)$ можна й так: відрахувати від точки O ліворуч 4 одиниці, а потім від одержаної точки вгору — 3 одиниці. ●



1. Як називають осі прямокутної системи координат? Точку перетину осей?
2. Як називають площину, на якій задано прямокутну систему координат?
3. Як називають пару чисел, які задають положення точки на координатній площині?
4. Як називають першу координату точки? Другу координату?
5. Як побудувати точку за даними координатами? Наведіть приклад.



1377. Розгляньте рисунок 142. Назвіть:

- 1) точки, які лежать на осі абсцис; осі ординат;
- 2) координати всіх зображених точок;
- 3) абсциси точок A, F, H, C ;
- 4) ординати точок C, D, E, A ;
- 5) чверті, у яких лежать точки B, A, D, C .

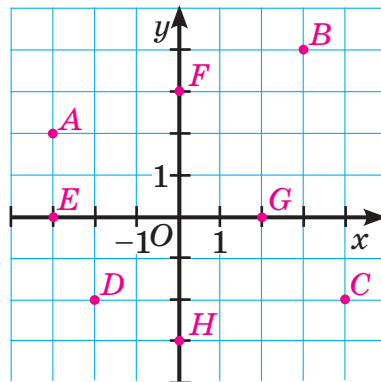


Рис. 142

1378. Назвіть абсциси й ординати точок $K(4; -9)$, $L(-15; -10)$, $M(1,4; 0,5)$, $N\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{5}\right)$. У якій чверті лежить кожна з цих точок?



1379. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 143.

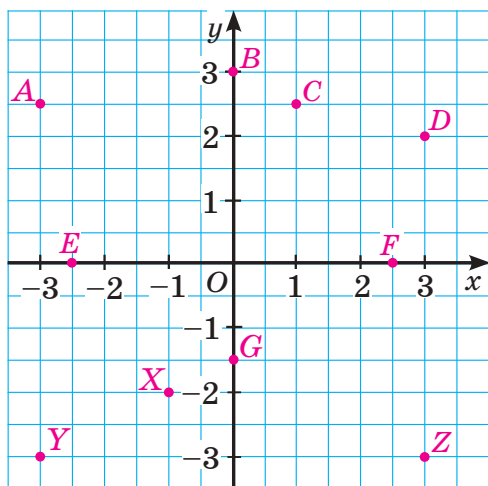


Рис. 143

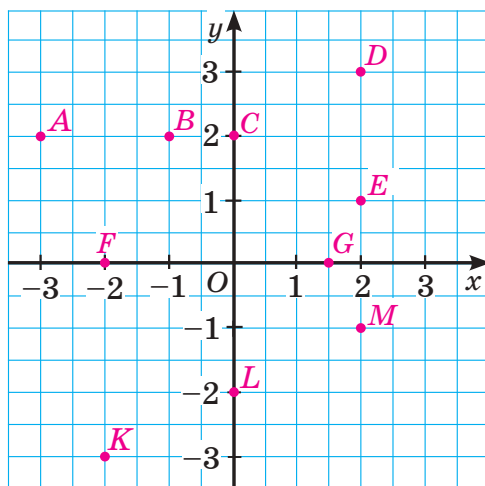


Рис. 144

1380. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 144.
1381. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 145.

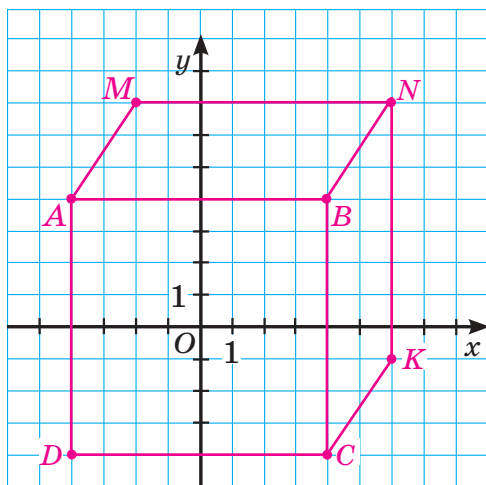


Рис. 145

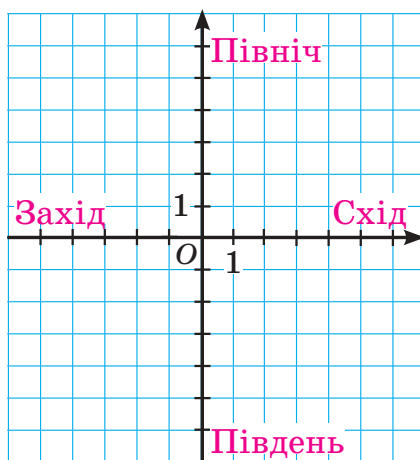


Рис. 146

1382. Запишіть координати деяких трьох точок, які:

- 1) лежать на осі абсцис; 2) лежать на осі ординат;
- 3) мають ординату 3; 4) мають абсцису -2 .

1383. Запишіть координати деяких чотирьох точок, які лежать у різних координатних чвертях.

1384.  Табір туристів розташований у точці O (рис. 146), стороні однієї клітинки відповідає відстань 1 км. Знайдіть координати місця, у яке прийдуть туристи, вийшовши з табору та пройшовши:

- 1) 4 км на захід і 3 км на південь;
- 2) 3 км на схід і 5 км на північ;
- 3) 2 км на захід і 4 км на північ;
- 4) 2 км на схід.

1385. Побудуйте систему координат, узявши одиничний відрізок завдовжки 1 см, і позначте точки $A(2; 1)$, $B(-1; -3)$, $C(0; -2)$, $D(5; 0)$, $M(-5; 1)$, $N(3; -5)$.

1386. Побудуйте систему координат, узявши одиничний відрізок завдовжки 1 см, і позначте точки $A(4; -1)$, $B(-4; -1)$, $C(5; -3)$, $D(5; 2)$, $M(-2; 0)$, $N(0; 4)$.

1387. Накресліть на координатній площині ламану $ABCD$, якщо $A(-2; -2)$, $B(0; 3)$, $C(0; -2)$, $D(2; 3)$.

1388. Накресліть на координатній площині трикутник KLM , якщо $K(-3; -1)$, $L(1; -1)$, $M(0; 3)$.

1389. Накресліть на координатній площині чотирикутник $ABCD$, якщо $A(-3; 2)$, $B(3; 2)$, $C(3; -2)$, $D(-3; -2)$. Як називають такий чотирикутник?

1390. На координатній площині позначте 4 точки, абсциса кожної з яких дорівнює -2 . Чи лежать ці точки на одній прямій?

1391. На координатній площині позначте 4 точки, ордината кожної з яких дорівнює 3. Чи лежать ці точки на одній прямій?

1392. На координатній площині позначте 5 точок, кожна з яких має рівні абсцису й ординату. Чи лежать ці точки на одній прямій?



1393. На координатній площині проведіть пряму AB , якщо $A(-2; 4)$, $B(3; -1)$. Позначте на цій прямій:

- 1) точки її перетину з осями координат;
- 2) точку, абсциса якої дорівнює -1 ;
- 3) точку, ордината якої дорівнює -2 .

Запишіть координати одержаних точок.

1394. На координатній площині проведіть пряму CD , якщо $C(-4; -1)$, $D(2; 2)$. Позначте на цій прямій:

- 1) точки її перетину з осями координат;
- 2) точку, абсциса якої дорівнює 4 ;
- 3) точку, ордината якої дорівнює -2 .

Запишіть координати одержаних точок.

1395. Позначте на координатній площині точки $A(-3; -1)$, $B(1; 3)$ і $C(3; -1)$. Через точку B проведіть пряму, паралельну прямій AC , а через точку A — пряму, перпендикулярну до прямої BC .

1396. Накресліть на координатній площині дві ламані, сполучивши послідовно точки з координатами $(-3; 0)$, $(-2; 2)$, $(0; 3)$, $(2; 2)$, $(3; 0)$, $(-3; 0)$ і точки з координатами $(1; 0)$, $(2; -3)$, $(1; -4)$, $(-1; -4)$, $(-2; -3)$, $(-1; 0)$.

1397. Накресліть на координатній площині дві ламані, сполучивши послідовно точки з координатами $(0; 4)$, $(-3; -2)$, $(3; -2)$, $(0; 4)$ і точки з координатами $(0; 4)$, $(4; 0)$, $(3; -2)$.

1398. Позначте на координатній площині точки $A(5; 0)$, $B(4; 3)$, $C(3; 4)$, $D(0; 5)$, $E(-3; 4)$, $K(-4; 3)$, $L(-5; 0)$, $M(-4; -3)$, $N(-3; -4)$, $P(0; -5)$, $R(3; -4)$, $S(4; -3)$. Накресліть коло з центром у точці O , радіус якого дорівнює 5 одиничним відріzkам. Переконайтеся, що позначені точки лежать на цьому колі.

1399. Дано координати трьох послідовних вершин прямокутника $KLMN$: $K(-1,5; -2)$, $L(-1,5; 1)$ і $M(3; 1)$.

- 1) Накресліть цей прямокутник.
- 2) Запишіть координати точки N .
- 3) Знайдіть периметр і площу прямокутника, якщо довжина одиничного відрізка осей координат дорівнює 1 см.

1400. Точки $A(3; -1)$ і $B(-1; -1)$ — дві сусідні вершини квадрата $ABCD$, ордината вершини C більша за ординату вершини B .

- 1) Накресліть цей квадрат.
- 2) Запишіть координати точок C і D .
- 3) Знайдіть периметр і площу квадрата, якщо довжина одиничного відрізка осей координат дорівнює 1 см.



Інтерактивне завдання 44

Координатна площина



1401. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$, для яких:

- 1) $x = -2$; y — довільне; 2) x — довільне; $1 \leq y \leq 3$;
- 3) $|x| \leq 1$; $y \geq 0$; 4) $-2 \leq x \leq 3$; $|y| \leq 1$.

1402. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$, для яких:

- 1) x — довільне; $y = 3$; 2) $|x| \leq 1$; $|y| \leq 2$.

Поміркуйте



1403. У записі натурального числа n переставили деякі цифри й одержали число, утричі менше від n . Обґрунтуйте, що число n ділиться на 9.

Вправи для повторення



1404. Знайдіть значення виразу:

- 1) $1,2 - \frac{9}{20}$; 2) $-3\frac{2}{7} + 1\frac{9}{14} : 0,5$; 3) $4,15 - \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}\right)$.

1405. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $2(y - 4) = y$; 2) $3(z + 1) = 5(z - 5)$; 3) $\frac{2}{7}(2x - 1) = \frac{6}{7}$.

1406. Автомобіль має перевезти вантаж з міста A до міста B , відстань між якими 180 км. Водій автомобіля планував їхати 3 год й о 10 годині ранку бути в місті B . Однак він виїхав із запізненням і, щоб прибути до міста B вчасно, збільшив заплановану швидкість на 20 %. О котрій годині автомобіль виїхав з міста A ?

1407. Скільки грамів солі потрібно додати до 160 г води, щоб одержати 20-відсотковий розчин солі?

Цікаво знати



Системи координат використовують у різних галузях знань, зокрема в астрономії та географії. Координатами астрономи задають положення світил на небосхилі, а географи — певних пунктів на Землі. Координати застосовують для складання зоряних і географічних карт.

Ідея застосування координат у математиці належить французькому філософу і математику Рене Декарту (1596 – 1650). На честь Декарта прямокутну систему координат називають ще прямокутною *декартовою* системою координат.

45. ГРАФІКИ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ МІЖ ВЕЛИЧИНАМИ

Приклад 1. Метеорологи вимірювали температуру повітря щогодини протягом першої половини доби й одержали дані, наведені в таблиці:

t , год	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T , °C	4	2	1	0	-2	-4	-4	-3	-1	0	3	4	5

Залежність температури повітря від часу можна подати графічно. Щоб нанести результати вимірювання на координатну площину, відкладемо на осі абсцис значення часу (t , год), а на осі ординат — значення температури (T , °C) (рис. 147).

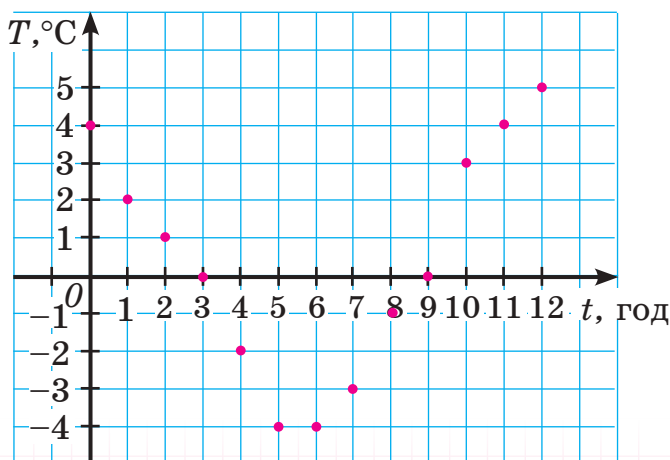


Рис. 147

Якщо $t = 0$, то за таблицею маємо: $T = 4$. Позначаємо на координатній площині точку з координатами $(0; 4)$. Далі позначаємо точки з координатами $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(3; 0)$, ..., $(12; 5)$. Абсциса кожної з цих точок — це значення часу, а ордината — значення температури повітря в цей час.

Якби температуру повітря вимірювали щопівгодини і результати вимірювання наносили на координатну площину, то точки були б ближче одна до одної. Якби вимірювання проводили через кожні чверть години, то точки були б розміщені ще щільніше і т. д. (рис. 148).

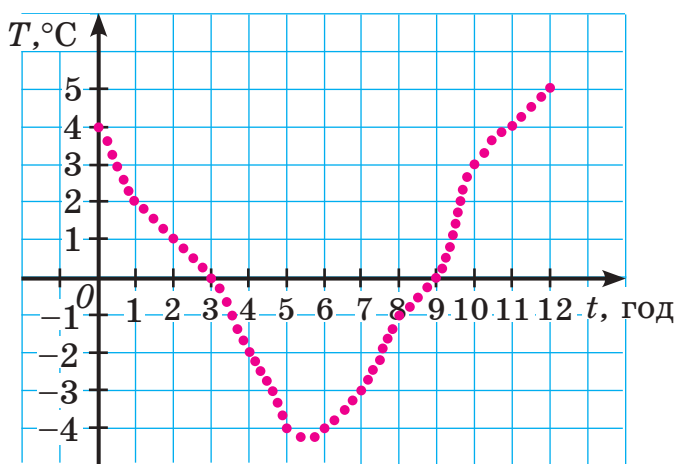


Рис. 148

Якби температуру повітря вимірювали безперервно, то на координатній площині одержали б лінію, яку називають *графіком залежності температури повітря від часу* (рис. 149).

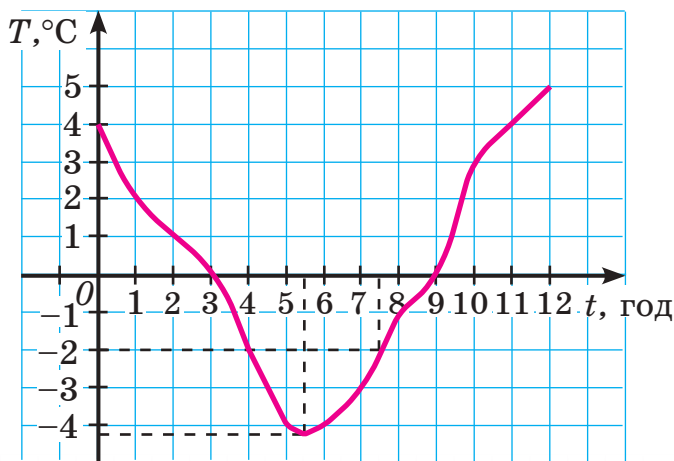


Рис. 149

Графік дає змогу візуально відстежити зміну температури повітря протягом першої половини доби. За графіком можна побачити, що:

- о 7 год 30 хв температура дорівнювала -2°C ;
- найнижчою температура була о 5 год 30 хв, а найвищою — о 12 год;
- від 0 год до 5 год 30 хв температура знижувалася, а від 5 год 30 хв до 12 год — підвищувалася;
- від 3 год до 9 год температура була від'ємною, а від 0 год до 3 год і від 9 год до 12 год — додатною.

Приклад 2. Турист має пройти 12 км. Він вираховував час руху залежно від швидкості, з якою йтиме, й одержав таку таблицю:

v , км/год	2	3	4	5	6	8
t , год	6	4	3	2,4	2	1,5

Побудуємо на координатній площині точки за цією таблицею, відклавши на осі абсцис значення швидкості (v , км/год), а на осі ординат — значення часу (t , год).

Сполучивши плавною лінією побудовані точки, одержимо графік залежності часу руху від швидкості за сталого шляху (12 км) (рис. 150).

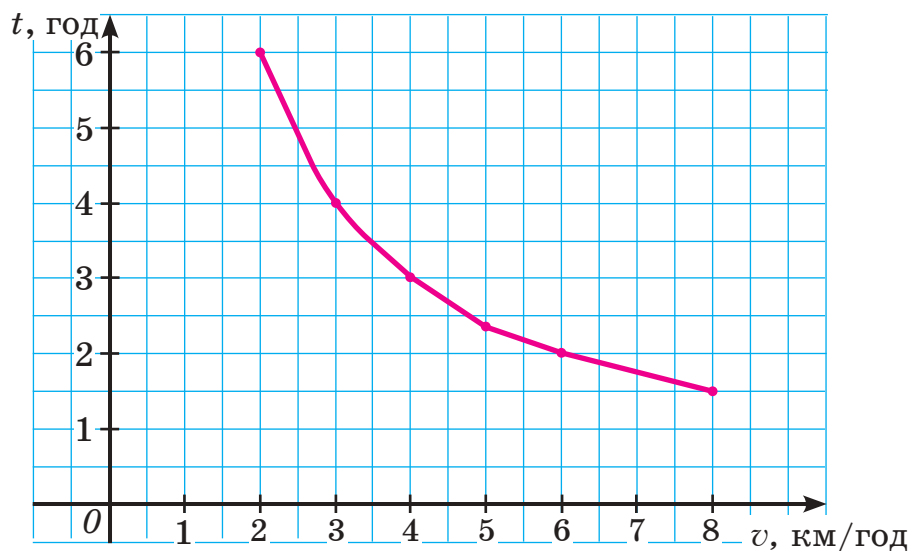


Рис. 150

Приклади розв'язання вправ

Вправа 1. До порожнього басейну почала поступати вода — щосекунди по $0,5 \text{ м}^3$. На рисунку 151 зображено графік залежності об'єму води в басейні від часу його наповнення. На осі абсцис відкладено значення часу t (у секундах), а на осі ординат — значення об'єму V (у м^3). Користуючись графіком, знайти: 1) V , якщо $t = 9$; 2) t , якщо $V = 3$.



Рис. 151

● 1) На осі абсцис (осі t) позначаємо точку з координатою 9, проводимо через неї пряму, перпендикулярну до осі абсцис, та знаходимо точку перетину цієї прямої з графіком.

Через одержану на графіку точку проводимо пряму, перпендикулярну до осі ординат. Точка перетину цієї прямої з віссю ординат має на цій осі координату 4,5. Отже, якщо $t = 9$, то $V = 4,5$.

2) На осі ординат (осі V) позначаємо точку з координатою 3, проводимо через неї пряму, перпендикулярну до осі ординат, та знаходимо точку перетину цієї прямої з графіком.

Через одержану на графіку точку проводимо пряму, перпендикулярну до осі абсцис. Точка перетину цієї прямої з віссю абсцис має на цій осі координату 6. Отже, якщо $V = 3$, то $t = 6$. ●



1. Як будують графік певної залежності? Поясніть це на прикладі побудови графіка в прикладі 1.



2. Що можна відстежити, використовуючи графік у прикладі 1?



1408. Воду в посудині почали нагрівати. На рисунку 152 зображено графік зміни температури води протягом 16 хвилин.

- 1) Укажіть початкову температуру води; кінцеву температуру.
- 2) Чому дорівнювала найменша температура води? Найбільша?
- 3) Знайдіть T , якщо $t = 4$; $t = 5$; $t = 10$.
- 4) Знайдіть t , якщо $T = 40$; $T = 50$.
- 5) Протягом скількох хвилин температура води підвищувалася? Знижувалася? Не змінювалася?

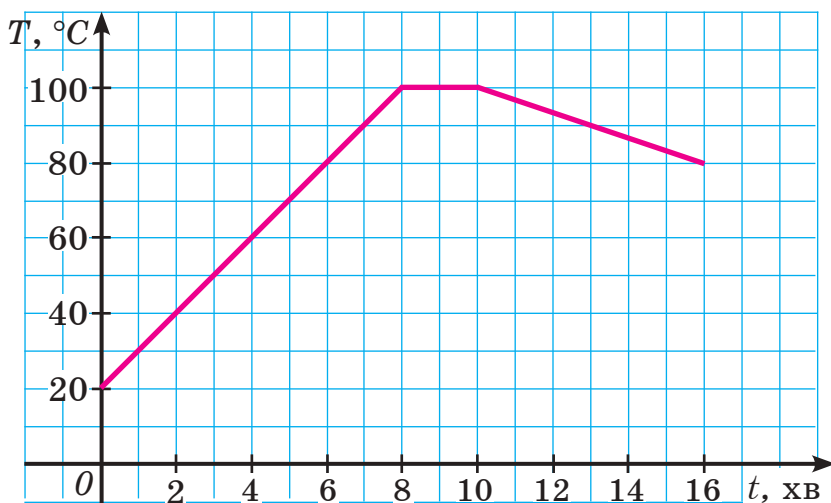


Рис. 152



1409. На рисунку 153 зображено графік зміни об'єму води в баку залежно від часу. На осі абсцис відкладено значення часу t (у хвиликах), а на осі ординат — значення об'єму V (у літрах). Користуючись графіком, знайдіть:

- 1) початковий об'єм води в баку;
- 2) об'єм води в момент часу t хв, якщо $t = 2$; $t = 5$;
- 3) значення часу, за якого в баку було V л води, якщо $V = 20$; $V = 35$.

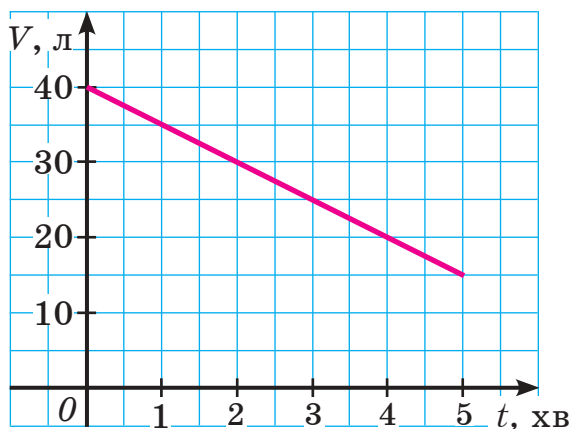


Рис. 153



Рис. 154

1410. Велосипедистка їде зі швидкістю 20 км/год. На рисунку 154 зображено графік залежності шляху s (у км), який проїхала велосипедистка, від часу руху t (у год). Користуючись графіком, знайдіть:

- 1) шлях, який проїхала велосипедистка за t год, якщо $t = 2$; $t = 2,5$;
- 2) час, за який велосипедистка проїхала s км, якщо $s = 60$; $s = 30$.
- 3) увесь шлях, який проїхала велосипедистка.

1411. Побудуйте графік залежності температури T (у $^{\circ}\text{C}$) від часу t (у год) за даними таблиці:

t , год	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T , $^{\circ}\text{C}$	2	3	2	0	-1	-2	-1	0	1	1	3

1412. Побудуйте графік залежності температури T (у $^{\circ}\text{C}$) від часу t (у год) за даними таблиці:

t , год	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T , $^{\circ}\text{C}$	3	1	0	-1	-2	-3	-3	-1	1

1413. Пішохід їде зі швидкістю 4 км/год. Заповніть таблицю, знайшовши шлях s , який пройде пішохід за t годин:

t , год	0	0,5	1	1,5	2	2,5
s , км						

Побудуйте графік залежності шляху s від часу t .

1414. Екскаватор щохвилини виймає 2 м^3 ґрунту. Заповніть таблицю, знайшовши об'єм V ґрунту, який він виймає за t хвилин:

t , хв	0	1	2	3	4	5
V , м^3						

Побудуйте графік залежності об'єму V від часу t .



1415. Автомобіль здійснив поїздку від Хмельницького до Києва. На рисунку 155 зображено графік зміни відстані s від автомобіля до Києва залежно від часу руху t .

- 1) Скільки годин тривала поїздка?
- 2) На якій відстані від Києва перебував автомобіль у початковий момент часу? У момент часу t год, якщо $t = 2,5$; $t = 4$?
- 3) У який момент часу автомобіль перебував на відстані 240 км від Києва? На відстані 40 км?
- 4) Чи зупинявся автомобіль під час поїздки? Якщо так, то вкажіть тривалість зупинки.
- 5) З якою швидкістю їхав автомобіль протягом перших двох годин руху?

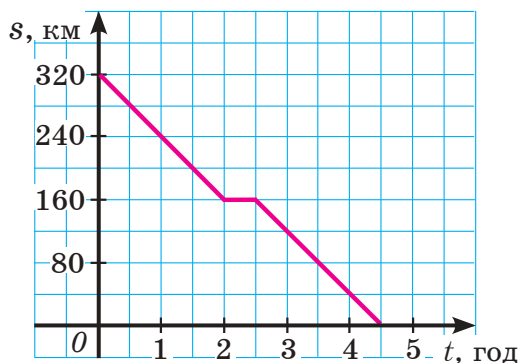


Рис. 155

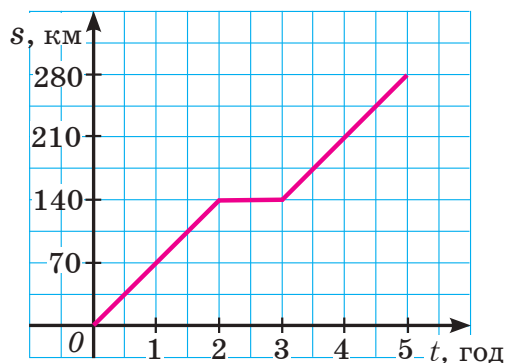


Рис. 156

1416. Автобус здійснив поїздку від міста А до міста С, зробивши зупинку в місті В. На рисунку 156 зображено графік залежності шляху s (у км), який проїхав автобус, від часу руху t (у год).

- 1) Скільки годин тривала поїздка?

- 2) Скільки всього кілометрів проїхав автобус?
- 3) Скільки кілометрів проїхав автобус на момент часу t год, якщо $t = 2$; $t = 3$; $t = 4$?
- 4) Скільки часу автобус перебував у місті B ?
- 5) З якою швидкістю їхав автобус протягом перших двох годин руху?

1417. Графіком залежності величини y від величини x є лама-на, проведена послідовно через точки $(0; 3)$, $(2; -1)$, $(5; 2)$ і $(7; 2)$.

- 1) Побудуйте графік залежності.
- 2) Знайдіть значення y , якщо $x = 1$; $x = 3$; $x = 6$.
- 3) Знайдіть усі значення x , для яких $y = 1$; $y = -1$.

1418. Графіком залежності величини y від величини x є лама-на, проведена послідовно через точки $(0; 0)$, $(2; 2)$, $(4; -2)$ і $(6; 0)$.

- 1) Побудуйте графік залежності.
- 2) Знайдіть значення y , якщо $x = 1$; $x = 5$.
- 3) Знайдіть усі значення x , для яких $y = 2$; $y = 0$; $y = -1$.

1419. Сторони прямокутника дорівнюють x см та y см, а площа — 10 см^2 . Заповніть таблицю:

x , см	2	2,5	4	5	8	10
y , см						

Побудуйте графік залежності величини y від величини x .



Інтерактивне завдання 45

Графіки залежностей між величинами



1420.  З табору вийшла група туристів, дійшла до кінцевого пункту й вирушила назад. На рисунку 157 зображено графік зміни відстані від туристів до табору залежно від часу.

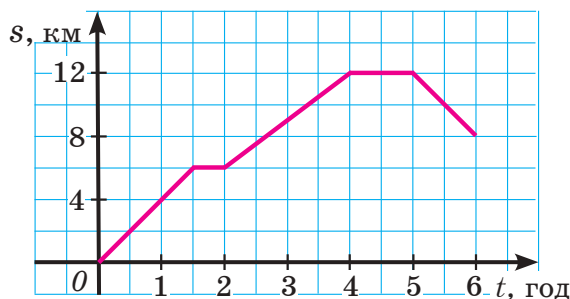


Рис. 157

- 1) На якій відстані від табору перебували туристи через 1 год руху? Через 5 год?
- 2) На якій відстані від табору розташований кінцевий пункт?
- 3) Скільки часу рухалися туристи до першої зупинки? До кінцевого пункту?
- 4) Скільки всього годин туристи відпочивали?
- 5) Через скільки годин туристи вирушили назад?
- 6) З якою швидкістю йшли туристи протягом перших 1,5 год руху? Від другої до четвертої години руху? Від п'ятої до шостої години руху?

Поміркуйте



1421. На столі в ряд стоять 4 тарілки. Чи можна на ці тарілки розкласти 25 яблук так, щоб кількості яблук на сусідніх тарілках відрізнялися на 1?

Вправи для повторення



1422. Знайдіть значення виразу:

$$1) -2\frac{3}{8} + 2 \cdot \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right); \quad 2) \left(3\frac{2}{9} - 12\frac{2}{3} + 1\frac{1}{6}\right) : \frac{1}{36}.$$

1423. Запишіть різницю даних виразів і спростіть її:

$$1) -5,6 + a \text{ і } a - 0,8; \quad 2) 14 - b \text{ і } b - (21 - b).$$

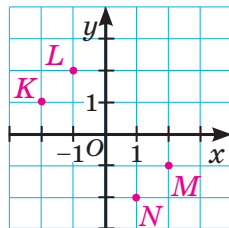
1424. Промінь ділить розгорнутий кут на два кути, величина одного з яких становить 125 % від величини другого. Знайдіть величину кожного з утворених кутів.

- 1425.** Із Вінниці до Львова виїхала вантажівка, а через годину вслід за нею — легковий автомобіль. На якій відстані від Вінниці легковий автомобіль наздожене вантажівку, якщо його швидкість дорівнює 100 км/год, а вантажівки — 75 км/год?

Завдання для самоперевірки № 6

Початковий рівень

- Укажіть, яку з дій виконано правильно.
 А $-8 \cdot 4 = 32$ Б $8 : (-4) = 2$
 В $-8 : (-4) = -2$ Г $-8 \cdot (-4) = 32$
- Зведіть подібні доданки: $12a - 7a + 4a$.
 А a Б $9a$ В $15a$ Г $23a$
- Обчисліть: $-2 \cdot 3 \cdot (-5)$.
 А -30 Б -15 В 30 Г 300
- Розв'яжіть рівняння $-4x = 6$.
 А -24 Б $-1,5$ В $1,5$ Г 24
- Марія й Олег назбирали разом 48 грибів, до того ж Марія назбирала на 4 гриби більше, ніж Олег. Скільки грибів назбирала Марія?
 Нехай Марія назбирала x грибів. Яке рівняння відповідає умові задачі?
 А $x - (x - 4) = 48$ Б $x - (x + 4) = 48$
 В $x + (x - 4) = 48$ Г $x + (x + 4) = 48$
- Яка з точок, зображених на рисунку, має координати $(2; -1)$?



- А Точка K Б точка L
 В точка M Г точка N

Середній рівень

- Знайдіть значення виразу $-2,4 : 0,2 + (-2,5) \cdot (-8)$.
 А -32 Б 32 В -8 Г 8
- Спростіть вираз $-(a + 3,2) + 2(3a - 1,4)$.
 А $-7a - 0,4$ Б $7a - 6$ В $5a - 6$ Г $5a + 0,4$

9. Розв'яжіть рівняння $6x - 2 = 3x - 8$.

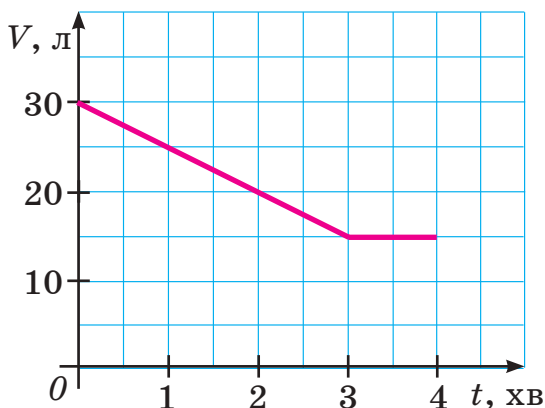
А -4

Б -2

В 2

Г 4

10. На рисунку зображено графік зміни об'єму води в баку протягом 4 хв.



Яке з указаних тверджень є неправильним?

А У початковий момент часу в баку було 30 л води

Б Об'єм води в баку зменшувався протягом 3 хв

В За першу хвилину об'єм води зменшився на 10 л

Г У баку залишилося 15 л води

Достатній рівень

11. Знайдіть значення виразу:

$$1) 2,5 \cdot (-1,1 + 3,6 : (-4)); \quad 2) -6 \cdot \left(-2\frac{1}{9}\right) + 1,25 : \left(-3\frac{3}{4}\right).$$

12. Спростіть вираз:

$$1) 2a(1 - 3x + 5y) - a(-6x + 9y); \quad 2) -\frac{3}{8}b + 1\frac{5}{6}b - b.$$

13. Позначте на координатній площині точки $A(-3; 2)$, $B(1; -2)$ і $C(1; 1)$. Через точку C проведіть пряму, паралельну прямій AB , та знайдіть координати точок її перетину з осями координат.

14. У трьох ящиках є 51 кг слив, до того ж у першому — на 3 кг більше, а в другому — в 1,2 раза більше, ніж у третьому. Скільки кілограмів слив у третьому ящику?

Високий рівень

15. Знайдіть значення виразу

$$\left(\frac{3}{4} - 2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}\right) : \left(-\frac{1}{12}\right) + 4,8 \cdot 0,6 - 9,8 \cdot 0,6.$$

16. Для деяких двох чисел x та y виконується рівність $x - 5y = 4$. Доведіть, що для цих чисел виконується рівність $5(x - 2y) - 3(2x - 5y) = -4$.
17. Знайдіть значення b , для якого число -3 є коренем рівняння $4(x - b) = 2b - x$.
18. У першому сховищі було 120 т картоплі, а в другому — 90 т. Щодня в перше сховище доставляють по 20 т картоплі, а в друге — по 50 т. Через скільки днів у першому сховищі буде картоплі вдвічі менше, ніж у другому?

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ ЗА КУРС 6 КЛАСУ


Інтерактивне завдання 46
 Повторення за курс 6 класу

Подільність натуральних чисел

- 1426.** Із чисел 7, 8, 12, 28, 56, 72, 84 випишіть ті, що:
 1) є дільниками числа 56; 2) кратні числу 7.
- 1427.** Знайдіть: 1) найбільше двоцифрове число, кратне 14;
 2) найменше трицифрове число, дільником якого є число 24.
- 1428.** Із чисел 117, 181, 195, 288, 600, 1512, 2055, 23 110, 413 775 випишіть ті, що:
 1) діляться на 2; 2) діляться на 3;
 3) діляться на 3, але не діляться на 9;
 4) діляться на 5, але не діляться на 10.
- 1429.** Поставте замість зірочок такі цифри, щоб число:
 1) $*8*$ ділилося на 3 і на 10; 2) $7*5*$ було кратним 5 і 9.
 Запишіть усі можливі варіанти.
- 1430.** Запишіть найбільше і найменше трицифрові числа, кратні 9, які можна скласти з карток, зображених на:
 1) рисунку 158; 2) рисунку 159.



Рис. 158



Рис. 159

- 1431.** Знайдіть усі дільники числа: 1) 28; 2) 37; 3) 90.
- 1432.** У коробки розклали 204 олівці, в усі коробки порівну.
 Скільки використали коробок, якщо їх більше, ніж 12, але менше, ніж 30?
- 1433.** Із чисел 1, 2, 11, 18, 41, 69, 70, 83 випишіть усі прості числа; усі складені числа. Розкладіть складені числа на прості множники.
- 1434.** Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
 1) 8 і 28; 2) 102 і 81; 3) 42, 70 і 112.
- 1435.** Чи є взаємно простими числа:
 1) 15 і 102; 2) 42 і 25; 3) 85 і 119?

1436. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 8 і 24; 2) 45 і 105; 3) 160, 240 і 400.

1437. На скільки щонайменше рівних частин потрібно розрізати торт, щоб його можна було розділити порівну як між 4, так і між 6 дітьми?

1438. Потрібно розділити на групи 54 шестикласники і 45 п'ятикласників так, щоб в усіх групах була однакова кількість шестикласників і однакова кількість п'ятикласників. Скільки щонайбільше таких груп можна утворити?

Звичайні дроби

1439. Скоротіть дріб: 1) $\frac{6}{24}$; 2) $\frac{27}{45}$; 3) $\frac{60}{84}$; 4) $\frac{375}{1000}$.

1440. Зведіть дріб $\frac{3}{8}$ до знаменника: 1) 32; 2) 72; 3) 1000.

1441. Запишіть правильну рівність:

- 1) $\frac{5}{9} = \frac{\square}{36}$; 2) $\frac{36}{\square} = \frac{12}{17}$; 3) $\frac{18}{48} = \frac{3}{\square}$; 4) $\frac{\square}{63} = \frac{5}{7}$.

1442. Виразіть у кілометрах і запишіть результат у вигляді звичайного нескоротного дробу:

- 1) 250 м; 2) 900 м; 3) 64 м; 4) 8 м.

1443. Виразіть у годинах і запишіть результат у вигляді мішаного числа з нескоротною дробовою частиною:

- 1) 80 хв; 2) 105 хв; 3) 500 хв; 4) 8000 с.

1444. Розташуйте в порядку зростання числа:

$$0,6; \quad \frac{7}{15}; \quad 0,06; \quad \frac{9}{20}; \quad 0,(6); \quad \frac{5}{12}; \quad 0,(65).$$

1445. Обчисліть:

- 1) $1\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$; 2) $3\frac{3}{5} - 1\frac{7}{10}$; 3) $2\frac{5}{8} \cdot \frac{6}{7}$; 4) $1\frac{3}{5} : 1\frac{11}{15}$.

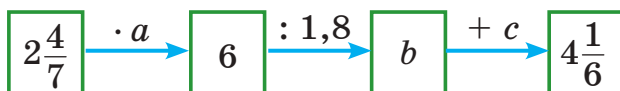
1446. Знайдіть значення виразу:

- 1) $8 \cdot \frac{5}{28} + 3\frac{3}{5} : 5\frac{3}{5}$; 2) $2\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{12} - 1\frac{5}{14} \cdot \frac{7}{12}$;
 3) $(19,3 - 6,8) : \left(5\frac{5}{8} - 3\frac{3}{4}\right)$; 4) $\left(1\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(5\frac{1}{8} - 1\frac{3}{4}\right) \cdot 8$;
 5) $\left(\frac{4}{15} + 1\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) \cdot 30$; 6) $\frac{11}{12} \cdot \frac{2}{7} - \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{12} : 3,5$.

1447. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{1}{3} : a - \frac{3}{7}$, якщо $a = \frac{7}{9}$; 2) $x + \frac{5}{6}y - \frac{1}{3}y$, якщо $x = \frac{1}{8}$, $y = \frac{1}{4}$.

1448. Знайдіть числа a , b і c в ланцюжку обчислень:



1449. Заповніть порожні кружечки на рисунку 160, знайшовши дробі або відсотки від числа 80.

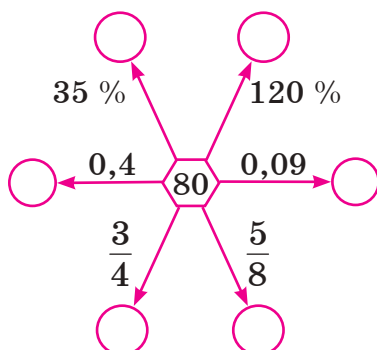


Рис. 160

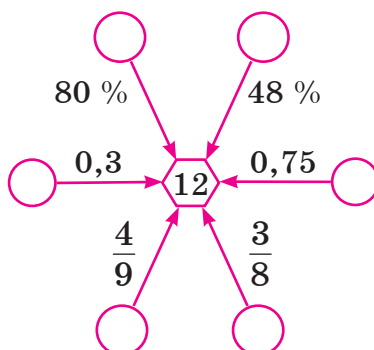


Рис. 161

1451. У будинку є дво-, три- і чотирікімнатні квартири. Двокімнатні квартири становлять $\frac{1}{4}$, а трикімнатні — $\frac{9}{16}$ усіх квартир. Яку частину всіх квартир становлять чотирікімнатні квартири?

1452. Принтер за 1 год друкує 900 сторінок. Скільки сторінок надрукує принтер за $\frac{7}{15}$ год? За 20 хв?

1453. Шлях між двома містами завдовжки 220 км автомобіль подолав за 3 год. Знайдіть швидкість автомобіля. Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до одиниць.

1454. У книжці 80 сторінок. За перший день Валентина прочитала 15 % сторінок книжки, а за другий — в $1\frac{1}{6}$ раза більше. Скільки сторінок залишилося прочитати Валентині?

1455. Петро подолав $\frac{3}{5}$ шляху від дому до школи за 9 хв. За скільки хвилин він подолає весь шлях?
1456. Молоко розлили у два бідони, до того ж у перший бідон налили 0,6 усього молока, а в другий — 12 л. Скільки літрів молока налили в перший бідон?
1457. Долаючи шлях від міста А до міста В завдовжки 209 км, автобус за першу годину проїхав $\frac{3}{11}$ усього шляху, а за другу — 50 % решти. Скільки кілометрів проїхав автобус за ці 2 год?
1458. Із банківської картки зняли 5400 грн за два рази: спочатку — 0,5 усіх грошей, що були на картці, а згодом — п'яту частину залишку. Скільки гривень було на картці спочатку?
1459. Перший екскаватор може вирити траншею за 8 год, а другий — за 12 год. За скільки годин можуть вирити траншею обидва екскаватори, працюючи разом?
1460. Два майстри, працюючи разом, можуть викласти стіну за 12 год. За який час може викласти цю стіну перший майстер, якщо другий може це зробити за 20 год?

Відношення і пропорції

1461. Знайдіть відношення та відсоткове відношення:
1) 8 до 20; 2) 30 м до 150 м; 3) 3 год до 200 хв.
1462. Чи є пропорцією рівність: 1) $10 : 15 = 4 : 6$; 2) $\frac{5}{4} = \frac{15}{14}$?
1463. Знайдіть невідомий член пропорції:
1) $x : 4 = 5 : 8$; 2) $3 : 0,3 = 60 : a$; 3) $\frac{2}{9} = \frac{c}{36}$.
1464. Розв'яжіть рівняння: 1) $\frac{5}{12} = \frac{15}{8x}$; 2) $\frac{8}{9} : (x - 4) = 4 : 3,6$.
1465. Із 6 га поля зібрали 108 ц гречки. Скільки центнерів гречки зберуть із 15 га цього поля, якщо врожайність на всіх його ділянках однакова?
1466. На принтері мають надрукувати 90 сторінок тексту. Перші 18 сторінок принтер надрукував за 1,2 хв. За скільки хвилин принтер надрукує решту сторінок?

1467. 2,5 кг сплаву олова, міді й цинку містять 800 г олова та 900 г міді. Скільки грамів олова і скільки грамів цинку міститься в 3,5 кг такого сплаву?
1468. Басейн наповнили водою за 8 год, подаючи щогодини по 175 м^3 води. За скільки годин наповнився б басейн, якби щогодини в нього поступало по 200 м^3 води?
1469. Периметр ділянки прямокутної форми дорівнює 28 м. Знайдіть сторони ділянки, якщо вони відносяться як 4 : 3.
1470. У саду ростуть яблуні, груші та сливи, кількості яких відносяться як 6 : 2 : 3. Скільки всього дерев у саду, якщо в ньому: 1) 9 слив; 2) груш на 8 менше, ніж яблунь?
1471. Відстань між Києвом і Черкасами 420 км. Знайдіть відстань між цими містами на карті з масштабом 1 : 5 000 000.
1472. Автомобіль проїхав шлях, якому на карті з масштабом 1 : 8 000 000 відповідає відстань 2,7 см. З якою швидкістю рухався автомобіль, якщо поїздка тривала 3 год?
1473. У трьох будинках разом 630 мешканців. У першому будинку 250 мешканців, у другому — 80 % тієї кількості, що в першому. Скільки мешканців у третьому будинку?
1474. Сплав міді й олова містить 75 % міді. Скільки грамів міді містить сплав, якщо в ньому є 120 г олова?
1475. Три автомати розфасували цукор. Перший автомат розфасував 30 % усього цукру, другий — в 1,2 раза більше, ніж перший, а третій — 340 кг. Скільки всього кілограмів цукру розфасували автомати?
1476. Фірма отримала 60 000 грн прибутку, з яких 24 000 грн витратила на розширення виробництва. Скільки відсотків отриманого прибутку фірма витратила на розширення виробництва?
1477. Довжина поля дорівнює 100 м, а ширина — 40 м.
1) На скільки відсотків ширина поля менша від довжини?
2) На скільки відсотків довжина поля більша за ширину?
1478. Товар коштував 1000 грн. Спочатку цю ціну збільшили на 5 %, а згодом нову ціну зменшили на 10 %. Знайдіть ціну товару після двох переоцінок.

- 1479.** Сплав міді та цинку, загальна маса якого 2 кг, містить 75 % міді. Скільки грамів цинку потрібно додати до цього сплаву, щоб одержати новий сплав, який містив би 60 % міді?
- 1480.** Накресліть коло, радіус якого дорівнює 15 мм, та знайдіть його довжину.
- 1481.** Знайдіть площу круга, діаметр якого дорівнює 6 см; 18 мм.
- 1482.** Довжина кола дорівнює 18,84 см. Знайдіть площу круга, радіус якого вдвічі більший за радіус даного кола.
- 1483.** Знайдіть площу фігури, зображеної на рисунку 162, якщо сторона кожного квадрата дорівнює 1 см.

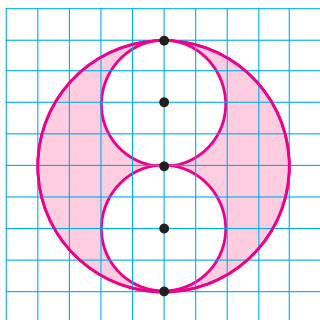


Рис. 162

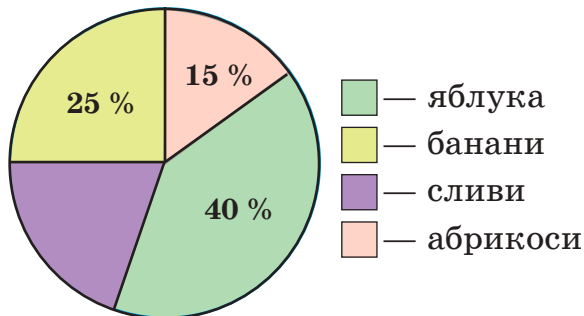


Рис. 163

- 1484.** У магазин привезли 120 кг фруктів: яблука, банани, сливи й абрикоси. На рисунку 163 зображено діаграму розподілу мас цих фруктів.
- 1) Скільки відсотків маси всіх фруктів становить маса слив?
 - 2) Фруктів якого виду привезли найбільше? Найменше?
 - 3) Скільки кілограмів фруктів кожного виду привезли в магазин?
- 1485.** Паперова смужка охоплює бічну поверхню банки циліндричної форми. Знайдіть площу смужки, якщо радіус банки дорівнює 4 см, а висота — 20 см.

Раціональні числа і дії з ними

- 1486.** Порівняйте числа:

1) -33 і -25 ; 2) $-2,36$ і $2,3$; 3) $-1\frac{2}{9}$ і $-1\frac{2}{3}$.

1487. На координатній прямій позначте точку $M(-1)$ і точки, віддалені від точки M на 2,5 одиниць. Запишіть координати одержаних точок.

1488. Знайдіть значення виразу:

- | | |
|---|---|
| 1) $-26 - 38 + 45$; | 2) $-1,5 \cdot (-0,8) + 0,27$; |
| 3) $-7,8 : (-9) - 1,08$; | 4) $2,5 \cdot (-1,4) \cdot 3 \cdot (-4)$; |
| 5) $5,9 \cdot (-0,7) + 1,1 \cdot (-0,7)$; | 6) $(-7 + 5)^3 - (-3,5)^2$; |
| 7) $\left(-2\frac{4}{5} + 1\frac{2}{15} - \frac{1}{3}\right) \cdot (-15)$; | 8) $-8\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{7} - 1\frac{3}{8} : (-1,75)$. |

1489. До різниці чисел -2 і 7 додайте:

- 1) число, протилежне числу 9 ;
- 2) модуль суми чисел -17 і 8 ;
- 3) суму модулів чисел -17 і 8 .

1490. Спростіть вираз:

- | | |
|--|----------------------------------|
| 1) $2 \cdot 9a \cdot 5 - 145a$; | 2) $-2,6b - 1,52b + 4,52b$; |
| 3) $8x \cdot 0,005 \cdot 4y \cdot 125$; | 4) $1,5(c + 1,2) - 5,7c - 1,8$; |
| 5) $2(4a - 5) - (4 - 3a)$; | 6) $4(2b - 0,5c) + 3(-b + 2c)$. |

1491. Знайдіть значення виразу:

- 1) $-28a + 23a + (-7a)$, якщо $a = -0,05$;
- 2) $0,1(-25x + 3y) + 3(0,7x - 0,3y)$, якщо $x = -10$; $y = 5$;
- 3) $\frac{2}{9}b - \frac{7}{8} - \frac{1}{12}b - 4\frac{1}{4}$, якщо $b = 36$.

1492. Доведіть, що значення виразу $4(k - 6) - 3(5 - 2k) - 10k$ не залежать від значень k .

1493. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|--|--|
| 1) $3x - (x + 17) = -3$; | 2) $42x - 72 = 18x$; |
| 3) $4(x - 9,5) = 52 - 2x$; | 4) $5(y + 4) - 3y = 2(3y - 4)$; |
| 5) $125(x - 0,8) = 250(x - 0,6)$; | 6) $0,4(x - 1,2) - 0,2x = 0,4x$; |
| 7) $\frac{2}{7}(2x - 1) = \frac{6}{7}$; | 8) $\frac{1 - 2x}{12} = \frac{x}{8}$; |
| 9) $ x + 4,5 = 6,5$; | 10) $6 x - 2 = 15$. |

1494. Поле, площа якого 152 га, засіяли пшеницею і житом, до того ж пшеницею засіяли втричі більшу площу, ніж житом. Скільки гектарів поля засіяли пшеницею і скільки — житом?

- 1495.** У першому пакеті цукру на 720 г менше, ніж у другому. Скільки грамів цукру в кожному пакеті, якщо в першому його в 4 рази менше, ніж у другому?
- 1496.** За блокнот, 2 лінійки і циркуль заплатили 52 грн. Блокнот утричі, а циркуль в 1,5 раза дорожчі за лінійку. Знайдіть ціни блокнота, лінійки і циркуля.
- 1497.** У двох коробках 350 г цукерок, до того ж у першій — на 50 г більше, ніж у другій. Знайдіть масу цукерок у кожній коробці.
- 1498.** Три розділи підручника займають 220 сторінок. У першому розділі на 12 сторінок більше, ніж у другому, і на 4 сторінки менше, ніж у третьому. Скільки сторінок займає кожний із цих розділів?
- 1499.** Біля новобудови на трьох ділянках посадили 49 дерев: на першій ділянці — в 1,2 раза більше, ніж на другій, а на другій — на 1 дерево менше, ніж на третій. Скільки дерев посадили на кожній ділянці?
- 1500.** На першій полиці книжок удвічі більше, ніж на другій. Після того як з першої полиці переставили на другу 2 книжки, на першій полиці книжок стало в 1,5 раза більше, ніж на другій. Скільки книжок було на кожній полиці спочатку?
- 1501.** З міста A о 8 год виїхав автобус, а о 9 год услід за ним — автомобіль, швидкість якого на 20 км/год більша за швидкість автобуса. Автомобіль прибув до міста B о 13 год 30 хв, а автобус — о 14 год.
- 1) Знайдіть швидкості автомобіля й автобуса.
 - 2) О котрій годині автомобіль наздогнав автобус?
 - 3) На якій відстані від міста A відбулася їх зустріч?
- 1502.** Теплохід пройшов шлях між двома пристанями проти течії річки за 5,5 год, а зворотний шлях — за 4,5 год. Швидкість течії дорівнює 3 км/год. Знайдіть відстань між пристанями.
- 1503.** *Задача Піфагора.* Коли в Піфагора запитали, скільки в нього учнів, він відповів: «Половина моїх учнів вивчає прекрасну математику, четверта частина досліджує

таємниці вічної природи, сьома частина вправляється в силі Додайте до них ще трьох юнаків, з яких Теон має найкращі здібності. Стільки учнів веду я до розуміння вічної істини». Скільки учнів було в Піфагора?

1504. Накресліть деякі прямі a , b і c так, щоб виконувалися умови: $a \perp b$, $b \parallel c$.

1505. На координатній площині проведіть пряму AB , якщо $A(3; -1)$, $B(-2; 4)$. Позначте на цій прямій:

- 1) точки її перетину з осями координат;
- 2) точку, абсциса якої дорівнює -1 ;
- 3) точку, ордината якої дорівнює -2 .

Запишіть координати одержаних точок.

1506. На рисунку 164 зображено графік зміни температури ртуті протягом 5 хв. Знайдіть:

- 1) початкову температуру ртуті; найменшу температуру;
- 2) температуру в момент часу t хв, якщо $t = 3$; $t = 4,5$;
- 3) значення часу, за якого температура дорівнювала -1°C ;
- 4) проміжок часу, протягом якого температура ртуті підвищувалася; знижувалася; була від'ємною.

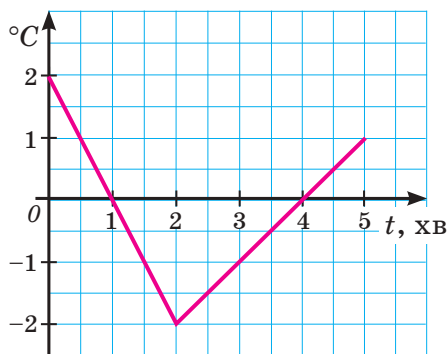


Рис. 164

Поміркуйте



1507. Дано два натуральні числа m і n . Доведіть, що число $mn(m + n)$ є парним.

1508. Доведіть, що коли p — просте число, більше за 3, то число $(p - 1)(p + 1)$ ділиться на: 1) 3; 2) 8; 3) 24.

1509. У кожному великому бутлі є 9 л води, а в кожному малому — 7 л. Чи можна взяти кілька великих і кілька малих бутлів так, щоб у них разом містилося 50 л води?

1510. Знайдіть усі прості числа x та y , для яких є правильною рівність:

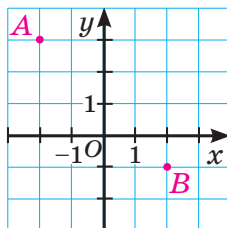
- 1) $3x - y = 12$;
- 2) $x + y = 31$;
- 3) $x^2 - y^2 = 21$.

- 1511.** Чи можна числа $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ записати в клітинках таблиці розміру 3×3 так, щоб сума чисел кожного рядка таблиці була додатною, а кожного стовпця — від'ємною?
- 1512.** Доведіть, що за допомогою цифр $1, 2, 3, 4, 5$ і 6 , узятих по одному разу, не можна записати шестицифрове число, яке було б квадратом цілого числа.
- 1513.** Добуток десяти цілих чисел дорівнює 1 . Чи може сума цих чисел дорівнювати 0 ?
- 1514.** На столі лежить 9 цукерок. Петро і Дарина грають у таку гру: вони по черзі підходять до столу і беруть одну або дві цукерки. Щоб перемогти в грі, потрібно взяти останню цукерку. Хто з них може забезпечити собі перемогу, якщо перший підхід робить Петро?

Завдання для самоперевірки № 7

Початковий рівень

1. Яке з наведених чисел не є дільником числа 72.
А 3 Б 9 В 16 Г 24
2. Яке з чисел $-3,5$; 0 ; $2,8$; -4 є найменшим?
А $-3,5$ Б 0 В 2,8 Г -4
3. Укажіть рівність, яка є правильною.
А $10 - 15 = 5$ Б $-1,5 \cdot (-2) = -3$
В $-\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{1}{2}$ Г $-\frac{3}{10} : \frac{1}{2} = -\frac{3}{20}$
4. Знайдіть відсоткове відношення 8 м до 10 м.
А 80 % Б 125 % В 0,8 Г 1,25
5. Обчисліть: $\frac{4}{9} - \frac{5}{6}$.
А $\frac{7}{18}$ Б $-\frac{7}{18}$ В $1\frac{5}{18}$ Г $-1\frac{5}{18}$
6. Яке з тверджень щодо точок А і В, зображених на рисунку, є неправильним?
А Точка В має координати $(2; -1)$
Б Абсциса точки А дорівнює -2
В Ордината точки В дорівнює 2
Г Точка А лежить у другій чверті



Середній рівень

7. Знайдіть значення виразу $(-1,2)^2 + 36 : (-8)$.
А 5,94 Б 3,3 В $-3,6$ Г $-3,06$
8. Спростіть вираз $2(-b + 3) - 2(b + 4)$.
А -2 Б $-4b + 14$ В $-4b - 2$ Г $4b - 2$
9. Розв'яжіть рівняння $3x - 0,9 = x - 1,1$.
А -1 Б $-0,1$ В 1 Г 0,1
10. Ціну на товар зменшили з 50 грн до 40 грн. Яке з наведених тверджень є неправильним?
А Відношення нової ціни до початкової дорівнює 0,8
Б Відношення початкової ціни до нової дорівнює 1,25

В Ціну на товар зменшили на 10 грн

Г Ціну на товар зменшили на 10 %

Достатній рівень

11. Знайдіть значення виразу:

1) $7,5 \cdot (-1,42) - 7,5 \cdot (-3,42)$; 2) $\left(-2\frac{1}{6} + \frac{7}{15}\right) : \left(-\frac{17}{20}\right)$.

12. Позначте на координатній площині точки $M(-2; -1)$ і $N(4; 1)$. Через точку M проведіть пряму, паралельну осі ординат, а через точку N — пряму, перпендикулярну до осі ординат. Знайдіть координати точки перетину проведених прямих.
13. Доведіть, що значення виразу $5(b - 3) - 7(4 - b) - 3(4b - 1)$ не залежать від значень b .
14. Автобус за 3 год має проїхати шлях завдовжки 240 км. За першу годину він проїхав $\frac{2}{5}$, а за другу — $\frac{4}{15}$ усього шляху. З якою швидкістю має рухатися автобус протягом третьої години, щоб прибути до місця призначення вчасно?

Високий рівень

15. Обчисліть зручним способом:

$$\left(-\frac{5}{9} + 0,6\right) : \frac{3}{8} + \left(\frac{5}{9} - 2,1\right) \cdot 2\frac{2}{3}.$$

16. Розв'яжіть рівняння $3(0,7x - 5) - 9,6x = 2(3 - 2x)$.
17. Клумба має форму круга, який обмежує коло завдовжки 12,56 м. На клумбі посадили кущі квітів, відводячи під кожний кущ щонайменше $0,7 \text{ м}^2$ землі. Чи могли на цій клумбі посадити 20 кущів квітів?
18. Картоплю з поля зібрали за три дні: за перший день — 12 т, за другий і за третій — відповідно $\frac{2}{5}$ і 30 % усієї картоплі. Скільки всього тонн картоплі зібрали з поля?

ВІДПОВІДІ

§ 1. 23. 6 коробок. 24. 7 квітів. 25. 1) 960; 2) 1024. 26. 1008. 27. 38 ящиків. 28. 6 вагонів. 29. 15 голів; 6 голів. 30. 15 м/с; 120 м. 32. 1660. 33. 28 чоловіків; 14 жінок. 34. 317 м; 263 м. 52. 3 числа. 53. 5 чисел. 59. 1) 500 чисел; 500 чисел; 2) 200 чисел; 100 чисел. 62. Ні. 63. Ні. *Вказівка.* Урахуйте, що сума номерів двох сторінок одного аркуша є непарним числом. 65. 1) 8; 2) 15. 66. 5,3. 67. 50 м. 81. 3 варіанти. 82. Так. 85. 135. 86. 4 числа. 87. 6 чисел. 89. *Вказівка.* Обґрунтуйте, що запис добутку має закінчуватися двома нулями. 91. 12,96 а. 92. 4 способами. 93. На 22,4 га. 120. 1) Ні; 2) так. 122. 372 дерева або 310 дерев. 123. Ні. 124. 1) $7,32x$; 2) $8a + 15b$. 126. 135 км. 127. 61 м. 142. 1) 36; 2) 26; 3) 45. 143. 1) 24; 2) 63. 144. 1) Так; 2) ні. 145. Так. 146. 29 учнів та учениць; 2 і 3 зошити. 147. 6 олівців. 148. 28 комплектів. 149. 45 подарунків. 150. 42 квадрати. 151. 25 см $\times$ 25 см; 475 плиток. 152. Так. Наприклад, $7\text{ м} \cdot 6 + 8\text{ м} \cdot 11 = 130\text{ м}$. 155. 15 см. 156. 72 км/год. 166. 1) 540; 2) 7140; 3) 1980. 167. 1) 7245; 2) 2520. 169. 720 см. 170. 24 м. 171. 90 яблук. 172. 60 олівців. 173. 100 тюльпанів. 174. Об 11:36. 175. 75 діб. 176. 62 гриби. 179. 72 грн; 24 грн. 180. 6 способами.

Завдання для самоперевірки № 1. 1. В. 2. Б. 3. Г. 4. В. 5. В. 6. Б. 7. Г. 8. В. 9. Б. 10. Б. 11. 1, 2, 4, 23, 46, 92. 12. 8750. 13. 180 см. 14. 29 дітей; 7 полуниць. 15. 99 чисел. 16. 1008. 17. 2250, 2550, 2850, 2055, 2355, 2655, 2955. 18. 6 см.

§ 2. 208. 1) 7; 2) 4; 3) 36; 4) 5. 209. 1) 5; 2) 7; 3) 31; 4) 10. 210. $\frac{18}{30}$. 211. $\frac{6}{21}$. 213. Ні. *Вказівка.* Урахуйте, що хоча б в одній із купок має бути принаймні 3 яблука. Знайдіть масу трьох найлегших яблук і зробіть висновок. 216. 4,5 хв. 217. 6 букетів. 235. 1) 1; 2; 3; 2) 9. 236. В 1 кг бананів. 237. Ольги. 238. Другого. 239. Другої. 243. Перший; другий. 244. Так. *Вказівка.* Розфарбуємо клітинки дошки в шаховому порядку: перший рядок — чорна, біла, чорна; другий рядок — біла, чорна, біла; третій рядок — чорна, біла, чорна. Урахуйте, що з чорної клітинки метелик може перелетіти лише на білу, а з білої — лише на чорну. 247. 36 км. 248. 10,08 кг. 260. $4\frac{1}{12}$. 261. $2\frac{1}{8}$. 264. 1) $\frac{1}{21}$; 2) $2\frac{7}{15}$; 3) $\frac{7}{24}$. 268. $\frac{1}{4}$. 271. 1) $2\frac{25}{36}$; 2) 2. 272. $3\frac{1}{4}$. 275. 1) $3\frac{1}{12}$; 2) $4\frac{5}{8}$. 276. 1) $7\frac{5}{8}$; 2) $1\frac{1}{6}$. 277. Ананас. *Вказівка.* Обґрунтуйте, що кожного дня кількість ананасів на дереві буде непарною. Тому на ньому не може залишитися кокос, тобто 0 ананасів та 1 кокос. 281. 20 т.

282. $\frac{11}{24}$ кг. 283. $\frac{5}{12}$ га. 284. $\frac{13}{30}$ км. 285. $\frac{2}{9}$. 286. $\frac{1}{3}$. 287. $9\frac{5}{18}$ см. 288. $7\frac{1}{12}$ л.
 289. $\frac{1}{4}$. 290. $\frac{7}{30}$. 291. $\frac{7}{30}$. 292. $4\frac{11}{18}$ см; $2\frac{5}{6}$ см; $4\frac{5}{9}$ см. 293. $9\frac{17}{18}$ кг; $10\frac{2}{9}$ кг;
 $9\frac{5}{6}$ кг. 294. $\frac{1}{18}$. 295. $\frac{5}{18}$. 296. Ні. 297. Так. 298. 240 км. 299. 42 дерева.
 300. 300 м. 301. 2 хв. 302. $\frac{1}{15}$. 303. $\frac{1}{4}$. 305. 1) 450; 2) 100.

Завдання для самоперевірки № 2. 1. Г. 2. В. 3. А. 4. В. 5. Б. 6. В. 7. В.

8. Б. 9. В. 10. Г. 11. $\frac{7}{24}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{9}$. 12. $5\frac{7}{16}$. 13. $\frac{7}{8}$. 14. $\frac{1}{3}$. 15. 5 дробів. 16. $2\frac{5}{8}$.
 17. $\frac{17}{20}$. 18. 90 т.

§ 3. 324. 1) $\frac{3}{10}$; 2) 1. 330. 2) $\frac{3}{8}b$; $\frac{3}{5}$. 334. 1) 7; 2) $2\frac{1}{6}$; 3) 18; 4) 17. 335. 1) 4; 2) 5.
 338. Із 2 дівчатами. 341. 30 грн. 342. 2,4 кг; 0,6 кг. 347. 40 га. 348. 26 кг.
 353. 750 м³. 354. 900 м². 355. 9,3 см. 358. 301 кг. 359. 38 кг. 361. 21,6 кг.
 362. 5440 грн. 363. 2) 0,6. 364. 2) $\frac{1}{3}$. 365. 104,49 кг. 366. 76,8 м². 369. 70 па-
 кетів. 370. 8 гусей. 371. 150 км. 372. 90 грн. 373. 82 %. 374. $\frac{1}{8}$ частину.
 375. Ні. 399. $\frac{3}{4}$. 401. 1) $\frac{2}{3}$; 2) 2; 3) 4. 403. $1\frac{7}{9}$ см. 406. 1) $1\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $5\frac{1}{3}$;
 4) $1\frac{1}{3}$. 407. 1) $1\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) 2. 409. 56. 410. 11; 9. 413. 1) 18; 2) 1,5. 414. 0,4.
 415. Так. 418. 400 г. 419. 15°. 424. 1200 м². 425. 220 кг. 429. 1) 75 га;
 2) 30 га. 430. 9 вуликів. 431. 20 м². 434. 8 ц. 435. 25 кг. 436. 148 де-
 рев. 438. 16,8 км. 439. 24 книжки. 440. 5000 грн; 1750 грн. 441. 432 кг.
 442. 108 м³. 443. 150 кг. 444. 300 м³. 445. 13 кг. 446. 28 грибів. 447. 20 га.
 448. 30 км. 449. Так. 453. 170 см²; 150 см³. 464. 5,08 т. 466. 83,3 км/год.
 472. Першого. 473. Юлія. 475. 4,5 км/год. 476. 30,57 ц/га. 477. 81.
 479. 18 см. 480. 42 пакети. 481. 10 л. 494. 144 м. 495. 87 кг. 496. 16 частин.
 497. 84 пакети. 498. 56 сторінок. 499. 7 груш. 500. 6 км. 501. 12 років.
 502. 1) 9,5; 2) 2,3. 503. 5. 506. $5\frac{2}{3}$ хв. 507. 442 км. 508. 70 км/год. 509. 3 кг.
 512. 6,75 см². 513. 3,5 дм. 514. 12,5 м. 515. 500 кг. 516. 400 т. 517. 1) 0,5;
 2) 8. 518. 0,5. 519. 119 км. 520. 160 м. 521. 80 грн. 522. 100 000 грн.
 523. 240 саджанців. 524. 3 л. 526. 18 год. 527. 12 днів. 528. $2\frac{8}{11}$ год.
 529. 105 м. 532. 2 см. 533. 8 способами.

Завдання для самоперевірки № 3. 1. Б. 2. Г. 3. В. 4. В. 5. Б. 6. А. 7. Г.
 8. Г. 9. Б. 10. Г. 11. 1,5. 12. 84 т. 13. 3,5 кг. 14. 150 деталей. 15. 2. 16. 1 кг.
 17. 40 л. 18. 3,6 хв.

§ 4. 548. 1) 4; 2) $\frac{1}{4}$. 554. 1 : 9. 555. 2 : 3. 556. 3 : 2. 557. 3 : 4. 558. 4 : 1. 559. Ні. 562. 0,6. 563. 6500 грн. 573. 1) 20; 2) 7,5; 3) 60. 577. 1) 1,5; 2) 8; 3) 4,5. 578. 1) 1,4; 2) 3; 3) $\frac{2}{9}$. 582. 1) 0,6; 2) 3,5. 583. 4. 584. 1) 4; 2) 3,5. 585. 1) 11; 2) 12,5. 586. 80 км/год. 589. 425 т. 590. 120 м³. 597. 120 кг. 598. 2160 грн. 599. 625 кг. 600. 135 тюльпанів. 601. 45 костюмів. 604. 7,5 м. 605. 14 хв. 606. 900 пляшок. 607. 56 м/хв. 611. 2,7 т. 612. 195 г. 613. 30 хв. 614. 1,8 год. 615. 8,4 год. 616. 24 год. 617. 576 деталей. 618. 90 кг. 619. 128 м. 620. 4,5 год. 621. У 2,5 рази. 622. Яблук. 625. 1) 5,6; 2) 3. 626. 24 см². 630. 48 і 80 яблунь. 631. 30 книжок; 24 книжки. 632. 12 см; 9 см. 633. 195 г. 634. 1 кг. 635. Вапна — 420 г; борошна і лаку — по 280 г. 636. 15 см. 637. 4,4 кг. 638. 1) Молоко — 150 г; вершки — 240 г; жовтки — 90 г; цукор — 120 г; 2) 500 г; 3) 1 кг. 639. 1) 48 птахів; 2) 36 птахів. 640. 12,6 см. 641. $AB = 7,5$ см; $BC = 10$ см; $AC = 15$ см. 642. Бананів — 30 кг; яблук — 36 кг; персиків — 24 кг. 643. 80 сторінок; 64 сторінки. 644. 18; 36; 54; 72; 90. *Вказівка.* Обґрунтуйте, що першою цифрою найменшого числа може бути лише цифра 1. 646. Ні. 648. 8 чисел. 653. 5,4 км. 654. 36 км. 657. 30 см. 658. 4 см. 659. 25 см. 661. 2) 1 : 40 000. 664. 455 км/год. 665. 80 км/год. 666. Ні. 669. 224 км. 670. 5,4 см. 671. 1) 4 см; 2) 16 см. 672. 1 : 300. 673. Не обов'язково. Наприклад, 1, 6, 8; 2, 4, 9; 3, 5, 7. 676. 1) 7,2; 2) 500. 677. За другу. 687. 21 %. 688. 60 %. 689. 1) 90 %; 2) 105 %. 690. 65 %. 691. 40 %. 692. 1) На 50 %; 2) на 80 %. 693. 1) На 20 %; 2) на 10 %. 694. На 8 %. 695. На 20 %. 696. На 5 %. 697. На 100 %. 700. У малині. 701. 51 %. 702. 12 %. 703. 1) Збільшилася на 20 %; 2) зменшилася на 20 %. 704. 1) Зменшилася на 10 %; 2) збільшилася на 50 %. 705. 1) На 60 %; 2) на 37,5 %. 706. На 4 %. 707. 12,5 %. 708. 8 %. 709. 38 %. 710. 60 %. 711. 250 %. 712. У 4 рази. 715. 20 га. 716. Тарас. 719. 40 кг. 720. 7 %. 721. 50 хв. 722. 5,6 %. 723. 1360 грн. 724. 44 кг. 725. 2) 64; 3) 80; 4) 25. 726. 48 грн. 727. 15,3 грн. 728. 79,2 грн. 729. 21 600 грн. 730. 14 000 грн. 731. 1,5 га. 732. 32. 733. 12 грн. 734. 90 см; 120 см; 150 см. 735. 800 ц. 736. 4,8 т. 737. 80 деталей. 738. На $16\frac{2}{3}$ %. 739. На 25 %. 740. 1,5 кг. 741. 1320 г. 742. 60 кг. 744. 1) $1\frac{19}{24}$; 2) $\frac{1}{6}$. 759. 6280 м. 760. 104,2 мм. 761. 174,2 мм. 762. 125,6 м. 763. На 12,5 см. 764. На 12,56 см. 765. 1) 37,7 хв; 2) 2,5 хв. 766. 251 м/хв. 769. 3 спосо-

бами. 771. 10,5 см. 772. 60 км/год. 773. 500 обертів. 774. Ні. 776. 1) 10; 2) 1,2. 777. 360 м². 778. 2 год. 788. 133 м². 789. 50,24 см². 791. Площа круга. 792. 1) 706,5 мм²; 2) 314 мм². 793. 518,5 мм². 794. 173,92 см². 795. 78,5 %. 796. 28,26 см². 797. 18,84 см²; 28,26 см²; 9,42 см². 798. 39,25 см². 799. 98 кущів. 803. 100 км. 804. 6 задач. 816. 1) 20 кущів; 2) на 5 кущів. 817. 72 га; 40 га; 32 га; 16 га. 820. Порівну. 821. 1) 33; 2) 14. 822. 2700 см². 823. 21 %. 824. На 36 пасажирів. 834. 9 м. 835. 4 см. 837. 6 м'ячиків. 838. 75,36 см². 839. 109,9 см². 840. 18,84 см². 841. 62,8 см². 842. 40 000 км. 843. 5 см. 844. Так. 845. Так. 846. $x = 5$; $y = 3$. 849. 7,2 км. 850. 800 м³.

Завдання для самоперевірки № 4. 1. Б. 2. В. 3. В. 4. Г. 5. А. 6. В. 7. Г. 8. В. 9. Г. 10. Б. 11. 25. 12. 28,26 м². 13. 55 грн. 14. На 25 %. 15. 25 000 грн. 16. 18,84 см². 17. 20 %. 18. 340 кг.

§ 5. 862. 200 м. 863. 35 м. 864. 40 комплектів. 867. На 3 або на 11 поверсі. 868. 1) Так; 2) між селами А і D. 882. C(-1). 886. C(16). 887. B(8,5). 888. M(-7). 889. 1) 6 см; 2) 14 см; 3) 15 см. 890. 1) 4 см; 2) 3,5 см. 891. 1) Точкою M; 2) на 150 м. 892. K(-8); M(-3); N(5). 893. C(-2). 895. 24 числа; 36 чисел. 896. 280 км. 897. На 8 %. 898. 15 год; 10 год. 917. 1) 42 числа; 2) 20 чисел; 3) 74 числа. 918. 1) 24 числа; 2) 34 числа. 919. 1) 1; 2) -4. 920. 1) 201 число; 2) 1280 чисел. 921. $a = 13$. 924. 1) 3,5; 2) 0,6. 925. 6 способами. 926. 60 м/хв. 944. 1) 1; 2) 2. 945. 4. 946. 1) -5; 5; 2) -1; 1. 947. 1) -2,3; 2,3; 2) -4; 4; 3) -1,5; 1,5; 4) коренів немає. 948. 1) -0,8; 0,8; 2) -18; 18; 3) 0. 951. 1) Для 19 чисел; 2) для 21 числа; 3) для 91 числа. 954. 1) Ні; 2) так; 3) ні. 957. 1) 2,5; 2) -1,5; 1,5; 3) -9; 9. 958. 1) 3; 2) -0,4; 0,4. 959. Ні. 961. На 10 %. 962. Ні. 963. 4 км. 988. 1) Для 151 значення; 2) для 138 значень. 989. Для 225 значень. 992. Ні. 995. 75°. 996. 81 км/год. 1009. 1) $-3\frac{31}{36}$; 2) -6,25; 3) $-7\frac{5}{6}$. 1010. 1) -1000; 2) -12; 3) -2250. 1011. 1) -900; 2) -25. 1012. -14,1. 1013. -7,3. 1014. -21. 1020. На 6,5 см. 1021. 14 ц. 1022. На 10 %. 1038. 1) -4; 2) 0; 3) 2,8. 1039. 1) 0; 2) -2. 1043. 1) $1\frac{17}{30}$; 2) $-\frac{1}{36}$; 3) -0,55; 4) $\frac{2}{15}$; 5) $2\frac{1}{4}$. 1044. 1) -1000; 2) 0,7; 3) 6,5; 4) $-2\frac{2}{7}$. 1045. 1) -1500; 2) 40. 1046. 19 000 грн. 1047. 93 000 грн. 1048. 1) $x + 7,8$; 0,3; 2) $a + b + (-2,7)$; -0,2. 1049. $x + y + 0,4$; 3. 1050. 1) -2,4; 2) -0,1. 1051. 2,4. 1052. 0. 1053. 0. 1054. 1) 0; 2) -101; 3) 101. 1055. 1) 0; 2) 25. 1059. 1) Ні; 2) так. 1061. 95 %. 1062. 30 %. 1063. 3 см × 2 см. 1080. На 459 °C. 1081. На 87 °C. 1082. -6 °C. 1083. На 5 °C. 1084. 1) $-1\frac{1}{10}$; 2) $-7\frac{7}{36}$; 3) $1\frac{23}{24}$; 4) 2,53; 5) $-\frac{2}{3}$; 6) $\frac{11}{24}$; 7) $2\frac{1}{3}$; 8) 0.

1085. 1) $-4\frac{4}{15}$; 2) $-2\frac{5}{24}$; 3) $\frac{11}{15}$; 4) $-2\frac{2}{3}$; 5) 1,55. 1086. 1) -2; 2) 1,6. 1087. 1) 0; 2) 0,6. 1088. 1) 11; 2) $a - 1$. 1089. 1) -2; 2) 9. 1090. 1) -2; 2) -1,2; 3) -11; 4) 3. 1091. 1) 17; 2) -8. 1094. 1) -6; 6; 2) -5; 5; 3) -6; 10; 4) 2,5; 6,5; 5) -12; 6; 6) 0; 6. 1095. 1) -2; 2; 2) -6; -4; 3) -2,2; 5,8. 1098. 1) -4; 14; 2) -6; -2; 2; 6. 1099. 1) -12; 2; 2) -1; 1. 1101. Так. 1104. 80 км/год. 1105. 1500 г. 1114. 1) $a - 40$; 2) $4 - b$; 3) $19 - a$; 4) -10. 1116. 1) 2,1; 2) $-\frac{7}{18}$. 1117. 1) $a + c + d$; 1. 1118. 1) $a - c + 1,8$; 5. 1120. 1) 8,6; 2) 0; 3) $a - c$; 4) $k + 2$. 1121. 1) 3; 2) 5. 1122. 1) -2,2; 2) 4,5; 3) 4,4; 4) 0,25. 1123. 1) -0,5; 2) -1,6. 1126. 1) 0,091; 2) $\frac{5}{6}$. 1127. $-\frac{6}{17}$. 1130. 0 або 4. 1131. 60 слив. 1134. 30 см. 1135. 1) 30 с; 2) 750 м.

Завдання для самоперевірки № 5. 1. В. 2. Б. 3. Г. 4. Б. 5. В. 6. Б. 7. Г. 8. А. 9. Г. 10. А. 11. 1) 17,8; 2) $5\frac{1}{36}$. 12. 2,8; $2\frac{2}{3}$; $-1\frac{4}{9}$; -1,5. 14. 1) 14; 2) -3; 3. 15. -150. 16. -8; -2. 17. -6 або 2. 18. $C(-1)$.

§ 6. 1149. 1) -3; 2) -4; 3) 1,96; 4) $\frac{1}{9}$. 1152. 1) -86; 2) -7,98; 3) -6,04. 1153. 1) 1,7; 2) $1\frac{2}{3}$; 3) -4,2; 4) -6. 1154. 1) $11\frac{2}{3}$; 2) 15. 1155. 1) 5,2; 2) -4,25; 3) -192; 4) $3\frac{13}{36}$. 1156. 1) 2,1; 2) 1,85; 3) $\frac{196}{225}$. 1162. 1) -3; 2) -2,4; 0,2; 3) 0; 10,5; 4) -1; 1. 1163. 1) 15; 2) -2,1; 4,8. 1165. Знак «-». 1166. Знак «-». 1167. 1) -5; 0; 5; 2) -4; 0,8. 1168. -3; -1; 3. 1169. 1 місце — д'Артаньян; 2 — Портос; 3 — Атос; 4 — Арамис. 1172. 54 хв. 1173. 12 хв. 1190. 1) -5040; 2) -1. 1191. 1) -1,5; 2) 2; 3) 3; 4) -270. 1192. 1) -0,9; 2) 300. 1194. 1) 576; 2) -448. 1195. 1) $-4xy$; 7; 2) $\frac{5}{6}ab$; 1; 3) $42xyz$; -3. 1196. 1) $6ab$; 36; 2) $-1,8abc$; 4. 1197. 1) -5; 2) -1000. 1198. 0,5. 1199. 0. 1200. 0. 1201. 1) Додатне; 2) від'ємне. 1202. Цифрою 6. 1204. 1) 12 грн; 2) 1000 грн; 3) 12 800 грн. 1205. 180 км. 1206. 0,5 км. 1219. 1) $2c$; 2) $7a$; 3) $-8t - 8$; 4) $2x - 7y$; 5) $3a$; 6) $0,5a - b$. 1220. 1) $-2x + 7$; 2) $-8a + 5$; 3) $16x - 19$; 4) $16b - 14$. 1221. 1) $20x - 21$; 2) $3a - 10$. 1224. 1) $3\frac{2}{3}$; 2) $-\frac{1}{18}$; 3) 0; 4) -39. 1225. 1) $-3\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) 2; 4) -15. 1227. 3) $42a - 22b + 51c$; 4) $25mk - 54nk - 17,5k$. 1228. 3) $\frac{11}{18}a$; 4) $-1\frac{11}{40}x$; 5) $\frac{3}{4}b - \frac{4}{9}$; 6) $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y$. 1229. 1) $-8x + 10y + 6$; 2) $-2bx + 10cx$; 3) $-\frac{11}{24}c$; 4) -6a. 1231. $-1,5a + 1,5b$; -3. 1237. 1) 4; 2) 6. 1238. 1) 10; 2) 8. 1241. -4. 1242. -21. 1243. 4. 1244. 4.

1246. $2 + 46 + 987 = 1035$. 1249. У 30 разів. 1250. 10 год. 1261. 1) -3 ; 2) $4,5$; 3) $-1,5$. 1264. 1) $0,9$; 2) $-3,5$; 3) 1 . 1265. 1) -200 ; 2) $-3,5$. 1268. 1) $-1\frac{11}{16}$; 2) $-2\frac{2}{9}$; 3) $-2\frac{1}{24}$; 4) $\frac{1}{3}$. 1269. 1) $-\frac{1}{8}$; 2) $\frac{5}{16}$; 3) 10 ; 4) $-1\frac{1}{11}$. 1272. 1) 3 ; 2) 4 ; 3) -2 ; 4) $0,2$; 5) $-3,2$; 6) $5,6$. 1273. 1) -12 ; 2) $1,8$; 3) 8 ; 4) $-0,7$. 1274. 1) -9 ; 2) $0,6$. 1275. 46. 1276. 1) $-0,2$; 2) 0 ; 1,2. 1277. 1) $-1,5$; 2) -4 ; 4. 1278. 21 км. 1280. $113,04 \text{ см}^2$. 1281. На 21% . 1282. $a = 8$. 1290. 1) 4 ; 2) -2 ; 3) 1 ; 4) $0,8$; 5) 0 ; 6) -5 . 1291. 1) 20 ; 2) $-0,5$; 3) 12 ; 4) $1,6$; 5) $-6,5$; 6) 6 . 1292. 1) -8 ; 2) 12 ; 3) $1,2$; 4) 4 . 1293. 1) 7 ; 2) -6 ; 3) -30 ; 4) 1 . 1294. 1) -1 ; 2) -4 ; 3) 27 ; 4) -4 . 1295. 1) 4 ; 2) 6 ; 3) -3 ; 4) коренем є будь-яке число; 5) 1 ; 6) $-1,6$. 1296. 1) 16 ; 2) 2 ; 3) 5 ; 4) $-0,6$. 1297. 1) 6 ; 2) $-1,4$; 3) -5 ; 4) $1\frac{2}{3}$. 1298. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $1,7$. 1299. 1) 16 ; 2) $0,8$; 3) $0,2$; 4) -20 ; 5) 4 ; 6) $-7,5$. 1300. 1) $0,2$; 2) $-1,5$; 3) 5 ; 4) $0,5$. 1301. 4. 1302. 3. 1303. 1) 3 ; 2) $-2\frac{2}{3}$. 1304. $-0,6$. 1305. 1) $\frac{2}{3}$; 2) 3 . 1306. 1) $0,5$; 2) -1 . 1307. -12 . 1308. -3 . 1309. 4. 1310. Вказівка. Першого разу Ганна має зафарбувати 5-у і 6-у клітинки. 1312. 76 см^2 . 1313. $3,5$ год. 1314. 100 осик. 1316. 66 кг. 1317. 42 яблука. 1318. 5 м. 1319. 4 см. 1320. 400 га; 50 га. 1321. 48 і 16 яблунь. 1323. 700 грн. 1324. 8 грн. 1325. 28 т; 36 т. 1326. 56 кг; 70 кг. 1327. 75 км/год; 180 км. 1328. 96 км/год; 80 км/год; 240 км. 1329. 130 кг; 150 кг; 180 кг. 1330. 12 кг; 16 кг; 8 кг. 1331. 14 см; 7 см; 11 см. 1332. 280 м. 1333. 24 л; 8 л. 1334. По 110 яблук. 1335. 16 км. 1336. 21 км/год. 1337. 30 яблунь. 1338. 5 індиків. 1339. 4000 грн. 1340. 60 деталей. 1341. 12 хв. 1342. 10 год. 1343. 22,2 км. 1344. 245 км. 1345. 48 км. 1347. 6 прямих. 1348. 127° . 1368. 30° ; 60° ; 120° ; 150° . 1369. 45° ; 135° ; 135° . 1370. 59° ; 31° ; 121° . 1371. 30° ; 60° ; 120° . 1372. 84 дитини. 1374. 145 м. 1375. 6,3; 2,1. 1376. Фінішують одночасно. Якщо довжина дистанції дорівнюватиме 100 м, то переможе перший жук, якщо 30 м — другий. 1399. 3) 15 см ; $13,5 \text{ см}^2$. 1400. 3) 16 см ; 16 см^2 . 1405. 1) 8 ; 2) 14 ; 3) 2 . 1406. О 7:30. 1407. 40 г. 1415. 5) 80 км/год . 1416. 5) 70 км/год . 1420. 6) 4 км/год ; 3 км/год ; 4 км/год . 1421. Ні. 1423. 1) $-4,8$; 2) $35 - 3b$. 1424. 100° ; 80° . 1425. 300 км.

Завдання для самоперевірки № 6. 1. Г. 2. Б. 3. В. 4. Б. 5. В. 6. В. 7. Г. 8. В. 9. Б. 10. В. 11. 1) -5 ; 2) $12\frac{1}{3}$. 12. 1) $2a + ay$; 2) $\frac{11}{24}b$. 13. (2; 0); (0; 2). 14. 15 кг. 15. 2. 17. $-2,5$. 18. 15 днів.

Повторення за курс 6 класу. 1432. 17 коробок. 1437. 12 частин. 1438. 9 груп. 1446. 3) $6\frac{2}{3}$; 4) 48; 5) 30; 6) $\frac{1}{6}$. 1447. 1) 0; 2) $\frac{1}{4}$. 1451. $\frac{3}{16}$.

1452. 420 сторінок; 300 сторінок. 1453. 73 км/год. 1454. 54 сторінки.
 1455. 15 хв. 1456. 18 л. 1457. 133 км. 1458. 9000 грн. 1459. 4,8 год.
 1460. 30 год. 1463. 1) 2,5; 2) 6; 3) 8. 1464. 1) 4,5; 2) 4,8. 1465. 270 ц.
 1466. 4,8 хв. 1467. По 1120 г. 1468. 7 год. 1469. 8 м; 6 м. 1470. 1) 33 де-
 рева; 2) 22 дерева. 1471. 8,4 см. 1472. 72 км/год. 1473. 180 мешканців.
 1474. 360 г. 1475. 1000 кг. 1476. 40 %. 1477. 1) На 60 %; 2) на 150 %.
 1478. 945 грн. 1479. 500 г. 1482. 113,04 см². 1483. 25,12 см². 1484. 1) 20 %;
 3) 48 кг яблук; 30 кг бананів; 24 кг слив; 18 кг абрикосів. 1485. 502,4 см².
 1489. 1) -18; 2) 0; 3) 16. 1490. 1) $-55a$; 2) $0,4b$; 3) $20xy$; 4) $-4,2c$; 5) $11a - 14$;
 6) $5b + 4c$. 1491. 1) 0,6; 2) 1; 3) $-\frac{1}{8}$. 1493. 1) 7; 2) 3; 3) 15; 4) 7; 5) 0,4;
 6) -2,4; 7) 2; 8) $\frac{2}{7}$; 9) -2; 2; 10) -0,5; 4,5. 1494. 114 га; 38 га. 1495. 240 г;
 960 г. 1496. 24 грн; 8 грн; 12 грн. 1497. 200 г; 150 г. 1498. 76, 64 і 80 сто-
 рінок. 1499. 18, 15 і 16 дерев. 1500. 20 і 10 книжок. 1501. 1) 80 км/год;
 60 км/год; 2) о 12 год; 3) 240 км. 1502. 148,5 км. 1503. 28 учнів.
 1509. Так. 1510. 1) $x = 5$, $y = 3$; 2) $x = 2$, $y = 29$ або $x = 29$, $y = 2$; 3) $x = 5$,
 $y = 2$. 1511. Ні. 1513. Ні. 1514. Дарина.

Завдання для самоперевірки № 7. 1. В. 2. Г. 3. В. 4. А. 5. Б. 6. В. 7. Г.
 8. В. 9. Б. 10. Г. 11. 1) 15; 2) 2. 12. (-2; 1). 14. 80 км/год. 15. -4. 16. -6.
 17. Ні. 18. 40 т.

Предметний покажчик

Абсциса точки	263	Коефіцієнт	227
Віднімання дробів з різними знаменниками	51	Коло	145
— раціональних чисел	209	Конус	164
Відношення	104	Координата точки на прямій	178
— відсоткове	134	Координати точки на площині	263
Вісь абсцис	262	Координатна площа	262
— ординат	262	— пряма	178
Властивості рівнянь	243	Кратне	6
Властивості додавання — переставна	203	Круг	152
— сполучна	203	Куля	165
Властивості множення — переставна	226	Масштаб	128
— сполучна	227	Множення — звичайних дробів	63
— розподільна	232	— раціональних чисел	221
Графік залежності між величинами	270	Модуль числа	188
Десяткове наближення звичайного дробу	90	Найбільший спільний дільник	25
Діаметр кола	146	Найменший спільний знаменник	45
Діаграма кругова	157	Найменше спільне кратне	30
— стовпчаста	156	Обернена пропорційна залежність	118
Ділення дробів	77	Ордината точки	263
— раціональних чисел	238	Ознаки подільності на 2, 5 і 10	11
Дільник	6	— — на 9 і на 3	16
Довжина кола	147	Основна властивість відношення	105
Додавання дробів з різними знаменниками	51	— — дробу	38
— від'ємних чисел	197	— — пропорції	111
— чисел з різними знаками	202	Паралельні прямі	256
Додатковий множник	45	Перпендикулярні прямі	255
Дріб нескоротний	39	Площа круга	152
— періодичний	88	Подібні доданки	233
Зведення дробів до спільного знаменника	46	Поділ числа в заданому відношенні ...	124
— подібних доданків	233	Порівняння звичайних дробів	46
Знаходження дробу від числа	70	— раціональних чисел	193
— відсотків від числа	71	Пропорція	110
— числа за його дробом	83		
— числа за його відсотками	83		

Пряма пропорційна залежність	117	— чисел з різними знаками	239
Радіус кола	145	Числа	
Рівняння	243	— взаємно обернені	76
Розкладання чисел на прості множники	21	— взаємно прості	26
Розкриття дужок	215	— від’ємні	172
Розв’язування рівнянь	243	— додатні	172
Сектор	152	— непарні	11
Скорочення дробів	39	— парні	11
Сфера	165	— прості	20
Циліндр	163	— протилежні	183
Частка двох від’ємних чисел	238	— раціональні	184
		— складені	20
		— цілі	183

URL-адреси QR-кодів інтерактивних завдань

1. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd01
2. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd02
3. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd03
4. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd04
5. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd05
6. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd06
7. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd07
8. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd08
9. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd09
10. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd10
11. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd11
12. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd12
13. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd13
14. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd14
15. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd15
16. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd16
17. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd17
18. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd18
19. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd19
20. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd20
21. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd21
22. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd22
23. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd23
24. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd24
25. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd25
26. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd26
27. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd27
28. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd28
29. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd29
30. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd30
31. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd31
32. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd32
33. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd33
34. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd34
35. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd35
36. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd36
37. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd37
38. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd38
39. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd39
40. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd40
41. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd41
42. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd42
43. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd43
44. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd44
45. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd45
46. https://pp-books.com/Kravchuk_Matem_6kl_zavd46

ЗМІСТ

Передмова.....	3
----------------	---

РОЗДІЛ І. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

§ 1. Подільність натуральних чисел

1. Дільники і кратні натурального числа	6
2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 2.....	11
3. Ознаки подільності на 9 і на 3.....	16
4. Прості та складені числа. Розкладання натуральних чисел на прості множники	20
5. Найбільший спільний дільник.....	25
6. Найменше спільне кратне	30

РОЗДІЛ ІІ. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

§ 2. Додавання і віднімання звичайних дробів

7. Основна властивість дробу. Скорочення дробу.....	38
8. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів.....	45
9. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками	50
10. Задачі на додавання і віднімання дробів	57

§ 3. Множення і ділення звичайних дробів

11. Множення звичайних дробів.....	63
12. Задачі на множення дробів	69
13. Ділення звичайних дробів	76
14. Задачі на ділення дробів.....	82
15. Перетворення звичайних дробів у десяткові. Нескінченні періодичні десяткові дроби.....	88
16. Задачі на всі дії зі звичайними дробами.....	94

РОЗДІЛ ІІІ. ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

§ 4. Відношення і пропорції

17. Відношення. Основна властивість відношення	104
18. Пропорції.....	110

19. Пряма й обернена пропорційні залежності.....	116
20. Поділ числа в заданому відношенні	124
21. Масштаб	128
22. Відсоткове відношення. Зміна величини у відсотках...	134
23. Відсоткові розрахунки	140
24. Коло. Довжина кола	145
25. Круг. Площа круга	152
26. Стовпчасті та кругові діаграми.....	156
27. Циліндр. Конус. Куля.....	163

РОЗДІЛ IV. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ

§ 5. Раціональні числа. Додавання і віднімання раціональних чисел

28. Додатні та від'ємні числа. Число 0	172
29. Координатна пряма	178
30. Цілі та раціональні числа.....	183
31. Модуль числа	188
32. Порівняння чисел	192
33. Додавання від'ємних чисел	197
34. Додавання чисел з різними знаками	201
35. Віднімання раціональних чисел	208
36. Розкриття дужок	214

§ 6. Множення і ділення раціональних чисел

37. Множення раціональних чисел	221
38. Переставна і сполучна властивості множення. Коефіцієнт	226
39. Розподільна властивість множення. Зведення подібних доданків	232
40. Ділення раціональних чисел.....	238
41. Розв'язування рівнянь. Властивості рівнянь.....	243
42. Розв'язування задач за допомогою рівнянь	249
43. Перпендикулярні й паралельні прямі	255
44. Координатна площина	261
45. Графіки залежностей між величинами.....	269

Завдання для повторення за курс 6 класу..... 281

Відповіді..... 293

Предметний покажчик..... 300

Навчальне видання

Кравчук Василь Ростиславович, Янченко Галина Михайлівна

Математика

Підручник для 6 класу
закладів загальної середньої освіти

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

*Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»*

Редагування і верстання: *Оксана Гудь, Сергій Мартинюк*
Літературне редагування: *Маргарита Більчук*
Художнє оформлення: *Олена Сажко*
Дизайн обкладинки: *Олена Сажко*

Формат 70×100/16. 24,7 ум. др. арк., 25,47 обл.-вид. арк. Тираж 18 047. Замовлення № 23-375
Видавець, виготовлювач і розповсюджувач видавничої продукції
Редакція газети «Підручники і посібники»
46000, м. Тернопіль, вул. Поліська, 6а. Тел.: (0352) 43-15-15; 43-10-31
Збут: rip.ternopil@ukr.net Редакція: editoria@i.ua
Інтернет-магазин: www.pp-books.com.ua
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції
серія ДК № 5143 від 05.07.2016 р.

Віддруковано в Товаристві з обмеженою відповідальністю
«Західноукраїнська книжкова фабрика»
46002, м. Тернопіль, вул. М. Рудницького, 28, кв. 3
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру ДК № 6827 від 02. 07. 2019 р.

РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА

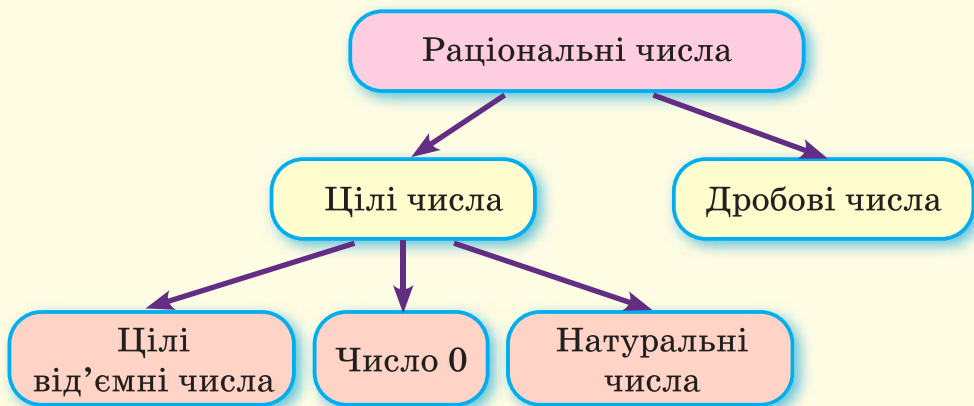
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...

Натуральні числа

... -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Цілі числа

28; 2,51; $3\frac{2}{9}$; -45; -30,5; $-8\frac{2}{3}$; 0 — *раціональні числа*



Властивості додавання

$a + b = b + a$ — *переставна властивість*

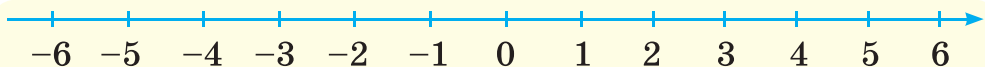
$(a + b) + c = a + (b + c)$ — *сполучна властивість*

Властивості множення

$ab = ba$ — *переставна властивість*

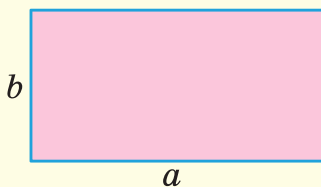
$(ab)c = a(bc)$ — *сполучна властивість*

$a(b + c) = ab + ac$ — *розподільна властивість*



Координатна пряма

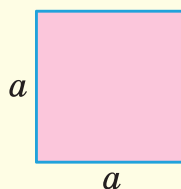
Прямокутник



$$P = 2(a + b)$$

$$S = ab$$

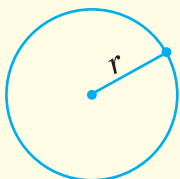
Квадрат



$$P = 4a$$

$$S = a^2$$

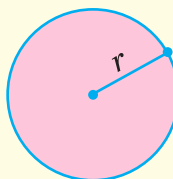
Коло



$$C = 2\pi r$$

$$\pi \approx 3,14$$

Круг



$$S = \pi r^2$$

СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ОДИНИЦЯМИ ВИМІРЮВАННЯ

Довжина	1 см = 10 мм 1 дм = 10 см	1 м = 10 дм = 100 см 1 км = 1000 м
Площа	1 см ² = 100 мм ² 1 дм ² = 100 см ² 1 м ² = 100 дм ² 1 км ² = 1 000 000 м ²	1 а = 100 м ² 1 га = 100 а 1 га = 10 000 м ² 1 км ² = 100 га
Об'єм	1 см ³ = 1000 мм ³ 1 дм ³ = 1000 см ³ 1 м ³ = 1000 дм ³	1 м ³ = 1 000 000 см ³ 1 л = 1 дм ³ = 1000 см ³
Маса	1 кг = 1000 г 1 ц = 100 кг	1 т = 10 ц = 1000 кг
Час	1 хв = 60 с	1 год = 60 хв = 3600 с

ЛАТИНСЬКИЙ АЛФАВІТ

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh

а бе це де е еф же аш

Ii Jj Kk Ll Mm Nn Oo Pp

і йот(жі) ка ель ем ен о пе

Qq Rr Ss Tt Uu Vv Ww

ку ер ес те у ве дубль-ве

Xx Yy Zz

ікс ігрек зет

