

Григорій Бевз, Валентина Бевз,
Дарина Васильєва, Наталія Владімірова

Математика

STEM

Частина 2

6 клас

ПРОПОРЦІЯ

$$a : b = c : d \quad \text{або} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{при} \quad b \neq 0 \quad \text{і} \quad d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

МАСШТАБ

Числовий



1 : 200000

Іменований



В 1 см 1 км

Лінійний

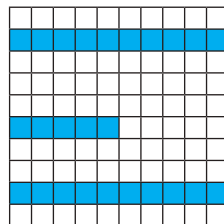


500 км

ВІДСОТКИ

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Заштриховано
25 із 100 квадратиків,
тобто 25 % усіх квадратиків



Існує три основні види задач на відсотки:

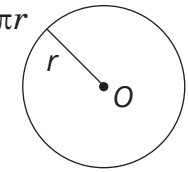
- (1) знаходження відсотків від числа;
- (2) знаходження числа за відсотками;
- (3) знаходження відсоткового відношення двох чисел.

КОЛО І КРУГ



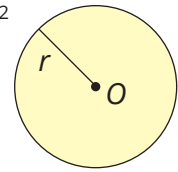
Довжина кола

$$l = 2\pi r$$



Площа круга

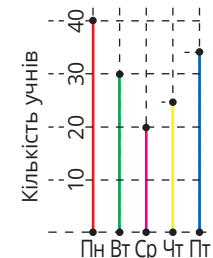
$$S = \pi r^2$$



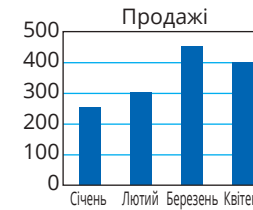
$$d = 2r$$

ДІАГРАМИ

лінійні



стовпчасті



кругові

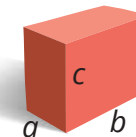


інші

ПРОСТОРОВІ ТІЛА



Піраміда



Прямокутний паралелепіпед

$$V = abc$$

$$L = 4(a + b + c)$$

$$S = 2(ab + bc + ac)$$



Куб

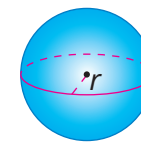
$$V = a^3$$

$$L = 12a$$

$$S = 6a^2$$

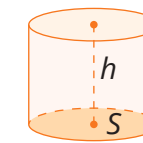
Тіла обертання

Об'єм кулі



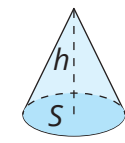
$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Об'єм циліндра



$$V = S \cdot h$$

Об'єм конуса



$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$$

Григорій Бевз, Валентина Бевз,
Дарина Васильєва, Наталія Владімірова

Математика

Підручник для 6 класу
закладів загальної середньої освіти
(у 2-х частинах)
Частина 2

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Київ
Видавничий дім «Освіта»
2023

УДК 51*кл6(075.3)
М34

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(Наказ Міністерства освіти і науки України від 08.03.2023 № 254)*

ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО

Підручник розроблено
за модельною навчальною програмою
«Математика. 5-6 класи»
для закладів загальної середньої освіти
(авт. Бурда М. І., Васильєва Д. В.)

Умовні позначення

-  — попрацюйте в парах
-  — попрацюйте в групах
-  — склади розповідь чи задачу
-  — практичні завдання
-  — завдання для обговорення в парі
-  — завдання дослідницького характеру
-  — завдання з використанням ІКТ
-  — завдання підвищеної складності
-  — завдання, рекомендоване для домашньої роботи

Для вчителя:

Цифрові додатки до підручника за посиланням:

<http://inform1.yakistosviti.com.ua/matematyka/matematyka-6-klas>



М34 **Математика** : підруч. для 6 класу закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах). Ч.2 / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва, Н. Г. Владімірова. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2023. — 192 с. : іл.

ISBN 978-966-983-396-9.

УДК 51*кл6(075.3)

ISBN 978-966-983-396-9

© Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В.,
Владімірова Н. Г., 2023
© Видавничий дім «Освіта», 2023



Привіт! Математика —
одна з найдавніших
і найпотрібніших наук.



Її використовують усі: лікарі, художники,
музиканти, програмісти, інженери,
будівельники, маркетологи, кулінари...



Навіть природу можна
описати математичними
законами!

Розв'язування
математичних задач —
це справжня гімнастика
для мозку.



Добре, якби ти прагнув / прагнула
розв'язувати задачі різними
способами.



Нехай тебе не лякають помилки —
не помиляється лише той, хто нічого
не робить.



Твої перемоги під час розв'язування задач
стануть початком життєвого успіху.

Наполегливість, терпіння, старанність,
кмітливість та організованість обов'язково
допоможуть тобі у вивченні математики!



А винагородою стане вміння міркувати,
обґрунтовувати й долати перешкоди.



Перегортай швидше сторінку
і продовжуй знайомитись із цікавим
світом Математика!

ПОВТОРЕННЯ ЗА I СЕМЕСТР

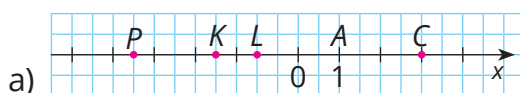
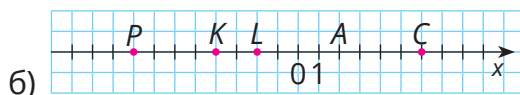
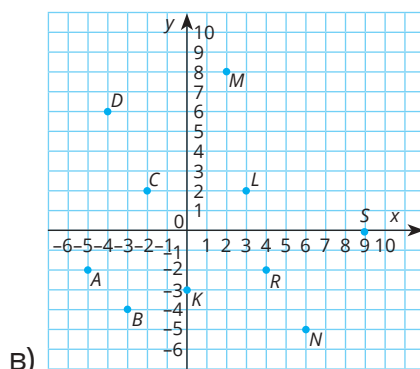
ЦІЛІ ЧИСЛА. КООРДИНАТНА ПРЯМА ТА ПЛОЩИНА. ДІЇ З ЦІЛИМИ ЧИСЛАМИ

1. Яку температуру показують термометри?



Яку температуру покаже кожен з термометрів, якщо температура: а) підніметься на 5 градусів; б) опуститься на 2 градуси?

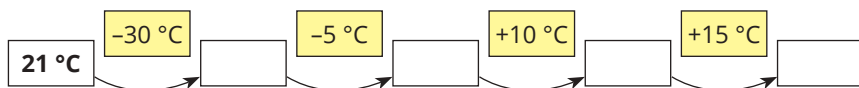
2. Які координати кожної з точок?



3. Визнач істинність тверджень.

Твердження	Істинне/ хибне
Від'ємне число завжди менше за додатне	
З двох від'ємних чисел менше те, модуль якого менший	
Сума двох від'ємних чисел є числом від'ємним	
Частка двох чисел різних знаків є додатним числом	
Добуток трьох від'ємних чисел є числом від'ємним	
Різниця двох додатних чисел є числом додатним	
Модуль від'ємного числа є додатним числом	
Модулі протилежних чисел є протилежними числами	

4. На екскурсії туристи спустились на 7 м нижче рівня моря, а потім піднялися на 13 м. На якій висоті відносно рівня моря вони перебувають? Запиши відповідну рівність.
5. Познач на координатній прямій всі цілі від'ємні числа, що більші за -6 , але менші 3.
6. Познач на координатній прямій точки $A(3)$, $B(-4)$, $C(-6)$ та точки A_1 , B_1 і C_1 , які мають протилежні координати. Знайди координати середини відрізків AA_1 , BB_1 та CC_1 .
7. Порівняй значення виразів:
 а) $34 \square -17$; б) $-21 \square -30$; в) $-15 \square -20 : 2$;
 г) $-36 : (-6) \square 3 \cdot (-2)$; г) $|-7| \square 5$; д) $2 - 7 \square |5|$;
 е) $-3 \cdot |3| \square |-9|$; є) $|-4 + 5| \square |-4| + 5$.
8. Які значення температур мають стояти в порожніх прямокутниках?



9. Обчисли значення виразу:
 а) $-194 \cdot (35 - 96)$; б) $|-501| \cdot (99 - 95)$;
 в) $52 \cdot (-14 \cdot 5 - 3)$; г) $|105 - 9 \cdot 32| \cdot 21$;
 г) $(83 - 17) \cdot (83 + 17)$; д) $|-58 - 29| \cdot |29 - 58|$.
10. Яке число має стояти в порожньому прямокутнику?

$$-1\,300 : 2 + \square = 1\,150 \quad \bigg| \quad \square - 250 \cdot 4 = -2\,400 : 2$$

11. Розв'яжи рівняння:
 а) $4x + 38 = 18$; б) $-2x - 3x = -250$; в) $-2(2x + 13) = 38$.
12. Обчисли:
 а) $(-5) \cdot (-18) \cdot (-4)$;
 б) $-34 \cdot 7 + (-34) \cdot 3 + (-5) \cdot (-34)$.

13. Спрости вираз $125m \cdot 2n \cdot 5k - 2280$ та знайди його значення, якщо $m = 3$, $n = 1$, $k = -2$.

14. Запиши числовий вираз для знаходження значення змінної d . Знайди його значення.

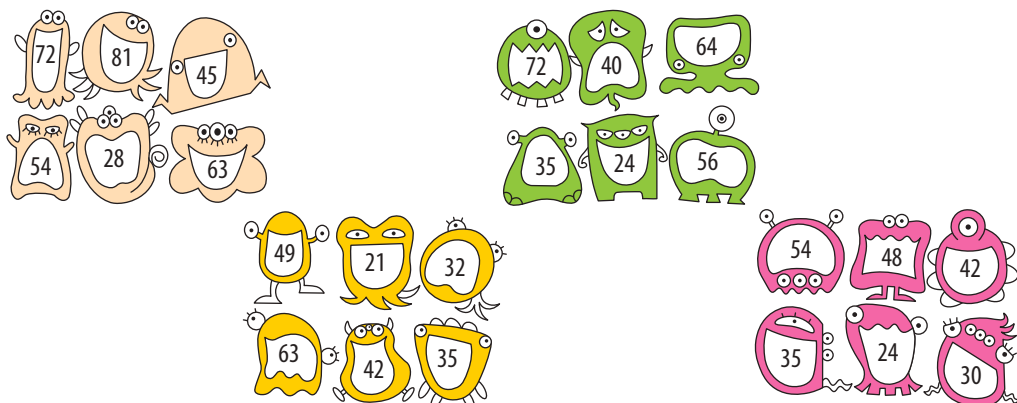


ПОДІЛЬНІСТЬ ЧИСЕЛ. НАЙБІЛЬШИЙ СПІЛЬНИЙ ДІЛЬНИК ТА НАЙМЕНШЕ СПІЛЬНЕ КРАТНЕ КІЛЬКОХ ЧИСЕЛ

1. Запиши числа арабськими цифрами. Які з чисел є простими?

VII IV XII XVIII XIX XL

2. Яке число зайве в кожній з груп? Чому?



3. Використовуючи цифри 1, 2, 3, запиши усі трицифрові числа, в яких кожна цифра трапляється лише один раз. Скільки з них чисел: а) парних, б) непарних, в) кратних 3, 6, 9?
4. Познач на координатному промені всі прості числа, менші за 15.
5. Запиши п'ять парних натуральних чисел, кратних 7.
6. Сашко розклав числа на прості множники. Знайди помилки. В зошиті розклади правильно ці числа на прості множники.

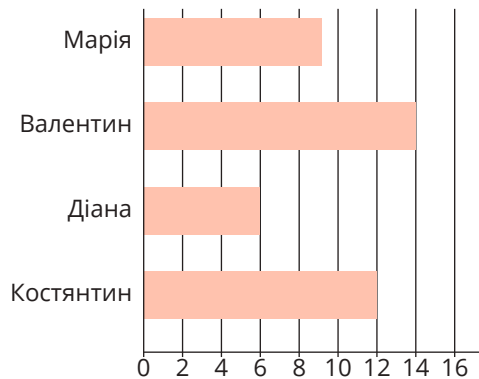
900	9	104	2	40	4	72	2
100	10	52	2	10	2	36	2
10	10	26	2	5	5	18	2
1		13	13	1		9	9
		1				1	

7. Запиши суму чисел, менших за 20 і взаємно простих з 20.

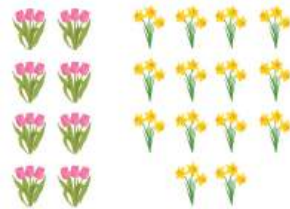
8. Інтернет дарує додатковий ваучер на 1000 грн кожному 25-му покупцю та мобільний телефон кожному 100-му покупцю. Який з покупців перший отримає і ваучер, і телефон?



9. Скільки наклейок в альбомі, якщо їх кількість:
а) це найменше число, що кратне кількості наліпок у Валентина і кратне кількості наліпок у Діани;
б) це найбільше число, що є дільником кількості наліпок у Марії і дільником кількості наліпок у Костянтина.



10. Знайди найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне чисел 175 та 280.

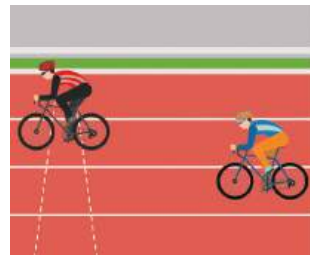


11. Скільки однакових букетів можна утворити з 24 тюльпанів та 42 нарцисів?

12. Кількість книжок на полиці книгарні можна порівну розділити на 2, 3 і 5 учнів. Скільки книжок на полиці, якщо це число більше 100, але менше 140?

13. Дано числа $a = 24 \cdot 52$, $b = 33 \cdot 5$ і $c = 2 \cdot 32$. Обчисли:
а) НСК (a, b); б) НСК (a, c); в) НСК (a, b, c).

14. Два велосипедисти одночасно в одному напрямку стартували по велотреку. Перший велосипедист долає повне коло за 40 с, а другий — за 60 с. Через який найменший час спортсмени знову зустрінуться на старті? Скільки кіл при цьому проїде кожен із велосипедистів?



ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ. ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК ЗВИЧАЙНИХ І ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ.

1. Знайди спільний дільник 9 і 12. Перетвори дріб $\frac{9}{12}$ у нескоротний.

2. Скороти звичайні дроби:

а) $\frac{8}{10}$; б) $\frac{16}{24}$; в) $\frac{15}{40}$; г) $\frac{36}{42}$; ґ) $\frac{40}{60}$; д) $\frac{252}{243}$; е) $\frac{111}{222}$; є) $\frac{24}{54}$.

3. На координатній прямій познач точки з координатами:

$A\left(\frac{1}{6}\right)$; $B\left(1\frac{1}{3}\right)$; $C\left(2\frac{1}{2}\right)$; $D\left(1\frac{5}{6}\right)$; $E(0,5)$.

4. Порівняй:

$2 \square \frac{13}{6}$;

$5\frac{5}{9} \square 4\frac{7}{11}$;

$1\frac{6}{7} \square 1\frac{6}{4}$;

$2\frac{3}{6} \square 2\frac{2}{5}$;

$\frac{17}{5} \square 3\frac{1}{7}$;

$\frac{20}{3} \square \frac{27}{4}$.

5. Перевір роботу учня. Знайди і виправ помилки.

а) $3\frac{1}{2} - \frac{2}{4} = 3\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3$;

б) $4\frac{3}{9} : \frac{39}{9} = \frac{39}{9} = 4\frac{1}{3}$;

в) $\frac{4}{9} + \frac{1}{4} = \frac{16}{36} + \frac{10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$;

г) $5\frac{7}{15} - \frac{7}{15} : 4\frac{1}{5} = 5 : \frac{21}{5} = 5 \cdot \frac{5}{21} = \frac{25}{21} = 1\frac{4}{5}$;

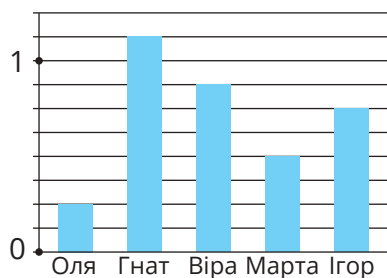
ґ) $20 - \left(3\frac{1}{2}\right)^2 = 20 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 20 - \frac{49}{4} = 20 - 12\frac{1}{2} = 18\frac{1}{2}$.

6. На діаграмі зображена маса смородини (у кг), яку зібрали учні.

а) Яку масу смородини зібрав кожен з дітей?

б) На скільки більше кілограмів смородини зібрав Гнат, ніж Марта?

в) Скільки смородини зібрали разом Оля і Віра?



- г) У скільки разів Ігор зібрав більше, ніж Оля?
 ґ) Яку масу смородини зібрали всі учні разом?

7. Обчисли:

$$1\frac{1}{35} : \frac{3}{5} + \left(7\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5} - \frac{6}{7} \right); \quad 2\frac{2}{5} \cdot \left(8\frac{4}{9} : 3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{27} \right).$$

8. Розв'яжи рівняння:

$$\frac{11}{24}x - \frac{5}{8} = 1\frac{2}{3}; \quad 12\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \left(\frac{3}{5}x + 1\frac{1}{2} \right) = 11\frac{2}{5}.$$

9. Запиши звичайним дробом число: а) 0,6; б) 1,75; в) 3,4.

10. Знайди $\frac{3}{7}$ від числа: а) 140; б) 10; в) 1.

11. Промінь OK ділить кут AOB на кути AOK і BOK так, що кут AOK становить $\frac{2}{5}$ кута AOB . Знайди кут BOK , якщо кут AOB дорівнює 60° . Зроби відповідний малюнок.

12. Після того як Денис використав $\frac{2}{9}$ довжини гумки, у нього залишилась гумка довжиною 2,1 см. Якої довжини гумка була на початку?

13. Стрічку довжиною 5 м розрізали на 3 рівні частини. Знайди довжину кожної з частин стрічки у метрах. Запиши відповідь десятковим дробом та округли її до десятих.

14. Перетвори в десяткові дробки:

$$\frac{15}{25}, \quad \frac{18}{12}, \quad \frac{10}{25}, \quad \frac{41}{8}, \quad \frac{59}{8}.$$

15. Запиши в порядку зростання числа:

$$3,1, \quad 4,4, \quad 2\frac{1}{2}, \quad 4\frac{3}{5}, \quad 4\frac{1}{4}.$$



16. Довжина прямокутника становить $2\frac{1}{4}$ м, а ширина — на 1,5 м менша. Знайди периметр прямокутника.

17. Яка цифра «ховається» за стікером у кожному випадку? До якого розряду округлені числа?

$$18,2 \approx 1 \square;$$

$$64, \square 2 \approx 64,8;$$

$$188,5 \approx 1 \square 9;$$

$$82, \square \approx 83;$$

$$\square 9,8 \approx 30;$$

$$45, \square 6 \approx 45,7.$$

РОЗДІЛ 1.

Відношення і пропорції

Ти дізнаєшся

Основні теми розділу

- Відношення
- Ймовірність випадкової події
- Пропорція
- Масштаб
- Пропорційні величини
- Коло, круг
- Діаграми
- Куля, конус, циліндр

Математика —
наука молодих

Основні терміни / Basic terms

Відношення — ratio
 Ймовірність — probability
 Пропорція — proportion
 Масштаб — scale
 Коло, круг — circle
 Конус — cone
 Циліндр — cylinder



Н. Вінер

§ 1. ВІДНОШЕННЯ



Частку від ділення одного числа на друге називають також **відношенням** цих чисел.

Записують відношення за допомогою двокрапки або дробової риски.



Приклад

$$3 : 5; \quad \frac{43}{54}; \quad 2,7 : 0,4; \quad \frac{3}{7} : \frac{4}{8}.$$

Читають:

$\frac{3}{4}$ → три четвертих
→ частка від ділення 3 на 4
→ відношення чисел 3 і 4

$5 : 6$ → частка від ділення 5 на 6
→ відношення чисел 5 і 6

Основна властивість відношення

Відношення двох чисел не зміниться, якщо кожне з них помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.



Користуючись цією властивістю, відношення можна спрощувати. Наприклад, обидва члени відношення можна поділити на їх спільний дільник.



Приклад

$$3000 : 5000 = 3 : 5.$$

Відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел.

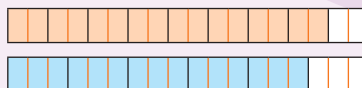


Для цього дані дроби слід звести до спільного знаменника і відкинути його.



Приклад

$$\frac{8}{9} : \frac{5}{6} = \frac{16}{18} : \frac{15}{18} = 16 : 15$$



Масштаб — приклад відношення.

Масштаб $1 : 5\,500\,000$ означає, що всі відстані на карті в $5\,500\,000$ разів менші, ніж відповідні відстані на земній поверхні. Тобто 1 см на карті відповідає $5\,500\,000$ см (або 55 км) на місцевості.

Можна говорити не лише про відношення чисел, а й про відношення значень величин. Наприклад,

$$3 \text{ м} : 5 \text{ м} = 3 : 5; \quad 15 \text{ кг} : 9 \text{ кг} = 15 : 9.$$

$$\text{Але } 2 \text{ м} : 37 \text{ см} = 200 \text{ см} : 37 \text{ см} = 200 : 37.$$

Дізнайся більше

Іноді розглядають і відношення значень різнойменних величин. Наприклад, якщо літак пролітає відстань 1400 км за 2 год, то його швидкість дорівнює відношенню відстані до часу:

$$1400 \text{ км} : 2 \text{ год} = 700 \text{ км/год.}$$

Згодом у фізиці ти розглядатимеш

густину речовини — відношення маси речовини до її об'єму,
тиск — відношення сили до площі тощо.

Перевір себе

1. Що називають: а) часткою; б) відношенням?
2. Сформулюй основну властивість відношення.

**Поглянь!**

1. Спрости відношення: а) $400 : 600$; б) $\frac{1,7}{2,1}$.

а) НСД (400, 600) = 200. Поділимо кожен член даного відношення на 200. Отже, $400 : 600 = 2 : 3$.

б) Помножимо члени даного відношення на 10 і отримаємо:

$$\frac{1,7}{2,1} = \frac{1,7 \cdot 10}{2,1 \cdot 10} = \frac{17}{21}.$$

2. Заміни відношення $\frac{8}{15} : \frac{7}{10}$ відношенням натуральних чисел.

Зведемо задані дроби до спільного знаменника 30.

$$\frac{8^{\text{12}}}{15} : \frac{7^{\text{13}}}{10} = \frac{16}{30} : \frac{21}{30} = 16 : 21.$$

3. Спрости відношення $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2}$.

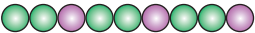
Запишемо члени відношення у вигляді неправильного дробу, поділимо на 7, а потім зведемо до спільного знаменника 6 і отримаємо:

$$2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2} = \frac{7}{3} : \frac{7}{2} = \frac{1^{\text{12}}}{3} : \frac{1^{\text{13}}}{2} = \frac{2}{6} : \frac{3}{6} = 2 : 3.$$

Виконай усно

1. Знайди відношення:
а) 20 до 4; б) 15 до 30; в) 0,5 до 2; г) 0,1 до 1.
2. Для фарбування волосся перукар має змішати окислювач та фарбу у відношенні 2 : 1. Перукар узяв 40 г порошку і 20 г окислювача. Чи все правильно він зробив?
3. Назви кілька пар чисел, відношення яких дорівнює: а) 2; б) 12; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{11}{12}$.
4. На ковзанці хлопців удвічі більше, ніж дівчат. Знайди відношення числа хлопців до числа всіх ковзанярів.
А 1 : 2 **Б** 2 : 1 **В** 2 : 3 **Г** 1 : 3
5.  За малюнком оцініть висоту дерева, якщо висота людини 170 см. 
6. Знайди відношення: а) 20 см до 40 см; б) 300 кг до 30 кг; в) 15 год до 5 год; г) 42 м² до 35 м²; г) 100 км до 2 год.
7. Установи відповідність між малюнками та відношенням кількості зелених до фіолетових кульок на них.



- | | | |
|----------|---|----------------|
| 1 |  | А 3 : 1 |
| 2 |  | Б 2 : 1 |
| 3 |  | В 1 : 3 |
| | | Г 2 : 3 |

Рівень А

8. Запиши за допомогою двокрапки відношення чисел:
а) 3 і 5; б) 12 і 7; в) 0,5 і 2,5; г) $1 \text{ і } \frac{3}{7}$; г) $\frac{1}{3} \text{ і } \frac{2}{5}$.
9. Чому дорівнює відношення:
а) 204 до 60; в) $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{5}$; г) $2\frac{1}{6}$ до 1,3;
б) 0,5 до 0,4; г) 4,5 до 0,15; д) 7200 до 90?

10. Обчисли відношення:

а) 2002 до 77;

б) 0,7 до 3,5;

в) 2,3 до 0,46;

г) $\frac{5}{6}$ до $\frac{1}{3}$;

г) $3\frac{1}{4}$ до 5,2.

11. Знайди відношення значень величин:

а) 3 км до 4 км;

б) 15 кг до 45 кг;

в) 7 мл до 140 мл;

г) 3 м до 10 см.

12. Знайди відношення значень величин:

а) 18 км до 12 км;

б) 13 кг до 20 кг;

в) 5 год до 15 год;

г) 3 км до 100 м.

13. Спрости відношення чисел:

а) $34 : 102$;

б) $130 : 225$;

в) $224 : 48$;

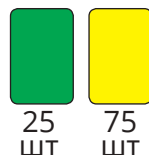
г) $101 : 505$.

14. Запишіть відношення кількості:



а) зелених карток до всіх карток; б) жовтих до всіх карток; в) зелених до жовтих; г) жовтих до зелених.

Яку з карт витягатимуть навмання частіше?



15. Запиши відношення:

а) червоних кульок до всіх кульок; б) жовтих

кульок до всіх кульок; в) червоних до жовтих;

г) жовтих до червоних.

Яку з кульок витягатимуть навмання з торбинки частіше?



Заміни відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел (16, 17)

16. а) $0,2 : 0,9$; б) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$; в) $3,2 : \frac{1}{2}$; г) $2\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$. г) $0,3 : \frac{1}{3}$;

17. а) $0,05 : 0,25$; б) $1,2 : 24$; в) $\frac{3}{5} : \frac{4}{15}$; г) $\frac{2}{5} : 0,2$; г) $3\frac{2}{5} : 5\frac{2}{3}$.

Яке відношення більше (18, 19)

18. а) $4 : 5$ чи $5 : 6$; б) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ чи $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$?

19. а) $3 : 4$ чи $7 : 8$; б) $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ чи $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$?

20. Це картина Марії Примаченко. Виміряй її довжину і ширину та запиши відношення довжини до ширини.



Рівень Б

Обчисли відношення значень величин (21, 22)

21. а) 3 м : 2 м; б) 700 г : 3,5 кг; в) 10 м² : 5 м; г) 5 км : 0,5 год.22. а) 1 м : 4 дм; б) 2 кг : 400 г; в) 3 км : 2 год; г) 3 см³ : 0,6 см².23. Точка С ділить відрізок АВ у відношенні $AC : CB = 2 : 3$.Зроби малюнок. Знайди відношення: а) $AC : AB$; б) $CB : AB$.24. Точка М ділить відрізок АВ у відношенні $AM : MB = 1 : 2$.Зроби малюнок. Знайди відношення: а) $AM : AB$; б) $BM : AB$.

25. У класі 12 дівчат і 18 хлопців. Яку частину складають:

а) дівчата від учнівства класу; б) хлопці від учнівства класу;
в) дівчата по відношенню до хлопців?26.  Для створення канту у ванній кімнаті обрано такий орнамент з квадратних плиток. Запиши відношення для закупівлі білої та жовтої плитки. Заповни порожні

--	--	--	--	--	--

 комірки таблиці.

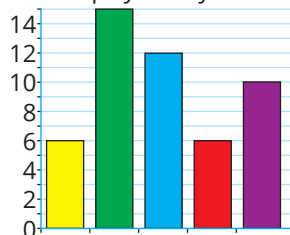
Білих	8		18	
Жовтих		7		200

27. Скільки кілометрів від Києва до Одеси, якщо на карті з масштабом 1 : 4 000 000 цій відстані відповідає 11 см?

28. Відстань від Києва до Полтави приблизно дорівнює 300 км. На карті цій відстані відповідає 6 см. Який масштаб карти?

29.  За діаграмою запишіть відношення кількості суконь різних кольорів: а) жовтих до синіх; б) червоних до фіолетових; в) синіх до зелених; г) червоних до жовтих; г) синіх до всіх суконь.

Колір суконь у салоні



30. Для створення послідовності, як на малюнку, знадобляться зелені і фіолетові кулі у відношенні 4 : 1. Намалюй послідовність, де кількість зелених куль відноситься до кількості фіолетових як 2 до 3.

31.  Гра. Хтось один/одна записує відношення, а інший/інша малює орнамент з кіл та квадратів, кількість яких відповідає відношенню.

Кіл Квадратів

___ : ___

Цікаві задачі

32. Знайди два числа, сума яких дорівнює 120, а відношення:
- а) 2; б) 0,5; в) $\frac{2}{3}$; г) $3\frac{4}{5}$.
33. За 4 год човен за течією річки пройшов на 18 км більше, ніж пройшов би за той самий час проти течії річки. Зроби схему до задачі. Знайди швидкість течії.
34. 0,6 пройденного шляху на 4 км більше тієї частини шляху, який ще потрібно пройти. Яка довжина всього шляху?

Вправи для повторення

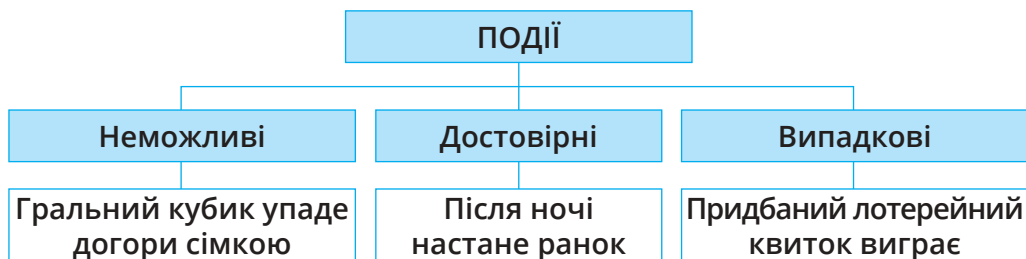
35. Обчисли значення виразу: а) $-5 + (-3 \cdot 13 - 17 \cdot (-2) - 37) : 21$; б) $(56 \cdot 3 + 43 \cdot (-3)) : (-13)$.
36. Розклади на прості множники числа: 2024, 2025 і 2026. Знайди їх найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне.
37. Розв'яжи рівняння: а) $\frac{2}{3}x + 4,5 = 6\frac{1}{2}$; б) $12,7 - 3x = 2\frac{1}{5}$.

§ 2. ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ

Подія — те, що діється, відбувається, трапляється. У математиці найчастіше розглядають події, які ще не відбулися, а лише мають відбутися. При цьому намагаються встановити ступінь упевненості в тому, що подія відбудеться.



Приклад: підкинута монета впаде числом догори.



Подію називають **випадковою**, якщо вона може відбутися або не відбутися.

Ступінь упевненості в тому, що випадкова подія відбудеться, можна характеризувати числом.

Наприклад, при падінні підкинутого грального кубика може трапитися 6 різних подій:

подія А: випаде 1 очко, подія Б: випаде 2 очки,
подія В: випаде 3 очки, подія Г: випаде 4 очки,
подія Д: випаде 5 очок, подія Е: випаде 6 очок.



Усі ці 6 подій мають однакові шанси відбутися (якщо кубик правильної форми і зроблений з одного матеріалу). Такі події називають **рівноймовірними**. Далі йтиметься тільки про рівноймовірні події.



Ймовірністю події називають відношення кількості сприятливих для цієї події результатів до кількості всіх можливих результатів.

Ймовірність події А позначають так: $P(A)$.

У розглянутому вище випадку:

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(\Gamma) = \frac{1}{6}, \quad P(\Gamma) = \frac{1}{6}, \quad P(D) = \frac{1}{6}.$$

Ймовірність достовірної події приймається за 1, а неможливої — за 0.

Ймовірність можна виражати звичайним або десятковим дробом чи відсотками.

Задача 1. Яка ймовірність того, що при падінні грального кубика випаде число очок, кратне 3?

Розв'язання. Кількість усіх можливих подій дорівнює шість. Серед чисел 1, 2, 3, 4, 5 і 6 тільки два (3 і 6) діляться на 3. Тому шукана ймовірність дорівнює $\frac{2}{6}$, або $\frac{1}{3}$.

Задача 2. Знайди ймовірність того, що твій друг/подруга народився/народилася в неділю.

Розв'язання. Усього в тижні 7 днів. Нас цікавить подія: «Мій друг/подруга народився/народилася в неділю» (подія А). Оскільки неділя тільки 1 раз на тиждень, то $P(A) = \frac{1}{7}$.

Дізнайся більше

Наведене вище трактування поняття ймовірності правильне тільки для рівноймовірних подій. Таке розуміння ймовірності називають *класичним*.

Набагато важливіше поняття *статистичної ймовірності*.

Розглянемо подію: підкинутий гудзик впаде догори петелькою. Гудзик з одного боку не такий, як з іншого. Тому дві події (гудзик упаде петелькою догори чи донизу) не рівноймовірні. Ймовірність кожної з них можна визначити тільки експериментально. Такі ймовірності (статистичні) будемо вивчати у старших класах.



Перевір себе

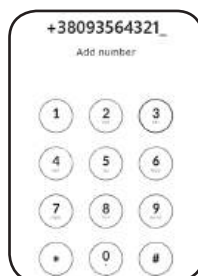
1. Що називають подією? Наведи приклади.
2. Які події називають достовірними, неможливими, випадковими?
3. Що називають ймовірністю випадкової події?
4. Як позначають ймовірність події A ?
5. Чому дорівнює ймовірність достовірної події? А неможливої?



Поглянь!

1. Набираючи номер телефону, дівчинка забула останню цифру і вирішила набрати її навмання. Яка ймовірність того, що вона набере потрібний номер відразу?

Оскільки цифр усього 10, то і можливих випробувань 10, сприятливим із них є лише одне. Отже, шукана ймовірність дорівнює 0,1.



2. У торбині є 5 блакитних і 7 жовтих куль. Яка ймовірність того, що, беручи навмання одну кулю, ти виймеш: а) блакитну кулю; б) жовту кулю?



Всього у торбині $5 + 7 = 12$ куль. Вийняти блакитну кулю є 5 шансів із 12, а жовту — 7 із 12.

Отже, шукані ймовірності: а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{7}{12}$.

Виконай усно

38. В Артема в пакеті 5 пар шкарпеток чорного кольору і 2 пари шкарпеток білого кольору. Якщо він навмання вийме одну з пар, якого кольору вона буде?
39. Яка ймовірність того, що при падінні грального кубика випаде 5 очок?
40. Яка ймовірність того, що підкинута монета впаде гербом донизу?
41. Яка ймовірність того, що твоя мама народилася в п'ятницю?
42. Яка ймовірність того, що взята навмання кулька з торбинки виявиться не червоною?
- А $\frac{4}{5}$ Б $\frac{5}{9}$ В $\frac{4}{9}$ Г $\frac{5}{4}$
43. Яка ймовірність того, що назване навмання двоцифрове число виявиться меншим від 100?
44. Яка ймовірність того, що, переставивши місцями букви в слові ІСТОРІЯ, ти отримаєш слово ТЕОРІЯ?



Рівень А

45. На малюнку зображено гроші у кишені Євгена. Він навмання витягає одну монету. Установіть відповідність між подією та її ймовірністю.



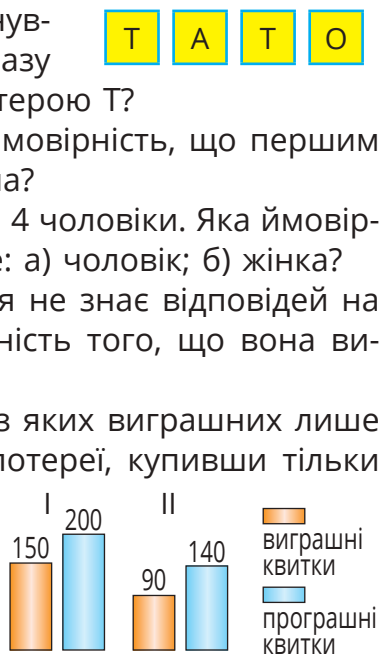
- 1 Витяг монету, меншу за 5 грн
- 2 Витяг монету, більшу за 50 к.
- 3 Витяг монету з парним числом гривень
- 4 Витяг «золоту» монету

- А $\frac{4}{5}$ Б $\frac{3}{4}$ В $\frac{3}{5}$ Г $\frac{2}{5}$ Д $\frac{1}{5}$ Е $\frac{1}{2}$

46. Яка ймовірність того, що при одному киданні грального кубика випаде кількість очок, що дорівнює: а) шести; б) непарному числу; в) ділнику числа 4; г) числу, яке кратне 5?



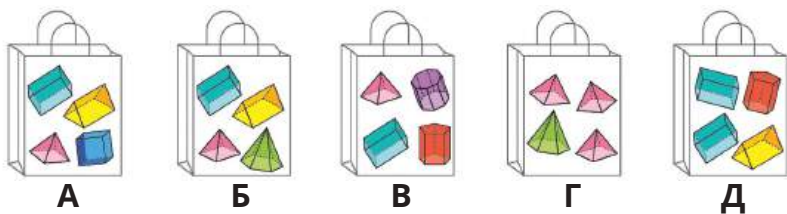
47. Яка ймовірність того, що при одному киданні грального кубика випаде кількість очок, що дорівнює: а) трьом; б) парному числу; в) дільнику числа 6; г) числу, яке кратне 4?
48. Яка ймовірність того, що, перевернувши і перемішавши ці картки, ти відразу візьмеш картку з: а) літерою А; б) літерою Т?
49. У класі 12 дівчат і 18 хлопців. Яка ймовірність, що першим до дошки піде: а) хлопець; б) дівчина?
50. У туристичній фірмі працює 6 жінок і 4 чоловіки. Яка ймовірність, що першим на роботу прийде: а) чоловік; б) жінка?
51. На екзамені всього 28 білетів. Оріся не знає відповідей на запитання двох білетів. Яка ймовірність того, що вона витягне нещасливий білет?
52. У лотереї розігрується 250 квитків, із яких виграшних лише 10. Яка ймовірність виграти в цій лотереї, купивши тільки один квиток?
53. За діаграмою установіть, у якій з лотерей більша ймовірність виграти.



Рівень 6

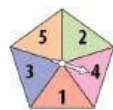
54. Є картки з номерами від 1 до 20. Яка ймовірність того, що взята навмання картка міститиме число, яке не ділиться на 3?
55. Установіть відповідність між описом ймовірності події (1–4) та пакунком (А–Д).

- 1 Ймовірність навмання дістати піраміду дорівнює 1.
- 2 Ймовірність навмання дістати призму дорівнює 0,5.
- 3 Ймовірність навмання дістати куб дорівнює 0,25.
- 4 Ймовірність навмання дістати піраміду дорівнює 0.



56. Є картки з номерами від 1 до 15. Яка ймовірність того, що взята навмання картка міститиме просте число?

57. Запиши ймовірність подій: А — стрілка вкаже на 5;
Б — стрілка вкаже на число, більше за 3;
В — стрілка вкаже на число, менше від 4.



58. З торбини навмання витягають 1 фігуру. Запиши ймовірність подій: А — витягнути червоний конус;
Б — витягнути фігуру з більш ніж 5 гранями;
В — витягнути синю фігуру.



59. У коробці лежать білі та чорні кульки, всього 14 кульок. Скільки білих кульок у коробці, якщо ймовірність витягнути чорну кульку дорівнює: а) $\frac{5}{14}$; б) $\frac{2}{7}$?

60. Усі грані кубика пофарбовані в два кольори: червоний або синій. Скільки синіх граней має кубик, якщо ймовірність падіння кубика на червону грань дорівнює: а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{1}{3}$?

61. У коробці половина всіх цукерок у червоних обгортках, третина — в жовтих, решта — в синіх. Ти береш навмання одну цукерку. Яка ймовірність того, що вона в синій обгортці?

62. Кухар приготував на обід 2 перші страви, 3 другі і 2 треті. Яка ймовірність того, що, замовивши повний обід для подруги, ти вгадаєш її бажання?

63.  Підкиньте 20 разів монету і запишіть, скільки разів вона впаде числом догори. Підкиньте 20 разів гудзик з петелькою і запишіть, скільки разів він упаде догори петелькою або іншим боком. Повторіть дослід і визначте закономірність.

Цікаві задачі

64. Уяви добуток усіх натуральних чисел від 1 до 99. Запиши 20 останніх цифр цього добутку.
65. «Яке число ділиться без остачі на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 і 9?» — запитали одного араба-мудреця. Він відповів: «Помнож число місяців у році на число днів у місяці (30) і на число днів у тижні, і ти отримаєш відповідь». Чи справді це так?
66. Пофарбований з усіх боків дерев'яний куб розрізали на 27 рівних кубиків і поклали їх у торбину. Яка ймовірність того, що в узятото навмання з торбини кубика буде пофарбованою лише:

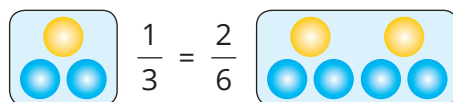


- а) 1 грань; б) 2 грані; в) 3 грані; г) 4 грані; ґ) 0 граней; д) 5 граней?

Вправи для повторення

67. Мотоцикліст, рухаючись зі швидкістю 40 км/год, долає відстань між двома містами за 3 год. За який час цю відстань проїде автомобіль, швидкість якого дорівнює 60 км/год?
68. Одна зі сторін прямокутника дорівнює 20 см, що становить 0,4 другої сторони. Знайди площу і периметр прямокутника.
69. Обчисли: $(7 - (-12))(6 - 8) + (-23 + 16) : (3 + (-2))$.

§ 3. ПРОПОРЦІЇ



Відношення $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{6}$ дорівнюють одне одному.

Такі рівності називають *пропорціями*.



Пропорція — це рівність двох відношень.

$$a : b = c : d \quad \text{або} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Читають: a відноситься до b , як c відноситься до d .

Крайні члени пропорції

$$a : b = c : d$$

Середні члени пропорції

Оскільки ділити на 0 не можна, то b і d відмінні від 0. Надалі вважатимемо, що всі члени пропорції відмінні від нуля.

Основна властивість пропорції
Добуток крайніх членів кожної пропорції дорівнює добутку її середніх членів.



Якщо $a : b = c : d$, то $a \cdot d = b \cdot c$.

Приклад

Якщо $0,3 : 1 = 2,1 : 7$, то $0,3 \cdot 7 = 1 \cdot 2,1$.

Основну властивість пропорції використовують для розв'язування рівнянь, які мають вигляд пропорції.

Наприклад, якщо

$$\begin{aligned} x : 2 &= 10 : 5, \text{ то} \\ x \cdot 5 &= 2 \cdot 10 \\ x &= (2 \cdot 10) : 5 \\ x &= 4. \end{aligned}$$



Щоб знайти невідомий крайній член пропорції, досить добуток її середніх членів поділити на відомий крайній.

Щоб знайти невідомий середній член пропорції, досить добуток її крайніх членів поділити на відомий середній.



Наприклад,

а) $\frac{x}{21} = \frac{5}{7};$

б) $\frac{3}{2} = \frac{x}{6};$

в) $8 : x = 4 : 0,5.$

Розв'язання.

а) $x = \frac{21 \cdot 5}{7},$

б) $x = \frac{3 \cdot 6}{2},$

в) $x = \frac{8^2 \cdot 0,5}{4},$

$x = 15;$

$x = 9;$

$x = 1.$

Подібним способом можна розв'язати, наприклад, і рівняння $\frac{3,5}{x} = 7$, якщо замінити його таким: $\frac{3,5}{x} = \frac{7}{1}.$

Отже, $x = \frac{3,5 \cdot 1}{7}, x = \frac{1}{2}.$

Дізнайся більше

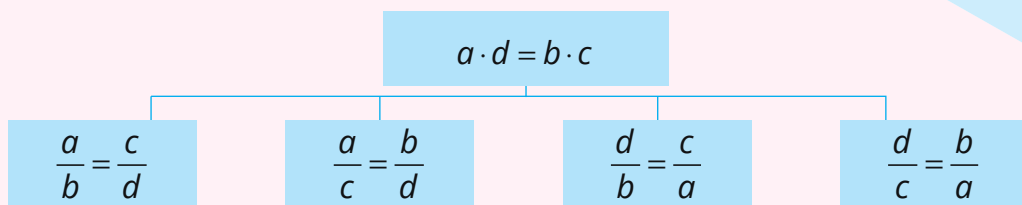
Якщо пропорція $a : b = c : d$ правильна, то правильна і рівність $ad = bc$. Поділивши обидві її частини на cd , матимемо:

$$\frac{ad}{cd} = \frac{bc}{cd}, \text{ звідси } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \text{ або } a : c = b : d.$$

Отже, середні члени пропорції можна міняти місцями. Також можна міняти місцями і крайні члени пропорції.

Наприклад, оскільки $0,2 : 0,3 = 2 : 3$, то правильні також пропорції $0,2 : 2 = 0,3 : 3$ і $3 : 0,3 = 2 : 0,2$.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} : \frac{4}{2} = \frac{16}{8}, \quad \frac{4}{16} = \frac{2}{8}, \quad \frac{8}{2} = \frac{16}{4}, \quad \frac{8}{16} = \frac{2}{4}.$$



Перевір себе

1. Сформулюй означення пропорції.
2. Які в пропорції $a : b = c : d$ члени середні, а які — крайні?
3. Сформулюй основну властивість пропорції.



Поглянь!

1. Склади пропорцію з чисел 3, 4, 8 і 6.
Оскільки $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$, то числа 3 і 8 можуть бути середніми членами, а інші — крайніми. Або навпаки. Тому правильні пропорції: $4 : 3 = 8 : 6$, $4 : 8 = 3 : 6$, $6 : 3 = 8 : 4$, $6 : 8 = 3 : 4$. Якщо 3 і 8 — крайні члени, то можна записати ще 4 пропорції. Запиши їх самостійно.

2. Установи, чи є рівність $\frac{12}{5} = \frac{4,8}{2}$ пропорцією.

I спосіб. Скористаємося означенням пропорції.

Оскільки $12 : 5 = 2,4$ і $4,8 : 2 = 2,4$, то рівність є пропорцією.

II спосіб. Скористаємося основною властивістю пропорції.

Оскільки $12 \cdot 2 = 24$ і $4,8 \cdot 5 = 24$, то рівність є пропорцією.

3. Розв'яжи рівняння: а) $\frac{3}{x-2} = \frac{5}{2}$; б) $\frac{6,8}{x} = 4$.

а) За основною властивістю пропорції $5(x - 2) = 3 \cdot 2$.

Звідси $5(x - 2) = 6$, $x - 2 = 6 : 5$,

$x - 2 = 1,2$, тоді $x = 1,2 + 2$, $x = 3,2$.

б) Рівняння $\frac{6,8}{x} = 4$ можна записати у вигляді $\frac{6,8}{x} = \frac{4}{1}$.

Тоді $4x = 6,8 \cdot 1$, $x = 6,8 : 4$, $x = 1,7$.

Виконай усно

70. Прочитай пропорцію. Назви її середні і крайні члени:

а) $3 : 21 = 5 : 35$; б) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$; в) $2,4 : 6 = 3 : x$.

71. Чи рівні відношення:

а) $10 : 2$ і $15 : 3$; б) $30 : 3$ і $45 : 5$; в) $1 : 3$ і $0,5 : 1,5$?

72. Чи є пропорцією рівність:

а) $60 : 3 = 40 : 2$; б) $4 : 20 = 3 : 15$; в) $0,5 : 10 = 10 : 20$?

73.  Які повідомлення мають бути виведені в частині цього коду?



74. Яке з тверджень хибне?

A $2 : 8 = 5 : 20$

B $7 : 2 = 21 : 6$

B $10 : 2 = 1 : 5$

Г $1,2 : 0,3 = 8 : 2$

75.  Як пропорції допомагають адаптувати сайти для різних гаджетів?



76. Марко хоче зробити томатний соус. За рецептом 2 чашки томатного пюре він має розбавити 1 чашкою води. Установи відповідність між кількістю чашок пюре (1–3) та кількістю чашок води (А–Г) в кожному з випадків.

1 6 чашок пюре

2 1 чашка пюре

3 24 чашки пюре

A 0,5 чашки води

B 12 чашок води

B 8 чашок води

Г 3 чашки води



Рівень A

Чи можна з відношень скласти пропорцію? (77, 78)

77. а) $3 : 5$ і $6 : 20$; б) $7 : 6$ і $3,5 : 3$; в) $2,8 : 14 = 1 : 5$.

78. а) $18 : 15$ і $24 : 20$; б) $1,8 : 0,2 = 45 : 9$; в) $3,6 : 12 = 3 : 10$.

79. Побудуйте блок-схему, що показуватиме, як визначити, чи є  рівність пропорцією.

80. Чи є рівність $\frac{45}{105} = \frac{3}{7}$ пропорцією? Запиши її крайні члени.

81. Чому рівність $2 : 3 = 4 : 5$ не є пропорцією?

Використовуючи основну властивість пропорції, перевір, чи правильна пропорція (82, 83)

82. а) $7 : 3 = 21 : 9$; б) $12 : 4 = 15 : 5$; в) $1,2 : 1,6 = 2 : 3$;
г) $\frac{8}{6} = \frac{12}{9}$; д) $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$; е) $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6} = 1\frac{6}{7} : \frac{13}{14}$.

83. а) $5 : 6 = 10 : 12$; б) $10 : 3 = 20 : 9$; в) $1,6 : 8 = 2 : 10$;
г) $\frac{3}{5} = \frac{2}{3}$; д) $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$; е) $3\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = 2\frac{4}{5} : 1\frac{1}{5}$.

84. Запиши кілька пропорцій, помінявши

місцями члени пропорції $\frac{7}{8} = \frac{x}{9}$.



85. З даних відношень: $7 : 3$; $8 : 4$; $5 : 6$; $6 : 3$; $28 : 12$; $20 : 24$ склади три пропорції.

86. Допиши відсутній член пропорції: а) $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{10}$; б) $\frac{7}{4} = \frac{21}{\quad}$.

87. Склади пропорцію з чисел:

а) 2, 6, 3 і 4; б) 6, 6, 4 і 9; в) 3, 10, 6 і 5; г) 4, 4, 2 і 8.

Користуючись основною властивістю пропорції, розв'яжи рівняння (88, 89)

88. а) $\frac{x}{7} = \frac{20}{35}$; б) $\frac{9}{2} = \frac{18}{4x}$; в) $\frac{2}{3} = \frac{2x}{12}$; г) $\frac{x}{3} = 7$; д) $3 = \frac{15}{x}$.

89. а) $\frac{x}{4} = \frac{6}{8}$; б) $\frac{6}{8} = \frac{3x}{4}$; в) $\frac{2}{3} = \frac{8}{6x}$; г) $\frac{14}{x} = 7$; д) $8 = \frac{x}{5}$.

90. Знайди число, яке відноситься до 6 так, як 2 до 3.

91. Знайди число, яке більше за 18 у стільки разів, у скільки 15 більше за 9.

92. За рецептом молочного коктейлю потрібно взяти 2 ложки морозива на 7 ложок молока. Скільки молока за цим рецептом потрібно взяти, якщо морозива взяли три ложки?



93. Скільки доларів можна купити за 5000 грн, якщо за 15 доларів потрібно заплатити 600 грн?
94. Скільки гривень можна отримати за 250 доларів, якщо за 5 доларів ти отримаєш 205 гривень?
95. Склади та розв'яжи задачі за малюнками.



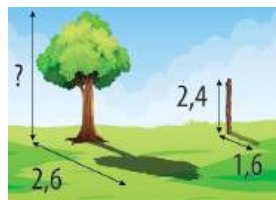
96. За поданим рецептом запиши кількість компонентів, що потрібні для бісквіта на:
а) 2 персони; б) 12 персон; в) 18 персон.

97. Дізнайся у близьких, коли вони використовують пропорції у своєму житті. Підготуй доповідь про це чи зніми відео, взявши інтерв'ю у близьких.



98. Приготуйте 0,5 л компота з варення. За рецептом на 100 мл води потрібно взяти 25 мл варення.

99. В сонячну погоду можна визначити висоту дуже високих предметів за допомогою палиці. Знайдіть висоту дерева і поясни відповідь. Виміри подано у метрах.



Рівень Б

100. Склади 6 пропорцій, використавши рівність $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$.
101. Склади 6 пропорцій, використавши рівність $8 \cdot 3 = 6 \cdot 4$.

Розв'яжи рівняння (102, 103)

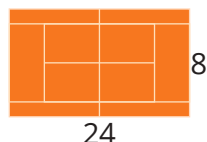
102. а) $\frac{12-x}{3} = \frac{7}{5}$; б) $\frac{40}{2+3x} = 5$; в) $\frac{3}{4} = \frac{6}{0,5x-2}$; г) $\frac{2}{5} : \frac{4}{5} = 2 \frac{1}{2} x : 10$.

103. а) $\frac{4+x}{3} = \frac{8}{5}$; б) $\frac{6}{13-2x} = 2$; в) $\frac{5}{6} = \frac{0,2x+9}{12}$; г) $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = 12 : 3 \frac{1}{3} x$.

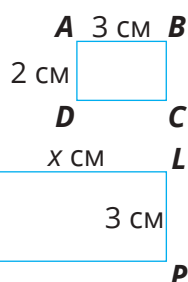
104. Для створення орнаменту на одному прольоті паркану знадобились повні банки фарби, зображені на малюнку. На створення такого орнаменту на всьому паркані знадобилось 24 банки синьої фарби. Скільки треба взяти банок жовтої фарби для створення орнаменту на всьому паркані?



105. Скільки кілограмів покриття потрібно для тенісного корту, виміри якого подано на малюнку у метрах, якщо на 1 м^2 йде 3 кг покриття?



106. Чи залишиться правильною пропорція $32 : 27 = 64 : 54$, якщо поділити обидва члени першого її відношення на 3, а другого — на 4?
107. Чи залишиться правильною пропорція $4 : 6 = 10 : 15$, якщо один із її крайніх членів і один із середніх членів помножити на 7?
108. Знайди відстань між містами A і B , якщо від B до C 60 км і $AB : BC = 5 : 3$.



109. Прямокутники $ABCD$ і $KLPT$ такі, що $AB : BC = KL : LP$. Знайди KL , якщо $AB = 3 \text{ см}$, $AD = 2 \text{ см}$, $LP = 3 \text{ см}$. Чи правильна пропорція $AB : KL = AD : KT$?

- 110.* Іграшкова машина — копія реальної машини, але зменшена у розмірах. Висота іграшкової машини 10 см, а справжньої — 1 м 20 см. Знайдіть довжину справжньої машини, якщо довжина іграшкової 35 см. Дізнайтеся, у скільки разів зображення іграшкової машини зменшене у порівнянні зі справжньою машиною. Виміряйте висоту колеса на малюнку і знайдіть висоту колеса справжньої машини.



Цікаві задачі

111. Чи для кожного натурального m правильне твердження:
а) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{am}{b} = \frac{cm}{d}$; б) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a}{bm} = \frac{c}{dm}$?
112. Коли дві подружки склали разом усі свої гроші, то виявилося, що їм не вистачає на купівлю будинку 22 500 грн. Скільки коштував будинок, якщо одна має $\frac{3}{8}$ суми, яку просив продавець, а друга — $\frac{3}{5}$.

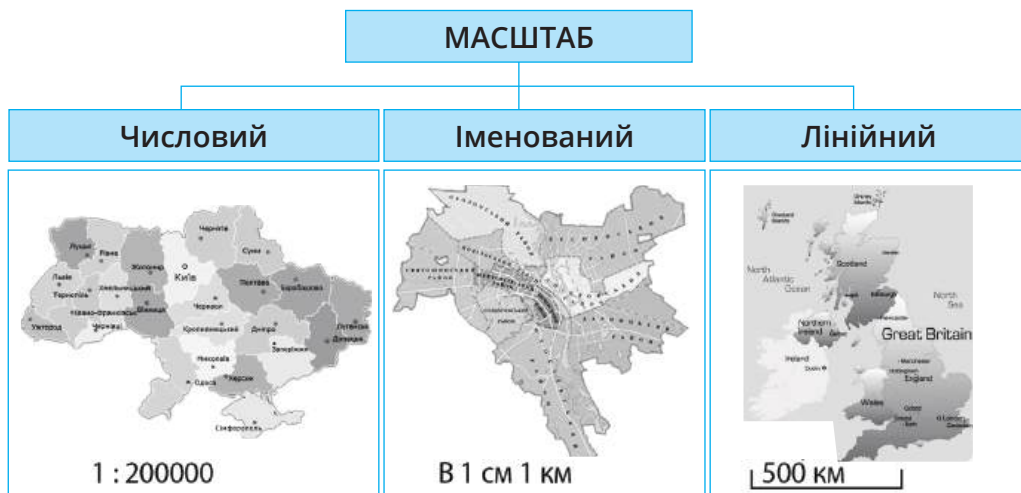
113. Тенісисти Андрій, Борис і Віктор приїхали з трьох міст України. Першу партію грали Андрій і тенісист із Гайсина, другу — Борис і тенісист із Харкова. Тенісист із Вінниці спостерігав за їхньою грою. Хто з якого міста приїхав?

Вправи для повторення

114. Виконай дії: а) $45 \cdot (-99) + 45 : (-9) + 60$;
б) $2002 : (-37 + 23) - 10 \cdot (-14)$.
115. Накресли прямокутник, одна сторона якого дорівнює 3,5 см, а периметр — 15 см. Знайди його площу.
116. Порівняй значення виразу $a + a^{-1}$ при $a = 5$ і $a = 0,2$.

§ 4. МАСШТАБ

На картах, планах, кресленнях ти побачиш надпис, що показує, у скільки разів відстань на карті чи плані менша від відстані на місцевості. Цей запис називають масштабом.



Числовий масштаб. Запис 1 : 200 000 означає, що одиничному відрізку на зображенні відповідає 200 000 таких самих одиничних відрізків на місцевості. Відстані в 1 см на зображенні відповідає 200 000 см (або 2 км) на місцевості.

Іменований масштаб. Запис 1 см — 1 км (або в 1 см 1 км) означає, що відстані в 1 см на зображенні відповідає відстань 1 км на місцевості.

Лінійний масштаб. Запис складається з відрізка чи прямокутника, довжину якого можна виміряти, і підпису значення відповідної відстані на місцевості.



Бачимо, що довжина відрізка дорівнює 2 см, тобто відстані в 2 см на карті відповідатиме відстань 500 км на місцевості.

Якщо масштаб записаний в одному виді, то його можна подати в іншому.

Приклад

Лінійний	Іменований	Числовий
	1 см — 2 км	1 : 200 000

Дізнайся більше

Зображення, отримані під мікроскопом, також мають масштаб. На малюнку зображено найменшу у світі скрипку (довжина 3,45 мм), виготовлену українським митцем Миколою Сядристим. Мікроскоп збільшив її у 10 разів. Тобто масштаб фото 10 : 1, або в 1 см 1 мм. На фото подано лінійний масштаб.



Перевір себе

1. Що називають масштабом географічної карти?
2. Які бувають види масштабів? Наведи приклад кожного з них.



Поглянь!

1. Відстань між двома містами на карті дорівнює 3 см. Яка відстань між цими містами на місцевості, якщо масштаб карти 1 : 60 000 000?

1 см на карті відповідає 60 000 000 см, тобто 600 км на місцевості.

$$\frac{1}{3} = \frac{600}{x}, \text{ звідси } x = 1800 \text{ (км).}$$

Відповідь: 1800 км на місцевості.

$$\begin{aligned} 1 \text{ см} & \text{ — } 600 \text{ км} \\ 3 \text{ см} & \text{ — } x \text{ км} \end{aligned}$$

2. Відстань між школою та укриттям на плані з масштабом в 1 см 13 м становить 50 см. Яка відстань від школи до укриття?

Зробимо скорочений запис:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ см} — 13 \text{ м} \\ 50 \text{ см} — ? \text{ м} \end{array}$$

Позначимо відстань на місцевості через x і складемо пропорцію:

$$\frac{1}{50} = \frac{13}{x} \quad 1 \cdot x = 13 \cdot 50 \quad x = 650 \text{ (м)}$$

Відповідь: відстань до укриття 650 м.

3. Знайди відстань на карті із заданим масштабом, якщо ця відстань на місцевості дорівнює 560 км.



Зробимо скорочений запис:

$$\begin{array}{l} 560 \text{ км} — ? \\ 200 \text{ км} — 3 \text{ см} \end{array}$$

Позначимо відстань на карті через x і складемо пропорцію:

$$\frac{560}{200} = \frac{x}{3}$$

$$200 \cdot x = 560 \cdot 3 \quad x = \frac{560 \cdot 3}{200} \quad x = 8,4 \text{ (см)}$$

Відповідь: відстань на карті 8,4 см.

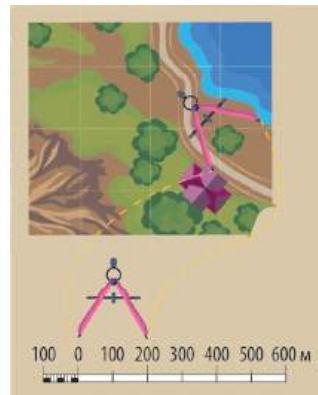
Виконай усно

117. Яка відстань на місцевості від будівлі до озера?
118. У скільки разів відстань на місцевості більша за відстань на карті, якщо масштаб карти 1 : 400 000?
119. Якому іменованому масштабу відповідає заданий лінійний масштаб?



- А** в 1 см 4 км **В** в 1 см 1 км
Б в 1 см 2 км **Г** в 4 км 1 см

120. Чи правильно, що відстань між містами А і В на місцевості становить 40 км?



121. Установи відповідність між числовими масштабами та іменованими.

1 1 : 200	А в 1 см 2 дм
2 1 : 200 000	Б в 1 см 2 м
3 1 : 20	В в 1 см 2 км
	Г в 1 см 200 км

122. Відстань між двома населеними пунктами на карті з масштабом 1 см — 50 км дорівнює 4 см. Знайди відстань між пунктами на місцевості.

Рівень **A**

Запиши числовим масштабом іменований (123, 124)

123. а) в 1 см 30 см; б) в 1 см 25 м; в) в 1 см 5 км.

124. а) в 1 см 45 см; б) в 1 см 50 м; в) в 1 см 8 км.

Перетвори числовий масштаб в іменований (125, 126)

125. а) 1 : 400; б) 1 : 2000; в) 1 : 10 000; г) 1 : 600 000.

126. а) 1 : 80; б) 1 : 700; в) 1 : 300 000; г) 1 : 50 000.

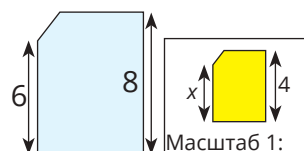
127. Зобрази лінійний масштаб, що відповідатиме числовому:
а) 1 : 4; б) 1 : 200; в) 1 : 500 000.

128. Деталь зобразили на кресленні.



а) Який масштаб цього креслення?

б) Знайдіть невідому довжину сторони деталі на кресленні.



129. На місцевості відстань від школи до пошти — 420 м. На плані ця відстань дорівнює 7 см. Який масштаб плану?

130. Відстань між двома селами — 21 км. На карті ця відстань дорівнює 3 см. Який масштаб карти?

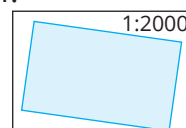
131. Відстань між двома містами на карті дорівнює 15 см. Яка відстань між цими містами, якщо масштаб карти 1 : 200 000?

132. Відстань між двома містами дорівнює 320 км. Якою буде відстань між ними на карті, масштаб якої 1 : 10 000 000?

133. Відстань між двома під'їздами будинку на плані, масштаб якого 1 см — 30 м, становить 6,2 см. Знайди відстань між цими під'їздами на місцевості.

134. На кресленні, масштаб якого 1 см — 4 см, висота деталі становить 4,3 см. Яка висота справжньої деталі?

135. На плані, масштаб якого 1 : 2000, поле зображено у вигляді прямокутника. Зробивши потрібні виміри, обчисли площу поля.



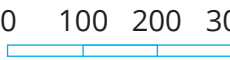
Рівень Б

Перетвори лінійний масштаб в іменований (136, 137)

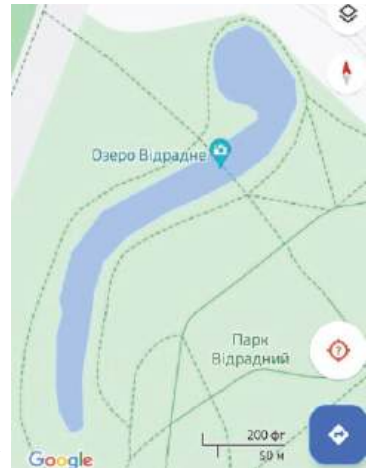
136. а)  7 км

б)  80 м

137. а)  6 м

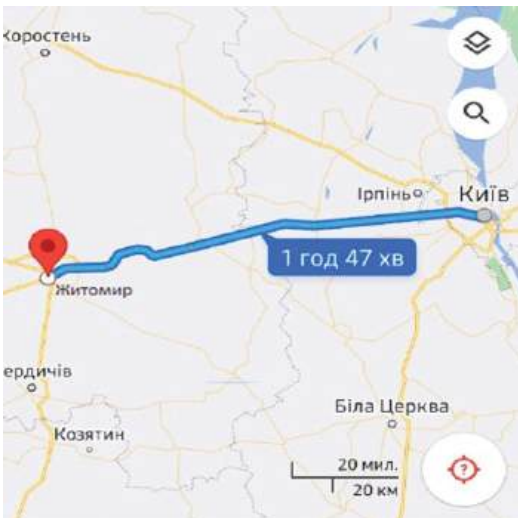
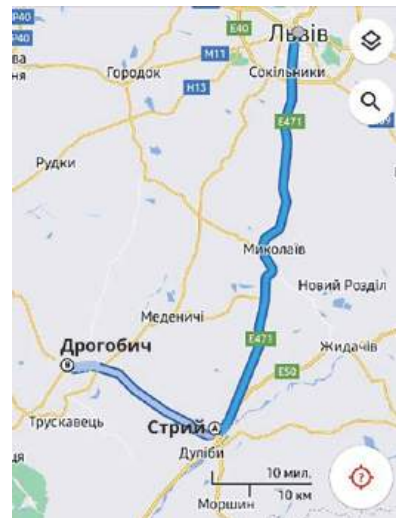
б)  300 км

138. На google-карті показано, що найкраще місце для фотографування знаходиться на мосту посеред озера. Оціни ширину озера Відрadne в цьому місці.



139. Знайдіть за google-картою приблизну довжину маршрута:

а) Київ — Житомир; б) Львів — Стрий — Дрогобич.



140. Який числовий масштаб відповідає лінійному, зображеному на малюнку?

 80 0 80 160 240 320 400 км

141. Числовий масштаб 1 : 200 000 відповідає зображеному на малюнку лінійному масштабу. Накресли лінійний масштаб, який відповідає числовому масштабу 1 : 500 000.

 2 0 2 4 6 8 10 км

142. Оцініть площу парку «Олександрія» в Білій Церкві.

143. Відстань між селищами становить 96 км, а на карті лише 2 см. Яка відстань між двома містами, якщо на цій карті відстань між ними 3,5 см.

144. Ділянка розмірами 24 м х 45 м на плані має ширину 1,6 см. Яка довжина цієї ділянки на плані?

145. На знімку з супутника відстань між Смілянською та Сумською ТЕЦ становить 15 см, хоча насправді електростанції розташовані на відстані 300 км одна від одної. На якій відстані на цьому знімку розташовані Рівненська АЕС та Хмельницька АЕС, якщо між ними 140 км?

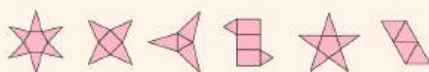


Рівненська АЕС

Цікаві задачі

146. Доведи, що коли $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$, то $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

147. Яка з розгорток не є розгорткою піраміди?

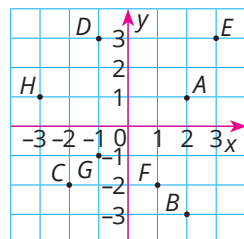


Вправи для повторення

148. На двох токах знаходиться 564 т зерна, на першому току — $\frac{2}{3}$ від тієї маси, що є на другому. Скільки тонн зерна знаходиться на другому току?

149. Запиши точки з їх відповідними координатами.

150. Лев з'їдає вівцю за 1 день, тигр — за 2 дні, вовк — за 4 дні. На скільки днів їм вистачить 7 овець?



Спробуй свої сили у розв'язуванні задач на с. 172



§ 5. ВІДСОТКОВЕ ВІДНОШЕННЯ

Один відсоток — це одна сота частина

$$1 \% = 0,01; \quad 50 \% = 0,5; \quad 100 \% = 1; \quad 200 \% = 2.$$

Відношення двох чисел, виражене у відсотках, називають **відсотковим відношенням**.



Приклад

Відношення 2 до 5 дорівнює $\frac{2}{5}$, або 0,4, або 40 %;
 відношення 32 до 25 дорівнює $\frac{32}{25}$ або 1,28, або 128 %.



Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їх відношення помножити на 100%.

Задача. Біля школи росте 20 дерев, з них 8 — липи. Скільки відсотків цих дерев становлять липи?

Розв'язання. $\frac{8}{20} \cdot 100\% = 0,4 \cdot 100\% = 40\%.$

Отже, липи становлять 40 % усіх дерев, що ростуть біля школи.

Існує три основні види задач на відсотки:

- (1) знаходження відсотків від числа;
- (2) знаходження числа за відсотками;
- (3) знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Задачі на відсотки можна розв'язувати способом пропорції.

(1) На театральну виставу «Кайдашева сім'я» є 300 квитків, 40 % з яких вже куплені. Скільки квитків куплено?

Розв'язання.

$$\frac{300}{x} = \frac{100}{40}, \quad x = \frac{300 \cdot 40}{100} = 120 \text{ (кв.)}.$$

$$\begin{array}{l} 300 — 100 \% \\ x — 40 \% \end{array}$$

(2) Вже куплено 120 квитків на виставу «Кайдашева сім'я», що становить 40 % всіх квитків. Знайди загальну кількість квитків.

Розв'язання.

$$\frac{120}{x} = \frac{40}{100}, \quad x = \frac{120 \cdot 100}{40} = 300 \text{ (кв.)}.$$

$$\begin{array}{l} 120 — 40 \% \\ x — 100 \% \end{array}$$

(3) На театральну виставу «Кайдашева сім'я» є 300 квитків, 120 із яких вже куплені. Який відсоток квитків куплені?

Розв'язання.

$$\frac{300}{120} = \frac{100}{x}, \quad x = \frac{120 \cdot 100}{300} = 40 \text{ (}\%).$$

$$\begin{array}{l} 300 — 100 \% \\ 120 — x \% \end{array}$$

Дізнайся більше

Є і складніші задачі на відсотки. Наприклад.

Спочатку ціну павербанка підвищили на 10 %, а потім знизили на 10 %. Як змінилася ціна на цей товар у результаті двох переоцінок? Перший раз ідеться про 10 % від початкової ціни, а другий — про 10 % від підвищеної ціни. А вони не рівні.

Розв'язання. Нехай спочатку павербанк коштував a грн. Після підвищення ціни на 10 % він став коштувати a грн + 0,1 a грн, або 1,1 a грн.

10 % від підвищеної ціни становлять (1,1 a · 0,1) грн, або 0,11 a грн. Після зниження вартості товар став коштувати (1,1 a – 0,11 a) грн, або 0,99 a грн.

Отже, спочатку павербанк коштував a грн, а після двох переоцінок став коштувати 0,99 a грн, тобто на 0,01 a грн менше. Це становить 0,01 a : a = 0,01, або 1 %.

Відповідь: Після двох переоцінок ціна знизилася на 1 %.

Задачу можна розв'язати і за допомогою пропорції. Як саме?

Перевір себе

1. Що називають: а) відсотком; б) відсотковим відношенням двох чисел?
2. Назви три основні види задач на відсотки.
3. Як зручно розв'язувати задачі на відсотки?



Поглянь!

1. У класі всього 25 учнів і учениць, двоє з них відсутні. Скільки відсотків становлять відсутні? Скільки відсотків становлять присутні?

1) $\frac{2}{25} \cdot 100\% = 8\%$ — відсутні учні;

2) $100\% - 8\% = 92\%$ — присутні учні.

Відповідь: 8%; 92 %.



2. Майстрині за жовтень вишили 250 суконь, а за листопад — 270 таких суконь. На скільки відсотків зросла їх продуктивність праці?

Перший спосіб.

250 — 100%
270 — x%

1) $\frac{250}{270} = \frac{100}{x}$, $x = \frac{270 \cdot 100}{250}$, $x = 108$ (%).

2) $108\% - 100\% = 8\%$.

Другий спосіб.

1) $270 - 250 = 20$ (суконь).

250 — 100%
20 — x%

2) $\frac{250}{20} = \frac{100}{x}$, $x = \frac{20 \cdot 100}{250}$, $x = 8$ (%).

Відповідь: На 8 %.

Виконай усно

151. Знайди 10 % від числа: 120; 6000; 40; 8; 0,7; 45; 306; 7899.
 152. Знайди число, 50 % якого дорівнюють 8; 10; 3000; 1; 24; 540.
 153. Який відсоток фігури зафарбовано?



154. Вирази у відсотках відношення:

$3 : 100$; $5 : 10$; $7 : 20$; $13 : 10$; $\frac{7}{100}$; $\frac{3}{50}$; $\frac{61}{10}$.

155. У класі 25 учнів та учениць, із них 12 дівчат. Який відсоток всіх учнів класу становлять дівчата?

A 12%

B 13%

B 48%

Г 52%

156. Розглянь поживну цінність хліба та знайди відсотковий вміст: $\longrightarrow$

а) жирів; б) вуглеводів; в) білків; г) солі.

157. За скороченими записами сформулюй умови задач та запропонуй їх розв'язати своїм однокласникам/однокласницям.

$$\begin{array}{l} 300 — 100 \% \\ x — 30 \% \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 33 — 15 \% \\ x — 100 \% \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8000 — 100 \% \\ 60 — x \% \end{array}$$

Поживна цінність (середнє значення) на 100 г(г)	
Енергетична цінність	1247 кДж(kl)/294 ккал(kcal)
Жири з них насичені	3,7 г(г)/0,81 г(г)
Вуглеводи з них цукри	56,5 г(г)/7,08 г(г)
Білки	8,8 г(г)
Сіль	1,62 г(г)

Рівень А

158. Скільки відсотків становлять:

а) 7 від 20; б) $\frac{2}{3}$ від $\frac{8}{15}$; в) $\frac{2}{13}$ від $\frac{5}{26}$; г) $1\frac{1}{2}$ від $1\frac{1}{5}$?

Скільки відсотків становлять (159, 160):

159. а) 3 см від 5 см; б) 35 г від 1 кг; в) 15 хв від 1 год?

160. а) 2 дм від 10 дм; б) 9 с від 1 хв; в) 12 ц від 1 т?

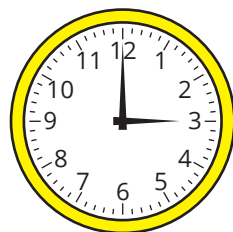
161. Чи правильно записані скорочені записи до задач? Розв'яжи задачі.

Тіло людини містить близько 75% води. Скільки води в тілі Олеся, якщо його маса 56 кг?	Тіло 56 кг — 100 % Вода ? кг — 75 %
Протягом тижня Марія 6 год виконує домашні завдання. Скільки часу вона витрачає на математику, якщо це 15% всього часу?	Все дз Математика 100 % — 15 % ? год — 6 год
80 м ² ділянки площею 240 м ² відведено під будинок. Який відсоток ділянки займає будинок?	Ділянка 240 м ² — 100 % Будинок ? % — 80 м ²

162. Який відсоток доби вже пройшов, якщо зараз друга половина дня і стрілки годинника розташовані так, як на малюнку?

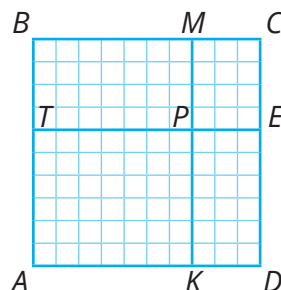
163. З посіяних 50 горошин зійшло 46. Який відсоток становлять горошини, що зійшли?

164. Посадовий оклад службовця — 10 600 грн. Він отримав 4240 грн авансу. Який відсоток від окладу складає аванс?



165. Марічка прочитала 35 сторінок книжки. Скільки відсотків книжки вона прочитала, якщо всього у книжці 280 сторінок?

166. Скільки відсотків площі квадрата $ABCD$ становить площа прямокутника: а) $ATPK$; б) $PMCE$; в) $TBMP$; г) $PEDK$?



167. Дослідження показало, що із 45 студентів, які мали розлад слуху, 30 регулярно слухають музику через навушники. Знайди відсоток цих студентів (округли до десятих). Чи користуєшся ти навушниками?

168. Знайди відсоток солі в розчині, якщо в 250 г розчину міститься 20 г солі.

169. У таблиці — результати контрольної роботи шестикласників.

Кількість балів	1–3	4–6	7–9	10–12	Разом
Кількість учнів	2	7	12	4	
Відношення (%)					

Запиши таблицю в зошит та заповни порожні комірки.

170. Для створення будівельної суміші змішали 1 частину цементу та 7 частин піску. Знайдіть відсоток цементу у суміші.

171. Змішали 4 кг води і 1 кг оцтової кислоти. Знайди відсоток кислоти в розчині.

172. Ціну 1 кг броколі збільшили з 120 грн до 153 грн. На скільки відсотків зросла ціна?

173. Ціну на сир зменшили з 180 грн до 144 грн. На скільки відсотків знизилась ціна?

174. Артур схуд на 8 кг, і зараз його маса 56 кг. Який відсоток своєї маси він втратив?

175. Після закінчення зимового сезону ціна на взуття знизилася на 18 % і дитячі чобітки стали коштувати 984 грн. Яка була початкова ціна чобітків?

176. Ціну на стілець було підвищено на 15%. Якою була початкова ціна на стілець, якщо після підвищення він став коштувати 1035 грн?

177. Сім'я для придбання пральної машини взяла в банку позику 10 000 грн терміном на рік під 12 % річних. Який прибуток отримає банк через рік?



- 178. Гра.** У зошиті побудуй прямокутник з 10 клітинок. Твій напарник/напарниця має зафарбувати декілька клітинок на малюнку, а ти — підписати відсоток зафарбованих квадратів. Потім поміняйтеся ролями.

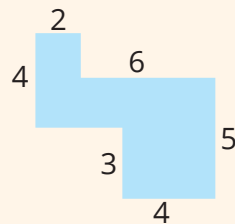
Рівень 5

- 179.** Внаслідок аварії на Чорнобильській АЕС забруднено 6,6 млн га сільськогосподарських угідь. Оціни відсоток цих угідь від площі всіх сільськогосподарських угідь України, що дорівнює близько 42 млн га.
- 180.**  На скільки відсотків: а) число 25 більше від числа 20; б) число 20 менше від числа 25? Чому різні відповіді?
- 181.** Якщо споживання лампи розжарювання за рік складає $394 \text{ кВт} \cdot \text{год}$, то LED-лампи — $53 \text{ кВт} \cdot \text{год}$. Який відсоток електроенергії вдасться зекономити, якщо всі лампи розжарювання в квартирі замінити на LED-лампи? Округли до цілої кількості відсотків. 
- 182.** На скільки відсотків збільшиться число від збільшення його: а) у 2 рази; б) у 1,6 рази; в) у 10 разів?
- 183.** На скільки відсотків зменшиться число від зменшення його: а) у 2 рази; б) у 1,6 рази; в) у 10 разів?
- 184.** Перше число становить 40 % від другого. Скільки відсотків становить друге число від першого?
- 185.** Число a становить 20% від числа b . Скільки відсотків число b становить від числа a ?
- 186.** Оля за першу хвилину пробігла 250 м, за другу — на 60 % цієї відстані більше. Який відсоток всієї відстані вона пробігла за третю хвилину, якщо весь її шлях становить 1 км?
- 187.** Щомісячний прибуток сім'ї становить 23 000 грн. У березні витрати на харчування склали 9200 грн, а на оплату комунальних послуг — 3450 грн. На скільки відсотків більше було витрачено грошей на харчування, ніж на комунальні послуги?
- 188.** Вкладник поклав у банк 60 000 грн під 8 % річних. Яку суму він матиме на рахунку через рік? Через 2 роки, якщо банк нараховує відсотки на відсотки? 
- 189.** Вкладниця поклала у банк 50 000 грн під 9% річних. Яка сума буде на її рахунку через рік? Через два роки, якщо банк нараховує відсотки на відсотки?

190.  На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо одну з його сторін збільшити на 10 %, а другу — на 20 %? Розглянь випадки, коли сторони прямокутника дорівнюють: а) 2 см і 5 см; б) 12 м і 25 м; в) x м і y м. Чи залежить відповідь від заданих довжин сторін?
191. Валіза коштувала 900 грн. Спочатку її ціну підвищили на 20%, а потім знизили на 10%. Якою стала ціна валізи після цих змін? На скільки відсотків змінилася її початкова ціна?
192. Спідниця коштувала 600 грн. Спочатку її ціну знизили на 20%, а потім підвищили на 15%. Якою стала ціна спідниці після цих змін? На скільки відсотків змінилася її початкова ціна?
193. Сайт підвищив плату за рекламу на 20 %, а потім нову ціну знизив на 10 %. На скільки відсотків зросла початкова ціна реклами?
194. Ціну на товар спочатку знизили на 10 %, а через деякий час ще на 10 %. Чи такою самою стала б ціна цього товару, коли б її відразу знизили на 20 %?
195. Ціну на товар знизили на 20 %. На скільки відсотків треба підвищити нову ціну, щоб отримати її попереднє значення?

Цікаві задачі

196. Знайди два числа, середнє арифметичне яких менше від першого числа на 2 і менше від суми цих чисел на 3.
197. Знайди площу фігури. Виміри подано в дециметрах.
198. 85 % співробітників міжнародної компанії знають англійську мову, а 75 % — німецьку. Скільки відсотків працівників знають обидві мови, якщо кожен знає хоча б одну?



Вправи для повторення

199. На двох складах разом міститься 1400 т вугілля. Скільки вугілля на другому складі, якщо на першому його в 2,5 рази більше, ніж на другому?
200. Знайди значення виразу: $|2a - 3b|$, якщо $a = -8$, $b = -4$.
201. На координатній площині побудуй точки $A(-3; -2)$, $B(0; 4)$, $C(-2; 0)$, $D(2; 1)$, $R(-1; 3)$, $T(2; -2)$.

§ 6. ПРЯМО ПРОПОРЦІЙНІ ТА ОБЕРНЕНО ПРОПОРЦІЙНІ ВЕЛИЧИНИ

Нехай 1 кг яблук коштує 20 грн. Скільки коштують 2 кг, 3 кг, 4 кг, 5 кг, 6 кг таких яблук? Відповідь подамо у вигляді таблиці.

Маса яблук (кг)	1	2	3	4	5	6
Вартість (грн)	20	40	60	80	100	120

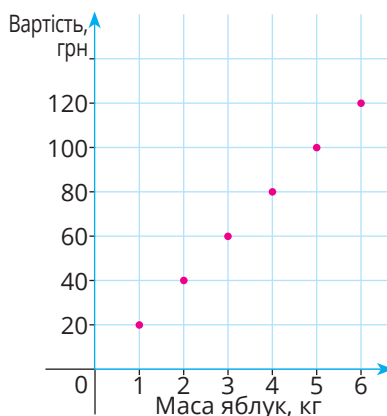
У скільки разів більше купують яблук, у стільки ж разів за них більше платять.

Із чотирьох чисел двох стовпчиків можна скласти пропорцію

$$3 : 6 = 60 : 120, \text{ або } 3 : 60 = 6 : 120.$$

Такі величини називають **прямо пропорційними**. Вартість яблук пропорційна їх масі.

Можемо цю залежність зобразити на координатній площині.



Дві величини називають **прямо пропорційними**, якщо зі збільшенням (зменшенням) у кілька разів значень однієї з них значення другої збільшується (зменшується) у стільки ж разів.

Приклад

Об'єм бензину і його маса, тривалість руху літака і пройдена ним відстань, довжина сторони квадрата і його периметр.

Якщо величини x і y пропорційні, то їх відповідні значення задовольняють рівність

$$y = kx, \text{ де } k \text{ — деяке число (коефіцієнт пропорційності).}$$

Розглянемо залежність між кількістю водіїв і часом на перевезення партії товару.

К-ть водіїв	1	2	3	4
Час	36 днів	18 днів	12 днів	9 днів



Дві величини називають **обернено пропорційними**, якщо зі збільшенням (зменшенням) у кілька разів значень однієї величини значення другої зменшуються (збільшуються) у стільки ж разів.

Приклад

Швидкість і час руху автомобіля на заданій ділянці.

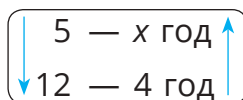
Якщо величини x і y обернено пропорційні, то їх відповідні значення задовольняють рівність

$$y = \frac{k}{x}, \text{ де } k \text{ — деяке число } (k \text{ і } x \text{ — відмінні від нуля}).$$

Задачі на прямо пропорційні та обернено пропорційні величини зручно розв'язувати за допомогою пропорцій. Але важливо їх правильно скласти.

Якщо величини прямо пропорційні, то стрілки вказують один напрямок, якщо обернено пропорційні — то різний.

Задача. За який час 5 кухарів виготовляють партію вареників, якщо 12 кухарів виготовляють її за 4 год.



Розв'язання.

Запишемо пропорцію $\frac{5}{12} = \frac{4}{x}$. Звідси $x = \frac{12 \cdot 4}{5} = 9,6$ (год).

Відповідь: 9,6 год.

Дізнайся більше

Пропорційні величини і прямо пропорційні величини — одне й те саме поняття.

Перевір себе

1. Наведи приклади: а) величин; б) пропорційних величин.
2. Які дві величини називають прямо пропорційними?
3. Наведи приклади обернено пропорційних величин.
4. Якими способами розв'язують задачі з пропорційними величинами?



Поглянь!

1. Насос за 8 год відкачує 160 м^3 води. Скільки води він може відкачати за 10 год?

$$\begin{array}{l} \downarrow 8 \text{ год} — 160 \text{ м}^3 \downarrow \\ \downarrow 10 \text{ год} — x \text{ м}^3 \downarrow \end{array}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{160}{x}. \text{ Звідси } x = \frac{10 \cdot 160}{8} = 200 \text{ (м}^3\text{)}.$$

2. Автомобіль, рухаючись зі швидкістю 60 км/год , витратив на дорогу від села до міста $1,6 \text{ год}$. Скільки часу він витратить, повертаючись назад, якщо буде рухатись зі швидкістю 80 км/год ?

Оскільки швидкість і час — величини обернено пропорційні, то пропорція матиме вигляд:

$$\begin{array}{l} 60 \text{ км/год} — 1,6 \text{ год} \uparrow \\ \downarrow 80 \text{ км/год} — x \text{ год} \uparrow \end{array}$$

$$\frac{60}{80} = \frac{x}{1,6}, \text{ звідси } x = \frac{60 \cdot 1,6}{80}, x = 1,2 \text{ (год)}$$

Виконай усно

202. Чи пропорційні величини в таблиці?

Об'єм виробу з бетону (м³)		1	2	3	4	5
Маса (т)		2,1	4,2	6,3	8,4	10,5
Вік сина (р.)	1	2	3	4	5	6
Вік батька (р.)	31	32	33	34	35	36

203. Укажи хибні твердження.

Прямо пропорційними є:

- а) маса товару і його вартість;
- б) довжина дроту і його маса;
- в) маса тіла і його об'єм;
- г) довжина ребра куба і його об'єм;
- ґ) периметр квадрата і довжина його сторони.
- д) площа квадрата і довжина його сторони.



204.  Одна величина пропорційна другій. Чи пропорційна друга величина першій? Наведіть приклади.

205. Які з величин є обернено пропорційними?

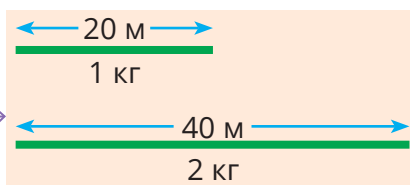
А Кількість цукерок і їх ціна

Б Кількість робіт і час виконання ними роботи

В Кількість спідниць і кількість витраченої на них тканини

Г Швидкість і час на заданій ділянці

206. Автомобіль проїхав 240 км. За скільки годин він проїде цю відстань, якщо його швидкість: 10 км/год; 20 км/год; 30 км/год; 40 км/год; 60 км/год, 80 км/год?
207. 10 зошитів коштують 120 грн. Скільки коштують 2, 3, 4, 5, 9, 30, 50 таких зошитів?
208. За схемою склади декілька задач.



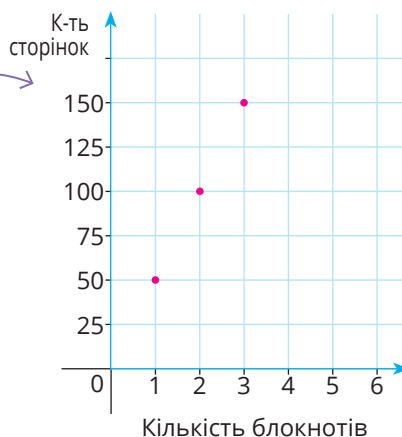
Рівень А

209. За деякий час автобус проїхав 160 км. Яку відстань за цей час він проїде, якщо рухатиметься зі швидкістю:
а) у 2 рази більшою; б) у 2 рази меншою?
210. На пошиття певної кількості костюмів пішло 250 м тканини. Скільки тканини піде на пошиття костюмів, якщо їх кількість: а) у 2 рази менша, б) у 3 раз більша?
211. Заповни порожні комірки.

Довжина тканини, м	8	16		5		10
Вартість, грн	600		300		525	

212. Установи кількість сторінок в одному блокноті. Скільки сторінок в 4 і 5 таких блокнотів.

213. Маса 1 л олії дорівнює 0,8 кг. Знайди масу 2 л, 3 л, 4 л, 5 л, 6 л, 7 л олії. Склади таблицю і запиши значення величин. Зобрази залежність на координатній площині.



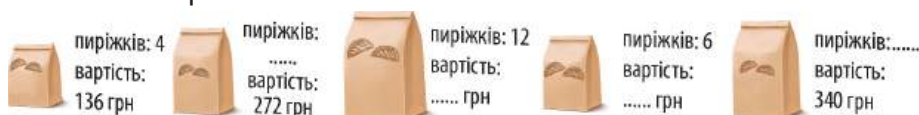
214. З 0,5 т руди можна виплавити 0,3 т чавуну. Скільки тонн чавуну можна виплавити з 1 т, 2 т, 3 т, 10 т такої руди? Зобразить залежність на координатній площині.

215. Маса 2 м³ дров дорівнює 1600 кг. Знайди масу 112 кубометрів таких дров.

216. Із 10 кг жита виходить 9 кг борошна. Скільки треба змолотити жита, щоб отримати 900 кг борошна?



217. За малюнком знайдіть вартість кожної з упаковок з однаковими піріжками.



218. Велосипедистка за 0,3 год проїхала 4,2 км. Скільки кілометрів вона проїде за 2 год, рухаючись з такою ж швидкістю?
219. Із 100 кг свіжих яблук можна отримати 5,8 кг сушених. Скільки сушених яблук вийде із 750 кг свіжих?
220. Скільки треба взяти картоплі, щоб отримати 90 кг крохмалю, якщо з 30 кг картоплі виходить 5,4 кг крохмалю?
221. Заробітну плату Сашку нараховують за кількістю годин, які він відпрацював. В минулому місяці Сашко відпрацював 180 год і отримав 32 400 грн. Скільки грошей має він отримати в цьому місяці, якщо відпрацював 188 год?
222.  Чи пропорційна площа квадрата довжині a його сторони?
223. За місяць 2 бригади можуть звести 4 поверхи будинку. Як зміниться термін зведення цих 4 поверхів, якщо: а) кількість бригад зросте у 3 рази; б) кількість бригад зменшиться у 2 рази?
224. На пошиття 16 спідниць є 20 м тканини. Як зміниться кількість спідниць, що можна пошити з цієї тканини, якщо на одну спідницю витратити:
- а) у 5 разів менше тканини; б) у 2 рази більше тканини?
225. Поїзд проїхав певну відстань. Заповни порожні комірочки.

Швидкість, км/год	20	80		
Час, год	24		12	6

226. Олена хоче купити 4 альбоми за ціною 180 грн. Скільки альбомів вона зможе купити за ці ж гроші, якщо ціна альбому стане 90 грн?
227. За 24 хв насос викачує 144 м^3 води. За який час три насоси викачають цей об'єм води?



Рівень Б

228. З 20 кг морської води можна добути 0,5 кг солі. Скільки потрібно взяти морської води, щоб отримати 45 кг солі? Скільки солі можна добути з 1300 кг морської води?

229. Маса $0,25 \text{ дм}^3$ бронзи дорівнює $2,2 \text{ кг}$. Знайдіть: а) масу 2 м^3 бронзи; б) об'єм бронзової деталі, якщо її маса $4,4 \text{ кг}$.
230. Три робітниці можуть виконати замовлення за 8 днів. За скільки днів можуть виконати це замовлення 4 робітниці?
231. Двоє робітників виконують деяке замовлення за 12 днів. Скільки ще потрібно робітників, щоб виконати це замовлення за 8 днів, якщо продуктивність праці залишиться незмінною?
232. За 3 год Ганна пройшла 16 км . За який час вона пройде 30 км , рухаючись із такою самою швидкістю? Скільки кілометрів вона пройде за 5 год? Округли до десятих.
233. Велосипедист, рухаючись зі швидкістю 12 км/год , на шлях від міста до села витратив 5 год. З якою швидкістю він має рухатись, щоб проїхати цю відстань за 4 год?
234. Туристи йшли до бази відпочинку 5 год зі швидкістю 4 км/год , а поверталися назад на велосипедах зі швидкістю 10 км/год . Скільки часу вони витратили на зворотній шлях?
235. Для фарбування $7,5 \text{ м}^2$ підлоги потрібно $0,75 \text{ кг}$ фарби. Скільки фарби потрібно, щоб пофарбувати підлогу, розміри якої $3,5 \text{ м}$ і $4,2 \text{ м}$?
236. На фарбування 20 м^2 стіни потрібно $2,5 \text{ кг}$ штукатурки. Скільки штукатурки потрібно, щоб пофарбувати коридор, загальна довжина стін якого $13,6 \text{ м}$, а висота $2,5 \text{ м}$?
237. Маса 3 м^3 льоду дорівнює $2,7 \text{ т}$. Знайди масу льодяного куба (у кг), якщо його ребро дорівнює $0,5 \text{ м}$. 
238. Щоб отримати 60 кг мельхіору, треба сплавити 9 кг нікелю, 12 кг цинку, решту — міді. Скільки кілограмів кожного з цих металів треба взяти, щоб отримати 100 кг мельхіору?
239. Щоб отримати $0,5 \text{ кг}$ латуні, потрібно сплавити 300 г міді і 200 г цинку. Скільки кілограмів кожного з металів треба взяти, щоб отримати 70 кг латуні?

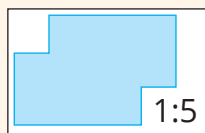
Цікаві задачі

240. Зроби необхідні вимірювання та обчисли периметр і площу цієї деталі за кресленням.

241. Покажи на прикладах, що завжди:

а) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$; б) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a}{c} = \frac{a+b}{c+d}$.

Спробуй довести ці твердження для будь-яких натуральних чисел a, b, c, d .



Вправи для повторення

242. Розв'яжи рівняння: а) $5,2x - 3,8 = 14$; б) $3,9 - 1,2x = 0,3$.
 243. Сума кутів трикутника більша від одного з них на 150° і від другого – на 75° . Знайди міру третього кута трикутника.
 244. Знайди значення виразу $36x + 64y$, якщо $x = y = -4$.

§ 7. ЗАДАЧІ НА ПРОПОРЦІЙНИЙ ПОДІЛ

Існує багато задач, у яких вимагається поділити яке-небудь число або значення величини на частини, які були б пропорційні кільком даним числам.

Задача. Дріт завдовжки 60 см розрізали на 3 частини, довжини яких пропорційні числам 2, 3 і 5. Знайди довжини цих частин дроту.

Розв'язання.

I спосіб

Якщо довжини відрізків пропорційні числам 2, 3 і 5, то це значить, що перша частина дроту містить 2 частини, друга — 3 частини, а третя — 5 таких самих частин. Позначимо довжину однієї такої частини через x см, тоді шукані частини дроту будуть мати довжини $2x$ см, $3x$ см і $5x$ см.



За умовою задачі маємо рівняння:

$$2x + 3x + 5x = 60,$$

$$10x = 60,$$

$$x = 6.$$

Отже, перша частина дроту має довжину $2 \cdot 6 = 12$ (см),
 друга частина — $3 \cdot 6 = 18$ (см),
 третя частина — $5 \cdot 6 = 30$ (см).

II спосіб

- 1) $2 + 3 + 5 = 10$ (частин) — становить довжина всього дроту;
- 2) $60 : 10 = 6$ (см) — довжина однієї частини;
- 3) $2 \cdot 6 = 12$ (см) — довжина першої частини;
- 4) $3 \cdot 6 = 18$ (см) — довжина другої частини;
- 5) $5 \cdot 6 = 30$ (см) — довжина третьої частини.

Відповідь: 12 см, 18 см і 30 см.





Щоб поділити число на частини, пропорційні даним числам, треба поділити його на суму даних чисел і знайдену частку помножити на кожне з них.

Дізнайся більше

Поділити число на частини, *обернено пропорційні* даним числам, — це означає поділити дане число на частини пропорційно числам, які обернені даним.

Наприклад, поділимо число 190 на три частини, обернено пропорційні числам 2, 4 і 5. Обернені їм числа — $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. Замінемо

відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел 10, 5 і 4. Тепер треба число 190 поділити на частини, пропорційні числам 10, 5 і 4.

Маємо рівняння: $10x + 5x + 4x = 190$; $19x = 190$; $x = 10$.

$10 \cdot 10 = 100$; $10 \cdot 5 = 50$; $10 \cdot 4 = 40$.

Відповідь: 100, 50 і 40.

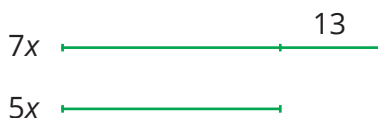
Перевір себе

1. Наведи приклад задачі на пропорційний поділ.
2. Що означає поділити число 100 на частини, пропорційні числам 3 і 7? Як це зробити?



Поглянь!

1. Різниця двох чисел дорівнює 13, а відносяться вони як 7 : 5. Знайди ці числа.



За умовою шукані числа дорівнюють $7x$ і $5x$, де x — деяке число. Маємо рівняння: $7x - 5x = 13$, $2x = 13$. Звідси $x = 6,5$. Тому $7x = 45,5$; $5x = 32,5$. *Відповідь:* 45,5 і 32,5.

2. Кабель завдовжки 92 м розрізали на три частини так, що перша і друга частини відносяться як 2 : 3, а друга і третя — як 5 : 7. Знайди довжини цих частин кабелю.

Помножимо обидва члени першого відношення на 5, а другого — на 3. Отримаємо відношення 10 : 15 і 15 : 21. Отже,

довжини частин кабелю пропорційні числам 10, 15 і 21, тобто дорівнюють $10x$, $15x$ і $21x$, де x — деяке число. Оскільки сума цих довжин дорівнює 92 м, то маємо рівняння

$$10x + 15x + 21x = 92, \quad 46x = 92. \quad \text{Звідси } x = 2.$$

Тоді довжина I частини $10 \cdot 2 = 20$ (м),

II частини — $15 \cdot 2 = 30$ (м),

III частини — $21 \cdot 2 = 42$ (м).

Відповідь: 20 м, 30 м і 42 м.



Виконай усно

245. Поділи число 30 на частини, пропорційні числам 1 і 2.

246. Поділи число 50 на частини, пропорційні числам 2 і 3.

247. Поділи число 60 на частини у відношенні:

а) 1 і 2; б) 2 і 3; в) 1 і 9; г) 3 і 7; ґ) 5 і 7.

248. Поділи число 100 на частини у відношенні:

а) 2 : 8; б) 3 : 7; в) 1 : 4; г) 2 : 3; ґ) 7 : 13.

249. Рейку завдовжки 18 м розрізали на дві частини, довжини яких пропорційні числам 4 і 5. Знайди довжину меншої частини рейки.



A 2 м

B 8 м

B 10 м

Г 12 м

Рівень A

250. Поділи число 3000 на дві частини, пропорційні числам 2 і 3.

251. Поділи число 1001 на три частини, пропорційні числам 1, 2 і 4.

252. Знайди три числа, пропорційні числам 3, 5 і 8, якщо найбільше з них дорівнює 224.

253. Знайди чотири числа, які пропорційні числам 2, 3, 8 і 11, якщо найменше з них дорівнює 90.

254. Мотузку завдовжки 12 м розрізали на дві частини, довжини яких відносяться як 2 до 3. Знайди довжини одержаних частин мотузки.



255. Поле площею 100 га поділили на дві частини, площі яких пропорційні числам 2 і 3. Знайди площі цих частин.

256. Знайди довжини сторін трикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3 і 4, а периметр трикутника дорівнює 36 см.

257. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 4 і 5, а периметр чотирикутника дорівнює 105 см.



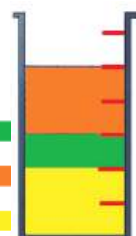
258. Для виготовлення порцеляни беруть 25 частин білої глини, 2 частини піску і 1 частину гіпсу. Скільки кожного з цих матеріалів треба взяти, щоб отримати 280 кг суміші, з якої виготовляють порцеляну?

259. Скільки частин кожного з компонентів потрібно взяти для приготування коктейлю? Скільки кожного з компонентів потрібно взяти, щоб приготувати 1,25 л коктейлю?

Лимонний сік

Апельсиновий сік

Цукровий сироп



260. Щоб виготовити замазку, беруть вапно, житнє борошно й олійний лак у відношеннях, зображених на малюнку. Скільки потрібно взяти кожного матеріалу, щоб отримати 4,2 кг замазки?

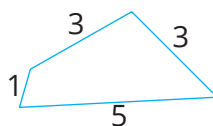


Рівень Б

261. Знайди довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 4, 5 і 8, а сума найбільшої і найменшої сторін дорівнює 30 см.

262. Знайди довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 3, 3 і 5, а найдовша сторона більша за найкоротшу на 12 см.

263. Знайди три числа, пропорційні числам 2, 4 і 7, середнє арифметичне яких дорівнює 52.



264. Сторони двох квадратів відносяться як 5 : 6. Як відносяться їх периметри? А площі?

265. Акціонерне підприємство володіє пакетом акцій вартістю 5 млн грн. 30% всіх акцій були розподілені між співробітниками, а решту продали 3 компаніям. Вартість придбаних акцій компаніями А, Б і В відносяться як 1 : 2 : 4. На скільки більше грошей витратила на покупку акцій компанія В, ніж А?

266. Установіть відповідність між кутами трикутника, які пропорційні числам, заданими умовами (1–4) та видом трикутника (А–Д).

1 1, 2 і 3 А гострокутний

2 3, 5 і 10 Б прямокутний

3 2, 3 і 4 В тупокутний

4 5, 5 і 8 Г рівнобедрений тупокутний

Д рівнобедрений гострокутний

- 267.** Побудуй кут AOB , градусна міра якого дорівнює 70° . Проведи промінь OM так, щоб градусні міри кутів AOM і MOB були пропорційні числам 3 і 4.
- 268.** Побудуй кут AOB , градусна міра якого дорівнює 120° . Проведи промінь OM так, щоб градусні міри кутів AOM і MOB були пропорційні числам 1 і 3.
- 269.** Троє хлопців працювали на збиранні черешні. Перший зібрав 6 ящиків черешні, другий 8 ящиків, а третій — 9 ящиків. За роботу їм заплатили 1150 грн. Скільки гривень має отримати кожний хлопчик?
- 270.** Троє жінок працювали на будівництві будинку. Перша працювала 5 днів по 7 год, друга — 6 днів по 5 год, а третя — 7 днів по 4 год. За роботу їм разом заплатили 18 600 грн. Скільки гривень має отримати кожна з жінок?
- 271.** Поділіть число 200 на три частини, пропорційні числам:
 а) $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}$ і $\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$.
- 272.** Поділи число 308 на три частини, пропорційні числам:
 а) $\frac{1}{18}, \frac{1}{36}$ і $\frac{1}{9}$; б) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ і $\frac{5}{12}$.
- 273.** Сума двох чисел дорівнює 360, а відносяться вони як $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$. Знайди ці числа.
- 274.** Сума трьох чисел дорівнює 24,8. Знайди ці числа, якщо перше з них відноситься до другого як 3 : 5, а друге до третього як 2 : 3.
- 275.** Сума трьох чисел дорівнює 170. Знайди ці числа, якщо перше з них відноситься до другого як 2 : 3 а друге до третього як 5 : 3.



Цікаві задачі

- 276.** Доведи, що при кожному натуральному значенні n число $10^n + 53$ ділиться на 9.
- 277.** Учора в класі присутніх було у 8 разів більше, ніж відсутніх. Сьогодні не прийшли ще два учні, тому відсутні становлять уже 20 % від присутніх. Скільки всього учнів у цьому класі?
- 278.** Знайди периметр трикутника, якщо він більший від однієї сторони на 35 см, від другої — на 45 см, від третьої — на 50 см.

Вправи для повторення

279. Для 10 коней на 30 днів потрібно 9 ц вівса. Скільки вівса потрібно для 24 коней на 36 днів?
280. Карта, накреслена в масштабі 1 : 25 000, перероблена на карту в масштабі 1 : 10 000. Знайди довжину залізниці на новій карті, якщо на старій вона зображена відрізком завдовжки 15 см.
281. На скільки відсотків сума 3,5 і 2,5 більша за їх різницю?

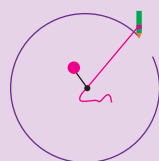
Спробуй свої сили у розв'язуванні задач на с. 173



§ 8. КОЛО І КРУГ



Коло — крива замкнена лінія на площині, всі точки якої рівновіддалені від деякої точки.



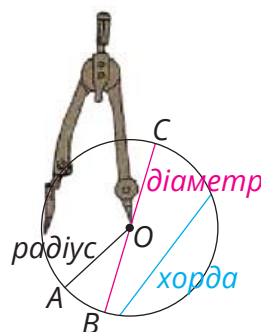
Коло можна накреслити циркулем. Якщо вістря циркуля, яким накреслене коло, знаходилося в точці O , то ця точка — **центр** даного кола.

Відрізок, який сполучає будь-яку точку кола з його центром, називають **радіусом кола**.

Відрізок, який сполучає дві довільні точки кола, називають **хордою**.

Хорда, яка проходить через центр кола, — **діаметр**.

У колі можна провести безліч радіусів і безліч діаметрів.



Кожний діаметр (d) кола у 2 рази довший за радіус (r): $d = 2r$

Форму кола має обруч, каблучка, обідок склянки, екватор тощо.



Щоб виміряти **довжину кола**, можна вздовж нього покласти нитку і потім виміряти її довжину.

Довжину кола можна й обчислити. Вчені ще в давні часи виявили, що відношення довжини кожного кола (l) до довжини його діаметра (d) дорівнює одному й тому самому числу, наближене значення якого дорівнює 3,14. Це число в усьому світі позначають буквою π (пі).

Оскільки $l : d = \pi$, то $l = \pi d$.

Оскільки $d = 2r$, то $l = 2\pi r$.

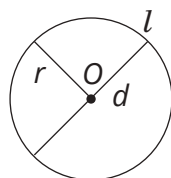
Приклад:

1) Якщо $r = 1$ м, то $l = 2\pi \cdot 1 \text{ м} \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ м} \approx 6,28 \text{ м}$.

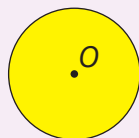
2) Якщо $r = 5$ см, то $l = 2\pi \cdot 5 \text{ см} \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \text{ см} \approx 31,4 \text{ см}$.

Відповідь наближена, бо $\pi \approx 3,14$.

Коло на площині розбиває її на дві області: внутрішню і зовнішню.



Об'єднання кола та його внутрішньої області називають **кругом**.



Центр, радіус, хорда, діаметр круга — це відповідно центр, радіус, хорда, діаметр кола, що обмежує даний круг.

Площа круга, як і довжина кола, залежить від довжини його радіуса.

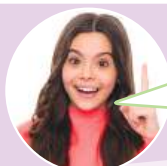
Площа круга

$$S = \pi r^2, \text{ де } r \text{ — радіус круга}$$

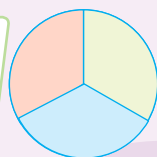
Приклад:

1) Якщо $r = 1$ м, то $S = \pi \cdot 1^2 \approx 3,14 \cdot 1^2 \approx 3,14 \text{ (м}^2\text{)}$

2) Якщо $r = 10$ см, то $S = \pi \cdot 10^2 \approx 3,14 \cdot 10^2 \approx 3,14 \cdot 100 \approx 314 \text{ (см}^2\text{)}$.



Частину круга, обмежену двома його радіусами, називають **круговим сектором**.



Наприклад, на малюнку круг, поділений на 3 рівні сектори. Поміркуй, як можна знайти площу кожного з них, якщо радіус круга дорівнює 3 см.

Дізнайся більше

Коли діаметр поділяє круг на дві рівні частини, то кожен називають півкругом.

А коли діаметр поділяє коло на дві рівні частини, то кожен називають півколом.



Перевір себе

1. За допомогою якого інструмента можна накреслити коло?
2. Що називають: а) радіусом; б) хордою; в) діаметром кола?
3. Що називають кругом?
4. Чому дорівнює відношення довжини кола до його діаметра?
5. Запиши формулу: а) довжини кола; б) площі круга.
6. Що називають круговим сектором?



Поглянь!

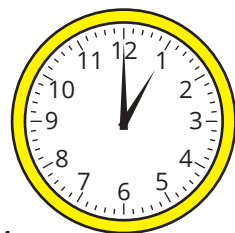
1. Який шлях проходить за 1 год кінець годинникової стрілки, довжина якої дорівнює 30 см?

Довжина кола, описаного кінцем стрілки:

$$l = 2\pi \cdot 30 \text{ см} \approx 188,4 \text{ см.}$$

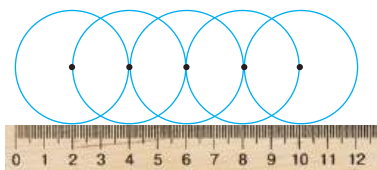
За годину стрілка опише $\frac{1}{12}$ частину кола.

Отже, $\frac{1}{12} \cdot 188,4 = 15,7$ (см). Відповідь: $\approx 15,7$ см.



Виконай усно

282. Розгадай ребус. ☐ С ☐ ДА ☐ НА ☐ НІЯ ☐ Е ☐ Г ☐ В ☐ ДА
283. Знайди діаметр кола, якщо його радіус дорівнює:
а) 4 см; б) 2,4 см.
284. Знайди радіус кола, якщо його діаметр дорівнює:
а) 46 дм; б) 14 мм.
285. Чому дорівнює радіус кіл на малюнку?



286. Прочитай та переведи надписи на малюнку з англійської на українську мову.

287. Чому дорівнює довжина обруча радіуса:

а) 1 дм; б) 1 м?

288. Що більше: довжина відрізка 6 см чи довжина кола радіуса 1 см?

289. Чому дорівнює довжина півкола радіуса 1 м?

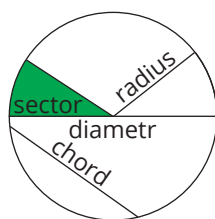
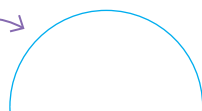
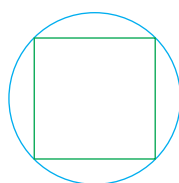
290. У скільки разів довжина кола радіуса 4 см довша за довжину кола радіуса 1 см?

291. Що більше: площа квадрата зі стороною 2 м чи площа круга радіуса 2 м?

292. Кожна вершина квадрата лежить на колі. Що більше:

а) периметр квадрата чи довжина кола;

б) площа квадрата чи площа круга, обмеженого цим колом?



Рівень А

293. Накресли коло, радіус якого дорівнює 3 см. Познач буквою O його центр, проведи радіус, діаметр і хорду. Вимірй довжину радіуса і хорди.

294. Накресли коло, діаметр якого дорівнює 4 см. Познач буквою O його центр, проведи радіус, діаметр і хорду. Вимірй довжину радіуса і хорди.

295. Знайди радіус кола, діаметр якого дорівнює:

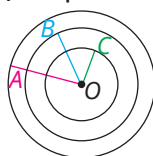
а) 7 м; б) 24,2 см; в) 0,35 дм; г) $\frac{5}{6}$ дм.

296. Гра. Хтось один/одна має назвати діаметр кола, а інший/інша — його радіус. Потім поміняйтеся ролями.

297. Знайди діаметр кола, якщо його радіус дорівнює:

а) 9 м; б) 3,4 см; в) 2,5 м; г) $\frac{7}{8}$ дм.

298. На малюнку зображено 3 концентричних кола (кола, що мають спільний центр). Вимірй радіус кожного кола у міліметрах. Знайди діаметр кожного кола.



299. Знайди довжину кола, діаметр якого дорівнює:

а) 10 см; б) 4 м; в) 0,5 дм; г) с км.

300. Знайди довжину кола, радіус якого дорівнює:

а) 15 мм; б) 12 м; в) 2,5 дм.

301. Знайдіть довжину етикетки, яку потрібно замовити для пляшки на малюнку.



302. Знайди діаметр кола, довжина якого дорівнює:

а) 314 см; б) 62,8 дм; в) 0,314 км.

303. Знайди радіус кола, довжина якого дорівнює:

а) 31,4 м; б) 0,942 м; в) 0,628 км.

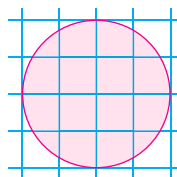
304. Обчисли площу круга, радіус якого дорівнює:

а) 20 см; б) 0,4 м; в) 0,5а дм.

305. Обчисли площу круга, діаметр якого дорівнює:

а) 8 дм; б) 6 см; в) 0,2 см.

306.  Спочатку оцініть площу круга за допомогою клітинок, а потім обчисліть її. Порівняйте отримані значення.



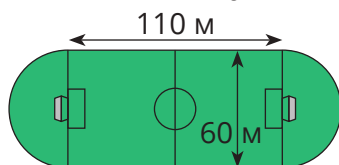
307. Знайди діаметр круглої скатертини, площа якої дорівнює $28,26 \text{ м}^2$.

308. Площа круглої підставки під торт дорівнює 314 см^2 . Знайди її радіус.



309. Скільки дерев загинуло під час лісової пожежі, якщо відомо, що ділянка, на якій сталася пожежа, нагадує круг діаметром 24 км, а в одному гектарі лісу росло близько 900 дерев? Яких збитків завдала пожежа, якщо висаджування одного дерева коштує 750 грн?

310. Знайдіть площу поля, розміри якого подано на малюнку.



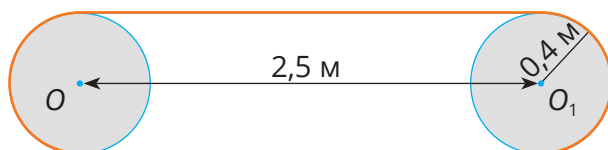
Рівень Б

311. Накреси коло. Проведи в ньому два взаємно перпендикулярні діаметри.

312. Накреси коло. Проведи в ньому три радіуси так, щоб вони утворили три приблизно рівні кути.

313. Знайди площу круга, обмеженого колом завдовжки 6,28 см.

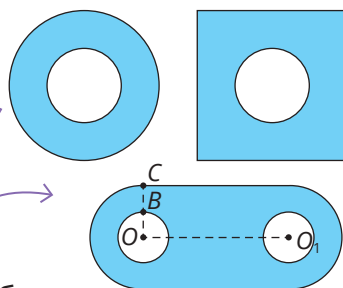
- 314.** Знайди площу круга, обмеженого колом завдовжки 25,12 см.
- 315.** Площа круга дорівнює $28,26 \text{ см}^2$. Знайди довжину кола, що обмежує цей круг.
- 316.** Площа круга дорівнює $12,56 \text{ см}^2$. Знайди довжину кола, що обмежує цей круг.
- 317.** Накресли круг радіуса 2 см і поділи його на 4 рівні сектори. Знайди площу одного сектора.
- 318.** Накресли круг радіуса 4 см і поділи його на 8 рівних секторів. Знайди площу одного сектора.
- 319.** Розглянь малюнок. Садівник розбиває клумбу на однакові сектори. Оціни, скільки секторів буде на клумбі. Знайди площу кожного, якщо довжина нитки від кілка до катушки 2 м.
- 320.** Який шлях проходить за 0,5 год кінець хвилинної стрілки, довжина якої дорівнює 2 см?
- 321.** Який шлях проходить за 2 год кінець хвилинної стрілки, довжина якої дорівнює 1,5 см?
- 322.** Знайди довжину паса, натягнутого на два шківи, якщо радіус кожного з них дорівнює 0,4 м, а відстань між їх центрами — 2,5 м.



- 323.** Щоб витягти відро води, треба ручку коловорота криниці повернути 15 разів. Знайдіть глибину криниці, якщо діаметр барабана дорівнює 26 см. Відповідь округліть до сотих.
- 324.** На катушку, діаметр якої дорівнює 1,5 дм, намотано 20 витків дроту. Знайди довжину цього дроту.
- 325.** Діаметр велосипедного колеса дорівнює 8 дм. Скільки обертів зробить це колесо, якщо велосипед проїде 1 км? Відповідь округли до цілих.
- 326.** Модель літака літає по колу радіуса 30 м. Який шлях пролетить модель літака за 40 обертів?



327. Радіус однієї монети дорівнює діаметру другої. Знайди відношення площ цих монет.
328.  Виконавши потрібні вимірювання, обчисли площі фігур, зображених на малюнках.
329. Обчисли площу прокладки, зображеної на малюнку, якщо $OB = 1$ см, $OC = 2$ см, $OO_1 = 6$ см.
330.  За допомогою нитки й лінійки або сантиметрової стрічки виміряй діаметр і довжину обідка: а) склянки; б) блюдця; в) банки; г) тарілки. Знайди їх відношення. Результати запиши у вигляді таблиці.



Цікаві задачі

331. Надійка взяла в подружки книжку на 3 дні. Першого дня вона прочитала половину книжки, другого — третину решти сторінок, а третього — половину того, що прочитала протягом двох перших днів. Чи встигла вона прочитати книжку?
332. Коли куплені на свята цукерки сестрички розкладали парами, трійками і четвірками, то щоразу залишалася одна цукерка, а коли розкладали по п'ять, остачі не було. Скільки всього цукерок могло бути?
333. На якому малюнку зафарбовано більшу площу?



Вправи для повторення

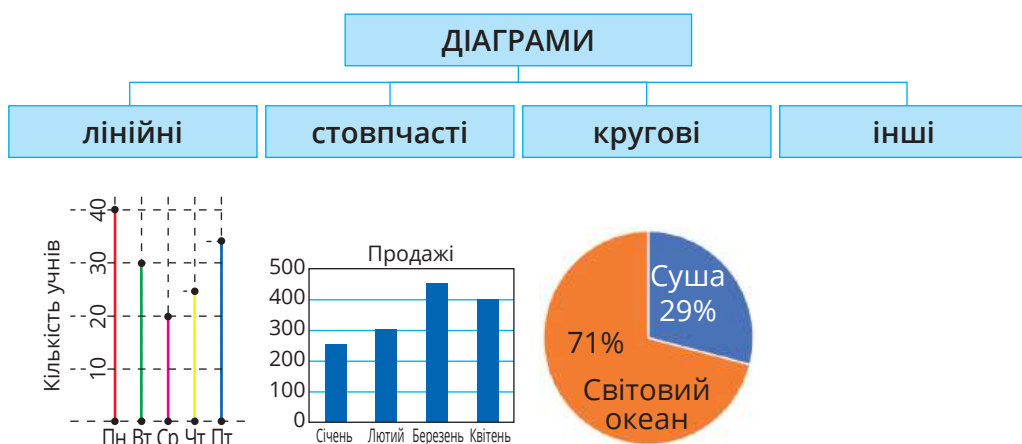
334. На водоочисній станції для очищення води застосовують хлорне вапно. Яка його кількість потрібна для хлорування 1000 м^3 води, якщо на 1000 см^3 води треба $0,001$ г хлору?
335. Трактористка першого дня зорала 12 га поля, другого — на 10% більше, а третього — на 2 га менше, ніж другого дня. Скільки всього гектарів вона зорала за три дні?
336. Розв'яжи рівняння:
а) $3x + 12 = 6$; б) $-13x + 5 = -8$.



§ 9. ДІАГРАМИ

Малюнки сприймаються і запам'ятовуються краще, ніж слова і цифри.

Діаграма — це символічний малюнок, який наочно ілюструє співвідношення між значеннями величин.



З лінійними і стовпчастими діаграмами ви вже знайомі з 5 класу.

Кругова діаграма має вигляд круга, поділеного радіусами на частини (сектори). Тому такі діаграми називають також **секторними**.

Сектори підписують: зазначають або відсоток, або значення, що на них припадає. На малюнку вище зображено кругову діаграму, яка показує, скільки відсотків припадає на сушу і Світовий океан на Землі. Увесь круг відповідає 100%.

Дізнайся більше

Коли хочуть наочно зобразити співвідношення між спорідненими об'єктами, користуються кругами, овалами тощо. Такі схематичні зображення називають *діаграмами Ейлера* — на честь відомого швейцарського математика Леонарда Ейлера (1707–1783).



Перевір себе

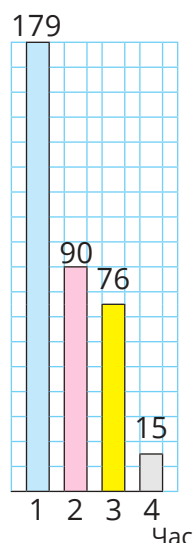
1. Що називають діаграмою?
2. Які бувають діаграми?



Поглянь!

1. Побудуй за даними таблиці стовпчасту і кругову діаграми, які відображають площі океанів.

	Назва океану	Площа, млн кв. км
1	Тихий	179
2	Атлантичний	90
3	Індійський	76
4	Північний Льодовитий	15



1) Розмістимо на одній прямій рівні основи чотирьох прямокутників. Нехай площі 10 млн кв. км відповідає прямокутник, висота якого дорівнює 1 клітинці зошита (0,5 см).

Висоту стовпчика, що відповідає площі Тихого океану, знайдемо з пропорції:

$$10 : 0,5 = 179 : x, \text{ звідси } x \approx 9 \text{ см.}$$

Відповідно, висоти інших стовпчиків: 4,5 см, 3,8 см і 0,75 см. Будуємо діаграму.

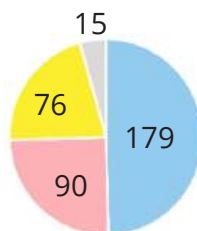
2) Побудуємо тепер кругову діаграму. Знайдемо величину всієї поверхні Світового океану: $179 + 90 + 76 + 15 = 360$ (млн км²).

Дізнаємося, яка площа припадає на 1°.

$$360 : 360 \approx 1 \text{ (млн км}^2\text{)}.$$

Тому на Тихий океан припадає приблизно 179°, на Атлантичний — 90°, на Індійський — 76° і на Північний Льодовитий — 15°.

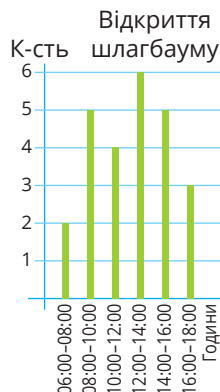
Щоб побудувати кругову діаграму, треба накреслити круг довільного радіуса. Потім за допомогою транспортира відкласти кути 179°, 90°, 76° і перевірити, чи буде величина четвертого кута дорівнювати 15°. Побудовані сектори зафарбовують різними кольорами.



Виконай усно

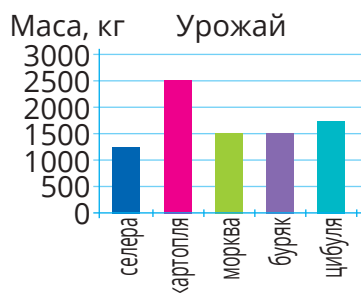
337. На діаграмі зображено кількість відкриття шлагбаума в зазначені проміжки часу. Установи істинність тверджень.

- Шлагбаум відкривався найчастіше з 12:00 до 14:00.
- З 8:00 до 10:00 шлагбаум відкривався 4 рази.
- З 6:00 до 18:00 шлагбаум відкривався 25 разів.
- Шлагбаум відкривався 5 разів з 14:00 до 16:00.
- З 16:00 до 18:00 шлагбаум відкривався в 2 рази менше, ніж з 12:00 до 14:00.



338. Розглянь діаграму:

- Врожай якого з овочів є: а) найбільшим; б) найменшим?
- Врожай яких овочів дорівнює 1,5 т?
- Який врожай цибулі, моркви і буряка разом?
- Знайди відношення маси: а) селери до картоплі; б) картоплі до селери.



339. 100 учнів 6 класів мають різні рівні навчальних досягнень з математики.

- Скільки учнів мають середній рівень?
- Який відсоток учнів мають високий рівень досягнень?

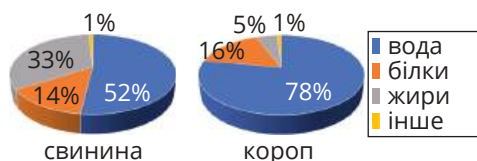


340. Була опитана група студентів/студенток щодо їх найулюбленіших джерел знань.

- Скільки відсотків опитуваних люблять електронні книжки?
- Який відсоток опитаних надають перевагу відео?



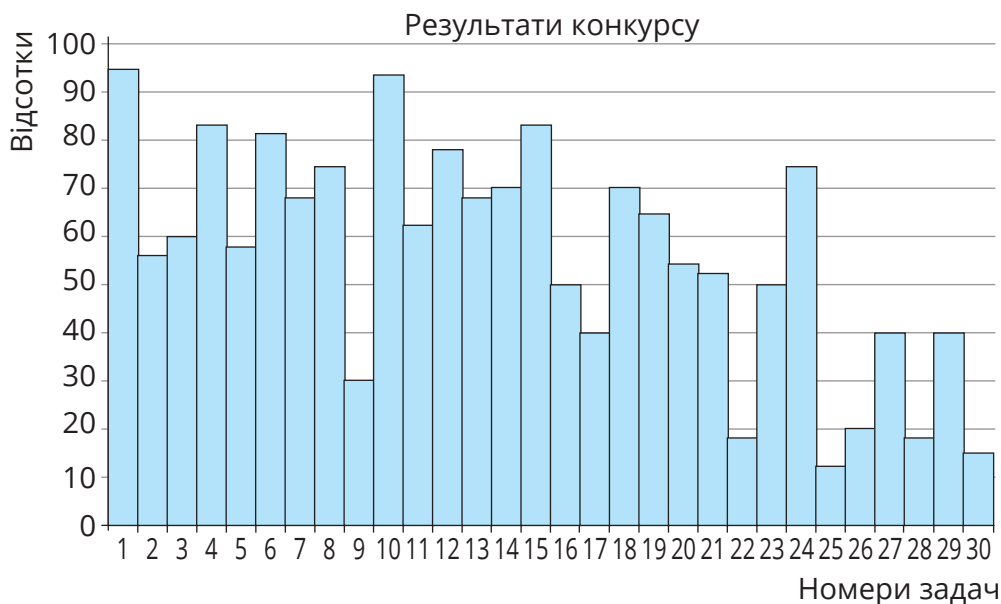
341. Проаналізуй діаграми, які демонструють хімічний склад свинини та коропу. Які висновки можна зробити?



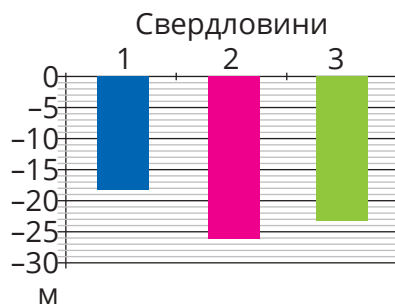
Рівень А

342. У математичному конкурсі взяло участь 2720 учнів/учениць 5–6 класів. На діаграмі зображено залежність кількості учасників (y %), які правильно розв'язали задачу, від номера задачі. За допомогою цієї діаграми встанови:

- яка задача виявилась найважчою;
- чи були задачі, які не розв'язав жоден учасник;
- яку задачу правильно розв'язали майже всі учасники;
- які задачі розв'язали менше 20 % учасників;
- які задачі розв'язали більше 80 % учасників;
- який відсоток становлять учні, що розв'язали №2 і 13;
- скільки учнів розв'язали задачі №9, 22, 27?



343. На діаграмі подано дані про пробуренні свердловини біля трьох будинків. Скільки коштуватиме буріння 2 і 3 свердловин, якщо буріння першої коштує 11 700 грн і на кожен метр встановлена стала ціна?



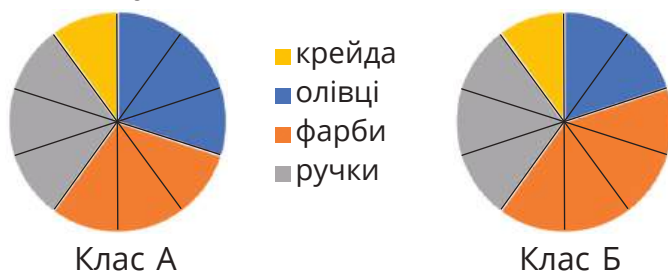
344. 340 учнів школи були опитані щодо їх улюбленого виду спорту. Результати опитування подано на діаграмі. Знайди кількість учнів, що полюбують кожен з видів спорту.



345. Проаналізуй за діаграмою склад напою. Знайди масу напою і масу води в напої, якщо маса білків 90 г.

346. На діаграмі зображено, чим малюють учні/учениці у двох художніх класах. У класі А 20 учнів/учениць, а в класі Б — 30 учнів/учениць.

- а) Який відсоток учнів малюють ручками в кожному з класів? Яка кількість учнів малюють ручками?
 б) Яка ймовірність, що викликаний навмання учень/учениця з класу А малює олівцями?



347. Оцініть, скільки з 344 учнів і учениць школи перебували на кожній з локацій.

348. Побудуй стовпчасту діаграму найбільших за чисельністю міст світу за такими даними: населення Шанхая — 26 млн, Пекіна — 21,5 млн, Токіо — 14 млн, Стамбула — 15,5 млн, Карачі — 15 млн, Мумбаї — 14 млн, Сан-Паулу — 12 млн, Нью-Йорка — 8,5 млн.



349. Побудуй лінійну діаграму найбільших лиманів і озер України за такими даними: Дністровський лиман має площу 360 км^2 , озеро Сасик (Кундук) — 210 км^2 , Молочний лиман — близько 170 км^2 , Тилігульський лиман — близько 140 км^2 , озеро Ялпуг — близько 150 км^2 .

Ялпуг — найбільше прісне природне озеро України та друге за величиною в Європі, знаходиться на Одещині.



350. У шостому класі навчається 16 дівчат і 14 хлопців. Побудуй відповідну кругову діаграму.

351. За малюнком побудуй кругову діаграму, що ілюструватиме кількість різних кульок у мішечку.



352. Із 30 учнів/учениць класу 3 відвідують музичну школу, 4 — художню школу, 6 — займаються танцями, 12 — займаються спортом, 5 — цікавляться програмуванням. Побудуй відповідну кругову діаграму.

353. За таблицею побудуй лінійну та кругову діаграми.

Тварини	К-сть
Собака	5
Рибки	1
Кішка	3
Шиншила	1

354. Виміряй зріст усіх членів своєї родини і побудуй відповідну лінійну діаграму.

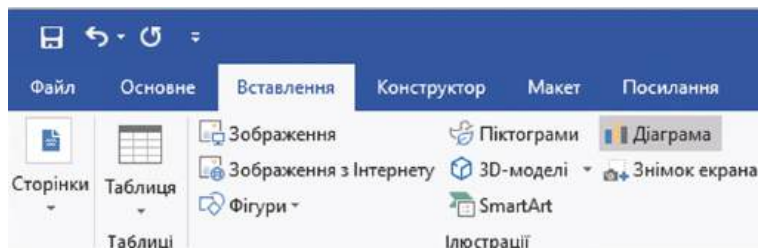
355. У класі навчаються 36 учнів/учениць. З них шестеро вчаться на «11-12», дванадцятьоро — на «9-10», четверо — на «3-5», решта — на «6-8». Побудуйте відповідну: а) стовпчасту діаграму; б) кругову діаграму.

356. Побудуй за допомогою комп'ютера секторну діаграму, яка відображає склад вінегрету (картопля — 40 г, буряк — 40 г, морква — 24 г, цибуля — 10 г, огірок кислий — 20 г, олія — 4 г).

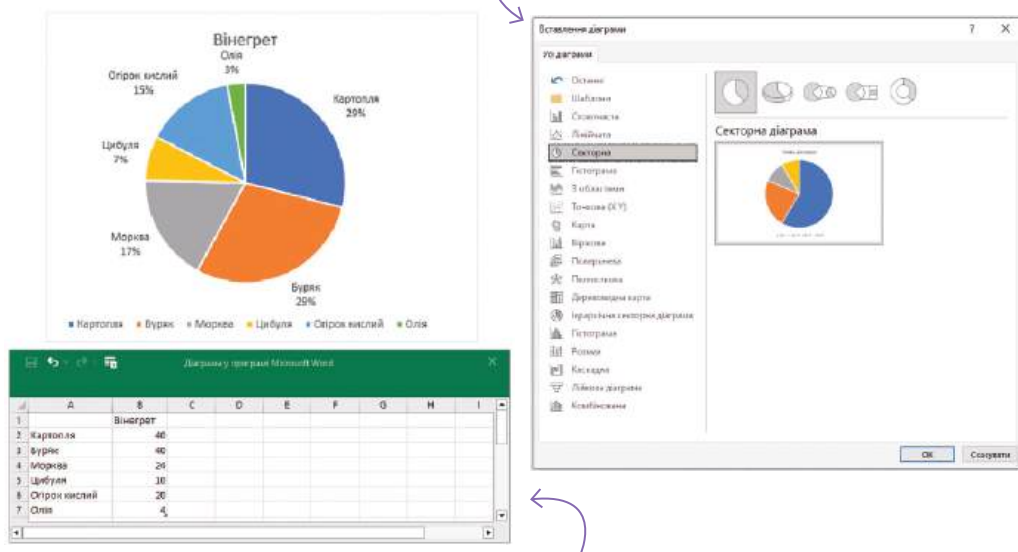


1. Відкрий програму Microsoft Word.

2. У відкритому вікні послідовно вибери «Вставлення» → «Діаграма».



3. У новому вікні вибери «Секторна».



4. Введи у таблицю задані значення.

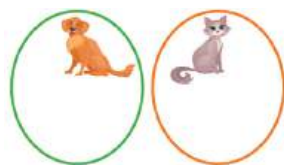
5. Отримане зображення має бути таким, як на малюнку.

Рівень Б

- 357.** Денну норму їжі лікарі рекомендують розподіляти так: перший сніданок — 25 %, другий — 15 %, обід — 45 % і вечерея — 15 %. Зобрази це за допомогою кругової діаграми.
- 358.** У пісенному конкурсі 40% всіх учасників становили дівчата, 30% — хлопці, а решта — гурти. Побудуй відповідну кругову діаграму.
- 359.** Територія України поділяється на такі ботаніко-географічні зони: Полісся, Лісостеп, Степ, Карпати, Крим, у яких площа лісів становить 40%, 25%, 10%, 22%, 3% відповідно. Побудуй кругову діаграму. Яка площа кожної зони, якщо лісовий фонд України становить 96 862 тис. га?
- 360.** Побудуй кругову або стовпчасту діаграму розподілу посівних площ в Україні, якщо в середньому вони такі:
- озима пшениця — 23,3 %;
 - інші зернові — 21,8 %;
 - технічні культури — 11,5 %;
 - кормові культури — 37,1 %;
 - картопля й овочі — 6,3 %.



- 361.** Користуючись географічною картою, визнач відстань від Києва до будь-яких шести обласних центрів України і побудуй лінійну діаграму.
- 362.**  Полічи, скільки годин на добу ти спиш, скільки перебуваєш у школі, скільки часу виконуєш домашні завдання, скільки займаєшся іншими справами, та побудуй відповідну кругову діаграму.
- 363.** Проведи опитування серед своїх однокласників/однокласниць щодо однієї з характеристик на вибір: а) розмір взуття; б) колір очей; в) улюблений предмет тощо. Побудуй відповідну кругову діаграму.
- 364.** Зобрази за допомогою діаграми Ейлера співвідношення між такими об'єктами:
а) тварини, собаки, кішки, бульдоги;
б) трикутники, прямокутні трикутники, рівносторонні трикутники, рівнобедрені трикутники.



Цікаві задачі

- 365.** Із 50 учнів 37 мають вдома ноутбук, 17 — планшет. Скільки учнів мають і ноутбук і планшет, якщо кожна дитина має хоча б один із гаджетів? Побудуй модель до задачі у вигляді діаграми Ейлера.
- 366.** Скільки повних обертів зробить колесо за 1 хв, обертаючись рівномірно зі швидкістю 20° за секунду?
- 367.** Яке число має стояти замість знака питання?

$$\begin{array}{ccc}
 3 & 5 & 7 \\
 \triangle & \triangle & \triangle \\
 1 & 3 & ? \\
 2\frac{1}{2} & 1\frac{1}{2} & 3\frac{2}{5} \quad 4\frac{3}{5} \quad 4\frac{4}{9} \quad 5\frac{5}{9}
 \end{array}$$

Вправи для повторення

- 368.** Розмісти числа 3, -4, -7, 0, -21, 13, -39 в порядку зростання.
- 369.** Навесні молода тополя була заввишки 3,5 м, а за півроку виросла на 25 см. На скільки відсотків вона виросла за півроку?
- 370.** З двох міст, відстань між якими 400 км, одночасно вирушили назустріч одна одній дві вантажівки і зустрілися через 4 год. Швидкість однієї з них 52 км/год. Знайди швидкість другої.

§ 10. ТІЛА ОБЕРТАННЯ. ЦИЛІНДР, КОНУС, КУЛЯ



Якщо півкруг обертати навколо його діаметра, то утвориться **куля**.

Усі точки поверхні кулі однаково віддалені від **центра кулі** — точки O .

Відрізок, який сполучає центр кулі з якою-небудь точкою її поверхні, називають **радіусом кулі** (r).

Відрізок, який сполучає дві точки поверхні кулі і проходить через її центр, — **діаметр кулі** (d).

Діаметр кулі дорівнює двом її радіусам: $d = 2r$.

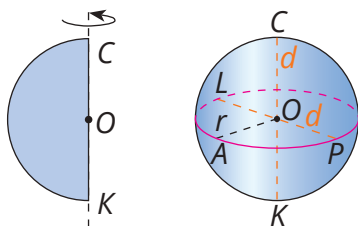
На малюнку зображено кулю з центром O , радіусом OA і діаметрами CK та LP .

Якщо через центр кулі провести площину, то вона перетне кулю по колу, а поверхню кулі — по колу. Оскільки довжина кола радіуса r дорівнює $2\pi r$, то довжина екватора кулі радіуса r дорівнює $2\pi r$.

Форму кулі має дерев'яна кулька.

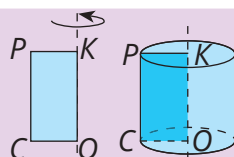
А ось гумовий м'яч, ялинкова скляна кулька мають форму сфери.

Сфера — це поверхня, що обмежує кулю.



Якщо прямокутник обертати навколо однієї зі сторін, то утвориться **циліндр**.

Основою циліндра є круг. На малюнку OC і PK — радіуси основ циліндра, KO — висота циліндра.



Циліндр

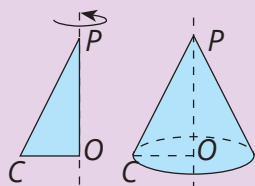


ОСНОВА



ОСНОВА





Якщо прямокутний трикутник обертати навколо однієї з його сторін, що утворюють прямий кут, то утвориться **конус**.

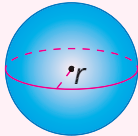
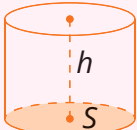


Основою конуса є круг. На малюнку CO — радіус основи, P — вершина, а PO — висота конуса.

Конус



Дізнайся більше

Об'єм кулі	Об'єм циліндра	Об'єм конуса
 $V = \frac{4}{3} \pi r^3$	 $V = S \cdot h$	 $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$

Перевір себе

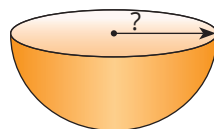
1. Наведи приклади предметів, які мають форму кулі, циліндра, конуса.
2. Яку плоску фігуру потрібно обертати, щоб отримати: а) кулю, б) циліндр, в) конус?
3. Яка фігура лежить в основі циліндра або конуса?
4. Скільки основ має циліндр? А конус?



Поглянь!

Площа круга, що є перерізом кулі площиною, що проходить через її центр, дорівнює $12,56 \text{ см}^2$. Знайди радіус кулі.

Перерізом кулі площиною, що проходить через її центр, є круг. Площа круга визначається за формулою $S = \pi r^2$. Тоді $3,14 \cdot r^2 = 12,56$, звідси $r^2 = 4$, $r = 2 \text{ (см)}$.



Виконай усно

371. З яких фігур складаються замки? Які з них є тілами обертання?



372. На які геометричні фігури схожі ці предмети?



373. Які з предметів не належать до тіл обертання?

А м'яч

Б ріжок морозива

В колона

Г кубик

374. Назви кожну фігуру.

Яку з них можна отримати обертанням іншої?



375. Радіус кулі зменшили на 2 см. Як зміниться діаметр кулі?

А збільшиться на 2 см

В збільшиться на 4 см

Б зменшиться на 2 см

Г зменшиться на 4 см

376. **Гра.** Один учень/одна учениця має загадати фігуру, що є тілом обертання, та описати її, не називаючи. Інший учень/інша учениця має відгадати цю фігуру. Потім поміняйтеся ролями.

377. На скільки груп можна поділити ці геометричні фігури? Розглянь кілька варіантів.



378. Яка фігура має бути наступною в кожній послідовності?



379. Розглянь глобус. На ньому є меридіани і паралелі.



Як вони утворилися?



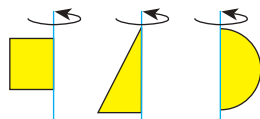
Рівень А

380. Яка фігура утворюється у перерізі кулі площиною, що проходить через центр кулі? Перевір на практиці, використовуючи апельсин.

381. Візьміть 3 соломинки і виріжте з картону прямокутник, прямокутний трикутник і півкруг. Приклейте фігури до соломинки і почніть швидко прокручувати



соломинку між долонями. Які фігури ви бачите?



382. Чому дорівнює радіус кулі, якщо її діаметр дорівнює:
а) 15 дм ; б) 5,6 см?

383. Чому дорівнює діаметр кулі, якщо її радіус дорівнює:
а) 27 см; б) 2,7 м?

384. Для круглої свічки з радіусом 8,5 см хочуть виготовити упаковку у формі куба. Які розміри упаковки для цього потрібні?



385. Визначте діаметр кульки на малюнку. Відповідь округліть до десятих.



386. Циліндр має діаметр 8,7 см. Кільце має внутрішній радіус 4,3 см. Чи можна кільце одягнути на циліндр?



387. Площа круга, що є перерізом кулі площиною, що проходить через її центр, дорівнює $50,24 \text{ см}^2$. Знайди радіус кулі.

388. За допомогою формули $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ знайди об'єм кулі з пінопласту, радіус якої 6 см.



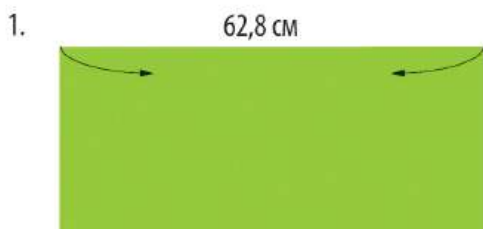
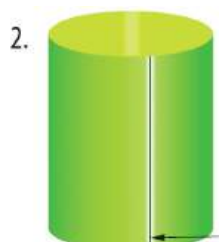
389. За допомогою формули $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ знайди об'єм повітря у гумовому м'ячі, радіус якого 2 дм. Відповідь округли до десятих.

390. За допомогою формули $V = S \cdot h$ знайди об'єм консервної банки у формі циліндра з висотою 7 см та площею основи 314 см^2 .

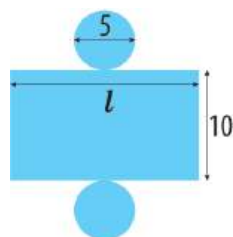
391. За допомогою формули $V = S \cdot h$ знайди об'єм циліндра, радіус основи якого 3 см, а висота 5 см.

392. За допомогою формули $V = S \cdot h$ знайди об'єм циліндра, радіус основи якого 4 дм, а висота 10 см.

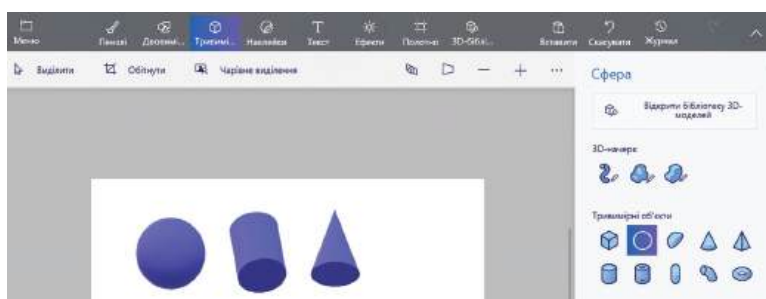
393. Розглянь, як з прямокутника утворити бічну поверхню циліндра. Обчисли, якого приблизно радіуса має бути основа цього циліндра.



394. За малюнком знайди довжину прямокутника, виріж відповідну розгортку і склей циліндр.



395. Створи свою послідовність об'ємних геометричних фігур у Paint 3D і запропонуй її продовжити своїм однокласникам/однокланцям.

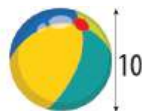


Рівень Б

396. Знайди довжину упаковки, якщо радіус тенісного м'ячика 3,4 см.



397. Знайди об'єм повітря у цьому надувному м'ячі за допомогою формули $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.



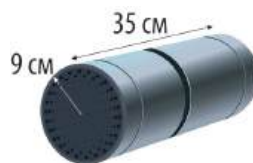
398. Пам'ятник Незалежності «Україна, що летить» встановлений у місті Харкові на площі Конституції. На постаменті встановлено бронзову фігуру давньогрецької богині перемоги Ніки на кулі. Загальна висота монумента становить 16,5 м. Висота фігури богині — близько 6 м, постаменту — 8 м. Знайди радіус кулі та її об'єм.



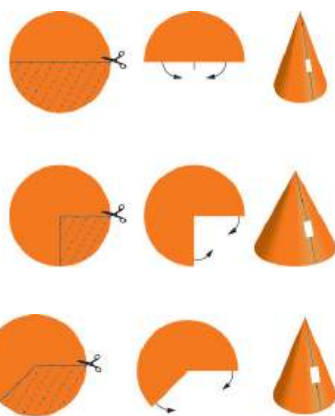
399. За допомогою формули $V = S \cdot h$ знайди об'єм наливої води в мензурці, якщо діаметр дна мензурки становить 8 см, а висота стовпа води дорівнює 10 см.



400. За допомогою формули $V = S \cdot h$ знайди об'єм колонки.



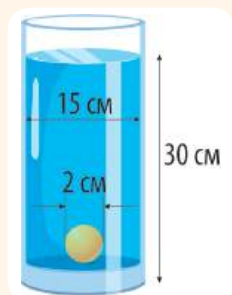
401. Розгляньте, як у двох випадках утворено конус. Проаналізуйте, на що впливає використаний сектор. Знайдіть радіус основи в кожному з випадків, якщо радіус початкового круга дорівнює 20 см.



402. Утвори бічну поверхню конуса, виконавши кроки, зображені на малюнку. Як знайти радіус круга, що має бути основою утвореного конуса?

Цікаві задачі

403. Розв'яжи рівняння:
 $(0,5 : 0,125) : (0,1x + 2) = 0,6 : (2,7 : 9)$.
404. Який об'єм налитої в склянку води?
405. У саду росли смородина і малина, всього 36 кущів. Скільки було у саду кущів смородини і скільки малини, якщо половина всіх кущів малини і чверть всіх кущів смородини становили однакову кількість?



Вправи для повторення

406. У трьох ящиках усього 58 кг яблук. Скільки кілограмів яблук у першому ящику, якщо в ньому стільки яблук, скільки і в другому, і на 2 кг більше, ніж у третьому?
407. Знайди значення виразу $a + 12 : (-a)$, якщо $a = 4$; $a = -4$.
408. Катер ішов $\frac{3}{5}$ год за течією і $1\frac{1}{2}$ год проти течії річки. Яку відстань він пройшов за весь цей час, якщо швидкість катера в стоячій воді 24 км/год, а швидкість течії $2\frac{1}{2}$ км/год?

Спробуй свої сили у розв'язуванні задач на с. 175



РОЗДІЛ 2. Раціональні числа

Ти дізнаєшся

Основні теми розділу

- Раціональні числа
- Дії з раціональними числами
- Перетворення простіших виразів
- Координатна площина та графіки
- Рівняння

Основні терміни / Basic terms

Раціональні числа — rational numbers
 Протилежні числа — opposite numbers
 Величини — quantity
 Графік — graph
 Перетворення виразів — expression transformation
 Стандартний вигляд числа — scientific notation
 Рівняння — equation

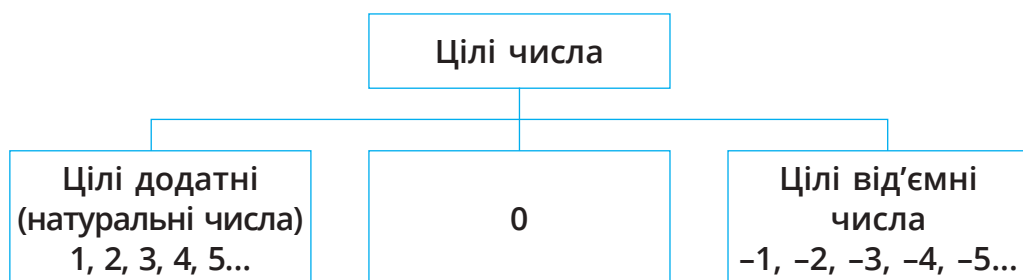
Число висвітлює глибину світобудови



Г. Лейбніц

§ 11. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА

Ти вже знаєш, що натуральні числа, протилежні їм числа і число 0 утворюють множину *цілих чисел*.

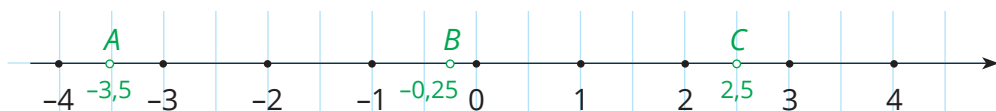


Крім цілих чисел, існують і *дробові числа*.

Наприклад, $\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$, $3,2$, $-8,5$, $-\frac{3}{5}$.

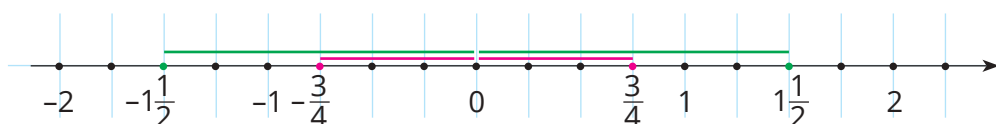
Дробові числа бувають додатні і від'ємні.

Кожному числу на координатній прямій відповідає певна єдина точка. Наприклад,



$A(-3,5)$; $B(-0,25)$; $C(2,5)$.

Числу $-\frac{3}{4}$ протилежне число $\frac{3}{4}$, а числу $1\frac{1}{2}$ — число $-1\frac{1}{2}$.



На координатній прямій числа $\frac{3}{4}$ і $-\frac{3}{4}$ знаходяться на однаковій відстані від початку координат, але по різні сторони від нього.



Відстань від початку координат до точки з координатою a називають **модулем числа a** .

Приклад

Модулем числа $\frac{3}{4}$ є число $\frac{3}{4}$
і модулем числа $-\frac{3}{4}$ є також число $\frac{3}{4}$.



Модулем невід'ємного числа є це саме число, модулем від'ємного числа є протилежне йому число.

Приклад

$$|3,8| = 3,8; \quad \left| -\frac{5}{7} \right| = \frac{5}{7}; \quad |0| = 0.$$

Цілі і дробові числа разом називають **раціональними числами**.



Примітка. Числа $\frac{6}{3}$ і $-\frac{10}{2}$ записані у вигляді дробів, але вони не є дробовими числами. Це цілі числа 2 і -5. Жодне дробове число не є цілим, і жодне ціле число не є дробовим.

Дізнайся більше

Кожному раціональному числу на координатній прямій відповідає єдина точка. Точки з раціональними координатами розташовані на координатній прямій дуже щільно, між будь-якими двома з них існує безліч інших точок з раціональними координатами. І все ж на координатній прямій точок, координати яких — не раціональні числа, є ще більше. Докладніше про це ти дізнаєшся у 8 класі.

Перевір себе

1. Яке число протилежне числу 7,3? А числу -3,5?
2. Які числа називають раціональними?
3. Що називають модулем числа?
4. Чи правильно, що модуль будь-якого числа — число додатне? Наведи контрприклад.



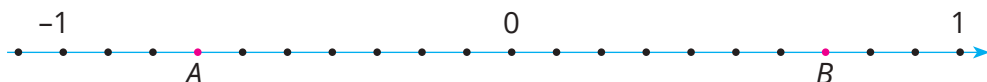
Поглянь!

1. Чи протилежні числа 0,2 і $-\frac{1}{5}$?

$0,2$ і $\frac{1}{5}$ — різні позначення одного й того самого числа,

$0,2 = \frac{1}{5}$. Тому числа $0,2$ і $-\frac{1}{5}$ протилежні.

2. Точки $A(x)$ і $B(-0,7)$ мають протилежні координати. Знайди значення x . Скільки одиничних відрізків міститься у відрізку AB ? Оскільки числа x і $-0,7$ протилежні, то $x = 0,7$. Накреслимо координатну пряму і відмітимо на ній точки $A(-0,7)$ і $B(0,7)$.



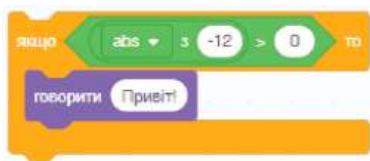
З малюнка видно, що відрізок AB вміщує 1,4 одиничних відрізків.

Виконай усно

409. Які з тверджень правильні?
А Кожне натуральне число є цілим числом;
Б кожне натуральне число є раціональним числом;
В кожне ціле число є раціональним числом;
Г якщо раціональне число не ціле, то воно дробове;
Д якщо раціональне число не дробове, то воно ціле.
410. Чи протилежні числа $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{2}$? А числа $\frac{2}{3}$ і $-\frac{3}{2}$?
411. Чи правильно, що числа x і $-x$ протилежні при кожному значенні x ?
412. Прочитай числа 3; -7; -12; 52; 0,3; $\frac{2}{3}$; $-\frac{7}{12}$; $-\frac{4}{2}$; -2,9. Які з них додатні, а які — від'ємні? Які цілі, а які — дробові?
413. Назви координати точок на координатних прямих.



414. Чи правильно, що відстань між точками $A(-1,8)$ і $O(0)$ дорівнює $|-1,8|$?
415. Установи відповідність між виразами (1-3) та їх значеннями (А-Д).



1 $ 1,6 $	А 0,5
2 $ -0,5 $	Б -0,5
3 $- -4,8 $	В 1,6
	Г 4,8
	Д -4,8

416. Чи скаже герой «Привіт»?

Рівень А

417. З чисел $3, -17, \frac{8}{4}, 0,7, 2,4, -1001, 3\frac{1}{2}, \frac{5}{5}$ випиши лише цілі.

418. З чисел $45, \frac{4}{2}, -\frac{10}{5}, \frac{27}{3}, 3\frac{2}{3}, -\frac{18}{9}, -\frac{102}{34}, \frac{135}{15}, -3,5$

випиши: а) натуральні; б) цілі; в) дробові.

419. Гра. Перший учень / перша учениця називає 5 чисел, другий учень / друга учениця виписує лише цілі, а третій / третя — лише дробові. Потім поміняйтеся ролями.

420. Чи протилежні числа:

а) $0,4$ і $-\frac{2}{5}$; б) $1,5$ і $\frac{3}{2}$; в) $-1,2$ і $\frac{6}{5}$; г) $-1,5$ і $-\frac{3}{2}$?

421. Запиши число: а) протилежне до $\frac{5}{6}$; б) обернене до $\frac{5}{6}$.

422. Запиши числа, протилежні до чисел: $-0,08; 19; -37; -435; 1015; -5,1; -\frac{2}{15}; -\frac{7}{9}; -\frac{2}{15}; \frac{7}{19}; -3\frac{1}{3}; 2\frac{2}{5}$.

423. Вибери і запиши з нижче поданих чисел пари протилежних: $24; 2\frac{1}{4}; -\frac{2}{5}; 2,25; -0,1; -24; \frac{5}{2}; -2\frac{1}{4}; 0,9; 3,4; \frac{2}{5}; 0,1$.

Запиши координати точок, позначених на координатних прямих (424, 425)



426. Познач на координатній прямій точки з координатами:

а) $3; \frac{6}{2}; -\frac{24}{8}$; б) $-\frac{3}{5}; \frac{15}{25}; -0,6; -1,2$

427. Познач на координатній прямій точки з координатами:

а) $-\frac{4}{2}; \frac{5}{2}; -2$; б) $\frac{15}{10}; -\frac{1}{2}; 1,5; -\frac{3}{2}$.

428. Яка з точок $K\left(-\frac{2}{3}\right)$ чи $P\left(-\frac{3}{4}\right)$ знаходиться ближче до точки O ? Покажи на малюнку.



429. Чому дорівнює відстань між точками:
а) $O(0)$ і $B(0,25)$; б) $C(-0,25)$ і $B(0,25)$?
430. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку модулів чисел $-15,4$ і $2,2$.
431. Запиши від'ємне число, модуль якого дорівнює:
а) $11,7$; б) $0,12$; в) $30,5$.

Обчисли значення виразу (432, 433)

432. а) $|-2,4| + |2,4|$; б) $|-5| \cdot |-0,3|$; в) $|0,64| : |-8|$.
433. а) $|-7,4| - |-5|$; б) $|-1,8| : |-9|$; в) $|-15| \cdot |0,5|$.
434. Обчисли: а) $3 \cdot |-1,5| + 4$; б) $2,5 \cdot |-12| - 5$; в) $24 : |-16| + 3,5$;
г) $|-8| \cdot |-4| - |-56| : 7$; г) $|-5,6| : 8 - |0,6| \cdot |-5|$.

435. Обчисліть значення виразу:

- а) $8 + 5 \cdot |x|$, якщо: 1) $x = 0,7$; 2) $x = -0,7$;
б) $13 - 14 \cdot |x|$, якщо: 1) $x = \frac{2}{7}$; 2) $x = -\frac{2}{7}$.



436. Чому дорівнює $|x|$, якщо $|-x| = 203$?

437. За допомогою ресурсу https://vse.ee/number_Line покажи на координатній прямій точки, модуль координати яких дорівнює: а) $2,5$; б) 0 ; в) $3,5$.

438. Продовж послідовність: $0,5$; $-0,5$; $0,4$; $-0,4$;...

Рівень Б

439. З чисел 3 , -8 , -109 , $-\frac{2}{7}$, 6 , 4 , $-\frac{3}{8}$, 0 , $-2\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $-32,6$

випиши невід'ємні.

440. Знайди усі цілі числа, які більші за $-\frac{5}{37}$ і менші за $\frac{37}{5}$.

Скільки серед них натуральних чисел, скільки простих?

441. Чи правильні рівності: а) $-(+1,7) = -1,7$; б) $-(-0,5) = +0,5$;
в) $-(-2,5) = 2,5$; г) $-(+1,29) = -1,29$?

442. Користуючись координатною прямою, обґрунтуйте:

- а) число, протилежне додатному, — від'ємне;
б) число, протилежне від'ємному, — додатне;
в) якщо число a протилежне b , а b протилежне c , то $a = c$.

443. Дано точки $A\left(\frac{2}{3}\right)$, $B\left(-\frac{1}{3}\right)$, $C\left(2\frac{2}{3}\right)$. Знайди довжини від-

різків AB , AC і CB , якщо довжина одиничного відрізка дорівнює 1 см.

444. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 2 см. Знайди відстань між точками:

а) $A\left(\frac{1}{2}\right)$ і $B\left(-\frac{3}{2}\right)$; б) $K\left(-3\frac{2}{5}\right)$ і $P\left(2\frac{3}{5}\right)$.



445. Обчисли значення виразу $-a$, якщо: а) $a = 3,2$; б) $a = -1,7$.

446. Знайди x , якщо: а) $-x = 5,1$; б) $-x = -29,3$; в) $-(-x) = 4,5$.

447. Знайди x , якщо: а) $-x = -5\frac{1}{3}$; б) $-(-x) = \frac{21}{39}$; в) $-x = 53\frac{1}{7}$.

448. Обчисли значення виразу:

а) $3|a| - |b| - |a| + |2b|$, якщо $a = 27,3$, $b = -44,4$;

б) $|x+7| - |x-y| + xy$, якщо $x = 5,2$, $y = 2,5$;

в) $|5m| + 2|n| - 2|m| - 3|m|$, якщо $m = -17,17$, $n = -7,1$.

Розв'яжи рівняння (449–452)

449. а) $|x| = 2,4$; б) $|x| = -10,7$; в) $|-x| = 3,2$.

450. а) $|x| = 1\frac{10}{21}$; б) $|x| = -\frac{7}{8}$; в) $|x| = 0$.

451. а) $|x| + 5,3 = 6$; б) $0,6 \cdot |x| = 3,6$; в) $13 - |x| = 7,5$.

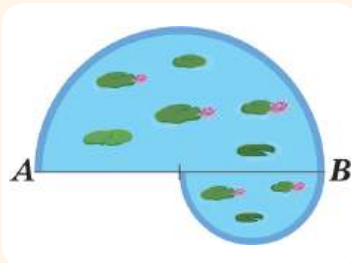
452. а) $|x| - 1,7 = 20$; б) $1,6 : |x| = 0,4$; в) $|x| \cdot 0,5 = 25$.

Цікаві задачі

453. Знайди площу ставка, якщо $AB = 10$ м. →

454. Яке найменше значення може мати вираз $x^2 + 16$? А вираз $(x + 16)^2$?

455. Учениця запевняє: «Ще позавчора мені було 12 років, а в наступному році мені буде 15». За якої умови це може бути?



Вправи для повторення

456. Накресли прямий кут AOB і проведи всередині нього промінь OC так, щоб міри кутів AOC і COB відносилися як 2 : 3.
457. Скільки відсотків становить:
а) 12 від 240; б) 35 см від 4 дм; в) 3 т від 25 ц?
458. Петрик і Галинка зібрали разом 12,4 кг суниць. Скільки суниць зібрав Петрик, якщо Галинка зібрала на 2 кг більше?

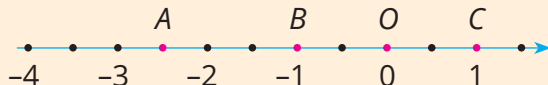
§ 12. ПОРІВНЯННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ



Із двох раціональних чисел меншим вважається те, якому на координатній прямій відповідає точка, розміщена лівіше.

Приклад

Точка $A(-2,5)$ розміщена лівіше від точки $B(-1)$, $O(0)$ і $C(1)$, тому $-2,5 < -1$, $-2,5 < 0$ і $-2,5 < 1$.



Кожне від'ємне число менше від нуля і від будь-якого додатного числа.



Приклад

$$-1,7 < 0; \quad -0,3 < 0,2; \quad -\frac{1}{2} < 4\frac{1}{2}.$$



Із двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший.

Приклад

$$-14 < -8; \quad -0,1 < -0,0987; \quad -\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}.$$

$x > 0$	x — додатне
$x \geq 0$	x — невід'ємне
$x < 0$	x — від'ємне
$x \leq 0$	x — недодатне

Якщо $a < b$, то $b > a$.

Дізнайся більше

Запис $-2 < x < -1$ є подвійною нерівністю.

Тобто, значення x більші -2 та менші -1 .

Цю подвійну нерівність можна розбити на дві нерівності:
 $x > -2$ та $x < -1$.

Перевір себе

1. Яке з двох від'ємних чисел більше?
2. Як порівняти будь-які раціональні числа?
3. Прочитай записи $x > 0$ і $x < 0$, двома способами.
4. Що означає запис $a \geq 0$? А запис $a \leq 0$?



Поглянь!

1. Між якими сусідніми цілими числами на координатній прямій знаходиться число $-2,5$? Запиши це за допомогою знака «<». Накреслимо координатну пряму.

Бачимо, що число $-2,5$ знаходиться між сусідніми цілими числами -3 і -2 .

Отже, $-3 < -2,5 < -2$.



2. Яке з чисел більше: $-3,4$ чи $-\pi$?

$\pi \approx 3,14$, а $3,14 < 3,4$. Тому $\pi < 3,4$, отже, $-\pi > -3,4$.

Виконай усно

459. Яке з чисел більше: а) -1 чи $-0,9$; б) $0,1$ чи $0,0999$?
460. Порівняй числа: а) $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{3}$; б) $\frac{5}{7}$ і $-\frac{7}{5}$; в) $\frac{3}{4}$ і -1 ; г) $\frac{7}{8}$ і -78 .
461. Яке з чисел $-23,4$; -23 ; -5 ; -11 ; $-5,5$ найбільше?
А $-23,4$ **Б** -23 **В** -5 **Г** $-5,5$
462. Між якими сусідніми цілими числами знаходиться число:
а) $0,1$; б) $-0,2$; в) $-8,5$; г) $-\frac{6}{7}$; ґ) $-4\frac{2}{3}$?

463. Установи відповідність між умовами (1–3) та умовами (А–Г).

1 $p < 0$	А p – додатне
2 $0 < p$	Б p – недодатне
3 $p \geq 0$	В p – від'ємне
	Г p – невід'ємне

464. Чи існує таке значення x , при якому:

а) $|x| < 0$; б) $|x| < -1$; в) $|x| > 1\,000\,000$?

465. Опиши стан справ фірми на кінець кожного місяця, якщо після підбиття підсумків на її рахунку: –20 678,4 грн (січень); 140 890,5 грн (лютий); –2 754 грн (березень). Який з місяців був: а) прибутковий; б) найбільш збитковий?

Рівень А

466. Постав замість зірочки знак $<$ або $>$ так, щоб була правильною нерівність:

а) $-11 * 0$, $0 * -2,1$, $-9 * -8$;
б) $-0,5 * 0,5$, $2,3 * -23$, $-2,3 * -3$.

467. Порівняй числа: а) $0,3$ і $\frac{1}{3}$; б) $-\frac{4}{3}$ і $-\frac{5}{4}$; в) $-0,2$ і $-\frac{1}{5}$.

468. Постав замість зірочки знак $<$, $>$ або $=$ так, щоб була правильною нерівність або рівність:

а) $\frac{2}{3} * \frac{5}{6}$, $-\frac{2}{7} * \frac{4}{14}$, $\frac{9}{2} * 4$, $-\frac{9}{2} * 4$;
б) $-4 * 3\frac{1}{2}$, $-\frac{6}{3} * 2$, $-\frac{3}{4} * -\frac{4}{3}$, $-\frac{10}{3} * \frac{8}{4}$.



469. Яке з чисел $0,7$, $-\frac{3}{5}$ і $-\frac{2}{3}$ найбільше, а яке — найменше?

470. **Гра.** Три учні/учениці групи один за одним мають записати довільні числа. Четвертий учень/четверта учениця має підкреслити найменше. Потім поміняйтеся ролями.

471. Розмісти числа у порядку зростання:

0 , $\frac{1}{2}$, -2 , $-1,99$, $-3\frac{1}{3}$, $0,2$, $-3,3$.

472. Розмісти числа у порядку спадання:

$2\frac{1}{2}$, $-3,2$, $-\pi$, π , -1 , $3,2$, $-3\frac{1}{2}$.



473. Запиши у вигляді нерівності речення:

- а) 0,4 — додатне число; б) $-5,7$ — від’ємне число;
в) n — число від’ємне; г) $5x$ — число додатне.

474. Запиши всі цілі числа, які: а) більші за $-5,6$ і менші за $4,8$;

б) менші за $-2,5$ і більші за $-8\frac{2}{3}$.

475. Які цілі числа задовольняють нерівності:

- а) $-6 < x < 3$; б) $-2,4 < x < -1,9$; в) $-3,5 < x < 2,3$?

476. Розташуй найнижчі ділянки суші на Землі у порядку зменшення їх висот над рівнем моря: місто Баку (-28 м), Мертве море ($-417,5$ м), місто Амстердам (-2 м), Озеро Ассал (-155 м).

Рівень Б

477. Які з нерівностей правильні:

А $|-2| < |3|$; **Б** $|5| < |-1,7|$; **В** $\left| -\frac{0}{11} \right| < \left| \frac{11}{12} \right|$?

478. Запиши усі цілі числа, модулі яких менші за $3,5$.

479. На координатній прямій познач буквами точки, координати яких цілі числа, більші за $-2,6$ і менші за $3,8$.

480. Позначте на координатній прямій множину точок, які від-
 повідають таким значенням x : а) $|x| < 4$; б) $2 \leq |x| \leq 6$.

481. Запиши замість зірочки таку цифру, щоб нерівність була правильною: а) $-181 < -18^*$; б) $-^*6,4 > -26,4$;
в) $-3^*4,1 > -314,1$; г) $-35,^*2 > -35,12$.

482. Відомо, що a і b додатні числа, а x і y — від’ємні.

- Порівняй: а) a і 0 ; б) 0 і x ; в) a і x ; г) a і y ;
г) b і x ; д) b і y ; е) $|x|$ і y ; є) $-a$ і b .

Цікаві задачі

486. Якого найменшого значення може набувати вираз:

- а) $x^2 - 8$; б) $(x^2 - 8)^2$; в) $|x - 12|$?

487. Два поїзди довжиною 250 м їдуть назустріч один одному зі швидкостями 50 км/год. Через скільки секунд після зустрічі їх машиністів зустрінуться хвости поїздів?

488. Числа 100 і 90 поділили на одне й те саме число. У першому випадку в остачі отримали 4 , а у другому — 18 . На яке число виконували ділення?

Вправи для повторення

483. Скільки солі треба додати до 9 кг чистої води, щоб отримати десятивідсотковий розчин солі? 
484. Найменша сторона трикутника коротша від другої на 3,5 см і на 2,8 см — від третьої. Знайди сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 2,7 дм.
485. Розв'яжи рівняння: а) $3,8 : x = 4,7 : 94$; б) $4,08 : 5,1 = 0,7 : x$.

§ 13. ДОДАВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Раціональні числа додають за тими ж правилами, що і цілі.



Щоб додати два від'ємні числа, треба додати їх модулі і перед результатом поставити знак «мінус».

Приклад

$$-2,3 + (-4,2) = -(2,3 + 4,2) = -6,5;$$

$$-\frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5}; \quad -1\frac{1}{3} + \left(-2\frac{1}{2}\right) = -1\frac{2}{6} + \left(-2\frac{3}{6}\right) = -3\frac{5}{6}.$$



Щоб додати додатне і від'ємне числа, треба знайти різницю їх модулів і перед результатом поставити знак числа з більшим модулем.

Приклад

$$-2,7 + 3 = +(3 - 2,7) = 0,3;$$

$$-\frac{6}{8} + \frac{3}{8} = -\left(\frac{6}{8} - \frac{3}{8}\right) = -\frac{3}{8};$$

$$-\frac{1}{2} + 1\frac{3}{5} = -\frac{5}{10} + 1\frac{6}{10} = 1\frac{1}{10}.$$

ЗАКони ДОДАВАННЯ

$a + b = b + a$ — переставний закон,
 $(a + b) + c = a + (b + c)$ — сполучний закон.

Наприклад,

а) $-2,5 + (-3,5) = -3,5 + (-2,5) = -6;$

б) $(-0,3 + (-5)) + (-8) = -0,3 + (-5 + (-8)) = -0,3 + (-13) = -13,3.$



Дізнайся більше

Переставивши місцями доданки і згрупувавши їх у дві групи, можна окремо додати всі додатні доданки і окремо — від'ємні. Наприклад, $2 + (-8,1) + 3 + (-1,7) = 2 + 3 + (-8,1) + (-1,7) = 5 + (-9,8) = -4,8$.

Перевір себе

1. Як додати: а) два від'ємні числа; б) додатне і від'ємне число?
2. Сформулюй переставний і сполучний закони додавання.

Поглянь!

1. Чи може сума двох чисел бути меншою за кожне з цих чисел? Коли це можливо?

Може. Це можливо тільки тоді, коли дані числа від'ємні. Адже, якщо $a + b < a$, то $b < 0$, а якщо $a + b < b$, то $a < 0$.

2. Знайди суму чисел: а) $-1,3$ і $-\frac{2}{5}$; б) $-4,7$ і $2\frac{1}{3}$.

$$\text{а) } -1,3 + \left(-\frac{2}{5}\right) = -1,3 + (-0,4) = -(1,3 + 0,4) = -1,7.$$

$$\text{б) } -4,7 + 2\frac{1}{3} = -4\frac{7^{13}}{10} + 2\frac{1^{10}}{3} = -4\frac{21}{30} + 2\frac{10}{30} = -2\frac{11}{30}.$$



3. Розв'яжи рівняння: $6x - 2,7 = -1,5$.

Щоб знайти невідоме зменшуване, потрібно до різниці додати від'ємник. Тоді $6x = -1,5 + 2,7$; $6x = 1,2$; $x = 1,2 : 6$; $x = 0,2$.

4. Виконай додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

$$-2,7 + 12 + (-3,28) + 2,7 + (-6,72) + 22,7.$$

$$-2,7 + 12 + (-3,28) + 2,7 + (-6,72) + 22,7 =$$

$$= -2,7 + 2,7 + (-3,28 + (-6,72)) + (12 + 22,7) = -10 + 34,7 = 24,7.$$

Виконай усно

489. Обчисли: $-13 + 5$; $1,2 + (-5,2)$; $-0,7 + 0,7$; $-\frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right)$.

490. Знайди суму чисел $-3,5$; -2 ; $-1,5$; 0 ; $1,5$; 2 ; $3,5$.

491. Які числа мають бути в порожніх комірках?

a	-5,2	-12,3	42,7	-10,5	-3,8	-15,9
x	-1	13,3	-2,7	-2	-2,2	0,9
$a + x$						

492. Яке з тверджень хибне?

A $-12,8 + 3,9 = -8,9$

Б $-2,7 + (-17,8) = 20,5$

В $0,8 + (-2,6) = -1,8$

Г $-5 + (-4,8) = -9,8$.

493. Яка з нерівностей правильна?

A $3 + (-2,7) < 0$

Б $-2,7 + 2,3 > 0$

В $-9 + (-1,7) < 1$

494. Обчисли, використовуючи закони додавання:

а) $-6,2 + 3,8 + 6,2$; б) $12,2 + (-12,2 + 5,3)$; в) $(6,2 + (-17,1)) + 17,1$.

495. Температура повітря була -2°C . Установи відповідність між умовами (1-3) та значенням температури (А-Г).

1 Температура підвищилась на $3,3^\circ$ **A** $-8,7^\circ$

2 Температура знизилась на $6,7^\circ$ **Б** $1,3^\circ$

3 Температура змінилася на $-13,3^\circ$ **В** $-1,3^\circ$

Г $-15,3^\circ$

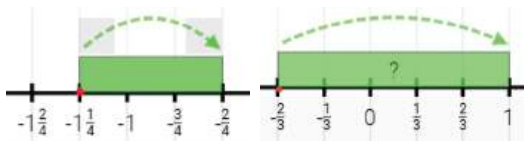
Рівень А

496. 1) За малюнками запиши відповідні рівності.

2) Змодельуй рівності:

а) $-0,25 + 1 = 0,75$;

б) $-5 + 2,5 = -2,5$.



Знайди суму чисел (497, 498)

497. а) -9 і $5,7$; б) -6 і $30,6$; в) $-2,3$ і $5,6$; г) -710 і $-2,8$.

498. а) -19 і $7,6$; б) -94 і $-0,94$; в) $-3,6$ і $-12,9$; г) 64 і $-12,7$.

499. Яка сума більша: $-9,3 + 4,8$ чи $-4,8 + 3,9$?

500. Виконай додавання:

а) $-2 + (-1)$; $-9 + (-1,2)$; $-1,6 + (-3,4)$; $-60 + 20,5$; $-1 + (-0,34)$;

б) $5 + (-8)$; $2,7 + (-4,7)$; $0,84 + (-0,4)$; $-9,7 + 9,9$; $2,6 + (-7,8)$.

в) $-\frac{3}{5} + \left(-\frac{2}{5}\right)$; $-1 + \frac{1}{6}$; $1 + \left(-\frac{2}{3}\right)$; $-2\frac{2}{17} + \left(-3\frac{5}{17}\right)$; $-4\frac{2}{7} + 4\frac{2}{7}$.

Обчисли значення виразів (501-504)

501. а) $-0,3 + 0,2$; б) $2,4 + (-1,6)$; в) $-1,8 + (-2,9)$; г) $9,6 + (-3,5)$.

502. а) $-1,3 + 2,7$; б) $4,8 + (-3,9)$; в) $0,7 + (-4,9)$; г) $5 + (-2,3)$.

503. а) $-0,28 + (-1,4)$; б) $45,7 + (-8,5)$; в) $0,09 + (-0,17)$; г) $-0,8 + (-2,4)$.

504. а) $3,9 + (-8,53)$; б) $-12 + (-7,46)$; в) $-0,245 + (-10)$; г) $2,9 + (-9,2)$.

505. Знайди суму двох чисел, одне з яких протилежне до числа $2,5$, а друге обернене до числа $2,5$.

506. Знайди суму двох чисел, одне з яких протилежне до числа 1,6, а друге обернене до числа 1,6.

507. Перевірте правильність рівності $a + b = b + a$, якщо:



а) $a = 7,8$, $b = -2,5$; б) $a = -2,9$, $b = 4,8$.

508. Обчисли значення виразу $m + (-1,6)$, якщо:

а) $m = 4,2$; б) $m = -2,6$; в) $m = \frac{1}{3}$.

509. Обчисли значення виразу $-2,7 + p$, якщо:

а) $p = -3,8$; б) $p = 1,9$; в) $p = -1\frac{2}{5}$.



Виконай додавання (510, 511)

510. а) $\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right)$; б) $-\frac{5}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right)$; в) $-\frac{4}{9} + \frac{5}{9}$; г) $-\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{21}\right)$;

г) $-\frac{2}{3} + 1$; д) $-5 + \frac{3}{4}$; е) $-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$; є) $\frac{5}{7} + \left(-\frac{3}{5}\right)$.

511. а) $\frac{1}{7} + \left(-\frac{3}{7}\right)$; б) $-\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$; в) $-2 + \left(-\frac{3}{8}\right)$; г) $12 + \left(-\frac{2}{3}\right)$;

г) $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right)$; д) $-\frac{4}{15} + \frac{5}{12}$; е) $\frac{5}{6} + \left(-\frac{2}{3}\right)$; є) $-\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right)$;

Розв'яжи рівняння (512, 513)

512. а) $x - 2,7 = 13,6$; б) $x - 16,8 = -27,3$; в) $3x - 16 = -10$.

513. а) $x - 11,3 = -2,5$; б) $x - 1,34 = 36,6$; в) $5x - 42 = -27$.

Виконай додавання зручним способом (514, 515)

514. а) $6,8 + (-12,3) + (-6,8) + 18,3$; б) $2,5 + 19,3 + (-6,2) + (-2,5)$;

в) $-\frac{4}{9} + \frac{6}{7} + \frac{4}{9} + \left(-\frac{2}{7}\right)$; г) $3\frac{2}{5} + \left(-2\frac{4}{17}\right) + \left(-5\frac{3}{5}\right) + 6\frac{4}{17}$.

515. а) $1,2 + 7,5 + (-1,2) + (-10,5)$; б) $-0,8 + 1,23 + (-1,23) + 7,8 + (-3,2)$;

в) $\frac{2}{3} + 3\frac{1}{7} + \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-4\frac{3}{7}\right)$; г) $-\frac{4}{7} + 2\frac{1}{3} + \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-5\frac{2}{3}\right)$.

Обчисли суму (516, 517)

516. а) $3,8 + (-2,7) + (-8,3) + 4,2$; б) $(-1,9) + 4,7 + (-2,9) + 5,3$.

517. а) $(-5,7) + 3,9 + (-1,2) + 4,1$; б) $13,8 + (-1,7) + 15,2 + (-3,3)$.

- 518.** Продовж послідовність: а) $-8,5; -6,5; -4,5; \dots$ б) $3,3; 2,2; 1,1; 0; \dots$
Склади свої послідовності і запропонуй їх продовжити близьким чи друзям.

Рівень **Б**

- 519.** Заповніть таблицю.



a	3	-2,5	-5,7	-1,9	3,8	8,12	0,09
b	-7	-12,5	-3,4	2,31	-9,42	-3,49	-12
$a + b$							

Виконай додавання (520, 521)

- 520.** а) $1\frac{1}{2} + \left(-1\frac{1}{3}\right)$; б) $-4\frac{3}{4} + \left(-5\frac{1}{2}\right)$; в) $-4\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2}$; г) $-2\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$;
 р) $-\frac{2}{3} + (-0,3)$; д) $-\frac{3}{5} + (-1,8)$; е) $\frac{1}{3} + (-2,3)$; є) $-5\frac{2}{5} + 0,5$.
- 521.** а) $-2\frac{3}{4} + \left(-1\frac{1}{2}\right)$; б) $1\frac{2}{5} + \left(-3\frac{1}{2}\right)$; в) $-\frac{4}{9} + 2\frac{5}{6}$; г) $-5\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4}$;
 р) $0,7 + \left(-\frac{9}{10}\right)$; д) $-2\frac{3}{4} + (-1,4)$; е) $\frac{3}{4} + (-0,5)$; є) $-1,2 + 3\frac{5}{6}$.

Складіть вираз і обчисліть його значення (522, 523)

- 522.** а) До суми чисел 2 і $-1,3$ додати число $-3,19$;
 б) до числа $-3,28$ додати суму чисел $-7,2$ і $3,3$;
 в) до суми чисел $13,6$ і $-19,7$ додати суму чисел -20 і $37,15$.
- 523.** а) До суми чисел $-2,7$ і $6,3$ додати число $-13,6$;
 б) до числа $-5,4$ додати суму чисел $6,2$ і $-15,3$;
 в) до суми чисел $-3,8$ і $-12,5$ додати суму чисел 42 і $-36,7$.

Обчисли суму (524, 525)

- 524.** а) $-3,6 + (-2,7) + 8,9 + (-7,5) + 4,4$;
 б) $(-8,76) + 3,21 + (-8,42) + (-7,56) + 9,82$;
 в) $\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) + 1\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + 3\frac{2}{3} + \left(-2\frac{1}{3}\right)$;
 г) $-\frac{5}{6} + 0,2 + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right) + 0,8 + \left(-\frac{2}{3}\right)$.



525. а) $67 + (-87,5) + 56,8 + (-46,9) + (-28,7)$;

б) $-0,74 + 0,72 + 1,21 + (-0,95) + (-1,7)$;

в) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{8}\right) + \left(-\frac{5}{8}\right) + \frac{1}{4} + \left(-1\frac{1}{2}\right)$.

г) $0,5 + \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right) + 3\frac{1}{2} + \left(-1\frac{1}{2}\right)$;

526. Розгляньте чеки. Скільки покупець має сплатити за покупки? Який відсоток знижки є у покупця?



Обчисли значення виразу (527, 528)

527. а) $-2\frac{13}{35} + \left(3\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{7}\right)\right)$;

б) $-0,3 + \left(-\frac{3}{5} + 1,2\right) + \left(1,5 + \left(-\frac{4}{5}\right)\right)$;

в) $\left(-\frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{7}\right) + \frac{2}{21}\right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{13}{21}\right)$;

г) $\left(2,05 + \left(-\frac{1}{8}\right)\right) + \left(1,5 + \left(-\frac{4}{5}\right)\right) + \left(-\frac{5}{8}\right)$.

528. а) $-2\frac{1}{3} + \left(-3\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)$;

б) $-\frac{2}{15} + \left(5\frac{2}{3} + (-0,5)\right) + \left(-0,7 + \left(-1\frac{1}{3}\right)\right)$;

в) $\left(-\frac{1}{12} + \frac{7}{9} + \left(-\frac{3}{4}\right)\right) + \left(-\frac{1}{3} + 1\frac{7}{18}\right)$;

г) $\left(-1\frac{1}{6} + 0,15\right) + \left(-3,35 + \left(-\frac{3}{5}\right)\right) + \frac{4}{15}$.

529. Обчисли модуль суми та суму модулів чисел $-3,27$ і $2,5$.

530. Обчисли значення виразу $|m| + |n| + 1$, $|m+n| + 1$, $|m+n+1|$, якщо: а) $m = -7$, $n = 3,5$; б) $m = -11,5$, $n = -5,5$.

531. Обчисли значення виразу $|a| + |b| + 2$, $|a+b| + 2$, $|a+b+2|$, якщо: а) $a = -6,8$, $b = 3,5$; б) $a = -1,8$, $b = -15,3$.

532.  Як зміниться раціональне число, якщо до нього додати:
а) додатне число; б) від'ємне число? Наведи приклади.

Чек	
Корм для котів	256,50
Знижка	-12,83
Яблука	67,00
Пакет біо кукур.	3,50
	<input type="text"/> грн

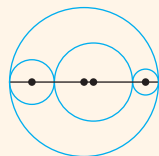
Чек	
Молоко	39,30
Знижка	-1,18
Сир	56,70
Знижка	-1,70
* Яйце куряче	63,20
Хліб	28,50
Знижка	-0,85
	<input type="text"/> грн



533. Чи може сума двох чисел бути меншою від одного з доданків? А від кожного з доданків? Наведіть приклади.
534. За якої умови $|a + b| = |a| + |b|$, $|a + b| < |a| + |b|$?
535. Добери два числа, які задовольняють рівняння:
 а) $|1, 2 + x| = 3, 2$; б) $|-2, 4 + x| = 5, 3$; в) $|x - 5, 7| = 3, 2$.

Цікаві задачі

536. Центри чотирьох кіл, кожне з яких дотикається до двох інших, розташовані на одній прямій. Чи правильно, що сума довжин трьох менших кіл дорівнює довжині найбільшого?
537. Чи існує прямокутний паралелепіпед, довжини ребер і площа поверхні якого виражаються непарними натуральними числами?
538. Трьом братам разом 58 років. Скільки років кожному з них, якщо $\frac{3}{4}$ років молодшого брата дорівнюють $\frac{2}{3}$ років середнього і $\frac{1}{2}$ років старшого?



Вправи для повторення

539. Дві велосипедистки, відстань між якими дорівнює 50 км, зближаються зі швидкістю 22 км/год. Яка відстань між ними буде: а) через півгодини; б) через 2,5 год?
540. Розв'яжи рівняння $4,2 + (5x - 16,4) = 10,8$.
541. Спрости вираз $2(a + b - 3c) - 3(a - 2c) + a$.

§ 14. ВІДНІМАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Віднімання раціональних чисел виконуємо за тими самими правилами, що і віднімання цілих чисел.



**Щоб від зменшуваного відняти від'ємник,
треба до зменшуваного додати число,
протилежне від'ємнику.**

$$a - b = a + (-b), \quad a - (-c) = a + c.$$

Приклад

а) $1,3 - 2,7 = 1,3 + (-2,7) = -1,4;$

б) $-4,9 - (-3) = -4,9 + 3 = -1,9;$

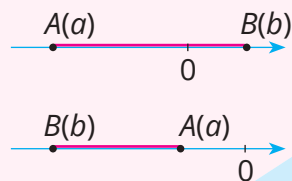
в) $\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4};$

г) $-0,5 - \frac{2}{5} = -\frac{5}{10} + \left(-\frac{2}{5}\right)^{12} = -\frac{5}{10} + \left(-\frac{4}{10}\right) = -\frac{9}{10}.$

Будь-яке раціональне число можна відняти від будь-якого іншого. Адже віднімання раціональних чисел завжди можна замінити додаванням, а дія додавання завжди можлива.

Дізнайся більше

Які не були б точки $A(a)$ і $B(b)$ координатної прямої, відстань між ними $AB = |a - b|$.

**Перевір себе**

1. Як від одного раціонального числа відняти інше?
2. Якою дією можна перевірити дію віднімання?
3. Чи завжди можливе віднімання раціональних чисел?

**Поглянь!**

1. Обчисли: $-4,2 - (-7,5) - 5$.
 $-4,2 - (-7,5) - 5 = -4,2 + 7,5 - 5 = 3,3 - 5 = -1,7.$
2. Розв'яжи рівняння:
 а) $x + 2,4 = -1,7;$ б) $|x - 4,2| = 3,7;$ в) $7,5 - |x| = -1,8.$

а) Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок.

$$x = -1,7 - 2,4, \quad x = -4,1.$$

Відповідь: $-4,1$.

б) $|x - 4,2| = 3,7.$

$$x - 4,2 = 3,7 \quad \text{або} \quad x - 4,2 = -3,7$$

$$x = 3,7 + 4,2$$

$$x = 7,9$$

$$x = -3,7 + 4,2$$

$$x = 0,5$$

Відповідь: $7,9$ або $0,5$.

в) $7,5 - |x| = -1,8$

$$|x| = 7,5 - (-1,8)$$

$$|x| = 9,3$$

$$x = 9,3 \quad \text{або} \quad x = -9,3$$

Відповідь: $9,3$ або $-9,3$.

Виконай усно

542. Обчисли:

а) $5 - 9$	б) $-3 - 1$	в) $4 - (-3)$	г) $-3 - (-5)$
$2,6 - 5,6$	$-1,36 - 3,64$	$5,6 - (-1,9)$	$-9,1 - (-5,1)$
$0,8 - 8$	$-6,8 - 0,2$	$10,4 - (-8,2)$	$-0,12 - (-0,12)$

543. Яка з рівностей хибна?

A $2,7 - 4,6 = -1,9$

B $17 - (-1,1) = 18,1$

B $-5,6 - (-4,4) = -10$

Г $-2,1 - 3 = -5,1$

544. Без обчислень, порівняй з нулем значення виразів:

а) $27,345 - 60,2$; б) $42,3 - 12,563$; в) $-7,12 - 23,43$; г) $-16 - (-1,8)$.

545. Установи відповідність між умовами (1–3) та результатом (А–Г).

1 Дохід: 3,5 тис. грн, витрати: 2,3 тис. грн **A** -5,2 тис. грн**2** Дохід: 4,8 тис. грн, витрати: 10 тис. грн **B** 6,2 тис. грн**3** Дохід: 6,6 тис. грн, витрати: 7 тис. грн **B** -0,4 тис. грн**Г** 1,2 тис. грн

546. Знайди перепад абсолютних висот на території України, якщо найнижча точка — це -5 м (рівень води в Куяльницькому лимані), а найвища точка — це 2061 м (гора Говерла).

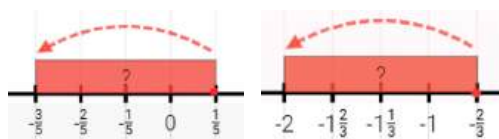
Рівень A

547. 1) За малюнками запиши відповідні рівності.

2) Змодельуй рівності:

а) $0,25 - 1 = -0,75$;

б) $-1 - 2,5 = -3,5$.



548. Подайте у вигляді суми й обчисліть:



а) $13 - 20$;

б) $43 - (-17)$;

в) $-16 - 84$;

г) $-18 - (-40)$.

Виконай віднімання (549–552)

549. а) $0,7 - 1,2$;	$2,9 - 4,7$;	$10,6 - 38,5$;	$4,8 - 10,48$;
б) $-0,6 - 3,9$;	$-2,4 - 3,46$;	$-0,5 - 3,67$;	$-16,3 - 23,3$;
в) $-3,7 - (-3,6)$;	$3,42 - (-12,3)$;	$-0,08 - (-3,8)$;	$12 - (-15,7)$.
550. а) $12,6 - 83,9$;	$0,6 - 1,3$;	$1,3 - 2,007$;	$0,53 - 5,4$;
б) $-3,4 - 1,6$;	$-12,3 - 23,4$;	$-7,128 - 3,08$;	$-2,34 - 6,26$;
в) $-2,7 - (-4,9)$;	$-0,8 - (-1,6)$;	$27 - (-3,067)$;	$0,08 - (-0,8)$.

551. а) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$; $\frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right)$; $-\frac{3}{8} - \left(-\frac{1}{8}\right)$;
 б) $\frac{3}{4} - 3\frac{1}{4}$; $-\frac{6}{7} - 2\frac{3}{7}$; $-4\frac{3}{4} - 5\frac{1}{4}$; $2\frac{3}{8} - \left(-5\frac{1}{8}\right)$;
 в) $-\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$; $\frac{2}{15} - \left(-\frac{1}{10}\right)$; $-2\frac{2}{3} - \left(-5\frac{1}{2}\right)$; $\frac{1}{3} - 3,5$.
552. а) $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}$; $-\frac{2}{7} - \frac{3}{7}$; $\frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{6}\right)$; $-\frac{7}{12} - \left(-\frac{5}{12}\right)$;
 б) $\frac{2}{9} - 2\frac{5}{9}$; $-\frac{3}{8} - 1\frac{7}{8}$; $3\frac{3}{16} - \left(-2\frac{5}{16}\right)$; $-6\frac{4}{7} - \left(-2\frac{5}{7}\right)$;
 в) $-\frac{2}{9} - \frac{5}{6}$; $\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right)$; $-4\frac{5}{12} - \left(-3\frac{1}{18}\right)$; $-\frac{2}{3} - 1,8$.

553. Знайди різницю чисел:

а) 7,53 і -3,45; б) -26,8 і 47,9; в) -0,235 і -2,35; г) 12,34 і -123,4.

554. Заповни таблицю.

a	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
b	5,73	-3,24	8,96	-4,9	8,6	-3,28	-6,7	9,07
$a - b$								

555. На скільки число m більше чи менше за n , якщо:

а) $m = -5,2$, $n = 3$; б) $m = 0,3$, $n = -0,7$; в) $m = -3,8$, $n = -8,3$?

556. Кожне з чисел -16,3, -7,12, 0,23, 9,06, 12,85 зменш на 10,6.

557.  Кожне з чисел -0,05, -0,37, 1,54, 8,48 зменшіть на -2,5.

558. Чи є значення виразів $3,8 - 7,5$ і $7,5 - 3,8$ протилежними числами?

559. Число m протилежне числу 2,7.

Знайди значення виразу $5,2 - m$.

560. Опівдні температура була $10,5^\circ\text{C}$, а опівночі -2°C . На скільки змінилася температура повітря за пів доби?

561. За день температура повітря змінилася на $-2,5^\circ\text{C}$. Якою вона була вранці, якщо ввечері термометр показував -6°C ?

Розв'яжи рівняння (562, 563)

562. а) $8,2 - x = 16,6$; б) $-9,8 + 3x = -4,7$; в) $-3,2 - 2x = -5,8$.

563. а) $1,2 - x = 6,8$; б) $-13,6 + 4x = -6,4$; в) $-2,4 - 7x = -16,4$.



Рівень Б

564. Обчисли значення виразу $12,9 - a - x$, якщо:

а) $a = -8,7$, $x = 6,7$; б) $a = -0,73$, $x = -6,4$.

565. Заповни таблицю.



a	8,13	3,27	0,52	-4,311	-16,35	28,6
b	9,09	-5,83	-4,8	-8,07	362,6	906,83
$1 - a - b$						

Обчисли (566, 567)

566. а) $13,4 - 17,28 - (-2,46) - 5,58$; б) $17,28 - (-2,34) - (-13,6) - 3,22$;

в) $(3,7 - 9,1) - (4,8 - 2,5) + 4,7$; г) $(3,2 - 12) - (-2,8 - 5,6) - 2,6$.

567. а) $-2,6 - 3,8 - (-13,24) - (-3,16)$; б) $3,2 - 4,62 - (-28,34) - 13,02$;

в) $(1,5 - 13,6) - (4,1 - (-2,7)) - 1,1$; г) $(-6,3 - 5,8) - (-3,9 + 7,7) - 4,1$.

568. Як змінилась кількість грошей за вказані проміжки часу?

а)

← Картка для виплат	
Неділя, 23 жовтня 2022	
» Перекази	- 300.00
Горovenko Anna	
« Перекази	398.00
Зарахування переказу	
Субота, 22 жовтня 2022	
« Перекази	149.25
Від SMIZHANA	
Четвер, 22 жовтня 2022	
Подорожі	- 1 533.45
Укрзалізниця	
Вівторок, 18 жовтня 2022	
Цільові надходження	4 800.00
Зарплата.	

б)

← Картка для виплат	
Субота, 29 жовтня 2022	
Цільові надходження	1 368.58
Зарплата.	
Подорожі	- 1 636.33
Укрзалізниця	
П'ятниця, 28 жовтня 2022	
Здоров'я та краса	- 730.00
Вівторок, 25 жовтня 2022	
Цільові надходження	3 950.19
Зарплата.	

569. Разом із близькими розпиши доходи і ваші витрати продовж одного з місяців або проаналізуй рух грошей по одному з рахунків.

570. Познач на координатній прямій точки $A(-3,5)$ і $B(4,5)$. Знайди відстань між точками A і B .

571. Знайди відстань між точками $K(k)$ і $P(p)$, якщо:

а) $k = -6$, $p = -13,5$; б) $k = 4$, $p = -7,2$; в) $k = 27,9$, $p = -35,8$.

572. Знайди відстань між точками $K(k)$ і $P(p)$, якщо:

а) $k = -3,5$, $p = -6$; б) $k = 2$, $p = -6,8$; в) $k = -13,6$, $p = -3,4$.

Склади числовий вираз і обчисли його значення (573, 574)

- 573.** а) Від числа 3,25 відняти суму чисел 3,6 і $-12,9$;
 б) від різниці чисел 2,6 і $-7,2$ відняти різницю $-13,6$ і $-15,8$;
 в) від суми чисел 4 і $-23,6$ відняти різницю чисел $-0,3$ і 2,3.

- 574.** а) До числа $-12,6$ додати різницю чисел 2,2 і $-9,8$;
 б) від різниці чисел $-3,4$ і $-2,8$ відняти суму $-17,2$ і 12,6;
 в) від різниці чисел $-14,5$ і $-20,8$ відняти різницю 2,7 і -5 .

- 575.** Знаючи, що $a = -3,1$, $b = 5,7$ і $c = -4,8$, обчисліть:



- а) $a - b - c$; б) $|a - b - c|$; в) $|a| - |b| - |c|$.

- 576.** Знаючи, що $m = -2,7$, $p = -4,8$, $k = 7,2$, обчисли:

- а) $m - p - k$; б) $|m - p - k|$; в) $|m| - |p| - |k|$.

Розв'яжи рівняння (577, 578)

- 577.** а) $|x + 3,2| = 5,4$; б) $|2x - 2,7| = 0$; в) $|6,2 - x| = -3,5$.

- 578.** а) $|x - 4,2| = 3,8$; б) $|6,8 + x| = 5,6$; в) $|x - 0,6| = -2,7$.

Обчисли значення виразу (579, 580)

- 579.** а) $\left(-\frac{5}{6} - \left(-\frac{3}{4}\right)\right) - \left(\frac{1}{3} - 0,5\right) - \left(-3\frac{11}{12}\right)$;

б) $10\frac{5}{24} + \left(3\frac{3}{8} - 5\frac{1}{6}\right) - \left(3\frac{1}{12} - \left(-2\frac{5}{6}\right) + 1,5\right)$.

- 580.** а) $\left(\frac{5}{6} - \frac{7}{8}\right) - \left(\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{8}\right)\right) - \left(-3\frac{1}{3}\right)$;

б) $2\frac{7}{16} - \left(3\frac{1}{4} - \left(2\frac{5}{8} - 5\frac{11}{16}\right)\right) - \left(-1\frac{5}{9} - \left(-3\frac{3}{8}\right) - 2\frac{25}{36}\right)$.

**Розв'яжи рівняння (581, 582)**

- 581.** а) $|x| + 6,3 = 10$; в) $6,2 + |x - 3| = 1,3$;

- б) $|x| - 23,7 = -8,4$; г) $||x| - 2,3| = 6,4$.

- 582.** а) $|x| - 5,8 = -2,4$; в) $3 - |x + 1,3| = 5,6$;

- б) $|x| + 2,17 = 8,2$; г) $||x| + 4,8| = 9,7$.



Цікаві задачі

583. Побудуй квадрати зі сторонами 2 см і 4 см. На скільки відсотків площа: а) першого квадрата менша від площі другого; б) другого квадрата більша від площі першого?
584. Доведи, що для довільного натурального значення n число $10^n + 11^n + 19^n$ — парне.
585. Знайди швидкість, з якою рухається мотоцикл (у км/год), якщо його колесо має радіус 30 см і щосекунди робить 5 обертів.

Вправи для повторення

586. Знайди 7,5 % від числа $-0,8 + (-2,6) + 13$.
587. Яка вартість 15 таких пірижків? 
588. У класі навчається 12 дівчат і 15 хлопців. Яка ймовірність, що старостою класу буде дівчинка?



Спробуй свої сили у розв'язуванні задач на с. 178



§ 15. МНОЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Множення раціональних чисел виконують за такими самими правилами, що і множення цілих чисел.



Щоб помножити від'ємне число і додатне, треба помножити їх модулі і перед результатом поставити знак «мінус».

Приклад

$$-1,5 \cdot 40 = -60; \quad 8 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -2; \quad \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}.$$

Щоб помножити два від'ємні числа, треба помножити їх модулі.

Приклад

$$-2 \cdot (-7,3) = 14,6; \quad -1,2 \cdot (-5) = 6; \quad -\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{4}.$$



У загальному вигляді ці правила записують так:

$$(-a) \cdot b = -ab$$

$$(-a) \cdot (-b) = ab$$

Знак числа a	Знак числа b	Знак добутку $a \cdot b$
+	+	+
-	-	+
-	+	-
+	-	-

Окремі випадки
множення

$$a \cdot 0 = 0, \quad a \cdot 1 = a, \quad a \cdot (-1) = -a, \\ 0 \cdot a = 0, \quad 1 \cdot a = a, \quad (-1) \cdot a = -a$$

Дізнайся більше

Якщо множити додатні числа, менші за 1, то добуток буде меншим за кожний із множників.

Якщо множити додатне і від'ємне числа, то добуток буде від'ємним числом, а отже, він буде меншим за один або за кожний із множників.

Якщо знаходити добуток двох від'ємних чисел, то він буде додатним числом, а отже, буде більшим за кожний із множників.

Перевір себе

1. Сформулюй правило множення двох від'ємних чисел.
2. Як помножити два числа з різними знаками?



Поглянь!

1. Знайди добуток чисел: а) 3,7 і -0,2; б) $-\frac{2}{3}$ і $-1\frac{1}{2}$.

а) $3,7 \cdot (-0,2) = -(3,7 \cdot 0,2) = -0,74;$

б) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1.$

2. Розв'яжи рівняння: $(x - 2,5)(x + 4,6) = 0.$

Добуток дорівнює нулю, якщо хоч один із множників дорівнює нулю.

$$(x - 2,5)(x + 4,6) = 0$$

$$x - 2,5 = 0$$

$$x = 2,5;$$

або

$$x + 4,6 = 0$$

$$x = -4,6$$



3. За якої умови добуток двох раціональних чисел дорівнює одному з них?

Якщо $ab = a$, то можливі два випадки:

- 1) $b = 1$, а a — довільне число;
- 2) $a = 0$, а b — довільне число.



Виконай усно

589. Виконай множення:

- а) $1,4 \cdot (-10)$, $(-3,2) \cdot 3$, $(-2,6) \cdot (-0,5)$, $(-9) \cdot (-1,1)$;
 б) $(-0,5) \cdot 2$, $(-4) \cdot 0,6$, $(-2,5) \cdot 0,4$, $(-20) \cdot (-1,7)$;
 в) $(-3,25) \cdot 0$, $(-5,97) \cdot 1$, $17,3 \cdot (-1)$, $(-1) \cdot (-3,7)$.

590. Установи відповідність між виразами (1–3) та їх значеннями (А–Г).

1	$-\frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$	2	$-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$	3	$-1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$	А	-1
						Б	0,25
						В	1
						Г	-0,25

591. Знайди значення степеня: $(-3)^2$; $(-0,5)^2$; $(-0,1)^3$; $(-0,6)^2$.

592. Не виконуючи обчислень, вкажи хибне твердження:

А $(-2,57)^3 < (1,1)^3$, **Б** $(-2,8)^2 > (-3,8)^3$, **В** $(-4,5)^3 > (-4,5)^2$.

593. За якої умови добуток двох раціональних чисел дорівнює: а) числу, протилежному до одного з множників; б) нулю? Наведіть приклади.

Рівень А

Обчисли добуток (594–600)

594. а) $(-1,4) \cdot (-5)$; б) $3,74 \cdot (-0,5)$; в) $23,7 \cdot (-40)$; г) $2,25 \cdot (-0,04)$.

595. а) $(-3,5) \cdot (-42)$; б) $(-64) \cdot (-2,25)$; в) $(-367) \cdot (-89)$; г) $(-3,8) \cdot (-2,5)$.

596. а) $(-13,5) \cdot (-8,6)$; б) $70,2 \cdot (-9,5)$; в) $(-0,07) \cdot (-25,8)$.

597. а) $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$; б) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$; в) $\left(-\frac{4}{7}\right) \cdot \left(-\frac{21}{32}\right)$; г) $\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{16}{27}\right)$.

598. а) $\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{10}{11}\right)$; б) $\left(-\frac{6}{13}\right) \cdot \left(-\frac{13}{18}\right)$; в) $\frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{27}{28}\right)$; г) $-\frac{7}{12} \cdot \left(-\frac{18}{35}\right)$.

599. а) $15 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$; б) $\frac{5}{9} \cdot (-18)$; в) $4,5 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right)$; г) $-\frac{5}{12} \cdot (-2,4)$.

600. а) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot (-25)$; б) $\frac{6}{13} \cdot (-26)$; в) $0,5 \cdot \left(-\frac{8}{9}\right)$; г) $-\frac{4}{5} \cdot (-2,5)$.

601.  Один учень / одна учениця записує звичайний дріб. Інший / інша знаходить добуток цього дробу й оберненого до протилежного числа. Потім поміняйтесь ролями. Що помітили?

602. Обчисли: а) $(-1,1)^2$; б) $(-0,5)^3$; в) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; г) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$; ґ) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^2$.

603. Обчисли: а) $(-2,1)^2$; б) $(-0,3)^3$; в) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2$; г) $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$; ґ) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2$.

604. Продовж послідовність: 0,2; 0,04; 0,008; ... Склади послідовності і запропонуй їх продовжити близьким або друзям.

Розв'яжи рівняння (605, 606)

605. а) $-2,3(x + 5,2) = 0$; б) $(x + 2,7)(x - 4,6) = 0$; в) $(x - 5)(x - 2,2) = 0$.

606. а) $-4,7(x - 2,8) = 0$; б) $(x - 6,2)(x - 3,5) = 0$; в) $(x + 4,1)(x - 2) = 0$.

607. Обчисли значення виразу $(-5,5) \cdot m$, якщо:

а) $m = 3,8$; б) $m = -4,4$; в) $m = -0,72$.

608. Обчисли значення виразу $(-3,2) \cdot a$, якщо:

а) $a = -2,5$; б) $a = 12,3$; в) $a = -10,05$.

609. Помножте суму чисел $-8,5$ і $4,2$:

 а) на менше з них; б) на більше з них; в) на їх різницю.

610. Помнож різницю чисел $3,2$ і $4,3$:

а) на менше з них; б) на більше з них; в) на їх суму.

611. Згадайся, якого значення набуде змінна a в кожному з випадків. Перевір свою здогадку у Scratch.



Рівень Б

Виконай дії (612, 613)

612. а) $-2,35 \cdot 6,8 + (-1,6) \cdot (-2,3)$; б) $5,4 \cdot (-4,2) - 4,6 \cdot (-5,3)$;

в) $-2,5 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) + 2\frac{2}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{8}\right)$; г) $3,6 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) - 1\frac{1}{5} \cdot \left(-3\frac{1}{3}\right)$.

613. а) $3,4 \cdot (-6,5) - (-7,6) \cdot (-4,5)$; б) $-16,2 \cdot (-4,3) + 7,6 \cdot (-2,1)$;

в) $3,2 \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) + \left(-1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right)$; г) $1,5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-3\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$.

614. Заповни таблицю.

a	-3,4	-0,7	2,9	5,8	14	27	84	108
b	-7,5	26,4	-94	-67	-73	-0,9	-3,8	-10,8
ab								

615. На скільки добуток чисел 5,8 і -2,3 менший:



а) від меншого з них; б) від більшого з них; в) від їх суми?

616. На скільки добуток чисел -2,7 і -5 більший:

а) від більшого з них; б) від меншого з них; в) від їх суми?

617. Обчисли значення виразу: а) $-5x^2 - 6x$, якщо $x = -1,2$;

б) $-12,5x^3 + 0,2$, якщо $x = -0,4$;

в) $1000x^3 + 100x^2 - 20x$, якщо $x = -0,2$.

618. Обчисли значення виразу: а) $3x^2 - 2,63$, якщо $x = -1,1$;

б) $-2,4x^3 + 0,6x$, якщо $x = -0,5$;

в) $-100x^3 + 10x^2 - 3x$, якщо $x = -0,1$.

619. Знайдіть значення виразу:



а) $x + 3 + x + 3 + x + 3 + x + 3 + x + 3 + x + 3$, якщо $x = -3,1$;

б) $c - 1 + c - 1 + c - 1 + c - 1 + c - 1 + c - 1 + c - 1$, якщо $c = 0,75$.

Виконай дії (620–623)

620. а) $-0,6 \cdot 7 + 3,6 \cdot 0,4 - 2,3 \cdot (-1,2)$;

б) $1,6 \cdot (-7,5) - 3,5 \cdot (-22,4) + (-0,5) \cdot 7,2$;

в) $(3,7 - 4,8) \cdot 3,5 + (-0,5)^2 - (-2) \cdot 2,8$;

г) $(-3,2 \cdot 4,5 - (1,5 - 2,7)^2 + 5,84) \cdot (-2,5)$.

621. а) $-3,6 \cdot (-4,4) + 2,7 \cdot 0,3 + 10,5 \cdot (-1,3)$;

б) $-6,2 \cdot 2,5 - (-4,7)(-6,5) - 54,5 \cdot (-0,9)$;

в) $1,3^2 - (-3) \cdot 1,8 + 0,3 \cdot (-4,5 - 15,8)$;

г) $(-2,6 \cdot 5,5 - (2,3 - 3,2)^2 + 10,71) \cdot (-1,5)$.

622. а) $-\frac{2}{3} \cdot (-0,4) + 2\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right) + \left(-1\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{2}$;

б) $-2,7 \cdot \left(\frac{5}{9}\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right) + 1\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{5}{6}\right)$;

в) $\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(2\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right)\right) \cdot \left(-3\frac{3}{4}\right)$;

г) $-\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{11} \cdot \left(-1\frac{1}{21}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 3\frac{3}{7}$.



623. а) $-\frac{17}{28} \cdot 5,6 + 2 \frac{1}{4} \cdot \left(-1 \frac{1}{6}\right) - \left(-1 \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{4}{11};$
 б) $-2,2 \cdot \frac{3}{11} + 5 \frac{1}{7} \cdot \left(-1 \frac{8}{27}\right) - 1 \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{2}{35}\right);$
 в) $\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(3 \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{6} \cdot \left(-2 \frac{4}{5}\right)\right) \cdot \left(-3 \frac{3}{4}\right);$
 г) $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{2}{7} \cdot \left(-1 \frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{1}{5}\right)^3 \cdot 8 \frac{1}{3}.$



Розв'яжи рівняння (624, 625)

624. а) $(|x| - 2)(x + 3) = 0;$ б) $|x|(x + 7,8)(|x| - 0,4) = 0;$

в) $(|x + 2| - 8)(|x| + 6,9) = 0.$

625. а) $(|x| - 7)(x + 8) = 0;$ б) $|x|(x + 2,3)(|x| - 3,6) = 0;$

в) $(|x + 4| - 6)(|x| + 2,5) = 0.$

626. Додатне чи від'ємне число a , якщо:

а) $-0,4a > 0;$ б) $(-4,3) \cdot (a - 7) < 0?$

627. Додатне чи від'ємне число a , якщо:

а) $(-2) \cdot a > 0;$ б) $3,2a < 0;$ в) $-6,8a < 0;$ г) $(-2,8) \cdot (a - 4) < 0?$

628. Яке число більше: a чи c , якщо:

$-2(a - c) < 0;$ $-7,2(a - c) > 0;$ $4(a - c) < 0?$

629. Яке число більше: a чи c , якщо:

$3(a - c) < 0;$ $-5(a - c) > 0;$ $-6,4(a - c) < 0?$

Цікаві задачі

630. Кожне просте число має тільки два дільники. А які числа мають тільки по три дільники?

631. Довжина прямокутного листа фанери дорівнює 50 см, а ширина становить 24% від довжини. Скільки квадратів площі 100 см² можна вирізати з цього листа фанери?

632. Вкажи п'ять значень x , при яких виконується нерівність:

$$-100 \frac{1}{2} < x < -100 \frac{1}{3}.$$

Вправи для повторення

633. Обчисли: а) $21 \cdot 125 \cdot 8 \cdot 3$; б) $\frac{2}{15} \cdot \frac{3}{7} \cdot 3 \frac{3}{4} \cdot 2,1$.
634. Знайди довжину кола і площу круга радіуса 2,5 дм.
635. Продовж послідовність: -2; 4; 2,5; -5; -6,5; -13;...

§ 16. ЗАКОНИ МНОЖЕННЯ

ЗАКОНИ МНОЖЕННЯ

$$a \cdot b = b \cdot a$$

переставний закон,

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

сполучний закон,

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

розподільний закон.

Наприклад, $0,25 \cdot (-317) \cdot 4 = (0,25 \cdot 4) \cdot (-317) = 1 \cdot (-317) = -317$.
 $1,4 \cdot 3 + 1,4 \cdot (-7) = 1,4 \cdot (3 + (-7)) = 1,4 \cdot (-4) = -5,6$.



**Якщо добуток містить парне число від'ємних множників, то він додатний;
якщо непарне число від'ємних множників, то він від'ємний (за умови, що жоден із множників — не нуль).**

Приклад

$$3 \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-7) \cdot 9 \cdot (-11) > 0,$$

$$(-4) \cdot 5 \cdot (-6) \cdot (-9) \cdot 12 < 0.$$

Квадрат від'ємного числа — число додатне: $(-0,2)^2 = 0,04$

Куб від'ємного числа — число від'ємне: $(-0,2)^3 = -0,008$

Дізнайся більше

Правильна також рівність $(a - b)c = ac - bc$,

бо $(a - b)c = (a + (-b))c = ac + (-b)c = ac - bc$.

Розподільний закон множення правильний також відносно довільної кількості додатних чи від'ємних доданків.

Перевір себе

1. Сформулюй закони множення.
2. Додатним чи від'ємним числом є: а) квадрат; б) куб від'ємного числа?



Поглянь!

1. Обчисли найзручнішим способом: а) $-4 \cdot (-193,4) \cdot 0,25$;
 б) $-48 \cdot 2 \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{16} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$; в) $-2,34 \cdot \left(-3 \frac{3}{8}\right) - 2,34 \cdot \left(-2 \frac{5}{8}\right)$.
 а) $-4 \cdot (-193,4) \cdot 0,25 = -4 \cdot 0,25 \cdot (-193,4) = -1 \cdot (-193,4) = 193,4$.
 б) $-48 \cdot 2 \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{16} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \left(-48 \cdot \frac{3}{16}\right) \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)\right) = -9 \cdot (-1) = 9$.
 в) $-2,34 \cdot \left(-3 \frac{3}{8}\right) - 2,34 \cdot \left(-6 \frac{5}{8}\right) = 2,34 \cdot 3 \frac{3}{8} + 2,34 \cdot 6 \frac{5}{8} =$
 $= 2,34 \left(3 \frac{3}{8} + 6 \frac{5}{8}\right) = 2,34 \cdot 10 = 23,4$.
2. Спрости вираз $-0,4a \cdot 3,52b \cdot (-5)$ і знайди його значення, якщо $a = -2,5$, $b = 4$.
 $-0,4a \cdot 3,52b \cdot (-5) = -0,4 \cdot (-5) \cdot 3,52 \cdot a \cdot b = 2 \cdot 3,52 \cdot ab = 7,04ab$.
 Якщо $a = -2,5$, $b = 4$, то $7,04ab = 7,04 \cdot (-2,5) \cdot 4 = 7,04 \cdot (-10) = -70,4$.

Виконай усно

636. Обчисли добутки: а) $3 \cdot (-657) \cdot \frac{1}{3}$; б) $-7 \cdot (-477) \cdot \frac{1}{7}$.
 в) $-2 \cdot 7,5 \cdot (-5)$; г) $4 \cdot (-8,7) \cdot 0,25$; ґ) $9,6 \cdot (-7,4) \cdot 0$;
 д) $0,5 \cdot (-841) \cdot 2$; е) $0,4 \cdot 851 \cdot (-2,5)$; є) $25 \cdot (-83,3) \cdot (-4)$.
637. Додатний чи від'ємний добуток:
 а) $-3,7 \cdot (-42) \cdot 3,6 \cdot (-54) \cdot (-0,8) \cdot 87,9$;
 б) $-7 \cdot 1,3 \cdot (-8) \cdot 4,9 \cdot (-16) \cdot 0,35 \cdot (-47) \cdot (-1,9)$?
638. Який знак потрібно поставити замість *?
 $-3,234 \cdot (-103,2) \cdot (-324) * -7 \cdot (-0,2) \cdot 3,2$
А > **Б** < **В** = **Г** не можна встановити

Рівень А

639.  Переконайтеся в правильності переставного, сполучного і розподільного законів множення на прикладі чисел -5 , $-2,4$ і $-0,5$.

Обчисли значення виразів (640–643)

640. а) $(-7) \cdot (-8) \cdot 0,5$; б) $2,5 \cdot (-3,6) \cdot 40$; в) $(-3) \cdot 20 \cdot (-0,8) \cdot 0,5$;

641. а) $(-2,5) \cdot (-0,4) \cdot (-10)$; б) $-23 \cdot 0,25 \cdot (-4)$; в) $12 \cdot (-5) \cdot (-0,2) \cdot (-0,5)$.

642. а) $\frac{3}{7} \cdot (-15,5) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$; б) $\frac{1}{2} \cdot (-6) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-0,1)$.

643. а) $-2\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{13}{41}\right) \cdot \frac{4}{9}$; б) $\frac{1}{4} \cdot (-8) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-76,85)$.

Порівняй значення виразів (644, 645)

644. а) $(-2,3)^2$ і $(-3,7)^3$; б) $4,5 \cdot (-9,8)^3$ і $(-0,3)^2$; в) $(-4,2)^2$ і $(4,2)^2$.

645. а) $(-4,6)^3$ і $(-2,3)^2$; б) $0,6 \cdot (-7,4)^3$ і $(-1,2)^2$; в) $(-3,6)^2$ і $(3,6)^2$.

Додатним чи від'ємним є добуток чисел (646, 647)

646. а) $2,7 \cdot (-3,8) \cdot 6,2 \cdot (-3)$; б) $-6 \cdot (-8,3) \cdot (-2,67)$;

в) $3 \cdot 100,6 \cdot (-23) \cdot 6,8$; г) $4 \cdot (-1,1)^2 \cdot (-3,9)^2$;

г) $(-4)^2 \cdot (-6,3)^2 \cdot (-0,7)^2$; д) $(-4)^3 \cdot (-2,3)^2 \cdot (-5)^3$.

647. а) $-4,8 \cdot (-6,4) \cdot 2 \cdot (-0,1)$; б) $4,6 \cdot 0,3 \cdot (-2,4) \cdot 16$;

в) $4,2 \cdot (-0,8) \cdot 6 \cdot (-3,5)$; г) $5,2 \cdot (-7,8)^2 \cdot (-6,9)^2$;

г) $(-0,1)^2 \cdot (-2,3)^2 \cdot (-0,6)^2$; д) $(-5,1)^3 \cdot (-6)^2 \cdot (-0,2)^3$.

Обчисли найзручнішим способом (648, 649)

648. а) $6,8 \cdot 0,3 + (-6,8) \cdot (-0,7)$; б) $8,2 \cdot (-3,4) + (-3,4) \cdot 1,8$.

649. а) $4,7 \cdot 5,8 + (-4,7) \cdot (-4,2)$; б) $3,3 \cdot (-16,8) + (-16,8) \cdot 6,7$.

Рівень Б

650. Перевірте правильність рівності $a \cdot (-b) = (-a) \cdot b$ для:



а) $a = -3,2$ і $b = -5$; б) $a = -0,3$ і $b = -\frac{1}{3}$.

651. Перевір правильність рівності $(-a) \cdot bc = a(-b) \cdot c = ab \cdot (-c)$ для $a = 2,5$, $b = -0,1$, $c = 5,2$.

Обчисли добуток (652, 653)

652. а) $\frac{2}{3} \cdot \left(-3\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{-3}{10}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)$; б) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{17}\right) \cdot 16 \cdot (-34)$;

в) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^2 \cdot (-27) \cdot \left(-1\frac{1}{5}\right)^2$.



653. а) $\frac{3}{5} \cdot \left(-3\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right)$; б) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{19}\right) \cdot (-25) \cdot (-38)$;
 в) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)^2 \cdot 64 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)^2$.

654. Знайди добуток усіх цілих чисел x , якщо $-13 < x < 13$.

655. Знайди добуток усіх цілих чисел x , якщо $-15 < x < 5$.

656. Додатним чи від'ємним числом є добуток цілих чисел a , якщо:

а) $-4 < a < -1$; б) $-7 \leq a < -2$; в) $-6,8 \leq a \leq -2,4$.

657. Додатним чи від'ємним числом є добуток цілих чисел x , якщо:

а) $-6 < x < -3$; б) $-9 < x \leq -4$; в) $-4,2 \leq x \leq -0,8$.

658. Що більше:

а) квадрат суми двох від'ємних чисел чи куб їх суми?

б) сума квадратів двох від'ємних чисел чи сума їх кубів?

в) добуток трьох від'ємних чисел чи добуток трьох додатних чисел?

г) добуток трьох від'ємних чисел чи добуток їх квадратів?

Спрости вираз і знайди його значення (659, 660)

659. а) $-\frac{2}{3}x \cdot 4\frac{1}{2}y$, якщо $x = 0,2$, $y = -3,5$;

б) $2,5x \cdot (-1,2)y \cdot (-4)$, якщо $x = -\frac{2}{3}$, $y = \frac{1}{4}$.

660. а) $-3\frac{3}{4}x \cdot \frac{4}{5}y$, якщо $x = -0,5$, $y = 5,4$;

б) $-12,5x \cdot (-2,8)y \cdot (-0,8)$, якщо $x = -\frac{3}{4}$, $y = \frac{5}{7}$.



Цікаві задачі

661. У 6-А класі навчається 60 % дівчат і 40 % хлопців. Відомо, що 20 % дівчат і 10 % хлопців не люблять цирк. Знайди відношення кількості дівчат, що люблять цирк, до кількості хлопців, які теж люблять цирк.

662. Знайди найменше семицифрове число, яке ділиться націло на 9 та має усі різні цифри.

663. У ящику лежить кілька білих кульок і 6 червоних. Скільки всього кульок, якщо ймовірність витягнути білу кульку дорівнює 0,625.

Вправи для повторення

664. Знайди невідомий член пропорції: $\frac{3,1}{0,5} = \frac{0,124}{m}$.
665. У шкільній бібліотеці всього 3600 книг. $\frac{3}{4}$ їх загальної кількості — підручники, 3 % решти — довідники. Скільки довідників у цій бібліотеці?
666. Знайди число, 7,5 % якого становлять $86,4 + (-27) + (-24,6)$.

§ 17. ДІЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Ділення раціональних чисел виконують, як і ділення цілих чисел.



Щоб поділити одне раціональне число на інше, треба поділити їх модулі; якщо знаки діленого і дільника різні, то перед результатом слід поставити знак «мінус».

Приклад

$$-3,6 : 3 = -1,2, \quad 3,6 : (-3) = -1,2, \quad -3,6 : (-3) = 1,2.$$

Знак числа a	Знак числа b	Знак частки $a : b$
+	+	+
-	-	+
-	+	-
+	-	-

Для будь-якого раціонального числа a справедливі рівності:

$$a : 1 = a, \quad a : a = 1, \quad 0 : a = 0.$$

Дві останні рівності виконуються за умови, що $a \neq 0$.

Ділити на 0 не можна!

Дізнайся більше

Ділити на 0 не можна! Бо коли b , наприклад, «частка» $5 : 0$ дорівнювала якомусь числу x , то була б правильною рівність $x \cdot 0 = 5$, що неможливо при будь-якому значенні x . І «частка» $0 : 0$ не може дорівнювати якомусь одному числу x , бо тоді було б, що $x \cdot 0 = 0$, а цю рівність задовольняє будь-яке число x .

Перевір себе

- Сформулюй правило ділення раціональних чисел.
- Якою буде частка, якщо ділене і дільник:
 - одного знаку;
 - різних знаків?



Поглянь!

- Знайди відношення чисел: а) $-2,5$ і $-\frac{1}{2}$; б) $-3,2$ і $5,6$;

$$\text{а) } -2,5 : \left(-\frac{1}{2}\right) = 2,5 : \frac{1}{2} = 2,5 \cdot 2 = 5; \quad \text{б) } \frac{-3,2}{5,6} = -\frac{32}{56} = -\frac{4}{7}.$$

- Обчисли значення виразу $\frac{0,35 : (-0,7) - 5,1 : (-1,7)}{3,5 - (-2)^2}$.

Щоб обчислити значення будь-якого дробу, досить його чисельник поділити на знаменник.

$$\frac{0,35 : (-0,7) - 5,1 : (-1,7)}{3,5 - (-2)^2} = \frac{-0,5 + 3}{3,5 - 4} = \frac{2,5}{-0,5} = -\frac{25}{5} = -5.$$

Виконай усно

- Обчисли: а) $-6 : (-0,3)$, $-4 : 0,8$, $12 : (-1,2)$, $-1 : (-0,5)$;
б) $3,5 : (-7)$, $-2,8 : 4$, $-3,6 : (-18)$, $2,5 : (-5)$;
в) $-2,4 : 0,4$, $-1,3 : 1,3$, $-3,2 : (-0,8)$, $-1,5 : (-0,5)$.
- Який знак ($<$, $>$ чи $=$) потрібно поставити замість $*$?
а) $-3,2 : 0,8 * 0$; б) $-12,4 : (-2,5) * 0$; в) $0 : (-0,3) * 0$.
- Не виконуючи обчислень, вкажи найбільший вираз.
A $-425,7 : 0,25$ **B** $-2,085 : (-1,39)$ **B** $5,58 : (-1,24)$.
- Розв'яжи рівняння: а) $-2x = 6$; б) $7x = -3,5$; в) $-0,4x = -0,8$.

Рівень A

Обчисли частки (671–674)

- а) $10,5 : (-21)$; в) $-9,24 : (-2,2)$; г) $-11,1 : 0,37$;
 ґ) $72,5 : (-29)$; д) $70,2 : (-2,6)$; є) $-5,4 : 3,6$.
 ж) $-3 : 0,25$; з) $0,6 : (-0,15)$; і) $-1,69 : (-1,3)$.
- а) $-43,2 : 18$; б) $-5,04 : 2,1$; г) $1,41 : (-0,47)$.
 ґ) $-3,77 : (-2,9)$; д) $-83,7 : 0,27$; є) $-19,6 : (-1,4)$.
 ж) $0,2 : (-5)$; з) $-0,6 : (-0,75)$; і) $3,24 : (-0,18)$.

673. а) $-1\frac{1}{3} : 8$; б) $-\frac{7}{9} : (-7)$; в) $\frac{4}{5} : \left(-\frac{1}{15}\right)$; г) $-\frac{6}{7} : \left(-\frac{3}{7}\right)$;

г) $-\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$; д) $-\frac{3}{7} : (-3)$; е) $-\frac{3}{5} : \left(-\frac{9}{20}\right)$; є) $1\frac{1}{5} : \left(-2\frac{2}{5}\right)$.

674. а) $(-2) : \frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{5} : (-5)$; в) $-2\frac{1}{4} : (-9)$; г) $\left(-\frac{4}{7}\right) : \left(-\frac{4}{21}\right)$;

г) $-\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$; д) $-3\frac{1}{2} : \frac{7}{16}$; е) $3\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right)$; є) $-2\frac{1}{2} : \left(-1\frac{1}{4}\right)$.

675. Заповни таблицю.

х	-3	-2	-0,1	0,4	0,6	1,2	1,5
6 : х							
х : (-5)							

676. Обчисли відношення: а) $\frac{3,5}{2,8}$; б) $\frac{-5}{0,2}$; в) $\frac{-3}{1,5}$; г) $\frac{2,4}{-15}$.

677. Обчисли відношення: а) $\frac{2,4}{3,2}$; б) $\frac{-8}{-0,4}$; в) $\frac{1,3}{-6,5}$; г) $\frac{0,36}{-4,5}$.

678. Знайди відношення:

а) квадратів чисел $-0,2$ і $-0,4$; б) кубів чисел -1 і $-0,5$.

Обчисли значення виразів (679, 680)

679. а) $33,5 : (-6,7) + 13$; б) $1,89 : (-6,3) - 2,7$; в) $25 - 2,5 : (-0,5)$;
г) $32,4 + 6 : (-0,15)$; г) $-2,5 + 2,25 : (-0,75)$; д) $5,85 - 5,4 : (-36)$.

680. а) $22,8 : (-5,7) - 26$; б) $-30,5 : (-6,1) - 2,8$; в) $2,2 : (-0,5) + 4,8$;
г) $-6,3 : (-0,21) - 1,7$; г) $-1,7 - 36,6 : (-6,1)$; д) $11 + 4,84 : (-0,11)$.

Обчисли значення виразу (681, 682)

681. а) $-12 : x - 3,5$, якщо $x = -1,6$; б) $2,8 + a : (a + 2)$, якщо $a = -2,5$.

682. а) $-0,3 : x - 1$, якщо $x = -1,5$; б) $2,2 + x : (x + 3,6)$, якщо $x = -0,6$.

683. Установіть відповідність між рівняннями (1-4) та їх коренями (А-Д).

684. Розв'яжи рівняння:

а) $8x = -4,8$;

б) $0,5x + 13,5 = 8$;

в) $1,9 - 8x = 2,3$.

1 $-3x = 9$ А -14

2 $7x = -3,5$ Б 14

3 $-2,4x + 20 = 8$ В 5

4 $2,6 - 0,4x = 8,2$ Г -0,5

Д -3

Знайди невідомий член пропорції (685-687)

685. а) $14 : x = -7 : 13$; б) $x : (-0,5) = -12 : 100$; в) $2,6 : 5 = 3,9 : (-x)$.

686. а) $18 : a = 6 : (-11)$; б) $-2,5 : 0,8 = x : (-2,4)$; в) $2,8 : 3 = 1,4 : (-x)$.

687. а) $-3 : x = -\frac{1}{27} : \frac{4}{9}$; б) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} : x$;

в) $x : \left(-\frac{2}{3}\right) = (-3) : \frac{1}{2}$; г) $1\frac{3}{4} : \left(-\frac{7}{15}\right) = x : \left(-\frac{4}{5}\right)$.

688. Продовж послідовність: 1,6; -0,4; 0,1;... Склади свої послідовності і запропонуй їх продовжити близьким чи друзям.

Рівень 5

Виконай дії (689–692)

689. а) $7,8 : (-2,6) + 11,5 : (-2,3)$; б) $-8,7 : 2,9 - (9,9 - 3,1) : (-0,17)$;
в) $-1,8 : (-0,45) - 3,5 : 0,14 - 11,75 : (-4,7) - (-2,1)^2 : (-7)$.

690. а) $-16,1 : 2,3 - 10,2 : (-1,7)$; б) $-3,8 : (-19) - 0,51 : (2,1 - 0,4)$;
в) $-3,04 : 3,8 - 9,5 : (-19) - 1,24 : (-0,31) - (-1,2)^2 : 0,6$.

691. а) $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(-1\frac{1}{6}\right)$; б) $\left(-\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right) : \left(2\frac{1}{3} - 4\frac{3}{5}\right)$;

в) $-\frac{2}{3} : \frac{4}{9} - \frac{2}{5} : \left(-\frac{4}{15}\right)$; г) $-1\frac{1}{2} : 0,6 - \frac{2}{7} : \left(-\frac{1}{14}\right)$.

692. а) $\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5}\right) : \left(-1\frac{1}{20}\right)$; б) $\left(-1\frac{1}{24} - 1\frac{3}{8}\right) : \left(1\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}\right)$;

в) $-\frac{7}{24} : \frac{5}{12} - \left(-\frac{11}{12}\right) : \left(-\frac{5}{18}\right)$; г) $-1\frac{1}{3} : 1\frac{7}{9} + 2,4 : \left(-1\frac{3}{5}\right)$.

693. Заповніть таблицю.



a	-2	-2,5	0,2	0,3	1,6	3,6
b	0,5	-0,1	-0,04	-6	-0,8	-0,45
$a : b$						
$b : a$						

Розв'яжи рівняння (694, 695)

694. а) $4,2(-0,3x + 7,3) = -8,4$;

б) $2,6(0,2x - 3,5) = -6,5$;

в) $-0,2(-3 - 0,9x) = 0,24$;

г) $3,5(2|x| - 10,2) = -14,7$.

695. а) $6,8(-0,2x + 1,7) = -17$;

б) $1,4(0,8x - 3,6) = -2,8$;

в) $-2,4(1,6 - 0,5x) = 3,6$;

г) $2,6(2|x| - 5,5) = -11,7$.

Знайди значення виразу (696, 697)

696. а) $\frac{2,4}{0,6} + \frac{-1}{0,25}$; б) $\frac{1}{0,4} + \frac{-4}{0,5}$; в) $\frac{-5 \cdot 0,3 + 3,2}{1 : 0,5 - 0,3}$.

697. а) $\frac{-3,2}{0,8} - \frac{2,4}{-0,4}$; б) $\frac{5,6}{3,5} + (-0,6)$; в) $\frac{-7,8 - 2,1 : (-0,7)}{-3 : 0,6 + 0,2}$.

Обчисли (698, 699)

698. а) $\frac{\left(\frac{17}{40} + \frac{3}{5} - \frac{1}{20}\right) : \left(-4\frac{7}{8}\right) + \frac{-6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}}{13 : \left(-5\frac{1}{5}\right)};$

б) $\frac{1,2 : \left(-\frac{2}{5} + \frac{7}{30} \cdot 1\frac{1}{14}\right) : \frac{1}{5} : 0,3 + 3\frac{1}{3}}{1,2 \cdot \left(-2\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} - 2\frac{2}{9}\right) : -2,5 : (-1,25)}.$

699. а) $\frac{\left(-\frac{4}{15} + \frac{7}{12} - \frac{3}{10}\right) : \frac{2}{15} + \frac{5}{4} : \left(-2\frac{1}{2}\right)}{\left(-\frac{11}{16} + \frac{19}{24}\right) : \left(-\frac{5}{12}\right) + \frac{2}{3} : \frac{4}{5} - \frac{7}{8}};$

б) $\frac{2\frac{1}{6} : \left(-\frac{5}{36} - 1\frac{22}{27} : 3\frac{1}{9}\right) : -\frac{2}{3} : 0,8 - \frac{1}{6}}{-\frac{5}{12} \cdot \left(-2\frac{1}{4} : 1\frac{11}{16} + \frac{2}{15}\right) : 1\frac{1}{4} : \left(-\frac{15}{16}\right)}.$



700. Чи можуть значення виразів $(a \cdot c) : a$ і $a : (c : a)$ не дорівнювати одне одному? Наведіть приклади.

Цікаві задачі

701. Чи може бути додатним або від'ємним значення виразу $\frac{a}{|a|} - \frac{|a|}{a}$?

702. Якого найбільшого значення і при якому значенні a може набувати вираз $18 - (a + 2)^2$?

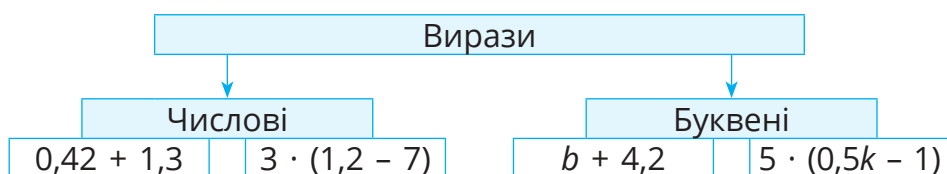
703. Коли б людина двометрового зросту могла обійти земну кулю по екватору чи меридіану, то її голова описала б коло більшого радіуса. Припусти, на скільки довжина цього кола була б більшою від довжини екватора чи меридіана. Обчисли цю різницю.



Вправи для повторення

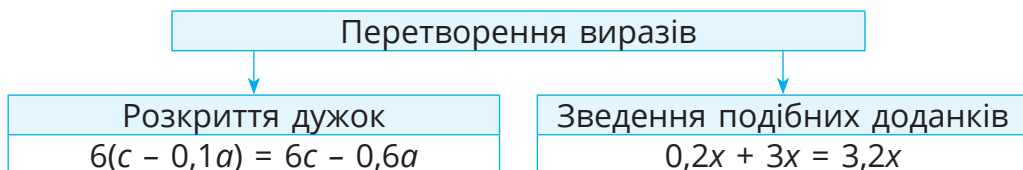
704. Знайди квадрат суми чисел: а) $-3,4$ і $3,2$; б) $12,7$ і $-11,7$.
705. Одне число становить 25 % другого, а їх різниця дорівнює 33. Знайди ці числа.
706. Промінь ділить розгорнутий кут на два кути, міри яких відносяться як $4 : 5$. Знайди міри цих кутів.

§ 18. ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРОСТІШИХ ВИРАЗІВ



Якщо добуток містить тільки числовий і буквені множники, то числовий множник пишуть першим і називають **коефіцієнтом**.

Буквенний вираз	$3,2a^2$	$-0,7b^2c$	ab	$-c$
Коефіцієнт	3,2	-0,7	1	-1



Розкривають дужки на основі переставного і розподільного законів множення.

Приклад. $-1,5a^2 \cdot (-0,3) \cdot c = -1,5 \cdot (-0,3) \cdot a^2 \cdot c = 0,45a^2c$.

$5(x + 0,6y - 0,5t) = 5x + 5 \cdot 0,6y - 5 \cdot 0,5t = 5x + 3y - 2,5t$.



Щоб розкрити у виразі дужки, перед якими стоїть знак «+», досить опустити дужки і знак перед ними.

Приклад

$$2a + (x - y + z) = 2a + x - y + z$$

Щоб розкрити у виразі дужки, перед якими стоїть знак «-», досить опустити дужки і знак перед ними, а знаки доданків, які були в дужках, змінити на протилежні.



Приклад

$$4 - (x - a + c) = 4 - x + a - c$$

Щоб звести подібні доданки, потрібно додати їх коефіцієнти й отриманий результат помножити на спільний буквенний множник.

Приклад

$$5,2x - 3x + 2,8x = (5,2 - 3 + 2,8)x = 5x.$$

Записавши розподільний закон у вигляді $ab + ac = a(b + c)$, можна виносити спільний множник за дужки.

Приклади.

$$3x + 3y = 3(x + y), \quad 5ab + 10ac = 5a(b + 2c), \quad 7m - 7 = 7(m - 1).$$

Дізнайся більше

Якими б не були раціональні числа a , b і c (за винятком $c = 0$), завжди правильна рівність $(a + b) : c = a : c + b : c$.

Перевір себе

1. Сформулюй закони множення.
2. Сформулюй правила розкриття дужок.
3. Як звести подібні доданки?



Поглянь!

1. Обчисли значення виразу $5\frac{2}{3} + \left(6,8 - 4\frac{2}{3}\right)$.

$$5\frac{2}{3} + \left(6,8 - 4\frac{2}{3}\right) = 5\frac{2}{3} + 6,8 - 4\frac{2}{3} = 5\frac{2}{3} - 4\frac{2}{3} + 6,8 = 1 + 6,8 = 7,8.$$

2. Знайди значення виразу $6,2x - (17 - 3,8x)$, якщо $x = 3,7$.

$$6,2x - (17 - 3,8x) = 6,2x - 17 + 3,8x = 10x - 17.$$

$$\text{Якщо } x = 3,7, \text{ то } 10x - 17 = 10 \cdot 3,7 - 17 = 37 - 17 = 20.$$

3. Спрости вираз $3(a + 0,5b) - (a + 1,5b + 5,7)$.

$$3(a + 0,5b) - (a + 1,5b + 5,7) = 3a + 1,5b - a - 1,5b - 5,7 = 2a - 5,7.$$

4. Розв'яжи рівняння: $5(x - 2) - 2(x + 3) = 20$.

Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки у лівій частині рівняння:

$$5(x - 2) - 2(x + 3) = 20$$

$$5x - 10 - 2x - 6 = 20 \quad 3x = 36$$

$$3x - 16 = 20 \quad x = 36 : 3$$

$$3x = 20 + 16 \quad x = 12$$

Виконай усно

707. Установи відповідність між спрощеним виразом та його коефіцієнтом.

1 $2x \cdot 3y$	А -1,5
2 $-3a \cdot 0,5b$	Б -1
3 $5cd \cdot (-0,2a)$	В 1
	Г 6

708. Яка з рівностей хибна?

А $0,3a + 0,2a = 0,5a$, Б $a + 1,3a = 2,3a$, В $2a + 3,2a - 0,2 = 5a$.

709. Розкрий дужки:

а) $-(0,2 + c)$;

б) $1,2(x - y)$;

в) $3(-a + b)$;

г) $-5(-x - y)$;

р) $0,7(b - a)$;

д) $x + (y - x)$.

710. Обчисли:

а) $3\frac{4}{7} + \left(\frac{2}{3} - 3\frac{4}{7}\right)$; б) $-2\frac{1}{4} - \left(1\frac{3}{5} - 2\frac{1}{4}\right)$; в) $-\left(5\frac{2}{3} + 3,6\right) + 5\frac{2}{3}$.

711. Спрости вираз:

а) $2(a + 3b) - 2a$; б) $-3(2a - b) + 6a$; в) $1,5(a + b - 2) + 3$.

Рівень А

Зведи подібні доданки (712, 713)

712. а) $1,5b - b$;

б) $5,2x - 7x$;

в) $5a - 2,3a$;

г) $-3,2m - 7,8m$;

р) $-2y + 0,5y + 6,3$;

д) $2,8 - b + 1,3b$.

713. а) $7,5m - 6,2m$;

б) $-4,6a - 10,4a$;

в) $4,8n + 3,2 - 3n$;

г) $2m - 3n + 8n - m$;

р) $5a - 7c - 4a + 7c$;

д) $4 + 5x + 4x - 9$.

Спрости вираз і вкажи його коефіцієнт (714, 715)

714. а) $-6x \cdot 3y^2$; б) $5,2x \cdot 2y$; в) $-y \cdot 2,3a$; г) $-3x \cdot (-2,5y) \cdot 10z$.

715. а) $2x \cdot 4y$; б) $-x \cdot 3,8y$; в) $2x \cdot (-0,5y)$; г) $-5x \cdot (-y) \cdot 0,2z$.

716. За моделями запиши вирази, спрости їх і підкресли коефіцієнт.

4x

4x

4x

3y

3y

3y

3y

Розкрий дужки (717–720)

- 717.** а) $2,2(x - k)$; б) $0,5(2 + c)$; в) $1,4(a + 3b)$; г) $(m + 2n) \cdot 0,2$;
 г) $-5(x - y)$; д) $-2(2 - 5c)$; е) $-3(a - 2b)$; є) $(1,1b - 2,4c) \cdot (-5)$.
- 718.** а) $3(x + 2y)$; б) $0,3(2 - 3c)$; в) $4(5a - 2b)$; г) $(5m + n) \cdot 1,3$;
 г) $-5(a - b)$; д) $-2(3p + c)$; е) $0,3(2a - 8b)$; є) $(-2a - 1,5b) \cdot (-4)$.
- 719.** а) $0,9 + (a - 2x)$; б) $c - (x + 4,3)$; в) $-2,3 - (x - a)$;
 г) $x - (2 + 0,6y)$; г) $-x + (3,2 - 2a)$; д) $(5a - 2,2) - (-x - 0,6y)$.
- 720.** а) $(x + 7,2) - 3y$; б) $-(5c - 2) + 2,1p$; в) $1,4 - (a + 2c - 2,6x)$;
 г) $5,2y - (3x + 2)$; г) $x - (5,1c - 2,3)$; д) $(2a + 1) - (3,5x + y)$.

Розкрий дужки і знайди значення виразу (721–724)

- 721.** а) $8,1 - (35,5 - 1,9)$; б) $-(0,53 + 1,2) + 0,53$;
 в) $4,5 + (7,2 - 10,5)$; г) $3,4 + (2,7 - 3,4)$.
- 722.** а) $4,3 + (0,2 - 3,5)$; б) $5,2 - (-6 + 9,2)$;
 в) $10,45 - (9,45 - 4,4)$; г) $-1,1 - (7,3 - 1,1)$.
- 723.** а) $-4\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{8} - 2\frac{1}{2} + 1\right)$; в) $3\frac{1}{6} - \left(-2 - 1\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right)$;
 б) $-\left(5\frac{2}{3} - \frac{1}{2} - 2\right) + 1\frac{2}{3}$; г) $\left(3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{7} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{6}{7} + \frac{1}{5}\right)$.
- 724.** а) $-2\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{6} - 5\frac{3}{5} + 1\right)$; в) $-2\frac{2}{7} - \left(-4 + 3\frac{5}{7} - 1\frac{1}{3}\right)$;
 б) $-\left(2\frac{4}{9} - \frac{3}{8} + 3\right) - 1\frac{5}{9}$; г) $\left(2\frac{3}{4} + 4\frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right) - \left(3\frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right)$.



Розкрий дужки і спрости вираз (725, 726)

- 725.** а) $3,8 + (a - 5,8)$; б) $7,3 - (-2,7 - c)$; в) $x - (2 - x)$;
 г) $-5,3 - (y - 4,3)$; г) $-(a - c) + (3 - c)$; д) $2 - (x - a + 2)$;
 е) $(5 + x) - (x - 5)$; є) $(x + y + z) - (x - y)$.
- 726.** а) $6,2 + (a - 6,2)$; б) $-5,43 - (1,57 - c)$; в) $-x - (7 - x)$;
 г) $-5,2 - (2y - 1,2)$; г) $-(a + 2b) + (3 + 2b)$; д) $-a - (x - a + 4)$;
 е) $(7 - x) - (x + 7)$; є) $(x - y - z) - (x - y)$.
- 727.** Знайдіть значення виразу $3,7 - (c - 2,3)$, якщо:
 а) $c = -19$; б) $c = 0,9$; в) $c = 1,9$; г) $c = 9,9$.
- 728.** Знайди значення виразу $0,8c - (8 - 0,2c)$, якщо:
 а) $c = 8$; б) $c = -18$; в) $c = -1,8$; г) $c = 8,8$.



Винеси за дужки спільний множник (729, 730)

- 729.** а) $2x - 2y$; б) $3a + 3b$; в) $7m + 14n$;
 г) $8a - 24b$; г) $2ax - 8ay$; д) $5ac + 3bc - 2c$.

- 730.** а) $6x + 6y$; б) $5p - 5k$; в) $9a + 9c$;
 г) $4x - 12y$; ґ) $3am - 9an$; д) $4ax - 7ay + 5a$.

Рівень **Б**

Спрости вираз і вкажи його коефіцієнт (731, 732)

- 731.** а) $0,2x \cdot (-3y) \cdot 1\frac{2}{3}$; в) $-\frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{5}y \cdot 2\frac{1}{2}$;
 б) $-5x \cdot 0,8x \cdot \frac{3}{4}y$; г) $-2,5x \cdot \left(-1\frac{2}{5}y\right) \cdot 3\frac{3}{7}z$.

- 732.** а) $5,2x^3 \cdot (-0,3y) \cdot 3\frac{1}{13}$; в) $\frac{3}{4}x \cdot \left(-\frac{8}{9}y\right) \cdot 1\frac{1}{2}x$;
 б) $1\frac{3}{7}x \cdot (0,2y) \cdot 3\frac{1}{2}y$; г) $-3,2x \cdot \left(-1\frac{2}{3}a\right) \cdot 1\frac{1}{8}b$.

- 733.** Спрости вираз:
 а) $2(x - 3,8) - 2x$;
 б) $-4a + 2(-0,5 + 2a)$; в) $-3(5 - c) + 3c - 5$;
 г) $-5n + 3n - n + 5n^2$; ґ) $1,2 - c - 7c - 2,8 + 2c$;
 д) $5a - 6(a + 0,5)$; е) $12 + 3(a - 4)$.

- 734.** Розкрий дужки і знайди значення виразу:
 а) $2(8x - 6) - 7(4 + 2x)$, якщо $x = -10,5$.
 б) $-6(2a + 3c) + 5(4c + 3a) - 2a$, якщо $a = 25,52$, $c = -2,76$.

- 735.** Знайдіть значення виразу А, якщо $x = -2$:
 а) $A = -4,2 - (3,7 - 0,5x) - 2x$; б) $A = -(3,6 - 0,6x) - 1,4x$;
 в) $A = \left(2\frac{1}{3} - \frac{1}{2}x\right) - \left(-5\frac{2}{3} + 3\frac{7}{12} - \frac{1}{3}x\right)$.

- 736.** Знайди значення виразу А, якщо $x = -5$:
 а) $A = -4x - (-5,2 - 0,4x) - 2,8$; б) $A = -(3,6x - 12,2) - 1,4x$;
 в) $A = \left(2\frac{1}{5}x + 1\frac{3}{8}\right) - \left(-3\frac{7}{10} - 3\frac{5}{8} + 1\frac{1}{2}x\right)$.

Винеси за дужки спільний множник (737, 738)

- 737.** а) $12a - 6ab$; б) $15cd + 5cn - 5cp$;
 в) $0,2xy + 0,6xz - 0,4x$; г) $-35mn - 7mk + 14$.
738. а) $15x + 10xz$; б) $12ab - 6cb - 9bk$;
 в) $0,4ab + 1,6ac - 2,4a$; г) $-8cd - 36kd + 24$.

Розв'яжи рівняння (739, 740)

- 739.** а) $2x + 7x - 6x + 10 = 19$; б) $5(2x - 6) - 3(x + 4) = 14$.
740. а) $6x - 3x + 5x + 12 = 44$; б) $4(3x + 2) - 2(x - 5) = 38$.

Розкрий дужки і спрости вираз (741, 742)

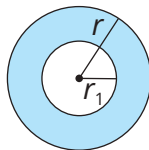
- 741.** а) $\frac{2}{7}(1,4a + 3,5b) - \frac{2}{3}(0,6a - 2,1b)$;
 б) $-\frac{3}{7}\left(1,4x + \frac{7}{8}y\right) - \frac{2}{5}\left(2\frac{1}{2}x - \frac{15}{16}y\right)$;
 в) $1\frac{1}{3}\left(0,6m - \frac{3}{8}n\right) - \frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}m + \frac{5}{6}n\right)$.
742. а) $\frac{2}{3}(1,5a + 3,9b) - \frac{5}{12}(2,4a - 4,8b)$;
 б) $-\frac{1}{2}\left(4a - \frac{2}{5}c\right) + \frac{3}{4}\left(1\frac{1}{3}a - \frac{4}{15}c\right)$;
 в) $1\frac{1}{5}\left(2,5a - \frac{5}{12}b\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{15}{16}a - \frac{3}{4}b\right)$.

**Цікаві задачі**

- 743.** Розстав дужки так, щоб утворилася правильна рівність:
 а) $a - b - a + b = 2(a - b)$; б) $x - y - x + y = 2x$.
744. З якою швидкістю мав їхати автомобіль, щоб за 2 год на-
 здогнати мотоцикл, який знаходився на відстані 30 км від
 автомобіля і віддалявся зі швидкістю 45 км/год?
745. Продовж послідовність: 4, -2,4, 1,44, ...

Вправи для повторення

- 746.** Розв'яжи рівняння: а) $|x| = 3$; б) $|2x| = 8$; в) $|x - 3| = 2$.
747. Яку найбільшу кількість однакових подарунків
 можна зробити з 75 цукерок і 50 кексів?
748. Знайди площу кільця, зображеного на малюнку,
 якщо $r = 8$ см, а $r_1 = 4$ см.



Спробуй свої сили у розв'язуванні задач на с. 180



§ 19. СТАНДАРТНИЙ ВИГЛЯД ЧИСЛА

Маса Землі дорівнює 5 980 000 000 000 000 000 т, а маса Місяця — 73 500 000 000 000 000 т. На скільки маса Землі перевищує масу Місяця?

Спробуй розв'язати задачу за допомогою калькулятора. Ти не зможеш навіть вивести ці числа на дисплей калькулятора, бо він розрахований на меншу кількість знаків. Виконувати віднімання у стовпчик з такими великими числами також незручно:

$$\begin{array}{r} 5\,980\,000\,000\,000\,000\,000 \\ - 73\,500\,000\,000\,000\,000 \\ \hline 5\,906\,500\,000\,000\,000\,000 \end{array}$$



Дуже великі числа з багатьма нулями здебільшого записують за допомогою степенів числа 10.

Приклад

$$1\,000\,000\,000 = 10^9;$$

$$6\,000\,000\,000 = 6 \cdot 1\,000\,000\,000 = 6 \cdot 10^9.$$

Пригадаймо, що

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1, \quad 100^{-1} = \frac{1}{100} = 0,01, \quad 1000^{-1} = \frac{1}{1000} = 0,001.$$

Тепер розглянемо дві послідовності чисел:

1000;	100;	10;	1;	0,1;	0,01;	0,001;	0,0001;	...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
10^3 ;	10^2 ;	10^1 ;	10^0 ;	10^{-1} ;	10^{-2} ;	10^{-3} ;	10^{-4} ;	...

З цих послідовностей видно, що якщо показник степеня зменшується на 1, то степінь зменшиться в 10 разів.

$$10^0 = 1; \quad 10^{-1} = 0,1; \quad 10^{-2} = 0,01; \quad 10^{-3} = 0,001 \text{ і т.д.}$$

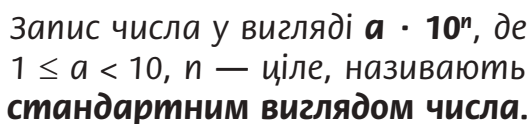
Досить малі числа у вигляді десяткових дробів також записують за допомогою степенів числа 10, тільки з від'ємним показником степеня.



Приклад

$$0,00000001 = 10^{-8}.$$

$$0,00000003 = 3 \cdot 0,00000001 = 3 \cdot 10^{-8}.$$



Число n у такому записі називають **порядком даного числа**.



Маса Землі: 5 980 000 000 000 000 000 000 т = $5,98 \cdot 10^{21}$ т,
Маса Місяця: 73 500 000 000 000 000 000 т = $7,35 \cdot 10^{19}$ т,
Маса мурахи: 0,0000015 кг = $1,5 \cdot 10^{-6}$ кг.

Числа, записані в стандартному вигляді, використовують фізики, астрономи, інженери, мікробіологи та інші. Записані так числа можна порівнювати, додавати, віднімати, множити і ділити.

Наприклад, порівняй числа $a = 6,37 \cdot 10^6$ і $c = 6,04 \cdot 10^7$.

Оскільки показник степеня числа 10^7 на 1 більший від показника степеня 10^6 , то кажуть, що число c на порядок більше за число a . На порядок — це означає приблизно у 10 разів; на 2 порядки — приблизно у 100 разів. Тому коли порівнюють числа, записані у стандартному вигляді, спочатку порівнюють порядок цих чисел. Отже, $a < c$.

Дізнайся більше

На Землі живе приблизно $8 \cdot 10^9$ людей. Чи можна вважати точним це число? Ні, це наближене значення, округлене до мільярдів. Усі нулі в числі 8 000 000 000 цифри не точні, а отримані внаслідок округлення. У ньому тільки одна значуща цифра — 8, усі інші — не значущі.

Якщо значення величини записане у стандартному вигляді $a \cdot 10^n$, то число a — точно, всі його цифри значущі. Число $2,5 \cdot 10^7$ має тільки дві значущі цифри: 2 і 5.

Перевір себе

1. Що називають стандартним виглядом числа?
2. Що називають порядком числа?
3. Навіщо записують числа у стандартному вигляді?



Поглянь!

- Запиши число 2 560 000 000 в стандартному вигляді та вкажи порядок числа.
 $2\,560\,000\,000 = 2,56 \cdot 10^9$. Порядок числа $n = 9$.
- Запиши у вигляді натурального числа або десяткового дробу число: а) $3,6 \cdot 10^6$; б) $3,6 \cdot 10^{-6}$.
 а) $3,6 \cdot 10^6 = 3\,600\,000$; б) $3,6 \cdot 10^{-6} = 0,0000036$.
- Маса Землі дорівнює $5,98 \cdot 10^{21}$ т, а маса Місяця — $7,35 \cdot 10^{19}$ т. Що менше: маса Землі чи маса Місяця?
 Хоча $5,98 < 7,35$, але порядок числа, що виражає масу Землі, більший за порядок числа маси Місяця. Тому маса Землі більша за масу Місяця.
- Знайди суму і різницю чисел $a = 3 \cdot 10^{-7}$ і $b = 2,5 \cdot 10^{-7}$. Використовуючи розподільний закон множення, маємо:
 $a + b = 3 \cdot 10^{-7} + 2,5 \cdot 10^{-7} = (3 + 2,5) \cdot 10^{-7} = 5,5 \cdot 10^{-7}$;
 $a - b = 3 \cdot 10^{-7} - 2,5 \cdot 10^{-7} = (3 - 2,5) \cdot 10^{-7} = 0,5 \cdot 10^{-7} = 5 \cdot 10^{-8}$.

Виконай усно

749. Які з чисел записані у стандартному вигляді?
А $33,3 \cdot 10^5$ **Б** $4 \cdot 10^{-7}$ **В** $0,006 \cdot 10^7$ **Г** $1,2 \cdot 10^{71}$ **Д** $10 \cdot 10^{-7}$
750. Подай число у стандартному вигляді:
 3000; 780; 0,006; 0,011; 3450.
752. Вкажи порядок числа:
 а) $1,3 \cdot 10^5$; б) $7,2 \cdot 10^6$;
 в) $8,34 \cdot 10^{-5}$; г) $2,4 \cdot 10^{-2}$.
751. Установи відповідність між числами (1–3) та їх порядками (А–Г).
- | | |
|------------------|------------|
| 1 60 | А 5 |
| 2 7000 | Б 3 |
| 3 890 000 | В 4 |
| | Г 1 |
753. Який знак потрібно поставити замість *: $7,4 \cdot 10^6 * 6,2 \cdot 10^{77}$?
А > **Б** = **В** < **Г** не можна встановити.
754. Виберіть декілька малюнків та складіть задачу за ними. Запропонуйте розв'язати її однокласнику/однокласниці.



Рівень А

Запиши у стандартному вигляді і вкажи порядок числа (755–758)

755. а) 1 000 000; б) 120 000 000; в) 71 000 000; г) 12 300 000.

756. а) 20 000 000; б) 34 000 000; в) 89 000 000; г) 564 000 000.

757. а) 0,00005; б) 0,0067; в) 0,0000017; г) 0,001.

758. а) 0,0032; б) 3 200 000; в) 100 000 000; г) 0,00001.

759. Гра. Один з учнів/одна з учениць має записати число, а інший/інша має записати його у стандартному вигляді. Потім поміняйтесь ролями.

Запиши у вигляді натурального числа або десяткового дробу число (760, 761)

760. а) $4,8 \cdot 10^5$; б) $1,5 \cdot 10^3$; в) $9 \cdot 10^7$; г) $1,5 \cdot 10^3$;
 р) $2,9 \cdot 10^{-4}$; д) $7 \cdot 10^{-5}$; е) $3,27 \cdot 10^{-4}$; є) $7,6 \cdot 10^{-8}$.

761. а) $3,2 \cdot 10^4$; б) $2,7 \cdot 10^5$; в) $6 \cdot 10^6$; г) $7,8 \cdot 10^3$;
 р) $6,7 \cdot 10^{-3}$; д) $8 \cdot 10^{-4}$; е) $2,34 \cdot 10^{-5}$; є) $3,2 \cdot 10^{-7}$.

Запиши у стандартному вигляді значення величин (762, 763)

762. а) Радіус Сонця — 696 000 000 м;
 б) швидкість світла — 300 000 000 м/с;
 в) товщина плівки мильної бульбашки — 0,00000006 см.

763. а) Відстань від Землі до Сонця — 149,6 млн км;
 б) площа поверхні Місяця — 38 000 000 км²;
 в) радіус атома Оксигену — 0,0000000066 см.

Порівняй числа (764–767)

764. а) $3 \cdot 10^5$ і $1,5 \cdot 10^2$; б) $1,1 \cdot 10^3$ і $2 \cdot 10^4$;
 в) $3,9 \cdot 10^3$ і $1,3 \cdot 10^3$; г) $1,56 \cdot 10^6$ і $2,6 \cdot 10^3$.

765. а) $4,2 \cdot 10^4$ і $3 \cdot 10^5$; б) $1,7 \cdot 10^7$ і $2 \cdot 10^6$;
 в) $3 \cdot 10^4$ і $2,7 \cdot 10^4$; г) $1,4 \cdot 10^5$ і $7 \cdot 10^6$.

766. а) 380 000 і $3,8 \cdot 10^4$; б) $6,28 \cdot 10^5$ і 35 000 000;
 в) 5 600 000 і $6,4 \cdot 10^6$; в) $4,2 \cdot 10^7$ і 42 000 000.

767. а) $1,7 \cdot 10^6$ і 1 700 000; б) 520 000 000 і $5,4 \cdot 10^7$;
 в) $9,1 \cdot 10^9$ і 9 300 000; г) 425 000 000 і $6,8 \cdot 10^8$.

768.  Як думаєш, якого значення набуде змінна *a* в кожному з випадків? Переконайся на практиці у Scratch.



а)



б)



Рівень Б

769. У таблиці наведено середні відстані від планет Сонячної системи до Сонця (у млн км).



Меркурій	57,89	Марс	227,99
Венера	108,16	Юпітер	778,36
Земля	149,6	Сатурн	1427,01

- а) Запишіть ці відстані у стандартному вигляді (у км).
 б) Яка планета знаходиться найближче до Сонця?
 в) На скільки кілометрів Венера знаходиться ближче до Сонця, ніж Земля?
 г) На скільки кілометрів Юпітер знаходиться далі від Сонця, ніж Марс?

770. Дізнайся, на якій відстані від Сонця знаходяться планети Уран і Нептун. Запиши ці відстані у стандартному вигляді.

Виконай дії і запиши результат у стандартному вигляді (771, 772)

- 771.** а) $267\,000\,000 + 303\,000\,000$; б) $564\,000\,000 - 34\,000\,000$;
 в) $0,035 \cdot 0,00024$; г) $0,00676 : 26$.
772. а) $3\,800\,000 + 12\,000\,000$; б) $720\,000\,000 - 320\,000\,000$;
 в) $0,0026 \cdot 0,00025$; г) $0,000361 : 19$.

Порівняй числа (773, 774)

- 773.** а) $3,2 \cdot 10^{-3}$ і $1,5 \cdot 10^{-2}$; б) $1,1 \cdot 10^{-5}$ і $2,1 \cdot 10^{-4}$;
 в) $3,9 \cdot 10^{-3}$ і $1,3 \cdot 10^{-3}$; г) $1,56 \cdot 10^{-6}$ і $2,6 \cdot 10^{-8}$.
774. а) $4,7 \cdot 10^{-4}$ і $3,5 \cdot 10^{-5}$; б) $1,7 \cdot 10^{-7}$ і $2,8 \cdot 10^{-7}$;
 в) $3,6 \cdot 10^{-4}$ і $2 \cdot 10^{-3}$; г) $1,4 \cdot 10^{-5}$ і $1,7 \cdot 10^{-4}$.

Виконай дії і результат запиши у стандартному вигляді (775, 776)

- 775.** а) $2,6 \cdot 10^3 + 5,2 \cdot 10^3$; б) $3,8 \cdot 10^4 + 8,2 \cdot 10^4$;
 в) $5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^2$; г) $4,2 \cdot 10^3 - 3,6 \cdot 10^3$.
776. а) $3,6 \cdot 10^5 + 4,2 \cdot 10^5$; б) $6,2 \cdot 10^4 + 5,3 \cdot 10^4$;
 в) $6 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^5$; г) $5,3 \cdot 10^2 - 4,4 \cdot 10^2$.

777. Виміряй довжину підручника з математики, вирази її у міліметрах і подай у стандартному вигляді це число.

Цікаві задачі

778. Порядок числа a дорівнює 5. Який порядок числа:
 а) $1000a$; б) $0,0001a$; в) $a \cdot 10^4$; г) $a \cdot 10^{-4}$?

779. Обчисли і запиши результат у стандартному вигляді:
 а) $(1,25 \cdot 10^5) \cdot (4,4 \cdot 10^7)$; б) $(2,16 \cdot 10^8) : (3,6 \cdot 10^5)$.
780. Доведи, що значення виразу $(3n - 2) + (7n + 8) + 2n$ кратне 6 при будь-якому натуральному значенні n .

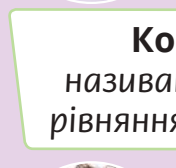
Вправи для повторення

781. Обчисли: а) $3,7 \text{ м} - 2,4 \text{ см} \cdot 3$; б) $4,2 \text{ кг} : 7 - 20 \text{ г}$; в) $450 \text{ мл} \cdot 4 - 1 \text{ л}$.
782. Знайди значення x , якщо $-3,5 : x = 7 : (-4)$.
783. На підприємстві всього 260 працівників, чоловіків у 3 рази менше, ніж жінок. Скільки відсотків працівників становлять чоловіки?

§ 20. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ



Рівняння — це рівність, яка містить невідомі числа, позначені буквами.



Коренем (або розв'язком) рівняння називають те значення невідомого, при якому рівняння перетворюється в правильну рівність.



Розв'язати рівняння — означає знайти всі його корені або показати, що їх немає.

Основні властивості рівнянь

Будь-який доданок можна перенести з однієї частини рівняння в іншу, змінивши його знак на протилежний.	Якщо обидві частини рівняння помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля, то дістанемо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.
Наприклад, $3x = 21 + 2x$ $3x - 2x = 21$ $x = 21$	Наприклад, $-2x = 6$ $(-2x) : (-2) = 6 : (-2)$ $x = -3$

Зазвичай, доводиться застосовувати декілька властивостей.

Наприклад,

$$\begin{aligned} 8,5x + 38 &= 5x + 3 \\ 8,5x - 5x &= 3 - 38 \\ 3,5x &= -35 \\ x &= -35 : 3,5 \\ x &= -10 \end{aligned}$$

Дізнайся більше

Щоб розв'язати рівняння, яке містить звичайні дроби, можна скористатися другою властивістю.

Наприклад, $\frac{1,5}{7}x + \frac{1}{2}(x - 1) = \frac{1}{14} \quad \Bigg| \cdot 14$

Домножимо обидві частини рівняння на 14.

$$3x + 7(x - 1) = 1, \quad 3x + 7x - 7 = 1, \quad 10x = 8, \quad x = 0,8.$$

Перевір себе

1. Що називають: а) рівнянням; б) коренем рівняння?
2. Сформулюй основні властивості рівнянь.



Поглянь!

1. Розв'яжи рівняння: а) $2(3x - 4,5) - 3(4 - x) = 22 - 2,5(2x + 6)$; б) $3(x - 8) = 3x + 2$; в) $2(x + 6) + 3 = 2x + 15$.

а) Спочатку розкриємо дужки:

$$6x - 9 - 12 + 3x = 22 - 5x - 15.$$

Перенесемо доданки, які містять невідоме, в одну частину рівняння, а числа — в іншу.

$$6x + 3x + 5x = 22 - 15 + 9 + 12$$

$$14x = 28$$

$$x = 28 : 14$$

$$x = 2$$

б) $3(x - 8) = 3x + 2$

$$3x - 24 = 3x + 2$$

$$3x - 3x = 2 + 24$$

$$0x = 26.$$

Рівняння коренів не має.

в) $2(x + 6) + 3 = 2x + 15$

$$2x + 12 + 3 = 2x + 15$$

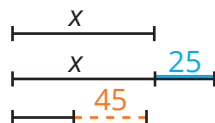
$$2x - 2x = 15 - 12 - 3$$

$$0x = 0$$

Коренем рівняння є будь-яке число.



2. Дріт завдовжки 250 м розрізали на три частини так, що одна з них виявилася на 25 м коротшою за другу і на 45 м довшою за третю. Знайди довжини цих частин дроту.



Довжину першої частини дроту позначимо x м, тоді довжина другої частини дорівнює $(x + 25)$ м, а третьої — $(x - 45)$ м. Оскільки сума цих довжин дорівнює 250 м, то отримаємо рівняння:

$$x + (x + 25) + (x - 45) = 250$$

$$x + x + 25 + x - 45 = 250$$

$$3x = 250 - 25 + 45$$

$$3x = 270; \quad x = 270 : 3; \quad x = 90 \text{ (м)} \text{ — I частина.}$$

$$x + 25 = 90 + 25 = 115 \text{ (м)} \text{ — II частина,}$$

$$x - 45 = 90 - 45 = 45 \text{ (м)} \text{ — III частина.}$$

Відповідь: 90 м, 115 м, 45 м.

3. Човен рухався 8 год за течією річки і повернувся назад, витративши на зворотний шлях 10 год. Знайди власну швидкість човна, якщо швидкість течії річки 2 км/год.

Нехай власна швидкість човна x км/год, тоді його швидкість за течією $(x + 2)$ км/год, а проти течії — $(x - 2)$ км/год. Запишемо умову задачі у вигляді таблиці.

	Час	Швидкість	Шлях
За течією	8 год	$(x + 2)$ км/год	$8(x + 2)$ км
Проти течії	10 год	$(x - 2)$ км/год	$10(x - 2)$ км

Маємо рівняння:

$$8(x + 2) = 10(x - 2);$$

$$8x + 16 = 10x - 20;$$

$$8x - 10x = -20 - 16;$$

$$-2x = -36;$$

$$x = -36 : (-2);$$

$$x = 18.$$

Отже, власна швидкість човна 18 км/год.

Відповідь: 18 км/год.



Виконай усно

784. Розв'яжи рівняння:

а) $x + 5 = 7$; б) $x + 12 = 32$; в) $y + 0,5 = 1,5$; г) $2x = 42$;

г) $3y = 96$; д) $5c = 100$; е) $2x + 6 = -2$; є) $7x = 0$.

785. Яке з рівнянь має корінь $x = -3$?

A $2x + 3 = 9$ **Б** $x - 6 = -3$ **В** $x + 6 = 3$ **Г** $2x - 3 = -3$

786. Яке з рівнянь не має коренів?

A $x + 2 = 5$ **В** $2x + 6 = 2(x + 3)$

Б $x + 2x = 3x + 5$ **Г** $5x = 0$

787. Склади і розв'яжи задачі за малюнками.



Рівень A

788. Допиши до обох частин рівняння $3x + 5 = 11$ число -7 . Порівняй корені початкового й утвореного рівнянь.

Перенеси доданки з невідомим в ліву частину і розв'яжи рівняння (789, 790)

789. а) $9y = 3,2 + y$; б) $-7z = -17 + 1,5z$; в) $6,2y = -0,8y - 35$.

790. а) $-18y = 3y + 42$; б) $14z = 4z - 60$; в) $1,3x = -2,7x - 8$.

Перенеси числа в праву частину і розв'яжи рівняння (791, 792)

791. а) $16 - 3y = -5$; б) $0,5x + 2,5 = 6$; в) $2,3y - 4,5 = 0,1$.

792. а) $12 + 6y = -3$; б) $4,8 - 2,2x = 0,4$; в) $5,2y - 3,6 = 6,8$.

Перенеси усі невідомі члени рівняння в ліву частину, а відомі — в праву і розв'яжи рівняння (793, 794)

793. а) $8x - 12 = x + 9$; б) $15c + 7 = 2c - 6$;

в) $54 - 13x = 18x - 8$; г) $2x + 10 = 7 + 5x$.

794. а) $6x + 18 = 4 - x$; б) $19 - 5n = 3 + 3n$;

в) $15x + 42 = 45 + 12x$; г) $0,3 - x = 2,8 - 1,5x$.

795. Заповни таблицю.

$5x - 7$	-2	-1	0	1	2	3
x						

796. Чи одні й ті самі корені мають рівняння:

а) $2x + 5 = x + 5$ і $2x = x$; б) $3m - 7 = 6m - 7$ і $3m - 6m = 0$?

797. Обґрунтуй твердження: якщо обидві частини рівняння мають рівні доданки, то їх можна опустити.

798. Склади рівняння, розв'яжи його, запропонуй його для розв'язування однокласнику/однокласниці.

Розв'яжи рівняння (799–802)

799. а) $3x + 7 = x + 5$; б) $5 - 1,2x = x - 6$; в) $4,7 - 3x = 3x + 4,7$.

800. а) $5 - 4x = x + 20$; б) $0,3 - 2x = 0,5 + 3x$; в) $2,4 + 5x = 3x - 4,2$.

801. а) $8(x - 5) + 15 = 3x - 40$; б) $2 - 3(x + 1) = 3 - 2(x + 5)$;
в) $3x - 0,6 = 0,8(5 - 2x)$; г) $0,4 - 0,5(c + 3) = 1 - 0,2(c - 3)$.

802. а) $-30 + 2x + 1 = -5(7 - x)$; б) $-3(n + 1) + 2 = 3 - 2(n + 5)$;
в) $-5(y - 3) = 7 - 2(3 - y)$; г) $x - 0,4(x - 14) = 3,1(3x - 1)$.

Розв'яжи рівняння, скориставшись властивістю пропорцій (803, 804)

803. а) $x : 5 = 12 : (-10)$;

в) $\frac{2x+5}{9} = \frac{3x-1}{5}$;

б) $-3 : (-1,5) = -32 : x$;

г) $\frac{6x+28}{3-5x} = \frac{5}{9}$.

804. а) $6 : x = (-5) : 2,5$;

в) $\frac{2x-12}{9} = \frac{x+1}{15}$;

б) $3,5 : (-0,7) = x : 1,8$;

г) $\frac{8-3x}{2x+3} = \frac{2}{7}$.

805. Вантажний автомобіль навантажили в 4 рази більше, ніж причіп. Скільки центнерів навантажили на автомобіль, якщо на автомобіль і на причіп разом навантажили 40 ц?

$$\begin{array}{l} \text{А} - \text{-----} \\ \text{П} - \text{-----} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{А} \\ \text{П} \end{array}} \right\} 40 \text{ ц}$$

806. Вантажний автомобіль навантажили в 4 рази більше, ніж причіп. Скільки центнерів навантажили на причіп, якщо на ньому було на 12 ц менше, ніж на автомобілі?

$$\begin{array}{l} \text{А} - \text{-----} \\ \text{П} - \text{-----} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{А} \\ \text{П} \end{array}} \right\} 12 \text{ ц}$$

807. Чим різняться умови задач та схеми до них? Розв'яжи задачі.



- а) Дріт завдовжки 350 м розрізали на дві частини так, що одна з них виявилася в 6 разів коротшою за другу. Знайдіть довжини цих частин.

- б) Дріт завдовжки 350 м розрізали на дві частини так, що одна з них виявилася на 6 м коротшою за другу. Знайдіть їх довжини.

808. Син у 3 рази молодший за батька. Скільки років батькові, якщо він старший за сина на 28 років?

809. Периметр прямокутника дорівнює 18,8 см, одна з його сторін на 4 см коротша за другу. Знайди довжини сторін прямокутника.

$$\begin{array}{c} x \\ \text{-----} \\ x - 4 \end{array}$$

810. Бічна сторона рівнобедреного трикутника на 3 м коротша за основу. Знайди їх довжини, якщо периметр трикутника дорівнює 54 м.

$$\begin{array}{c} x - 3 \quad \quad x - 3 \\ \text{-----} \\ x \end{array}$$

- 811.** Ручка дорожча за олівець на 50 грн, а 7 олівців коштують стільки, скільки 2 ручки. Скільки коштує одна ручка?
- 812.** Кілограм цукерок дорожчий від кілограма печива на 86 грн, а 4 кг цукерок коштують стільки, скільки 6 кг печива. Скільки коштує 1 кг цукерок і 1 кг печива?
- 813.** Від міста до селища мотоцикліст їхав 3 год, а на дорогу назад витратив 2,5 год, бо збільшив швидкість на 5 км/год. Доповніть таблицю. Знайдіть його початкову швидкість.



	v	t	s
До селища	x км/год	3 год	
До міста	$(x + 5)$ км/год	2,5 год	

- 814.** Від села до станції велосипедистка їхала 1,5 год, а на дорогу назад вона витратила 2 год, бо зменшила швидкість на 3 км/год. Доповни таблицю. Знайди її початкову швидкість.

	v	t	s
До станції	x км/год	1,5 год	
До села	$(x - 3)$ км/год	2 год	

- 815.** Човен пройшов 240 км, рухаючись 4 год за течією річки і 5 год проти течії. Побудуй таблицю. Знайди швидкість течії річки, якщо власна швидкість човна 27 км/год.
- 816.** Теплохід пройшов 396 км, рухаючись 9 год за течією річки і 11 год проти течії. Побудуй таблицю. Знайди власну швидкість теплохода, якщо швидкість течії річки 2 км/год.
- 817.** Два автомобілі виїхали одночасно назустріч один одному з двох міст, відстань між якими дорівнює 420 км, і зустрілись через 3 год. Знайди швидкості автомобілів, якщо швидкість одного з них на 12 км/год більша за швидкість іншого.
- 818.** Дві велосипедистки виїхали одночасно назустріч одна одній із двох селищ, відстань між якими дорівнює 54 км, і зустрілись через 2 год. Знайди швидкість кожної велосипедистки, якщо швидкість однієї з них на 3 км/год менша від швидкості іншої.

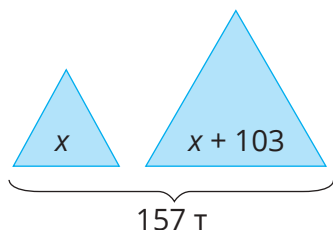
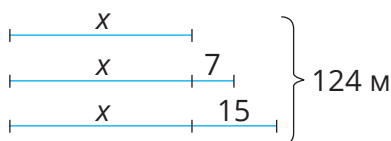


819. Задача-жарт.

Ворона старша від Сороки,
Говорять, на чотири роки;
Ще кажуть, що в минулім році
Удвічі більше, ніж Сороці,
Вороні стукнуло як стій.
Тож скільки років тій і тій?



820. Складіть і розв'яжіть задачі, користуючись схемами.

**Рівень Б**

Розв'яжи рівняння (821–826)

821. а) $\frac{1}{2}x - 13 = \frac{3}{4}x + 7$; б) $\frac{2}{3}c - 1,5 = \frac{1}{6}c + 3,5$; в) $\frac{1}{3} - \left(x - \frac{1}{2}\right) = 4x$.

822. а) $\frac{3}{5}z + 21 = -1 - \frac{1}{2}z$; б) $\frac{3}{4}y - 0,2 = 1,3 + y$; в) $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} - (3 - x)$.

823. а) $0,4(x - 2) - 5,4 = 0,3(6x + 12)$; б) $\frac{1}{5}(2 - 3x) = 0,4 - 0,1x + 3$;

в) $3,4 + 0,6x = 1,2(0,5x + 6) - 3,8$; г) $\frac{1}{2}(2x + 4) = 3\left(\frac{1}{3}x + 1\right)$.

824. а) $0,2(5x - 17) + 4x = 0,8(3 - x)$; б) $\frac{3}{5}x + \frac{1}{3} - 2x = \frac{1}{5}(3x - 5)$;

в) $6 - 4,5x = 3(2,2 - 1,5x)$; г) $x - 3 = 2\left(x - 1\frac{1}{2}\right) - x$.

825. а) $\frac{2x - 3}{3} + \frac{5x + 3}{18} = 2$;

б) $\frac{x + 1}{2} - \frac{10 - 2x}{4} = 1$.

826. а) $\frac{x + 6}{5} + \frac{2x - 5}{3} = 3$;

б) $\frac{3x + 1}{8} - \frac{x - 1}{4} = 1$.

- 827.** Зошитів у клітинку купили у 3 рази більше, ніж у лінійку. Коли використали 29 зошитів у клітинку і 7 зошитів у лінійку, то виявилось, що залишилося зошитів порівну. Скільки купили зошитів у клітинку? Доповни таблицю.

	Купили	Використали	Залишилось
Клітинка		29	
Лінійка		7	

- 828.** У великій коробці олівців було у 1,5 рази більше, ніж у маленькій. Коли загубили 8 олівців з великої коробки і 2 олівці з маленької, то олівців у коробках стало порівну. Скільки олівців було у великій коробці? Доповни таблицю.

	Було	Загубили	Стало
Велика		8	
Маленька		2	

- 829.**  У двох ящиках слив було порівну. Коли з першого ящика взяли 6 кг слив, а з другого — 15 кг, то у першому ящику слив залишилося у 4 рази більше, ніж у другому. Скільки слив було у кожному ящику спочатку?

- 830.** У Соні і Тоні було порівну грошей. Коли Соня купила собі пазли за 90 грн, а Тоня фарби за 120 грн, то у Тоні грошей залишилося у 2 рази менше, ніж у Соні. Скільки грошей було у дівчат спочатку?

- 831.** За три дні у магазині продали 1274 кг яблук. За перший день продали у два рази більше, ніж за другий день і на 158 кг менше, ніж за третій. Скільки яблук продавали щодня?

- 832.** Дріт завдовжки 305 м розрізали на три частини так, що одна з них виявилася в 3 рази довшою за другу і на 60 м коротшою за третю. Знайди довжину кожної частини дроту.

- 833.** Купили 20 шоколадок і кексів, заплативши за всю покупку 460 грн. Скільки купили шоколадок і скільки кексів, якщо шоколадка коштує 35 грн, а кекс — 15 грн?

- 834.** Купили 28 альбомів і зошитів, заплативши за всю покупку 160 грн. Скільки купили альбомів і скільки зошитів, якщо альбом коштує 20 грн, а зошит — 4 грн?

- 835.** На екскурсію поїхало 90 учнів та учениць, які розмістилися у двох автобусах. Скільки учнів та учениць було у кожному автобусі, якщо половина числа учнів/учениць першого автобуса дорівнює третій частині учнів/учениць другого?

- 836.** У танцювальному колективі 50 дітей. Скільки серед них хлопців і скільки дівчат, якщо 0,4 кількості дівчат дорівнює 0,6 кількості хлопців?
- 837.** Маса винограду, який лежав у ящику і кошику, відносяться як $5 : 3$. Якщо з ящика забрати 13 кг, а у кошик покласти ще 9 кг винограду, то у ящику винограду стане у 2 рази менше, ніж у кошику. Скільки кілограмів винограду було у кошику і скільки у ящику спочатку?
- 838.** Кількість ручок і олівців, які були у відділі канцтоварів, відносились як $4 : 3$. Коли продали 28 ручок і 29 олівців, то ручок залишилося у 2 рази більше, ніж олівців. Скільки ручок і скільки олівців було у відділі?
- 839.** У двох мішках було по 50 кг рису. Після того, як з першого мішка продали у 3 рази більше рису, ніж з другого, у ньому залишилося у 2 рази менше рису, ніж у другому. Скільки рису залишилося у кожному мішку?
- 840.** У двох діжках було по 60 л води. Коли з першої діжки для поливу ділянки використали у 4 рази води більше, ніж з другої, то у ній залишилося у 2,5 рази менше води, ніж у другій. Скільки води залишилося у кожній діжці?

Цікаві задачі

- 841.** Маса Землі дорівнює $5,98 \cdot 10^{21}$ т, а маса Місяця — $7,35 \cdot 10^{19}$ т. У скільки разів маса Землі перевищує масу Місяця?
- 842.** Надійці зараз удвічі більше років, ніж буде Олесі тоді, коли Вірі стане стільки років, скільки тепер Надійці. Яка з них найстарша і яка наймолодша?
- 843.** Сума трьох деяких натуральних чисел — число парне. Парним чи непарним числом є добуток тих самих чисел?

Вправи для повторення

- 844.** Обчисли: а) $-3 \cdot (5,25 + (-3,5)) : (3,29 - 4,34)$;
б) $(-8,4 - (-3,5)) : (-5,9 + 4,5)$.
- 845.** Які цілі значення x задовольняють нерівність?
а) $|x| < 3$; б) $|2x| < 4$; в) $|x - 3| < 1$.
- 846.** На скільки сума чисел a і x більша або менша за їх різницю, якщо: а) $a = 15$, $x = -7$; б) $a = -8$, $x = 19$?

§ 21. КООРДИНАТНА ПЛОЩИНА

Визначаючи місце якого-небудь пункту на географічній карті, вказують два числа: довготу і широту.

Наприклад, Монумент незалежності має координати $50^{\circ}27'00''$ пн. ш. та $30^{\circ}31'27''$ сх. д.

На координатній площині місце розташування точки завжди можна описати за допомогою двох чисел. Наприклад, $K(0; 0,8)$

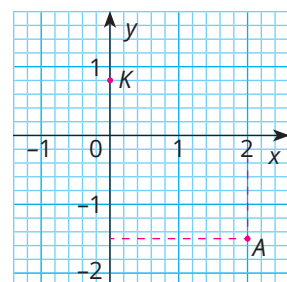
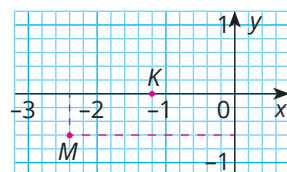
$A(2; -1,5)$

абсциса точки A ордината точки A

Пам'ятай! Першою пишуть абсцису (координату по вісі x).

Крім того, кожній парі раціональних чисел на координатній площині відповідає певна точка.

Наприклад, парі $-2,4$ і $-0,6$ відповідає точка $M(-2,4; -0,6)$, а парі $-1,2$ і 0 відповідає точка $K(-1,2; 0)$.



Дізнайся більше

Прямокутну систему координат уперше використав французький учений Р. Декарт. Тому її називають *декартовою системою координат*. Вона складається з двох прямолінійних осей, які перетинаються під прямим кутом у точці $O(0; 0)$. Одиничні відрізки на обох її осях рівні. Хоча згодом ти ознайомишся із системами координат, у яких координатні осі мають різні масштаби.



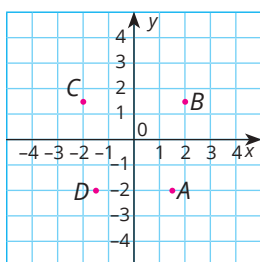
Перевір себе

1. Що називають координатами точки? Назви їх.
2. Як записують координати точки на площині?



Виконай усно

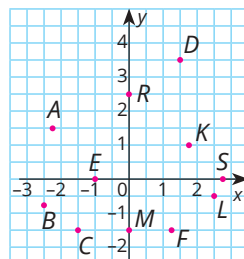
847. Визнач розташування:
 а) скрині, б) вулкана; в) риби;
 г) човна; ґ) людини в синій куртці;
 д) людини в червоній куртці;
 е) озера.
848. Установи відповідність між точками (1–4) та їх координатами (А–Д).



- | | |
|-----|--------------|
| 1 А | А (-2; -1,5) |
| 2 В | Б (-2; 1,5) |
| 3 С | В (1,5; -2) |
| 4 Д | Г (-1,5; -2) |
| | Д (2; 1,5) |



849. а) Які з точок знаходяться в: першій; другій; третій; четвертій чверті координатної площини?
 б) Чому дорівнюють ординати точок К, В, А, F?
 в) Укажи абсциси точок, що належать осі ординат.
 г) Абсциси яких точок від'ємні?
 ґ) Ординати яких точок недодатні?

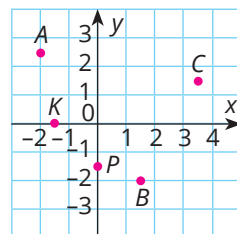
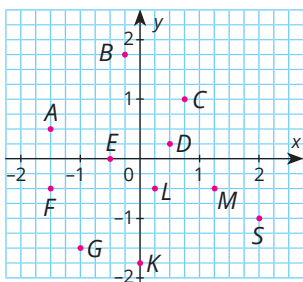
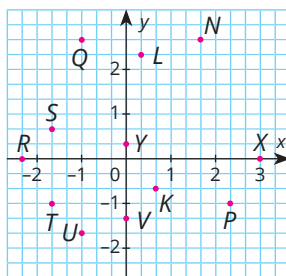


Рівень А

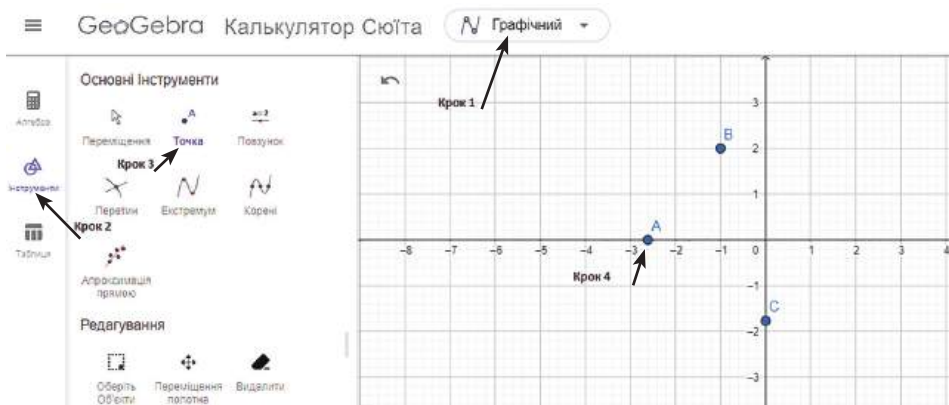
850. Чи правильно що $A\left(-2; \frac{5}{2}\right)$? Як інакше

можна записати ці координати? Запиши координати всіх заданих точок.

851. Випиши точки та їх координати.



852. Побудуй на координатній площині у сервісі GeoGebra (<https://www.geogebra.org/calculator>) точки з координатами: $A(-2,6; 0)$, $B(-1; 2)$, $C(0; -1,8)$, $D(4; 0)$, $E(0; 1,2)$, $F(0,2; 0)$, $G(2,6; 2)$, $H(2,8; -1)$, $I(-3; -1)$, $J(-1; -2)$, $K(-2; -2,4)$, $L(-5; -0,8)$, $M(3; -1)$.



853. **Гра.** В GeoGebra один учень/одна учениця має побудувати точку, а інший учень/інша учениця має записати координати точки. Потім міняйтеся ролями. Запишіть по 5 точок.
854. Познач на координатній площині точки $A(0; 5)$, $B(3; 4)$, $C(4; 3)$, $D(5; 0)$, $E(4; -3)$, $K(3; -4)$, $P(0; -5)$, $T(-3; -4)$. Проведи коло з центром у точці $O(0; 0)$ і радіусом 5 одиничних відрізків. Що помічаєш? Вкажи координати кількох точок, які не належать цьому колу.
855. Накреси систему координат, одиничний відрізок якої дорівнює 2 см. Познач точки $A\left(1\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$, $B\left(-\frac{1}{4}; 1\frac{1}{2}\right)$, $C(0; -1,25)$, $D\left(1; -1\frac{1}{8}\right)$.
856. Накреси систему координат, одиничний відрізок якої дорівнює 3 см. Познач точки $A\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}\right)$, $B\left(0; -\frac{1}{2}\right)$, $C\left(-\frac{5}{6}; -\frac{2}{3}\right)$, $D\left(-\frac{2}{3}; 1\frac{1}{2}\right)$.
857. Проведи на координатній площині пряму, яка проходить через початок координат і точку $A(6; 4)$. Чи проходить ця пряма через точку $K(1,5; 1)$?
858. Чи правильно, що точки $A(-1,5; -1,5)$, $B(0; 0)$ і $C(2,5; 2,5)$ лежать на одній прямій? Чи кожна точка цієї прямої має ординату, що дорівнює абсцисі?

- 859.** Познач на координатній площині точки $A(-1; 0,75)$, $B(0; 0,75)$ і $C(2; 0,75)$. Що спільного у координат цих точок? Як вони розташовані?
- 860.** Познач на координатній площині точки $A(2,5; 2,5)$, $B(2,5; 1)$, $C(2,5; 0)$, $K(2,5; -0,5)$, $P(2,5; -2)$. Чи правильно, що всі вони лежать на одній прямій? Як вони розташовані?
- 861.** Знайди довжину відрізка AB в одиничних відрізках, якщо $A(1; -0,3)$, $B(1; -0,7)$.
A 0,4 **Б** -0,4 **В** 0,21 **Г** 1
- 862.** Знайдіть довжину відрізка AB , якщо:
 а) $A(1,5; 3)$, $B(1,5; 0)$, довжина одиничного відрізка дорівнює 4,5 см;
 б) $A(0,4; -3)$, $B(-0,7; -3)$, довжина одиничного відрізка дорівнює 4 см.
- 863.** Знайди довжину відрізка AB , якщо:
 а) $A(0; 3,7)$, $B(-4,5; 3,7)$, довжина одиничного відрізка дорівнює 3,8 см;
 б) $A(1,4; -2,3)$, $B(1,4; 1,7)$, довжина одиничного відрізка дорівнює 1,2 см.
- 864.** Побудуй три вершини прямокутника $ABCD$, що мають координати: $A(-2,5; 1)$, $B(3,5; 1)$, $C(3,5; -2)$. Знайди координати точки D , а також його периметр і площу, вважаючи, що довжина одиничного відрізка дорівнює 2 см.
- 865.** Точки $A(-1; 2)$, $B(-1; -1,5)$, $C(4; -1,5)$ — три вершини прямокутника $ABCD$. Знайди координати четвертої вершини прямокутника, а також його периметр і площу, вважаючи, що довжина одиничного відрізка дорівнює 3 см.
- 866.** Накресли на координатній площині шестикутник із вершинами в точках $O(0; 0)$, $A(0; 5)$, $B(3; 5)$, $C(3; 3)$, $D(5; 3)$, $E(5; 0)$. Знайди його периметр і площу, якщо $OA = 5$ см.

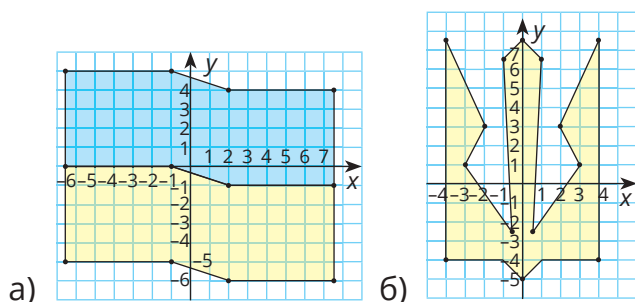


Рівень Б

- 867.** Побудуй малюнок, послідовно з'єднавши точки з координатами: $(-4; 4)$, $(-5,5; 5,5)$, $(-7; 8)$, $(-8; 11)$, $(-9; 10,5)$, $(-14; 10,5)$, $(-13; 9)$, $(-12; 6)$, $(-9,5; 5,5)$, $(-8,5; 4)$, $(-9; 1,5)$, $(-7; 1,5)$, $(-5; 0)$, $(-4; -3)$, $(-2,5; -1,5)$, $(-1; -1)$, $(1; -1,5)$, $(2; -2)$, $(2,5; -1)$, $(3,5; 0)$, $(5; 0,5)$, $(7,5; 0,5)$, $(8,5; 1,5)$, $(10,5; 2,5)$, $(13; 3)$, $(11; 3,5)$, $(9,5; 4)$, $(8; 5)$, $(7; 6)$, $(5; 5)$, $(3; 4)$, $(1; 3)$, $(0; 2,5)$, $(-0,5; 3)$, $(0; 5)$, $(-0,5; 4,5)$, $(-1,5; 5)$, $(-4; 4)$. Розфарбуй утворений малюнок.

868. Побудуй малюнок, послідовно з'єднавши точки з координатами: $(2; -7,5)$, $(2; -5)$, $(1,5; -3)$, $(0; 0)$, $(-1; 0,5)$, $(-3; 0,5)$, $(-4,5; -1)$, $(-5; -3)$, $(-5; -5)$, $(-4; -6,5)$, $(-2,5; -6)$, $(-1,5; -6,5)$, $(-1,5; -7,5)$, $(-4,5; -7,5)$, $(-6,5; -5)$, $(-7; -2,5)$, $(-11,5; 8)$, $(-13; 7,5)$, $(-14; 9)$, $(-13; 10)$, $(-11; 10,5)$, $(-8,5; 9)$, $(-8,5; 4)$, $(-7,5; 3,5)$, $(-7; 4)$, $(-6; 5)$, $(-5; 6,5)$, $(-4; 7)$, $(-2; 7,5)$, $(0; 7)$, $(1; 6)$, $(1,5; 4)$, $(2; 2,5)$, $(3; 1,5)$, $(4; 2)$, $(2,5; 3,5)$, $(3,5; 4)$, $(4; 7)$, $(5; 5,5)$, $(6; 5)$, $(8; 5)$, $(9,5; 6,5)$, $(9; 4,5)$, $(11; 3)$, $(8,5; 2)$, $(7; 1)$, $(5; -1)$, $(4; -2,5)$, $(3; -5)$, $(3; -6)$, $(5; -6,5)$, $(5,5; -7)$, $(4; -7,5)$, $(2; -7,5)$.

869. Що зображено на малюнках? Як назвати одним словом? Як можна намалювати ці малюнки, не відриваючи руки? Впиши точки, що задають ці малюнки, одна за одною.



870. Придумай свій малюнок, задай його координатами послідовних точок. Запропонуй однокласникам/однокласницям за цими точками побудувати малюнок.

871. Дано точки $K(-1,5; -5)$ і $P(-4,5; -5)$. Знайди координати точки M — середини відрізка KP і відстань KM .

872. Точки A і B називають *симетричними відносно точки M* , якщо M — середина відрізка AB . Чи є симетричними відносно точки $M(0; -0,5)$ точки:

а) $A(0; -2)$ і $B(0; 1)$; б) $K(-3; -0,5)$ і $P(3; -0,5)$; в) $P(0; -4)$ і $T(0; 5)$.

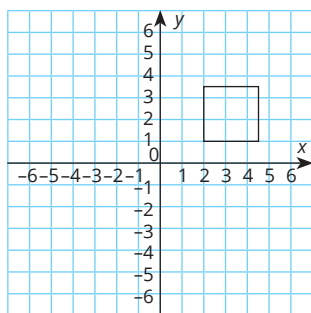
873. Дано точку $C(-1,5; 2)$. Побудуй точку K , симетричну C відносно початку координат. Запиши її координати.

874. Які координати має точка, симетрична точці $A(-3,5; 1)$ відносно початку координат? А відносно точки $M(1; 1)$?

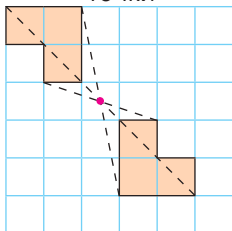
875. Точки A і B називають *симетричними відносно прямої a* , якщо пряма a перпендикулярна до відрізка AB і проходить через його середину. Чи симетричні відносно осі абсцис точки $A(3,5; -2)$ і $B(3,5; 2)$?

876. Дано точку $C(-4,5; -2)$. Познач на координатній площині точку K , симетричну точці C відносно осі x , і точку P , симетричну точці C відносно осі y . Запиши координати K і P .

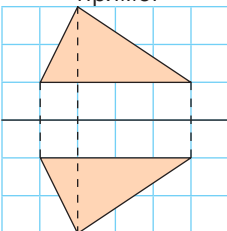
877. Побудуй в зошиті систему координат і квадрат. Синьою ручкою побудуй фігуру, симетричну заданому квадрату відносно осі x , а зеленою — відносно початку координат.



Симетрія відносно точки



Симетрія відносно прямої

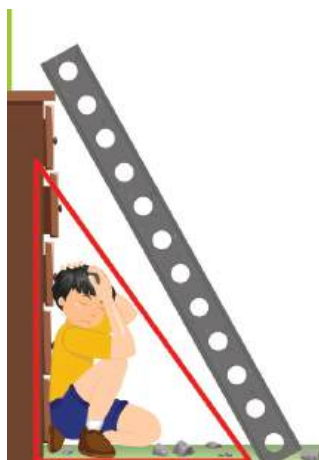


Цікаві задачі

- 878.** Користуючись google-картою, визнач координати Києва, Львова, Харкова.
- 879.** Зафарбуй частину координатної площини, яка містить усі точки $M(x; y)$ такі, що: а) $x > 0$ і $y > 0$; б) $x = 3$ і $y > 0$.
- 880.** Один насос може викачати воду з котловану за півгодини, другий — за 20 хв. За який час можуть викачати воду з котловану обидва насоси, працюючи разом?

Вправи для повторення

- 881.** Дізнайся більше про «трикутник життя». Розв'яжи задачу: «Периметр трикутника дорівнює 24 дм. Перша сторона у 1,25 рази довша за другу і на 4 дм довша від третьої. Знайди довжини сторін трикутника».
- 882.** Знайди площу круга з радіусом:
а) 2 м; б) 0,5 дм; в) a мм.
- 883.** Знайди два числа, різниця і відношення яких дорівнюють відповідно 10 і 10.

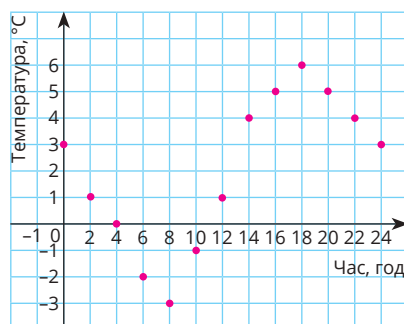


§ 22. ГРАФІКИ

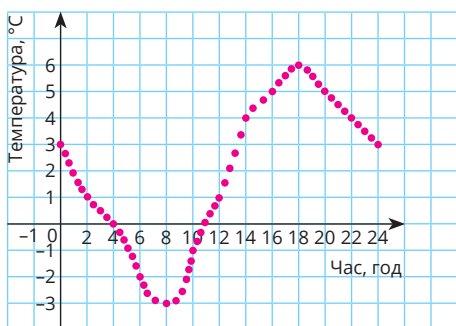
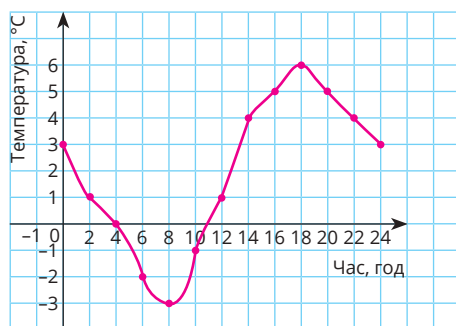
Уявімо, що температуру повітря вимірювали протягом доби кожні дві години. Результати записали в таблицю.

Час (год)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Температура (°C)	3	1	0	-2	-3	-1	1	4	5	6	5	4	3

Щоб краще побачити, як змінювалася температура, будують *графік*. Для цього проведемо осі координат. На осі абсцис позначимо час, в який вимірювали температуру, а на осі ординат — відповідні температури. Далі позначимо точки, координати яких — пари чисел з наведеної таблиці.



Уявімо, що температуру повітря вимірювали не через кожні дві години, а через кожні півгодини. Тоді на координатній площині було б більше точок. А якщо б вимірювали безперервно, то всі точки на координатній площині злилися б у неперервну лінію. Ця лінія — *графік зміни температури* повітря.



З графіка наочно видно, що до 8 години температура спадала, від 8 до 18 — зростала, а потім знову почала спадати; від 4 до 11 години вона була від'ємною тощо.

Графіки бувають різні. Графік зміни температури повітря з часом — крива лінія. А деякі графіки — прямі, промені, відрізки, ламані чи об'єднання таких ліній з кривими.

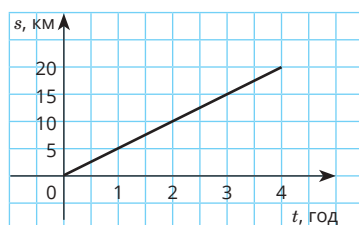
Масштаби на осях координат можуть бути різними.



Графіком прямо пропорційних величин є пряма або частина прямої, яка проходить через початок координат.

Приклад. Якщо людина 4 год іде рівномірно зі швидкістю 5 км/год, то графіком її руху є відрізок, зображений на малюнку. Побудуємо таблицю:

t , год	1	2	3	4
s , км	5	10	15	20



Графіком **обернено пропорційних** величин є крива.

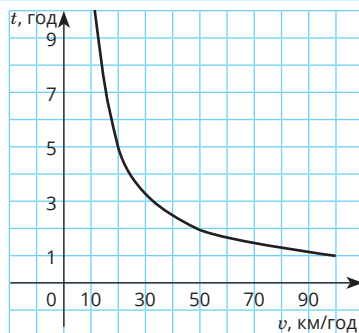
Приклад. За який час можна пройти або проїхати відстань 100 км, якщо рухатися з різними швидкостями?

Побудуємо таблицю:

v , км/год	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t , год	10	5	$3\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{2}$	2	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{3}{7}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{9}$	1

Якщо нанести на координатну площину точки з координатами, що відповідають даним цієї таблиці, і провести через них плавну криву, одержимо графік розглядуваної залежності.

Графік кожної обернено пропорційної залежності величин — аналогічна крива.



Дізнайся більше

Існують прилади (термограф, барограф, кардіограф тощо), які самі викреслюють графіки. Спеціалісти повинні вміти «читати» їх. Більше про різні графіки ти дізнаєшся у старших класах.

Перевір себе

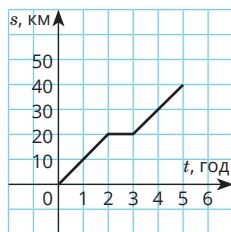
1. Якими бувають графіки?
2. Який вигляд має графік: а) прямої пропорційної залежності; б) обернено пропорційної залежності?
3. Як будують графік «за точками»?



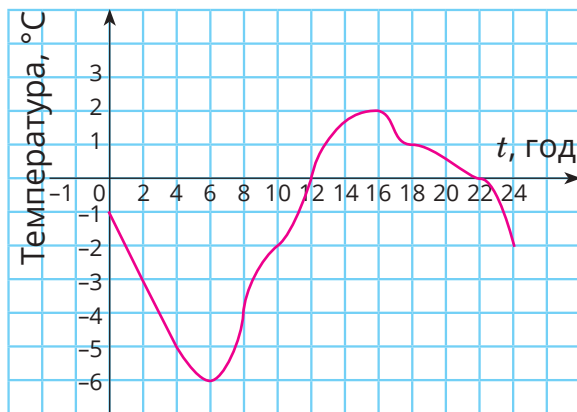
Поглянь!

1. Побудуємо графік зміни руху велосипедиста, який 2 год їхав зі швидкістю 10 км/год, потім годину відпочивав, після чого з такою самою швидкістю їхав ще 2 год.

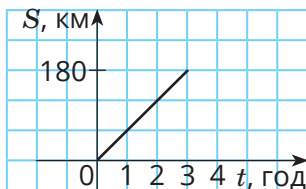
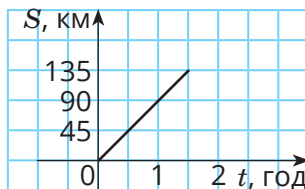
Час (год)	Відстань (км)
0	0
1	10
2	20
3	20
4	30
5	40

**Виконай усно**

884. Подано графік зміни температури повітря протягом доби.
- Якою була температура повітря о 4 годині; о 20 годині?
 - О котрій годині вона була:
 - найвищою; б) найнижчою?
 - О котрій годині температура була нульовою?
 - У які години температура була: а) додатною; б) від'ємною?
 - У які години температура: а) зростала; б) спадала?
 - О котрій годині температура дорівнювала 2°C ; -2°C ?
 - Скільки разів температура дорівнювала 1°C ; -1°C ?

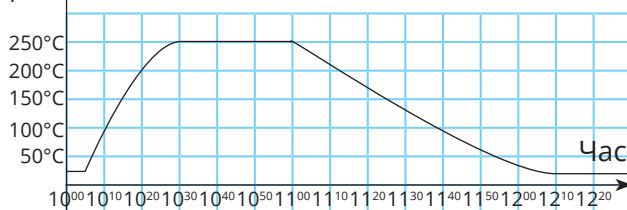


885. Подано графіки залежності шляху, що подолав автомобіль, від часу. Яку відстань проїхав автомобіль? За який час? З якою швидкістю?



886. Подано графік зміни температури в духовці під час приготування страви.

Температура, $^{\circ}\text{C}$



- а) Яка температура була: а) о 10:10; б) о 11:00?
 б) О котрій годині температура була 100°C ?
 в) Яка була найвища температура в духовці? Продовж якого часу трималась така температура?
 г) Продовж якого часу температура: а) зростала? б) спадала?
 ґ) О котрій годині включили духовку? О котрій виключили?

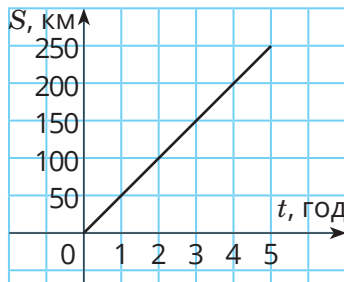
Рівень А

887. Побудуй графік зміни температури за таблицею.

Час (год)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Температура ($^{\circ}\text{C}$)	2	0	-1	-2	-3	-1	0	1	3	4	6

888. Подано графік руху автомобіля протягом п'яти годин.

- а) Яку відстань подолав автомобіль за 2 год; за 5 год?
 б) З якою швидкістю він їхав?
 в) Заповни таблицю, що відповідає цьому графіку.



Час руху (год)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Відстань (км)										

889. Побудуй графік руху велосипедиста за таблицею.

Час руху (год)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Відстань (км)	7	14	21	28	35	42

890. Мотоцикл їхав 5 год зі швидкістю 50 км/год . Склади відповідну таблицю і побудуй графік руху мотоцикла.

891. Висота сосни змінювалась залежно від її віку так:

Вік (р.)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Висота (м)	0	3	6	9	12	15	16	17	17

Побудуй графік залежності висоти сосни від її віку. Знайди:

а) висоту сосни в 15 років, 23 роки, 77 років;

б) у якому віці висота сосни дорівнювала 8 м;

в) на скільки метрів сосна виросла за 20 перших років.

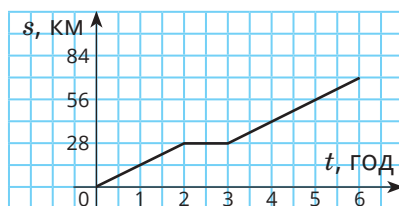
892.  Знайдіть в інтернеті графік, проаналізуйте його. Сформулюйте запитання до нього для однокласника/однокласниці.

893. Кожні 2 години продовж 10 годин виміряй температуру повітря. Побудуй таблицю та відповідний графік.

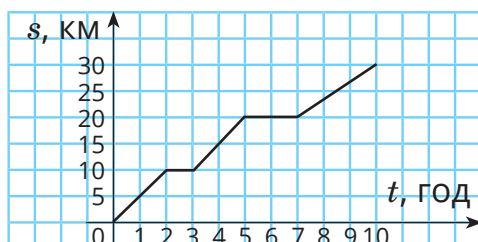
Рівень Б

894. Відомо, що площа квадрата $S = a^2$, де a — довжина його сторони. Склади таблицю залежності площі квадрата від довжини його сторони, якщо a дорівнює: 0 см, 1 см, 2 см, 3 см, 4 см. Побудуй графік цієї залежності.

895. Велосипедистка 2 год їхала зі швидкістю 14 км/год, а після годинного відпочинку з такою самою швидкістю їхала ще 3 год. Чи відповідає її руху графік, зображений на малюнку? Скільки всього кілометрів вона проїхала?



896. На малюнку зображено графік руху групи туристів. Скільки годин туристи були в дорозі? Скільки кілометрів пройшли? Скільки разів вони відпочивали і по скільки годин? З якими швидкостями туристи йшли?



897. Велосипедист 3 год їхав зі швидкістю 15 км/год. Відпочивши годину, він з такою самою швидкістю проїхав ще 30 км. Побудуй графік руху велосипедиста. Скільки всього кілометрів він проїхав?

898. За поданою таблицею вартості покупки в залежності від кількості куплених блокнотів побудуй графік в Excel. Яка ціна блокнота?

	Кількість					
1	1	2	3	4	5	
2	50	100	150	200	250	
3						
4						

899.* Оленка мала 1200 грн. Скільки однакових іграшок вона може купити, якщо вартість кожної: 100 грн, 200 грн, 300 грн, 400 грн, 600 грн, 1200 грн? Склади відповідну таблицю і побудуй графік. Чи буде цей графік суцільною лінією?

Цікаві задачі

900. Продовж послідовність: $-1,6, 0,4, -0,1, \dots$

901. У турнірі першості з футболу брали участь 17 команд. Кожна команда грала з іншими по 2 рази. Скільки було всього матчів у турнірі?

902. У торбі є яблука трьох сортів. Скільки яблук треба взяти навмання, щоб серед узятих виявилось принаймні 2 яблука одного сорту?

Вправи для повторення

903. Сума трьох чисел дорівнює 100. Знайди їх, якщо перше число становить 50 % від другого, а друге — 40 % від третього.

904. Знайди три числа, середнє арифметичне яких дорівнює 63 і які пропорційні числам 3, 4 і 8.

905. Розв'яжи рівняння: а) $x^2 + 3 = 28$; б) $|x + 4| = 16$.

Спробуй свої сили у розв'язуванні задач на с. 182



ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ ЗА РІК

Цілі числа

- 906.** Познач на координатній прямій точки $A(-5)$, $B(2)$, $C(-2)$, $M(-6)$, $K(4)$. Знайди модулі координат цих точок.
- 907.** Познач на координатній прямій точки $A(3)$, $B(-4)$, $C(-6)$, $M(1)$ та точки, які мають протилежні координати.
- 908.** Побудуй трикутник ABC , якщо $A(-5; -2)$, $B(3; 4)$, $C(6; -2)$. Визнач координати точок перетину: а) відрізка BC з віссю абсцис; б) відрізка AC з віссю ординат.
- 909.** Побудуй чотирикутник $ABMK$, якщо $A(-2; 0)$, $B(-5; 2)$, $M(1; 3)$, $K(3; 0)$. Знайди координати точки перетину відрізків AM і BK .
- 910.** Запиши усі цілі числа, які задовольняють нерівність:
а) $-3 < c < 4$; б) $-10 < y < -3$; в) $-5 \leq x < -1$; г) $-2 \leq a \leq 2$.
- 911.** Обчисли:
а) $|-56| : 8 - |-3| \cdot |2|$; в) $(62 : |-2| - |6|) \cdot |-4|$;
б) $72 : |-12| + |-4|$; г) $|-168| : (36 \cdot |5| - |-1872| : |-12|)$.
- 912.** Розв'яжи рівняння:
а) $|x| = 5$; в) $|x| = 0$; г) $|x| + 7 = 16$; е) $|x| + 8 = 6$;
б) $|x| = 178$; г) $|x| = -12$; д) $|x| - 8 = 9$; є) $2|x| - 3 = 15$.
- 913.** Знайди суму усіх цілих значень x , які задовольняють нерівність:
а) $|x| < 5$; б) $|x| \leq 3$.
- 914.** Порівняй числа:
 -5 і 2 ; 6 і -12 ; -3 і -4 ; 126 і -324 ; -17 і 0 ; $|-3|$ і $|3|$; $|-34|$ і -2 .
- 915.** Обчисли значення виразу:
а) $-23 + 16$; $-7 + (-9)$; $15 - (-5)$; $-8 - 6$;
б) $64 - 72$; $-18 + (-42)$; $84 + (-48)$; $-45 - (-65)$;
в) $-6 \cdot 12$; $42 \cdot (-10)$; $-16 \cdot (-5)$; $-17 \cdot (-15)$;
г) $-68 : 2$; $32 : (-16)$; $-44 : (-4)$; $-126 : 18$;
г) $-15 - (-18)$; $-127 + 33$; $84 \cdot (-4)$; $-138 : (-23)$.
- 916.** Не виконуючи обчислень, порівняй значення виразів:
 $(-3)^2$ і $(-8)^3$; 2^4 і $(-2)^4$; 0 і $(-6)^3$;
 0 і $(-6)^2$; -5^3 і $(-5)^3$, -5 і $(-3)^3$.

- 917.** Розкрий дужки та спрости вираз:
 а) $2(a+b)+3(a-2b)$; г) $(2x+5y)-2(x+y-3z)$;
 б) $6(x-2y)-2(3x+y)$; д) $7a-3(2a-4b)-12b$;
 в) $(x+3y-2)+(2x-3y+6)$; е) $17+3(4x-5y)-(12x+15y+7)$;
 г) $-5(a+2b-3c)-2(3a-5b)$; є) $(a+b+c)-(a+b)+(a-c)$.
- 918.** Розв'яжи рівняння:
 а) $-3x+7=-2$; г) $2x+6x=-48$;
 б) $2x-14=-6$; г) $68-(-7x-12)=108$;
 в) $-3x-6x=-18$; д) $-(3-5x)-2x+28=-5$.
- 919.** Обчисли значення виразу:
 а) $-46 : (-2) + (-38) \cdot 8 \cdot (-9)^2$;
 б) $255 : (-17) - 15 \cdot (-18) - (-135) : (-9)$;
 в) $27 \cdot (-12) + 464 : (-58) - 512 : (-16)$;
 г) $-48 \cdot (92 - 158) - (-1885) : (479 - 544) + (-139)$;
 г) $(1625 + 113 \cdot (-13)) : (-12) - 325 : (-25)$;
 д) $(475 - 574) : 11 - (-189 - 116) : (-61)$.



Подільність чисел

- 920.** Запиши всі дільники чисел 12, 15, 28, 74, 1155. Яке з чисел має найбільше дільників? А простих дільників?
- 921.** Запиши всі прості числа, які задовольняють нерівність:
 а) $6 < x < 14$; б) $12 < a < 21$; в) $1 \leq x \leq 13$; г) $0 \leq a < 11$.
- 922.** Запиши усі прості числа, більші за 15 і менші за 35.
- 923.** Запиши такі складені числа x , що $21 < x < 31$.
- 924.** Допиши до числа 278 зліва таку цифру, щоб утворилося чотирицифрове число, кратне 9.
- 925.** Замість $*$ у числі $352*$ постав таку цифру, щоб отримане число ділилося на:
 а) 2; б) 5; в) 9; г) 15.
- 926.** Розклади на прості множники числа:
 18; 108; 144; 180; 1776; 6468.
- 927.** Розклади на прості множники числа:
 а) 240; б) 350; в) 144; г) 242; г) 450.
- 928.** Чи є взаємно простими числа:
 а) 54 і 75; б) 46 і 85; в) 574 і 615; г) 216 і 275?
- 929.** Знайди НСД і НСК чисел:
 а) 24 і 18; б) 14 і 63; в) 88 і 56; г) 128 і 320.

- 930.** Знайди найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:
а) 18 і 32; б) 42 і 105; в) 60, 80 і 140.
- 931.** У скільки разів найбільший спільний дільник чисел 36 і 48 менший за їх найменше спільне кратне?
- 932.** Розклавши на прості множники числа 140, 175, 210, знайди:
а) НСД (140, 175), НСД (140, 210), НСД (140, 175, 210);
б) НСК (140, 175), НСК (175, 210), НСК (140, 175, 210).
- 933.** Використовуючи цифри 4, 2, 3, запиши усі трицифрові числа, в яких кожна цифра трапляється лише один раз. Скільки з них чисел парних, непарних, кратних 3, 6, 9?
- 934.** Знайди суму чисел, менших за 20 і взаємно простих з 30.
- 935.** Які з чисел, менші за 40, взаємно прості з числом 60?
- 936.** Знайди п'ять парних натуральних чисел, кратних 9.
- 937.** Між учнями класу розділили порівну 120 зошитів і 72 олівці. Скільки учнів у класі?
- 938.** Три автобуси вийшли на маршрути одночасно. Один з них виконує рейс за 12 годин, другий — за 14 год, а третій — за 16 годин. Через скільки днів усі три автобуси зустрінуться знову на цьому самому місці?

Дробові числа

- 939.** Які з чисел $0,9$, $\frac{70}{35}$, $-\frac{3,8}{1,9}$, $\frac{3}{4}-0,75$, $2\frac{2}{3}$ дробові?

- 940.** Запиши звичайним дробом числа:
а) 0,8; б) 1,2; в) 2,25; г) 0,(3).

- 941.** Розв'яжи рівняння:

а) $\frac{2}{3} + x = 2\frac{3}{4}$;

г) $6\frac{2}{3} - 3\frac{1}{7}x = 2\frac{4}{15}$;

б) $\frac{5}{9} - x = \frac{1}{6}$;

д) $\frac{11}{24}x - \frac{5}{8} = 1\frac{2}{3}$;

в) $x - \frac{2}{15} = \frac{5}{12}$;

е) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}x = 1\frac{4}{15}$;

г) $2\frac{3}{5}x - 1\frac{5}{6} = \frac{1}{3}$;

є) $\frac{1}{7}(7x + 14) - 2\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$;

ж) $12\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}x + 1\frac{1}{2}\right) = 11\frac{2}{5}$.



942. Порівняй числа:

а) $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{5}$; б) $\frac{3}{8}$ і $\frac{2}{7}$; в) $\frac{4}{9}$ і $\frac{3}{7}$; г) $\frac{5}{17}$ і $\frac{2}{7}$.

Обчисли (943–946)

943. а) $\frac{2}{3} + \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{2} : 4 \right) : 1\frac{3}{4}$; б) $2\frac{1}{6} : 13 + \left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6} \right) : 2\frac{3}{5}$.

944. а) $2\frac{2}{3} : 4 + \left(14\frac{4}{5} + \frac{4}{15} \right) : 22\frac{3}{5}$; б) $23 + \left(7\frac{1}{3} - 6\frac{7}{8} \right) : \frac{3}{4} - 5\frac{1}{4}$.

945. а) $4\frac{1}{2} + \frac{6}{7} : \left(\frac{2}{3} : \frac{7}{36} \right)$; б) $\frac{14}{63} \cdot \left(1\frac{29}{55} : \frac{4}{15} \right) \cdot \frac{11}{20}$.

946. а) $6\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3} + \frac{3}{4} : \frac{9}{31}$; б) $\frac{42}{95} \cdot \left(1\frac{3}{14} : \frac{3}{5} \right) : 2$.

947. Обчисли значення виразу:

а) $10\frac{1}{4} - \left(7\frac{7}{12} - 2\frac{1}{4} \right) : \left(5\frac{3}{5} - 1\frac{1}{3} \right)$;

б) $\left(1\frac{1}{3} + 2\frac{5}{12} \right) \cdot \left(3\frac{1}{5} + 6\frac{7}{15} - 5\frac{2}{3} \right)$;

в) $\frac{3}{10} : 1\frac{1}{2} + \left(4\frac{5}{12} + 3\frac{13}{24} - 6\frac{5}{6} \right) \cdot 1\frac{3}{5}$;

г) $1\frac{1}{35} : \frac{3}{5} + \left(7\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5} - \frac{6}{7} \right)$;

г) $\left(2\frac{2}{3} : \frac{2}{9} - 5\frac{2}{3} \right) \cdot 1\frac{1}{38} + 1\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{16}$;

д) $2\frac{2}{5} \cdot \left(8\frac{4}{9} : 3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{27} \right)$.



948. Склади і розв'яжи задачу про рух двох велосипедисток, розв'язування якої звелось б до рівняння $\frac{x}{10} - \frac{x}{15} = 1$.

949. Знайди 0,72 від числа:

а) 300; б) 72; в) 0,2; г) 0,72.

950. Знайди $\frac{4}{7}$ від числа:

а) 140; б) 10; в) 1; г) $\frac{4}{7}$.



951. Знайди число, 0,6 якого дорівнюють:

а) 102; б) 39; в) 0,6; г) 1.

952. Мама купила 15 пиріжків. Діти з'їли $\frac{2}{5}$



всіх пиріжків, бабуся — $\frac{1}{3}$ залишку. Скіль-

ки пиріжків залишилося батькам?

953. До ресторану завезли 45 кг винограду у 4 ящиках. В одному ящику було $12\frac{5}{12}$ кг винограду, що на $2\frac{5}{18}$ кг більше,

ніж у другому ящику, і на $1\frac{5}{36}$ кг менше, ніж у третьому

ящику. Скільки винограду було у четвертому ящику?

954. Одна бригада може виконати виробниче завдання за 12 днів, а друга — за 18 днів. За скільки днів це завдання виконають дві бригади, якщо працюватимуть разом?

955. Швидкість човна $10\frac{5}{6}$ км/год, а швидкість течії на $8\frac{1}{3}$ км/год

менша. Човен рухався 3 години за течією річки і 4 години проти течії. Який шлях пройшов човен за цей час?



956. Відстань між станціями 560 км. З якою

швидкістю рухався поїзд, якщо за 4 години він проїхав $\frac{3}{7}$ цієї відстані?

957. Гострим чи тупим буде кут, який становить $\frac{7}{12}$ розгорнутого кута?

958. Ширина прямокутника 52 см, що становить $\frac{13}{18}$ його довжини. Знайди периметр і площу прямокутника.

959. Автомобіль проїхав $\frac{3}{8}$ всієї відстані між містами. Яка відстань між містами, якщо залишилося їхати ще 120 км?

960. Одна бригада може виконати деяку роботу за 10,5 дня, а друга — за 7 днів. За скільки днів обидві бригади виконають цю роботу, працюючи разом?
961. Резервуар наповнюється нафтою через одну трубу за 4 год, а через другу вся нафта з нього виливається за 4,5 год. За скільки годин наповниться резервуар, якщо одночасно відкрити обидві труби?
962. Один насос може викачати воду з резервуара за 2 год, другий — за 3 год. За скільки годин вони зможуть викачати воду з резервуара, працюючи разом?
963. Два трактори можуть зорати поле за 8 год. За скільки годин зміг би зорати це поле другий трактор, якщо перший може зорати його за 12 год?
964. Дівчинка мала 435 грн. На купівлю м'яча вона витратила 80 % усіх грошей. Скільки коштує м'яч?
965. Маса борошна становить 0,7 маси випеченого з нього хліба. Скільки можна спекти хліба з 10 т борошна? Скільки треба мати борошна, щоб спекти 0,1 т хліба?
966. На одній і тій самій відстані одне колесо карети робить 490 обертів, а друге, обід якого на 0,4 м менший, — 560 обертів. Знайди довжину обода кожного колеса.



Відношення і пропорції

967. Спрости відношення:

а) $20 : 60$; б) $0,4 : 1,2$; в) $1 : 0,125$; г) $\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$; ґ) $1\frac{4}{5} : 2\frac{1}{2}$.

968. Запиши кілька пропорцій, складених із чисел 2, 4, 3 і 1,5.

969. Знайди невідомий член пропорції:

а) $x : 3 = 7 : 6$; б) $1,2 : 5 = x : 15$; в) $11 : 1001 = 0,3 : x$.

970. Знайди:

а) 20 % від 350;	г) 15 % від 124 грн;
б) 30 % від 56 000;	д) 48 % від 3,5 м;
в) 12 % від 0,75;	е) 2,5 % від 10 л;
г) 125 % від 1,4;	є) $\frac{3}{4}$ % від 7,5 км ² .





971. Знайди відношення:

- а) суми чисел $\frac{2}{5}$ і $2\frac{1}{3}$ до їх добутку;
б) різниці чисел $\frac{3}{5}$ і 0,5 до їх добутку.

972. Знайди число, якщо:

- а) 20 % його становлять 344; в) 125 % його становлять 48;
б) 2,5 % його становлять 640; г) $\frac{1}{2}$ % його становлять $6\frac{1}{2}$.

973. Скільки відсотків становлять:

- а) 15 від 4500; г) 35 см від 7 дм;
б) 6 від 7,2; д) 7,2 хв від 1,2 год;
в) 10 від 8; е) 30 м² від 10 ар;
г) 3 кг від 60 кг; є) 3 а від 3 га?

974. За 2,5 год поїзд пройшов відстань 160 км. Який шлях пройде поїзд за 4 год, якщо їхатиме з такою самою швидкістю?

975. Периметр чотирикутника дорівнює 2,25 дм. Знайди довжини його сторін, якщо вони пропорційні числам 4, 6, 7 і 8.

976. У трьох ящиках є 86 кг цвяхів. У першому ящику — 30,4 кг, а в другому — на 1,2 кг більше, ніж у третьому. Скільки кілограмів цвяхів у третьому ящику?

977. Знайди периметр трикутника, якщо його сторони пропорційні числам 3, 5 і 7, а найменша сторона коротша від найбільшої на 16 см.

978. Скільки кілометрів від селища Яблуневого до селища Грушевого, якщо на карті з масштабом 1 : 30 000 цій відстані відповідає 13 см?

979. Відстань від двох пунктів приблизно дорівнює 200 км. На карті цій відстані відповідає 6 см. Який масштаб карти?

980. Відстань 250 км на карті зображено відрізком завдовжки 5 см. Яким відрізком при цьому масштабі зображується відстань у 800 км?

981. Знайди два числа, які пропорційні числам 3 і 5, а їх різниця дорівнює $\frac{3}{4}$.

982. Із букв, записаних на окремих картках, склали слово МАТЕМАТИКА. Потім картки перевернули і перетасували. Яка ймовірність того, що на взятій навмання картці буде:
а) буква М; б) буква А; в) буква Е; г) буква О?

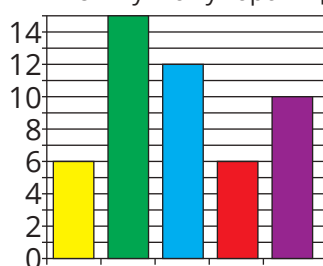
983. На діаграмі зображено кількість кульок різного кольору у торбинці. Дай відповіді на питання.

1) Яка ймовірність не дивлячись витягнути:

- а) зелену кульку;
- б) фіолетову кульку;
- в) жовту чи блакитну кульку;
- г) не зелену кульку.

2) Ймовірність навмання витягнути кульку якого кольору однакова?

Кількість кульок у торбинці



984. Ціну кросівок збільшили з 1200 грн до 1530 грн. На скільки відсотків зросла ціна?

985. Ціну на блокнот зменшили з 90 грн до 72 грн. На скільки відсотків знизилась ціна?

986. Ціну на куш було підвищено на 15 %. Якою була початкова ціна на куш, якщо після підвищення він став коштувати 1035 грн?

987. Місячна оренда будинку навесні коштує 12 000 грн. У літній сезон оренда будинку підвищилась на 20 %. Знайди, скільки потрібно буде заплатити сім'ї за оренду будинку на 3 літні місяці.

988. Число m більше за 40 на 25 %. На скільки відсотків 40 менше за число m ?

989. Сума двох чисел дорівнює 2. Знайди ці числа, якщо 20 % першого дорівнюють 30 % другого.

Задачі геометричного змісту

990. Знайди площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 2 м, а одна зі сторін довша за другу на 2 дм.

991. Знайди площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 26 дм, а сторони пропорційні числам 2 і 3.

992. Побудуй прямокутник, сторони якого дорівнюють 4 см і 2 см. Знайди його площу.

993. Знайди площу поверхні й об'єм куба, ребро якого дорівнює 3 дм.

994. Знайди площу поверхні й об'єм прямокутного паралелепіпеда, сторони основи якого дорівнюють 2 м, 2 м, а висота — 2,5 м.

995. Проведи дві паралельні прямі на відстані 3 см одна від одної. Чи вміститься між ними коло радіуса 3 см? А коло радіуса 1 см?

996. Накресли квадрат зі стороною 6 см і коло, яке дотикається до всіх сторін квадрата. У якому відношенні це коло ділить площу квадрата?

Раціональні числа

Обчисли (997–1000)

997. а) $|-2,7| + 2,4$; б) $-2,4 + |-2,3|$; в) $\left|-\frac{1}{2}\right| : \frac{1}{2} - 1,2^2$;
 г) $\left|-\frac{1}{2}\right| : \frac{4}{5} - |1,25| + \frac{1}{4}$; р) $4,8 - |3,2| : |0,8|$; д) $\left|-2\frac{1}{3}\right| : \left|-\frac{7}{5}\right| - \frac{2}{3}$.

998. а) $3,7 - 1,2 : 0,4$; г) $12,1 : 0,11 + 1 : (-0,2)$;
 б) $(7 - 8,5) : 0,5$; д) $0,2^3 + 0,3^2$;
 в) $-4,9 : (2,3 - 1,6)$; е) $(-0,4)^2 - 1,2^2$;
 г) $3 : 0,2 + 8 \cdot 2,5$; є) $(3 - 1,4) : 0,2^2$.

999. а) $\left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot 0,2$; г) $\left(0,6 - \frac{3}{5}\right) : 12\frac{7}{8}$;
 б) $\left(1 - \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{3}$; г) $\left(-\frac{1}{2} + 1\right) : (2 - 1,5)$;
 в) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6}$; д) $3\frac{2}{3} : \left(0 - 2\frac{1}{5}\right)$.

1000. а) $-\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)^2$;
 б) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot (-2)^3 - 3\frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)^2$;
 в) $6 - (-0,2) : 0,4 + 0,8 - 2,4 : 6$;
 г) $-2\frac{3}{5} - 6 : (-1,5) + (3,2 - 0,2 \cdot 6)^2$.



Розкрий дужки і спрости вирази (1001, 1002)

1001. а) $2(a - 3) + 6$; д) $-3(a + 2) + 6$;
 б) $-3(x - 5) + 6x$; е) $x^2 - x(8 + x)$;
 в) $-(a - 5) + 2a - 4$; є) $x^2 - 2x + x(2 - x)$;
 г) $x - 3(2 - x) + 7$; ж) $-0,5(3 - 2x) - x$;
 р) $(2c - 1) - (3c - 2)$;

1002. а) $6 : (-1,5) - 4,6 + 5(2a - 3)$;
 б) $(-1,6c + 0,4) - (0,5 - 0,8c)$;
 в) $(2x - 3y + 4) - (3x - 2y + 4)$;
 г) $1 - (1,5x - 2) - 4(0,5x - 1,1)$.



1003. Знайди значення виразу:

- а) $15 - 7x$, якщо $x = 4,2$;
 б) $8,5a + 0,7$, якщо $a = -0,4$;
 в) $x - 5y + 2$, якщо $x = 3$, $y = -4$;
 г) $a(a - x) + ax$, якщо $a = -\frac{2}{3}$, $x = \frac{7}{13}$.



1004. Розв'яжи рівняння:

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| а) $1,5 + x = 2,7$; | з) $5x + \frac{2}{3} = -1$; |
| б) $-5 + \frac{2}{3} = x$; | и) $3 - x = 2,5$; |
| в) $1,8 - \frac{1}{2} = x$; | і) $1,2 - x = -0,8$; |
| г) $2x + 3 = 45$; | ї) $2 : x = 7 : 10$; |
| г) $5 + 4x = 65$; | й) $1 : 4 = 3 : (x + 2)$; |
| д) $0,2x + 1 = 3$; | к) $3x + 5 = x - 1$; |
| е) $(x + 2) + 3 = 43$; | л) $7 - 2x = 3(x - 1)$; |
| є) $0,5 + (x + 1) = 3$; | м) $-1,5x = 4 - 3(x - 5)$; |
| ж) $\frac{1}{2} + x = \frac{3}{4}$; | н) $-(3x - 1) + \frac{1}{2} = 1,5x$. |

1005. а) Середнє арифметичне семи послідовних цілих чисел дорівнює нулю. Які це числа?

б) Середнє арифметичне дев'яти послідовних цілих чисел дорівнює 9. Які це числа?

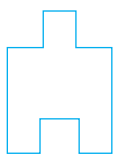
1006. Різниця двох чисел дорівнює 4,8. Знайди ці числа, якщо одне з них у 5 разів більше за друге.

1007. Сума двох чисел дорівнює 14. Знайди ці числа, якщо $\frac{1}{2}$ першого дорівнює $\frac{2}{3}$ другого.

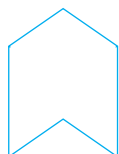
1008. Поділи число 760 на частини, пропорційні числам m , n і k , так, щоб $m : n = 1 : 5$, $n : k = 3 : 4$.

ЦІКАВІ ТА СКЛАДНІ ЗАДАЧІ

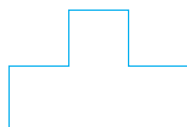
- 1009.** Зібрали 100 кг грибів, вологість яких дорівнювала 99 %. Коли гриби підсушили, їх вологість зменшилася до 98 %. Якою стала маса цих грибів після підсушування?
- 1010.** Частина мешканців міста розмовляє тільки англійською мовою, частина — тільки французькою, а частина знає обидві мови. Англійською мовою розмовляють 85 % усіх мешканців, французькою — 45 %. Скільки відсотків усіх цих мешканців володіють обома мовами?
- 1011.** Маса 4 найбільших коропів така сама, як і 3 найбільших сазанів. А маса одного коропа на 8 кг менша від маси одного сазана. Яка маса найбільшого сазана?
- 1012.** Добуток усіх натуральних чисел від 1 до n коротко позначають так: $n!$.
Наприклад, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.
Обчисли: а) $5!$; б) $6!$; в) $7! : 6!$; г) $(8! - 7!) : 7!$.
- 1013.** У турнірі першості з футболу брали участь 17 команд. Кожна команда грала з іншими по 2 рази. Скільки було всього матчів у турнірі?
- 1014.** Кожну з фігур, зображених на малюнку, розріж прямою на дві частини так, щоб із них можна було скласти квадрат.



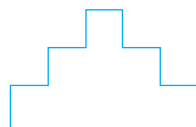
а



б

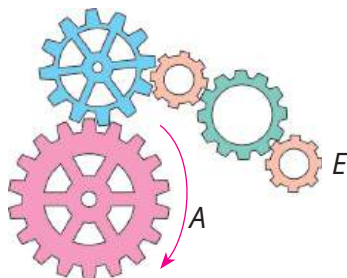


в

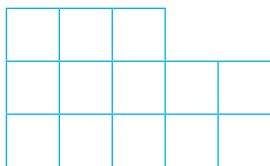


г

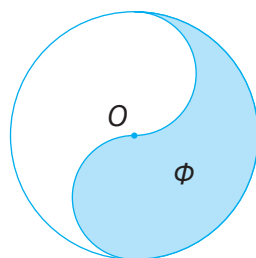
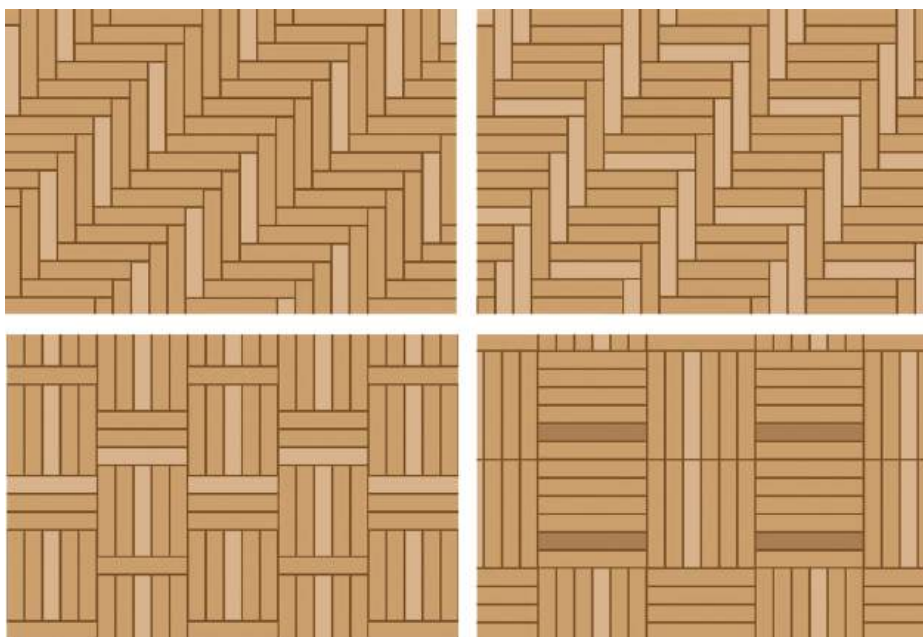
- 1015.** У торбі є яблука трьох сортів. Скільки яблук треба взяти навмання, щоб серед узятих виявилось принаймні 2 яблука одного сорту?
- 1016.** Як слід посадити 16 дерев, щоб вийшло 4 ряди і в кожному з них було по 5 дерев?
- 1017.** У який бік повертатиметься шестірня E , якщо шестірню A повертати так, як показано на малюнку?



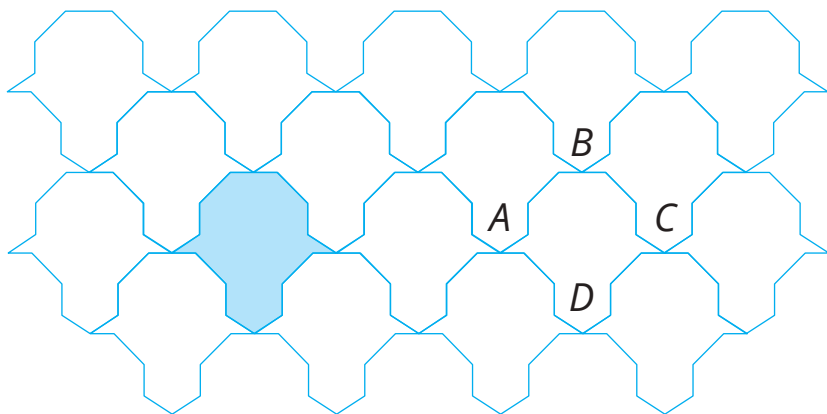
- 1018.** Постав між цифрами 9 8 7 6 5 4 3 2 1 знаки «+» і «-» так, щоб значення утвореного виразу дорівнювало 100.
- 1019.** Скільки всього квадратів зображено на малюнку? Знайди суму площ усіх цих квадратів.



- 1020.** Позавчора Олі було ще тільки 10 років, а наступного року їй виповниться 13. Коли вона справляє свій день народження?
- 1021.** На сковорідці вміщається 2 рибини. На підсмажування рибини з одного боку потрібна 1 хв. Як за 3 хв підсмажити 3 рибини з обох боків?
- 1022.** На малюнку зафарбовано фігуру Φ — частину круга радіуса 2 см. Знайди площу фігури Φ і довжину лінії, яка її обмежує.
- 1023.** Замостити підлогу рівними паркетинами можна так, як показано на малюнку. Якими ще способами можна замостити підлогу такими паркетинами?

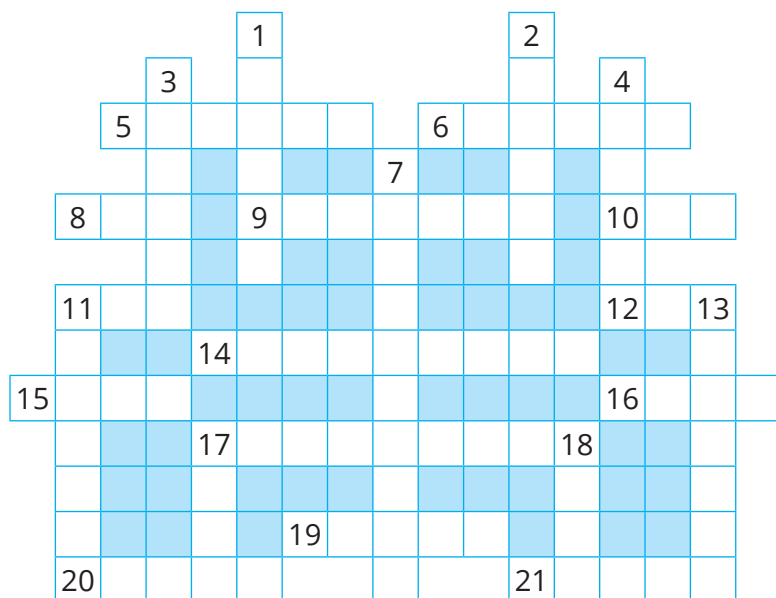


- 1024.** Знайди площу блакитної фігури, якщо точки A, B, C, D — вершини квадрата і $AB = 5$ см.



- 1025.** Постав замість однакових букв однакові цифри, замість різних букв — різні цифри: а) $куб = ni^n$; б) $акт = ni^k$; в) $кок = xx^x$.
- 1026.** Будильник відстає щогодини на пів хвилини. Пів години тому він відставав на 3 хв, а тепер показує рівно 2 год. О котрій годині він відставатиме на 5 хв?
- 1027. Стародавня задача.** У харчевні обідали 23 чоловіків і жінок. Кожен чоловік заплатив за обід 5 копійок, кожна жінка — 4 копійки, а всі разом — 1 карбованець. Скільки серед них було чоловіків і скільки жінок?
- 1028.** Олені тепер 24 роки. А коли їй було стільки років, скільки тепер Марії, то Марії років було удвічі менше, ніж тепер Олені. Скільки років Марії?
- 1029. Задача для кмітливих.** Микола і Петро з синами рибалили. Микола спіймав стільки риб, скільки його син Василь, а Петро — втричі більше, ніж його син. Всього вони впіймали 35 рибин. Як звати сина Петра? Скільки рибин він упіймав?
- 1030.** Скільки неділь може бути в одному році?
- 1031.** В одному місяці три неділі випали на парні дати. Який день тижня був 20 числа того місяця?
- 1032.** Чотири брати — Максим, Олег, Євген і Тарас — ловили карасів. Олег і Тарас зловили стільки ж рибин, скільки Максим і Євген; Максим зловив більше карасів, ніж Євген; Максим з Тарасом зловили риби менше, ніж Олег і Євген. Скільки риби зловив кожен з братів, якщо Олег зловив 3 карасі?
- 1033.** Число закінчується цифрою 2. Якщо переставити цю цифру на початок числа, то воно подвоїться. Знайди це число.

1034. Розгадай кросворд.



По горизонталі:

5. Перелік цін.
6. Одиниця площі.
8. Величина.
9. Фігура, утворена обертанням прямокутника навколо сторони.
10. Латинська буква.
11. Геометрична фігура.
12. Четверте просте число.
14. Рівність двох відношень.
15. Два числа або предмети.
16. Давня міра відстані.
17. Член дробу.
19. Знак числа або дії.

20. Найпростіша геометрична фігура.

21. Натуральне число.

По вертикалі:

1. Частина відрізка.
2. Французький математик, творець системи координат.
3. Число, більше за 500.
4. Відрізок у крузі.
7. Інша назва частки.
11. Другий степінь.
13. Компонент дії множення.
17. Символ, позначка.
18. Межа круга.

ПРОЄКТИ

ПРОЄКТ 5: ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ НАВКОЛО НАС

Частина 1

1. Як називають явище, зображене на малюнку? Яку форму має це явище? За яких умов воно виникає? Від чого залежить видима частина цього явища?



2. Дізнайся в інтернеті про інше явище, зображене на світлині. За яких умов воно виникає?



Частина 2

1. Знайди кількість певних геометричних фігур на зображених картинах українських митців. Дізнайся більше про кожного з них.

Казимир Малевич (1879–1935) — український художник-авангардист, засновник супрематизму, один із фундаторів кубофутуризму, педагог.



Кількість прямокутників

Олександра Ёкстер (1882–1949) — українська художниця, сценографка, педагогиня. Яскрава представниця європейського кубізму та футуризму, українського авангарду, одна із засновниць стилю «ар-деко».



Кількість чотирикутників

Кількість куль

Алла Горська — українська художниця та дисидентка, громадська діячка, одна з перших представниць андерграунду, діячка правозахисного руху 1960-х в Україні. Працювала в монументальних творах, мозаїці, графіці та живописі.



Кількість трикутників

Кількість чотирикутників

Василь Єрмілов (1894—1968) — український живописець, графік, монументаліст, художник-конструктор, представник українського авангарду.



Кількість півкругів

Кількість трикутників

Марія Примаченко (1908–1997) — українська народна художниця в жанрі «наївного мистецтва».



Кількість кіл

Любов Панченко (1938–2022) — українська художниця-модельєрка, лауреатка премії імені Василя Стуса, членкиня Союзу українок, яка належить до групи митців-шістдесятників.



Кількість кругів

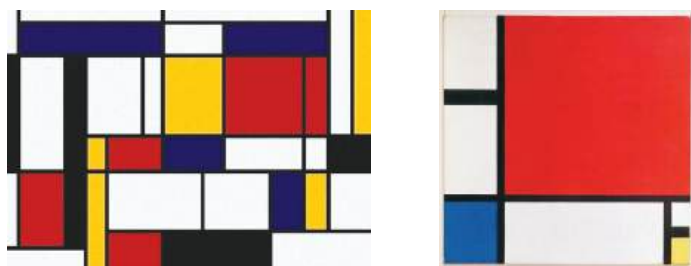
2. Які фігури ти бачиш на роботах Володимира Манжоса?

Володимир Манжос Waone — український художник-мураліст, графік, скульптор. Працює в жанрі сюрреалізм.



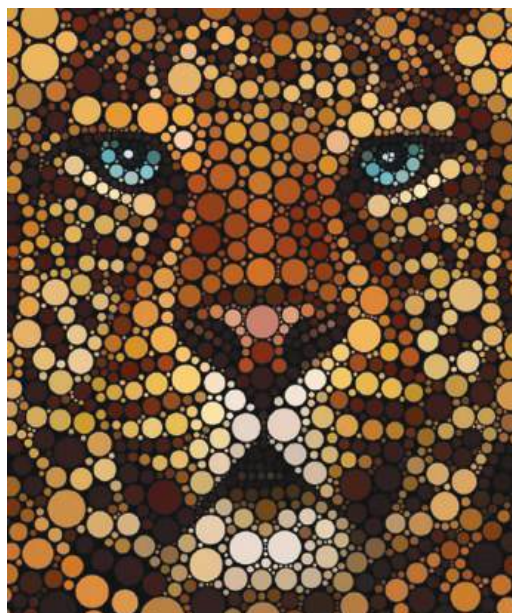
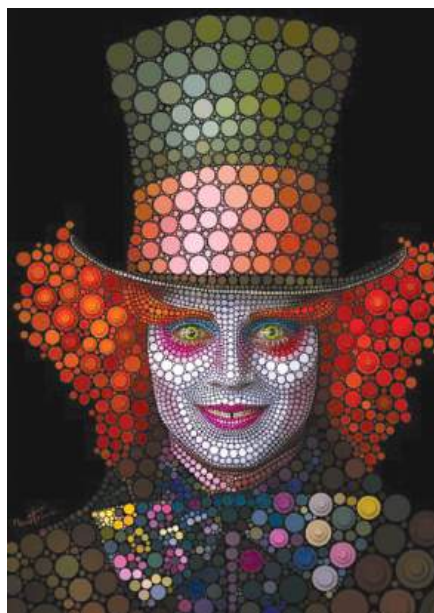
Піт Мондріан (1872–1944) — нідерландський художник, один із зачинателів абстракціонізму.

На багатьох полотнах зображені паралельні і перпендикулярні прямі, що утворюють прямокутники, деякі з яких зафарбовано основними кольорами (червоним, синім або жовтим).



Намалюй предмет чи тварину. Розфарбуй її в стилі Піта Мондріана.

3. Бельгієць Бен Хейн, експериментуючи з такими видами сучасного мистецтва, як поп-арт і пуантилізм, створює картини із кругів. Ось декілька прикладів його робіт.



Створи свій малюнок лише за допомогою кіл та кругів.

Частина 3

Знайди і сфотографуй кола і круги в мистецтві, архітектурі чи довкіллі. Створи з учнями / ученицями класу альбом таких світлин.



Мозаїка Десятинної церкви



Паркан на території Українського дому у Києві



Квіткова композиція «Мадонна з малюком» на Індустріальному мосту м. Києва

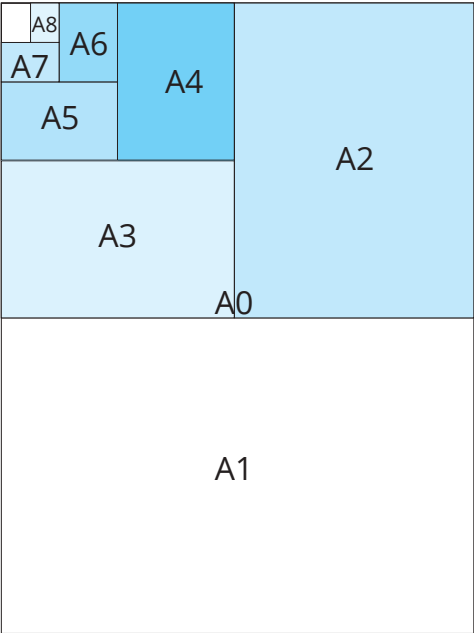
Частина 4

Склади алгоритм створення декоративної ялинки з півкруга. Створи з учнями / ученицями класу аплікацію ялинкового лісу.

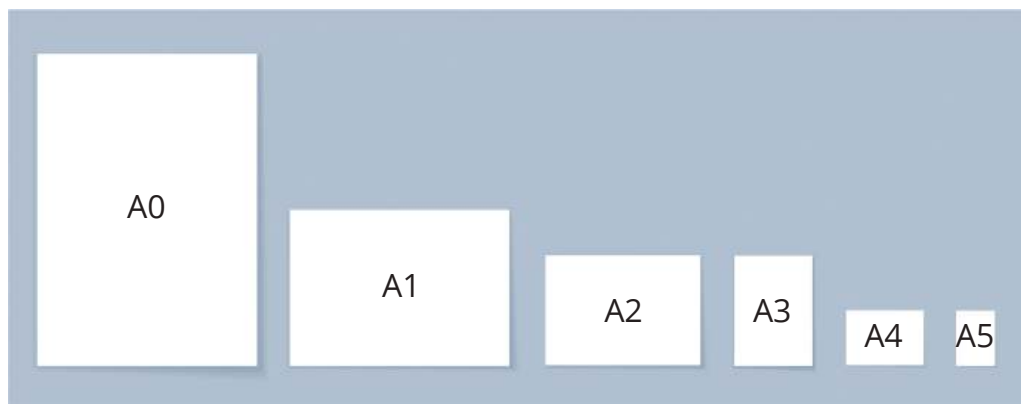


ПРОЄКТ 6: ФОРМАТИ ПАПЕРУ

Прочитай дані таблиці.

Формат	Розміри (ширина × довжина), мм		
A0	841 × 1189	A4	A2
A1	594 × 841		
A2	420 × 594	A5	A3
A3	297 × 420		
A4	210 × 297	A6	A0
A5	148 × 210		
A6		A7	A1
A7			
A8		A8	A2

- Що ти помічаєш?
Які розміри формату A6? A7? A8?
- У друкарні є 100 аркушів A0. Скільки з них вийде аркушів A4 під час розрізання?
- Для виготовлення сторінок книжки потрібні аркуші A5. Скільки потрібно взяти аркушів формату A1 для виготовлення 100 книжок обсягом 80 сторінок кожна?

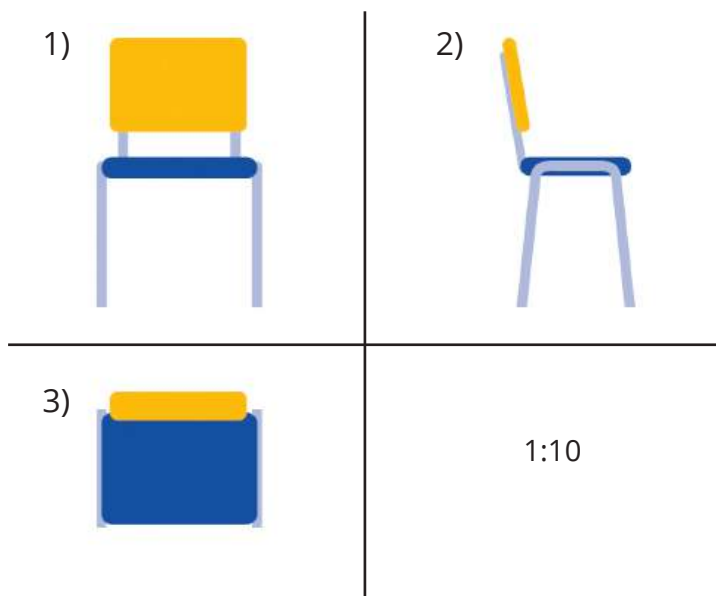


ПРОЄКТ 7: СТВОРЕННЯ МОДЕЛІ СТИЛЬЦЯ

Об'єднайтесь у групи по 4 учні/учениці.

1. Виміряйте розміри стільця у класі.
2. Виберіть масштаб та зробіть відповідні креслення цього стільця (вид: 1) спереду; 2) збоку; 3) зверху) .

Наприклад:



3. Виготовте з дроту та картону зменшену у розмірах копію класного стільця.



ПРОЄКТ 8: БАНКІВСЬКА КАРТКА

- Оформити банківську картку в Україні можна з 6 років.

Для оформлення потрібно мати ідентифікаційний код та свідоцтво про народження. З 14 років потрібна ще ID-картка, але з цього віку для оформлення картки дитина вже не потребує згоди батьків чи опікунів.

До 14 років за допомогою інтернет-банкінгу один із батьків чи опікунів може відкрити дитячу картку з функцією батьківського контролю (тобто матиме змогу бачити рух грошей та виставляти обмеження на витрати). Для цього не обов'язково надавати ID-картку дитини та її ідентифікаційний код.

Дізнайся про банк (банки), в якому обслуговуються твої батьки чи опікуни. Які є можливості для відкриття дитячих карток у цих банках? Що для цього потрібно?

- Проведи опитування серед однокласників / однокласниць щодо наявності в них дитячої картки. Вирази у відсотках кількість учнів / учениць, що мають дитячу картку. Побудуй відповідну діаграму.

- Розв'яжи задачі:**

1) За поповнення картки стягується комісія 1 % від суми поповнення. Тобі на картку перераховують 200 грн. Скільки гривень буде зараховано?

2) У тебе на картці 800 грн. Скільки грошей ти можеш зняти в банкоматі, якщо у ньому є лише купюри по 500 грн. Який відсоток суми тобі вдасться зняти?

3) Уяви, що на день народження родичі подарували тобі грошові подарунки. Зараз на твоєму рахунку 1000 грн. За зняття готівки ти маєш сплатити 0,5 % від грошової суми, яку знімаєш. Яку найбільшу суму готівки ти можеш зняти в касі банку?

- Дізнайся, які умови користування картою є у твоїх батьків або є у тебе, якщо ти маєш дитячу картку (який відсоток стягується за зняття готівки, чи знімаються відсотки за переказ коштів на картку, за поповнення грошей тощо).

- Знайди ширину магнітної стрічки на банківській картці, зображеній на малюнку, якщо відома її площа.



ІСТОРИЧНІ ВІДОМОСТІ

Відношення чисел

Відношення чисел цікавили вчених єгиптян і вавилонян ще 4 тис. років тому. Математики Стародавньої Греції досліджували переважно відношення відрізків. А оскільки довжини відрізків виражаються числами, то всі їхні знання про відношення відрізків правильні і для відношень чисел.

Пропорції були також добре відомі єгиптянам, вавилонянам і грекам. У славетній праці «Основи» Евкліда (IV ст. до н. е.) їм присвячена вся п'ята книга. Зокрема, в ній обґрунтовано і багато «похідних пропорцій», які впливають з якоїсь даної.



Евклід

Найпрекраснішою пропорцією стародавні греки вважали «золоту пропорцію», коли відрізок завдовжки $m + n$ ділять на дві частини m і n так, що $(m + n) : m = m : n$.



При цьому $m : n \approx 1,618$. Таку пропорцію називали також «божественною пропорцією»; вважали, що їй відповідають найдосконаліші творіння природи та шедеври митців.

Коло і круг

Коло і круг людям були відомі ще за давніх часів. Раніше люди не розрізняли коло і круг. Наприклад, співали «Ой зійди, зійди, ясен місяцю, як млиновеє коло», хоча повний місяць і млиновий камінь мають форму круга, а не кола. Походження слова *коло* українське і дуже давнє.

У наших краях ще кілька тисячоліть тому жінки носили прикраси, які мали деталі у вигляді кіл.



І колеса до різних колісниць та возів майстрові люди вміли робити за кілька тисячоліть до нової ери. Винайдення колеса — це велике відкриття. Спочатку люди користувалися котками, потім, щоб котки не переносити, додумалися вставляти їх у прорізи, мов у підшипники. Потім колеса робили окремо від осі, але із суцільного дерева. Тільки згодом навчилися робити колеса зі спицями — більші, легші й міцніші. Схематично історію створення колеса показано на малюнку.



Історія числа π

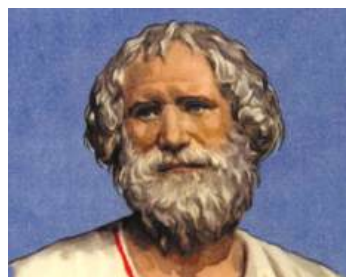
Цікава історія числа π — відношення довжини кола до його діаметра.

Вчені Вавилона вважали, що $\pi = 3$.

Стародавні єгиптяни знали точніше значення $\pi \approx 3,16$.

Давньогрецький учений Архімед знайшов, що $\pi \approx \frac{22}{7}$ Тому це число на-

зивають архімедовим. Приблизно воно дорівнює 3,14. Для розв'язування більшості практичних задач такої точності досить. Але згодом китайські, європейські та інші математики знаходили все більше і більше десяткових знаків числа π .



Архімед

Тепер доведено, що число π виражається нескінченним неперіодичним десятковим дробом.

$\pi = 3,1415926536\dots$

Раціональні числа

Від'ємні числа китайські математики розглядали ще в V ст. до н. е. Додатні числа вони писали червоною фарбою, а від'ємні — чорною. Однак від'ємними числами спочатку користувалися тільки деякі вчені.

В Індії, починаючи з VII ст., від'ємні числа пов'язували з боргом, а додатні — з майном. Правила дій над додатними і від'ємними числами формували так: «сума двох боргів є борг», «сума майна і боргу дорівнює їх різниці», «добуток двох боргів є майном».

У Європі від'ємні числа стали відомими лише в XV ст. Користувалися ними дуже рідко. Більшість європейських математиків називали їх «несправжніми», «вигаданими», «абсурдними», «хибними» числами. Тільки починаючи з XVII ст., коли вчені все частіше використовували координати точок, вони поступово звикали до від'ємних чисел. Тепер математика, фізика та інші науки не можуть обійтися без від'ємних чисел.

Назва «раціональні числа» походить від латинського слова *ratio*, яке означає *відношення*. Бо кожне раціональне число дорівнює відношенню деяких двох цілих чисел.

Латинські слова *plus* і *minus* означають відповідно *більше* і *менше*.

Найпростіші рівняння

Системи координат і графіки рівнянь першим став розглядати французький математик XVII ст. Рене Декарт (1596—1650).

Тому часто говорять про декартову систему координат. Такі системи координат, графіки і діаграми зараз використовують у всіх науках.

Найпростіші рівняння вчені Стародавнього Єгипту розв'язували майже 4 тисячі років тому. Невідоме число в рівнянні вони називали таким самим словом, як і купу, і пропонували, наприклад, такі задачі.

Купа і її сьома частина становлять 19. Знайдіть купу.

Такій задачі відповідає рівняння $x + \frac{1}{7}x = 19$.

Зверни увагу на властивість: *«Будь-який доданок можна перенести з однієї частини рівняння в іншу, змінивши його знак на протилежний».*

Це дуже важлива властивість: вона дає змогу порівняно легко розв'язувати багато рівнянь, які без знання цієї властивості розв'язувати надто важко. Вперше цю властивість виявив арабський математик IX ст. Мухаммед аль-Хорезмі (Мухаммед із Хорезму).

Назвав він її словом *аль-джебр*, яке означало «відновлення». Справа в тому, що раніше від'ємні числа вважалися несправжніми. Якщо ж від'ємне число шляхом перенесення його з однієї частини рівняння в другу переходило з несправжнього в справжнє, в цьому вбачали його відновлення. Назва книги, в якій уперше розглядалася ця властивість, починалася словом *аль-джебр*. Європейці, переклавши книжку латинською мовою, назвали її словом *Algebr*. Ось так і з'явилася нова математична наука — *алгебра*.



Р. Декарт



Мухаммед
аль-Хорезмі

СПРОБУЙ СВОЇ СИЛИ

Розв'яжи!

1. Знайди відношення значень величин: 2 кг до 400 г.
2. Для заліку з математики вчитель запропонував 15 запитань, які записав на картках з номерами від 1 до 15. Яка ймовірність того, що номер витягнутої тобою картки — просте число?
3. Розв'яжи рівняння:
а) $\frac{x}{12} = \frac{17}{30}$; б) $\frac{5,2}{x} = 1,3$.
4. Відстань між двома містами становить 300 км. На карті ця відстань дорівнює 6 см. Який масштаб карти?
5. У кошику лежать 5 яблук і 3 груші. Яка ймовірність того, що взятий навмання фрукт буде грушею?

Змоделюй та оціни!

1. Намалюй орнамент із квадратів і трикутників, щоб кількість трикутників відносилась до кількості квадратів як 2 до 3.
2. Склади пропорцію до задачі: «Для випікання 16 пиріжків знадобиться 0,4 кг борошна. Скільки борошна потрібно взяти для випікання 30 пиріжків?»
3. Малюнки зроблені в указаних масштабах. Який з предметів вищий у натуральну величину?



4. В торбинці чорні і білі кульки. Ймовірність навмання витягнути чорну кульку з торбинки становить $\frac{3}{4}$. Кульок якого кольору більше?

СПРОБУЙ СВОЇ СИЛИ

Розв'яжи!

1. У Даринки було 200 грн. За 80 грн вона купила подарунок бабусі. Скільки відсотків грошей вона витратила на подарунок?
2. У класі навчається 28 учнів. Скільки у класі хлопців і скільки дівчат, якщо кількість хлопців відноситься до кількості дівчат як 3 : 4?
3. Маса 36 м дроту дорівнює 12 кг. Чому дорівнює маса 45 м такого дроту?
4. Три робітники можуть виконати замовлення за 10 днів. Скільки потрібно робітників, щоб виконати це замовлення за 6 днів?
5. Альбом коштував 50 грн. Через деякий час він став коштувати 63 грн. На скільки відсотків підвищили ціну альбому?

Змоделуй та оціни!

1. Запиши пропорцію до задачі: «Іра хоче купити 3 альбоми за ціною 90 грн. Скільки альбомів вона зможе купити за ці самі гроші, якщо ціна альбому стане 120 грн?»
2. Для створення 2,5 кг суміші змішали 2 частини піску і 3 частини гіпсу.
 - 1) Зроби модель до задачі у вигляді схеми.
 - 2) Для створення суміші більше взяли піску чи гіпсу?
3. За деякий час автомобіль проїхав 80 км. Яку відстань він проїде, якщо рухатиметься зі швидкістю:
 - а) у 2 рази більшою;
 - б) у 2 рази меншою?
4. Валіза коштувала 1800 грн. Спочатку її ціну підвищили на 10 %, а потім знизили на 10 %. Як змінилась ціна в порівнянні з початковою після двох переоцінок?



ГОТУЄМОСЯ ДО ТЕМАТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

- Заміни відношенням натуральних чисел відношення $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$.
А 2 : 5 **Б** 3 : 7 **В** 14 : 15 **Г** 15 : 14
- Який відсоток схожості жита, якщо з 200 посіяних зернин зішло 188?
А 98 % **Б** 96 % **В** 94 % **Г** 92 %
- Яка ймовірність того, що перехожий народився у січні?
А $\frac{1}{2}$ **Б** $\frac{1}{12}$ **В** $\frac{1}{30}$ **Г** $\frac{1}{7}$
- Установи відповідність між рівняннями (1–3) та їх коренями (А–Д).

1 $x : 3 = 8 : 5$	А 10
2 $1,2 : x = 0,3 : 2,5$	Б 2
3 $3,2 : 0,6 = 40x : 15$	В 3
	Г 4,8
	Д 1
- Відстань на карті між двома містами 12 см. Яка відстань між цими містами на місцевості, якщо масштаб карти 1 : 2 000 000?
- Знайди довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 3 і 4, а периметр чотирикутника дорівнює 72 см.
- За 5 год 3D-принтер виготовив 40 деталей. Скільки деталей він виготовить за 7 год? Скільки ще потрібно таких самих 3D-принтерів, щоб за 5 год виготовити 120 таких деталей?
- Сплавили 1,2 кг цинку і 3,8 кг міді. Який відсоток сплаву складає цинк?

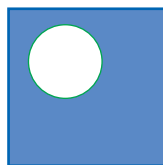
Додаткове завдання

- Товар коштував 300 грн. Для святкового розпродажу ціну на товар знизили спочатку на 10 %, а потім ще на 20 %. На скільки відсотків знизилась ціна після двох переоцінок?

СПРОБУЙ СВОЇ СИЛИ

Розв'яжи!

1. Прямокутник зі сторонами 2 см і 5 см обертається навколо більшої сторони. Яка фігура утворилася? Чому дорівнює висота і радіус основи утвореної фігури?
2. Накресли коло радіуса 3 см. Проведи діаметр AB і хорду PK . Знайди довжину кола і площу круга, обмеженого цим колом.
3. У коробці одна за одною лежать 6 однакових ялинкових кульок. Які розміри коробки, що має форму прямокутного паралелепіпеда, якщо радіус однієї кульки 4 см? Всі кульки дотикаються одна до одної і до стінок коробки.
4. Відомо, що кожен учень / учениця класу відвідує один гурток. До вокального ходить 12 учнів / учениць, до театрального — 9 учнів / учениць, до комп'ютерного — 6 учнів / учениць, до поетичного — 3 учні / учениці. Побудуй відповідну кругову діаграму.
5. З квадратного листа жерсті вирізали круг. Знайди площу утвореної фігури, якщо сторона квадрата дорівнює 6,4 см, а радіус круга 2 см.



Змоделюй та оціни!

1. Серед учнів класу 55 % мають хобі спорт, 10 % — читання, решта — творчість. Яка з діаграм відповідає цим даним?



2. Арена цирку має радіус 10 м. Знайди довжину шляху, що пробігає кінь по краю арени, роблячи одне повне коло. Намалюй малюнок до задачі.
3. Для м'ячика з радіусом 8 см хочуть виготовити коробку у формі куба, що буде дотикатися до м'яча. Які розміри коробки для цього потрібні?
4. У скільки разів зміниться діаметр основи циліндра, якщо її радіус збільшити у 2 рази?

ГОТУЄМОСЯ ДО ТЕМАТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

1. Яка фігура утвориться, якщо обертати прямокутний трикутник навколо катета?

А циліндр **Б** конус **В** піраміда **Г** куля

2. Діаметр кулі дорівнює 4,5 см. Чому дорівнює її радіус?

А 9 см **Б** 4,5 см **В** 2,25 см **Г** не можна встановити

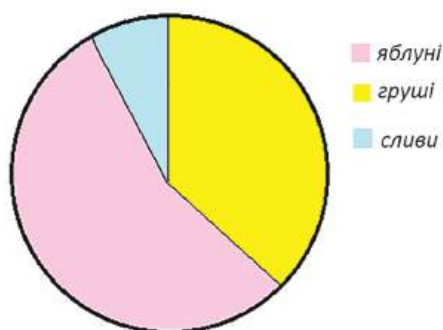
3. Користуючись діаграмою, установи, яких дерев у саду найменше.

А яблунь

Б груш

В слив

Г не можна встановити



4. Довжина обводу колеса дорівнює 2,826 м. Знайди діаметр цього колеса.

А 45 см **Б** 4,5 см **В** 9 м **Г** 90 см

5. Установи відповідність між умовами (1–3) та їх числовими значеннями (А–Д).

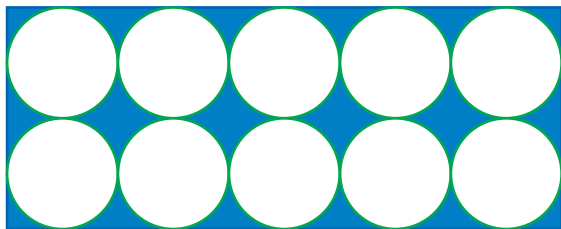
1 Довжина кола радіуса 4 см дорівнює	А 78,5 см ²
2 Площа круга радіуса 5 см дорівнює	Б 62,8 см
3 Довжина кола, яке обмежує круг площею 314 см ² , дорівнює	В 78,5 см
	Г 25,12 см
	Д 62,8 см ²

6. Клумба має форму круга, діаметр якого 6 м. Під тюльпани відвели 60 % всієї площі клумби, на іншій частині висадили нарциси. Яку площу займають нарциси? Відповідь округли до цілих.

7. Бігова доріжка на стадіоні має форму двох прямих доріжок, з'єднаних півколами. Яка довжина всієї бігової доріжки, якщо довжини її прямолінійних частин 100 м, а радіус півкола — 25 м? Іван хоче пробігти 1 км. Скільки повних кругів він має пробігти? Скільки метрів ще залишиться після цього бігту?



8. Користуючись малюнком, знайди периметр і площу прямокутника, якщо радіус одного кола дорівнює 8 см. Якщо з такого картонного прямокутника вирізати всі круги, то скільки картону (у см^2) піде у відходи?



Додаткове завдання

9. У чотирьох шостих класах навчається 120 учнів та учениць. У 6-А навчається 32 учні, у 6-Б — 25 учнів, у 6-В — 30 учнів, у 6-Г — решта. Побудуй кругову діаграму розподілу учнів шостих класів.

СПРОБУЙ СВОЇ СИЛИ

Розв'яжи!

1. Виконай дії і отримані результати запиши у порядку зростання.
а) $-3,8 + (-2,6)$;
б) $-7,3 - 10,2$;
в) $3 - 5,2$;
г) $-2,7 + 5,3$.
2. Познач на координатній прямій точки $A(-2,5)$, $B(3)$ і $C(-4,5)$ і точки, які мають протилежні координати.
3. Знайди модуль суми та різниці чисел $-3,8$ і $0,4$.
4. Розв'яжи рівняння: а) $x + 2,6 = -1,9$; б) $5,4 - x = 10$.
5. Обчисли значення виразу: $-3\frac{1}{6} + 2\frac{5}{8} + \left(-1\frac{1}{8}\right)$.

Змодельюй та оціни!

1. Змодельюй та обчисли за допомогою координатного променя вираз $-0,5 - 0,3$.
2. За день температура повітря змінилася на $2,5^{\circ}\text{C}$. Якою вона була вранці, якщо ввечері термометр показував $-4,5^{\circ}\text{C}$? Запиши можливі вирази до задачі та знайди їх значення.
3. Які цифри можуть стояти замість $*$, щоб нерівність $-0,54 > -0,5 *$ була правильною?
4. Додатною чи від'ємною буде сума 10 від'ємних чисел?
А сума їх модулів?
А модуль їх суми?



ГОТУЄМОСЯ ДО ТЕМАТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

1. Між якими сусідніми цілими числами знаходиться число $-0,9$?

А 0 і -1

Б 0 і 1

В 1 і 2

Г -1 і -2

2. Запиши замість зірочки таку цифру, щоб нерівність $-12,3 > -12*$ була правильною.

А 4

Б 3

В 2

Г 1

3. Розв'яжи рівняння $|x| = -3$.

А 3

Б 0

В -3

Г рівняння коренів не має

4. Установи відповідність між виразами (1–3) та їх числовими значеннями (А–Д).

5. Виконай дії, обираючи зручний порядок обчислень:

а) $-12,4 + 6,8 - 2,34 + 13,2 - 3, 26$;

б) $2\frac{3}{5} - \frac{4}{9} + \left(-5\frac{3}{5}\right) + 1\frac{4}{9}$.

1 $2,3 - 5,6$

А $1,1$

2 $-8,5 + 3,2 + 6,4$

Б $-11,7$

3 $-2\frac{3}{8} - 3\frac{5}{8}$

В $-3,3$

Г -6

Д $-1\frac{1}{4}$

6. Яка сума більша:

а) $3,9 + (-6,8)$ чи $6,8 + (-9,3)$; б) $-2,75 + (-3,5)$ чи $-3,57 + (-2,5)$.

7. Розв'яжи рівняння:

а) $|x - 2,2| = 4$; б) $-4,8 - x = -3,75$.

8. Обчисли значення виразу: $\left(1\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6} + \left(-\frac{1}{12}\right)\right) + \left(-\frac{1}{6} - \frac{5}{24}\right)$.

Додаткове завдання

9. Знайди значення виразу $|a + b - c|$, якщо $a = -12,3$, $b = 3,5$, $c = -2,8$.

СПРОБУЙ СВОЇ СИЛИ

Розв'яжи!

1. Виконай дії:
а) $2,4 \cdot (-3,5)$; б) $-7,26 : (-12,1)$.
2. Спрости вираз:
а) $-3,6a \cdot (-0,5)b$; б) $2(3a - b) - 3(2a + 5b) + 10b$.
3. Розв'яжи рівняння:
а) $-6x = 15$; б) $(-0,2x - 8)(x + 1,4) = 0$.
4. Обчисли: $\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{5} - 2\frac{1}{8} : \left(-1\frac{1}{4}\right)$.

Змоделюй та оціни!

1. Змоделюй на координатному промені вираз $-3 \cdot 5$. Знайди його значення.
2. За моделлю запиши вираз, спрости його і підкресли коефіцієнт.

1,2x	1,2x	1,2x
------	------	------
3. Додатне чи від'ємне число a , якщо:
а) $(-4,8) \cdot a > 0$; б) $3,2a < 0$; в) $-6,8a < 0$.
4. Порівняй, не обчислюючи, x і y , якщо $x = \frac{-5}{0,2}$; $y = \frac{-3}{-1,5}$.
5. Розв'яжи рівняння $2|x| + 5 = 3$. Чи зміниться відповідь, якщо рівняння записати без знака модуля?

ГОТУЄМОСЯ ДО ТЕМАТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

- Знайди значення виразу $-2a^2b^3$, якщо $a = -2$, $b = -1$.
а) 12; б) 8; в) -12; г) -8.
- Обчисли: $-25 \cdot (-2,7) \cdot 0,4$.
а) -27; б) 2,7; в) 27; г) - 2,7.
- Зведи подібні доданки: $1,2a - 4a + 3,8a + 7$.
а) $8a$; б) $a + 7$; в) 7; г) $15a$.
- Установи відповідність між виразами (1-3) та їх значеннями (А-Д), якщо $a = 2$, $b = -2$.

1	$0,5a \cdot (-3b)$	А -6
2	$2a - 5b + a$	Б 6
3	$-3(a - 2b) - 6b$	В 12
		Г 8
		Д 16
- Обчисли:
 $(-3,6 : 2,4 - 1,8 \cdot (-5) - 12,5)^2 : (-2,5)$.
- Розв'яжи рівняння:
а) $x : (-1,2) = 2,5$; б) $2(2x - 5,2) + 3x = -16,7$.
- Розкрий дужки і зведи подібні доданки:
а) $2(3m - 7n) - (4m + n) + 15n$;
б) $\frac{2}{3}(-0,9a + 6b - 3c) - \frac{1}{2}(4c - 1,2a)$.
- Обчисли $A \cdot B$ і $A : B$, якщо:
 $A = -3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{7} + 5\frac{1}{3} \cdot (-1,5) - 1\frac{1}{5} : \left(-\frac{6}{25}\right)$, $B = 3,25 - 11 : (-4)$.

Додаткове завдання

- Відомо, що числа a, b і c від'ємні. Порівняй з нулем значення виразів:
а) a^2bc ; б) ab^3c ; в) $a^3b^2c^3$.

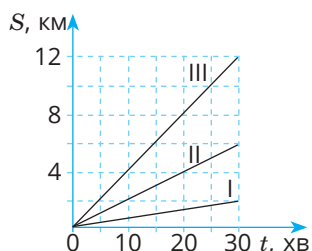
СПРОБУЙ СВОЇ СИЛИ

Розв'яжи!

- Розв'яжи рівняння:
а) $3,6 - 5x = 2,3x + 18,2$; б) $3x - 7 = 1 - 5(1,2 - x)$.
- Запиши числа у стандартному вигляді і вкажи порядок числа:
а) 250000; б) 0,0000032; в) 124700.
- Познач на координатній площині точки $A(-2; -3)$, $B(-2; 2)$, $C(3, 5; 2)$, $D(3, 5; 5)$ і $E(6, 5; 5)$. Знайди довжину ламаної $ABCDE$ (в одиничних відрізках).
- На двох складах разом 2880 т вугілля. Скільки вугілля на кожному складі, якщо на першому його на 400 т менше, ніж на другому.
- Мотоцикліст протягом 4 год рухався зі швидкістю 40 км/год. Побудуй графік його руху.

Змоделюй та оціни!

- Яке з чисел більше: $1,4 \cdot 10^{-5}$ чи $1,7 \cdot 10^{-4}$?
- Запиши рівняння до задачі: «Син у 3 рази молодший за батька. Скільки років батькові, якщо він старший за сина на 24 роки?».
- Зафарбуй частину координатної площини, кожна точка якої має від'ємну абсцису і додатну ординату. Запиши координати трьох точок, що належать зафарбованій області і двох точок, які цій області не належать.
- Який з мопедів рухався з більшою швидкістю.



ГОТУЄМОСЯ ДО ТЕМАТИЧНОГО КОНТРОЛЮ

- Яке з чисел записано у стандартному вигляді?
А $12,3 \cdot 10^3$ **Б** $0,2 \cdot 10^6$ **В** $3 \cdot 10^{-5}$ **Г** $17 \cdot 10^{-10}$
- Коренем якого з рівнянь є число 2?
А $2x - 3 = -5$ **Б** $|x| = -2$ **В** $x(x + 2) = 0$ **Г** $-3x + 4 = -2$
- Дано точку $K(2,7;0)$. Яка з точок знаходиться ближче до початку координат, ніж точка K ?
А $A(3; 0)$ **Б** $B(0; -1,3)$ **В** $C(-2,7; 0)$ **Г** $D(0; 3)$
- Установи відповідність між рівняннями (1–4) та кількістю їх розв'язків (А–Д).

1 $2x - 6 = -4$	А один
2 $3(x - 2) = 3x - 5$	Б два
3 $ x - 3 = 5$	В три
4 $x(x - 2)(x + 3) = 0$	Г жодного
	Д безліч
- Дівчатка зібрали 28 кг винограду і розклали його у два кошики так, що в одному з них було у три рази більше винограду, ніж у другому. Скільки винограду поклали у кожний кошик?
- Розв'яжи рівняння: $-0,4(3x - 0,5) - 0,7 = 1,3(2x - 15)$.
- Велосипедист три години їхав зі швидкістю 12 км/год, а після двох годин відпочинку з такою самою швидкістю їхав ще три години. Побудуй графік руху велосипедиста. Скільки всього кілометрів він проїхав?
- У двох діжках було порівну води. Після того як з першої діжки для поливу городу взяли 30 л води, а з другої 15 л, то у першій діжці води стало у два рази менше, ніж у другій. Скільки води було у кожній діжці спочатку?

Додаткове завдання

- Розв'яжи рівняння: $2(|x| + 5,2) = 16 - 3(4 - 2|x|)$.

ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ

1. Вкажи хибну рівність:

А $-2 + (-4) = -6$ **Б** $-13 : 2 = -6,5$

В $4 - (-6) = -10$ **Г** $-4 \cdot 1,2 = -4,8$

2. Яке число потрібно записати замість *, щоб нерівність $-1,86 > -1, *6$ була правильною?

А 0 **Б** 5 **В** 8 **Г** 9

3. Яке з чисел має тільки два дільники?

А 1 **Б** 9 **В** 11 **Г** 132

4. Установи відповідність між виразом (1-3) та його значенням (А-Д) за умови, що $a = -1,2$, $c = -2$.

1	$-2a \cdot 1,5c$	А	$-2,4$
2	$3(2c - a) + 3a$	Б	$-7,2$
3	$a(a - 3c + 2) - a^2 + 3ac$	В	$-11,2$
		Г	-12
		Д	$7,2$

5. Розв'яжи рівняння:

$$3(2x - 2,4) - 5(x + 2) = 4 - (3x + 5,2).$$

6. Оленка на подарунок матері витратила 72 % своїх грошей, а Левко — $\frac{3}{5}$ своїх грошей. Хто з дітей витратив на подарунок більше грошей, якщо у Оленки було 700 грн, а у Левка 840 грн?

7. За 3,5 кг яблук і 2 кг груш заплатили 207 грн. Скільки коштує 1 кг яблук і 1 кг груш, якщо 1 кг яблук на 4,5 грн дешевший за 1 кг груш?

8. Знайди значення виразу:

$$\left(2\frac{5}{6} + \left(-1\frac{1}{12} \right) - 2\frac{7}{8} \right) : \frac{3}{4} + \left(\frac{5}{16} - \frac{3}{4} \right) \cdot \left(-1\frac{1}{7} \right).$$

Додаткове завдання

9. Книжка коштувала 180 грн. Спочатку її ціну підвищили на 20 %, а потім знизили на 10 %. Якою стала ціна книжки після цих переоцінок? На скільки відсотків змінилася початкова ціна книжки?

ВІДПОВІДІ

16. а) 2 : 9; в) 32 : 5; г) 14 : 5. 17. а) 1 : 5; в) 9 : 4; г) 2 : 1; ґ) 3 : 5.

23. а) 2 : 5; б) 3 : 5. 27. 440 км. 55. Г, Б, А, Д. 56. $\frac{2}{5}$. 59. а) 9; б) 10.

61. $\frac{1}{6}$. 90. 4. 91. 30. 92. 10,5. 93. 125. 94. 10 250 грн.

102. а) 7,8; б) 2; в) 20; г) 2. 103. а) 0,8; б) 5; в) 5; г) 3. 106. Так.

107. Так. 108. 100 км. 129. 1 : 6000. 131. 30 км. 132. 3,2 см.

143. 168 км. 144. 3 см. 145. 7 см. 164. 40 %. 165. 12,5 %.

168. 8 %. 171. 20 %. 172. 27,5 %. 173. 20 %. 175. 1200 грн.

176. 900 грн. 182. а) На 100 %. 183. а) на 50 %. 184. 250 %.

186. 35 %. 187. На 25 %. 189. 54 500 грн, 59 405 грн. 193. На 8 %.

194. Ні. 195. На 25 %.

216. 1 т. 219. 43,5 кг. 221. 33 840 грн. 226. 8 альбомів. 228. 1,8 т,

32,5 кг. 230. 6 днів. 231. 1 робітник. 233. 15 км/год. 234. 2 год.

235. 1,47 кг. 236. 4,25 кг. 239. 42 кг і 28 кг. 259. 0,5 л, 0,25 л, 0,5 л.

260. 1,8 кг, 1,2 кг, 1,2 кг. 261. 6 см, 12 см, 15 см, 24 см. 262. 3 см,

9 см, 9 см, 15 см. 263. 24, 48, 84. 269. 300 грн, 400 грн, 450 грн.

271. а) 40, 80, 80; б) 48, 72, 80. 273. 160 і 200. 274. 4,8, 8, 12.

275. 50, 75, 45.

308. 10 см. 321. 18,84 см. 322. $\approx 7,5$ м. 323. $\approx 12,25$ м. 386. Ні.

387. 4 см.

443. $AB = 1$ см, $AC = 2$ см, $CB = 3$ см. 448. а) 99; б) 22,5; в) 14,2.

451. а) 0,7 або -0,7; в) 5,5 або -5,5. 452. б) 4 або -4;

в) 50 або -50. 482. е) $|x| > y$; є) $-a < b$.

524. б) -11,71; г) 0. 525. а) -39,3; б) -1,46; в) -1; г) 2,5.

527. а) $\frac{3}{5}$; б) 1; в) -1; г) 2. 528. а) -5; б) 3; в) 1; г) -4,7.

566. а) -7; в) -3. 567. а) 10; в) -20. 577. а) 2,2 або -8,6;

б) 1,35; в) коренів немає. 578. б) -1,2 або -12,4; г) коренів немає.

579. а) 4; б) 1. **580.** а) 2; б) -3. **581.** а) 3,7 або -3,7; в) коренів немає; г) 8,7 або -8,7. **582.** а) 3,4 або -3,4; в) коренів немає; г) 4,9 або -4,9.

605. а) -5,2; б) -2,7 або 4,6. **609.** а) 36,55; б) -18,06; в) 54,61. **612.** а) -12,3; б) 1,7; в) -1; г) 1. **613.** а) -56,3; б) 53,7; в) 2; г) -4. **617.** а) 0; б) 1; в) 0. **618.** а) 1; б) 0; в) 0,5. **619.** а) -0,5; б) -1,5. **620.** а) 0; в) 2; г) 25. **621.** б) 3; в) 1; г) 6,6. **689.** а) -8; в) -17,87.

690. а) -1; б) -0,1; в) 1,3. **691.** б) $1\frac{1}{4}$; в) 0; г) $1\frac{1}{2}$. **692.** а) $-\frac{1}{3}$;

б) $1\frac{4}{25}$; в) -4; г) $-2\frac{1}{4}$. **696.** а) 0; в) 1. **697.** а) 2; б) 1; в) 1.

698. а) $\frac{3}{5}$; б) 1. **699.** а) $11\frac{1}{2}$; б) -8.

734. а) -61; б) 20. **735.** в) $4\frac{3}{4}$. **736.** в) $5\frac{1}{5}$. **739.** б) 8. **740.** б) 2.

741. а) $2,4b$; б) $-1,6x$; в) $0,6m - n$. **742.** а) $4,6b$; б) $-a$; в) $2\frac{3}{8}a$.

771. а) $5,7 \cdot 10^8$; в) $8,4 \cdot 10^{-6}$; г) $2,6 \cdot 10^{-4}$. **775.** а) $7,8 \cdot 10^3$;

б) $1,2 \cdot 10^5$; г) $6 \cdot 10^2$.

812. 172 грн і 258 грн. **821.** в) $\frac{1}{6}$. **822.** б) -6; в) $3\frac{1}{6}$. **823.** б) -6;

г) коренів немає. **825.** а) 3; б) 3. **826.** а) 4; б) 5. **828.** 18 олівців.

829. 18 кг. **830.** 150 грн. **831.** 446,4 кг, 223,2 кг, 604,4 кг.

832. 105 м, 35 м, 165 м. **833.** 8 шоколадок і 12 кексів.

834. 3 альбоми, 25 зошитів. **835.** 36 учнів, 54 учні. **836.** 30 дівчат і 20 хлопців. **837.** 25 кг, 15 кг. **838.** 60 ручок, 45 олівців.

839. 20 кг, 40 кг. **840.** 20 л, 50 л. **865.** $D(4; 2)$, 51 см, $157,5 \text{ см}^2$.

872. б) так; в) ні. **873.** (1,5; -2). **875.** Так. **876.** $K(-4, 5; 2)$,

$P(4, 5; -2)$. **897.** 10 год; 30 км; 2 рази; 5 км/год і приблизно

3,3 км/год.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Абсциса точки 132
- Величини 42
 - обернено пропорційні 43
 - прямо пропорційні 42
- Відношення 10
 - відсоткове 35
- Від’ємні числа 74
- Віднімання раціональних чисел 91
- Графіки 138
- Декартова система координат 132
- Діаграма 60
 - Ейлера 60
 - кругова 60
 - лінійна 60
 - секторна 60
- Діаметр
 - кола 53
 - круга 54
 - кулі 68
- Ділення раціональних чисел 107
- Довжина кола 54
- Додавання раціональних чисел 85
- Додатні числа 74
- Дробові числа 75
- Закони
 - додавання 85
 - множення 103
- Ймовірність 17
 - статистична 18
- Коло 53
- Коефіцієнт 112
- Конус 69
- Координатна площина 132
- Корінь рівняння 123
- Круг 54
- Круговий сектор 54
- Куля 68
- Масштаб 29
- Множення раціональних чисел 97
- Модуль числа 75
- Обернено пропорційні величини 140
- Об’єм
 - конуса 69
 - кулі 69
 - циліндра 69
- Ордината точки 132
- Основна властивість
 - відношення 11
 - рівняння 123
 - пропорції 22
- Перетворення простіших виразів 112
- Півколо 55
- Півкруг 55
- Площа
 - круга 54
- Подія 16
 - випадкова 17
 - рівноймовірні 17
- Порівняння раціональних чисел 81
- Порядок числа 119
- Пропорційний поділ 48
- Пропорція 22
- Радіус
 - кола 53
 - круга 54
 - кулі 68
- Раціональні числа 74, 76
- Рівняння 123
- Стандартний вигляд числа 118
- Сфера 68
- Тіла обертання 68
- Хорда 53
 - круга 54
- Центр
 - кола 53
 - кулі 68
- Циліндр 68
- Цілі числа 74

КОРОТКИЙ ТЛУМАЧНИЙ СЛОВНИК

Ар — одиниця площі, яка дорівнює 100 м².

Арифметика — наука про числа.

Величина — характеристика предмета чи явища.

Від'ємник — число, яке віднімають.

Віднімання — дія, обернена до додавання.

Відношення — частка від ділення одного числа на інше.

Відсоток — сота частина.

Гектар — одиниця площі, яка дорівнює 100 ар.

Градус — одиниця міри кута, $\frac{1}{180}$ частина розгорнутого кута.

Графік — (у найпростіших випадках) лінія на координатній площині, яка показує, як змінюються значення однієї величини від зміни значень іншої.

Десятковий дріб — десятковий запис числа, в якому дробова частина від цілої відокремлюється комою.

Діаграма — символічний малюнок, який ілюструє співвідношення між значеннями величин.

Ділене — число, яке ділять.

Ділення — дія, обернена до множення.

Дільник — число, на яке ділять.

Добуток — результат множення.

Дробові числа — раціональні числа, які не є цілими.

Звичайний дріб — це запис виду $\frac{a}{b}$, де a і b — натуральні числа.

Зменшуване — число, від якого віднімають.

Ймовірність події — відношення кількості результатів, сприятливих для події, до числа всіх можливих результатів.

Квадрат — прямокутник, у якого всі сторони рівні.

Квадрат числа — добуток двох рівних чисел.

Коло — крива замкнена лінія на площині, всі точки якої рівновіддалені від деякої точки.

Координата точки — число, яке визначає розміщення точки на прямій (площині).

Координатна площина — площина з нанесеною на ній системою координат.

Координатна пряма — пряма з нанесеними на ній штрихами, які відповідають певним числам.

Корінь рівняння — значення невідомого, при якому рівняння перетвориться на правильну числову рівність.

Круг — частина площини, обмежена колом.

Куб — прямокутний паралелепіпед, у якого всі ребра рівні.

Куб числа — добуток трьох рівних чисел.

Кут — частина площини, обмежена двома променями зі спільним початком.

Масштаб — запис, що показує, у скільки разів відстані на зображенні більші чи менші від реальних.

Мільярд — тисяча мільйонів, число 1 000 000 000.

Многокутник — замкнена ламана.

Множники — числа, які множать.

Модуль числа a — число a , якщо воно невід'ємне, або $-a$, якщо число a від'ємне.

Натуральний ряд — послідовність 1, 2, 3, 4, 5,

НСД кількох чисел — найбільше натуральне число, на яке ділиться кожне з даних чисел.

НСК кількох чисел — найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел.

Нумерація — спосіб називання і позначення чисел.

Периметр — сума довжин сторін многокутника.

Пропорція — рівність двох відношень.

Просте число — натуральне число, більше за 1, яке ділиться тільки на 1 і саме на себе.

Прямокутник — чотирикутник, у якого всі кути прямі.

Раціональні числа — це цілі і дробові числа разом.

Рівні відрізки — відрізки, довжини яких рівні.

Рівні фігури — фігури, які можна сумістити накладанням.

Рівняння — рівність, яка містить невідоме число, позначене буквою.

Різниця — результат віднімання.

Середнє арифметичне кількох чисел — число, яке дорівнює сумі цих чисел, поділеній на їх кількість.

Складене число — натуральне число, відмінне від 1 і від простого числа.

Стандартний вигляд числа — запис числа у вигляді $a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$, n — ціле число, яке називають *порядком даного числа*.

Степінь числа a (a^n) — це добуток n чисел, кожне з яких дорівнює a .

Сума — результат додавання.

Транспортир — найпростіший прилад для вимірювання кутів.

Трильйон — мільйон мільйонів, число 1 000 000 000 000.

Цифри — знаки, за допомогою яких записують числа.

Цілі числа — спільна назва нуля, натуральних чисел і протилежних їм чисел.

Цілі від'ємні числа — числа, протилежні до натуральних.

Частка — результат ділення.

Чотирикутник — багатокутник, який має чотири сторони.

ЗМІСТ

Повторення за I семестр	4
Розділ 1. Відношення і пропорції	10
§ 1. Відношення	10
§ 2. Ймовірність випадкової події	16
§ 3. Пропорції	22
§ 4. Масштаб	29
§ 5. Відсоткове відношення	35
§ 6. Прямо пропорційні та обернено пропорційні величини	42
§ 7. Задачі на пропорційний поділ	48
§ 8. Коло і круг	53
§ 9. Діаграми	60
§ 10. Тіла обертання. Циліндр, конус, куля	68
Розділ 2. Раціональні числа	74
§ 11. Раціональні числа	74
§ 12. Порівняння раціональних чисел	81
§ 13. Додавання раціональних чисел	85
§ 14. Віднімання раціональних чисел	91
§ 15. Множення раціональних чисел	97
§ 16. Закони множення	103
§ 17. Ділення раціональних чисел	107
§ 18. Перетворення простіших виразів	112
§ 19. Стандартний вигляд числа	118
§ 20. Розв'язування рівнянь	123
§ 21. Координатна площина	132
§ 22. Графіки	138
Вправи для повторення за рік	144
Цікаві та складні задачі	154
Проекти	158
Історичні відомості	168
Спробуй свої сили	172
Відповіді	185
Предметний покажчик	187
Короткий тлумачний словник	188

Навчальне видання

БЕВЗ Григорій Петрович
БЕВЗ Валентина Григорівна
ВАСИЛЬЄВА Дарина Володимирівна
ВЛАДІМІРОВА Наталія Григорівна

МАТЕМАТИКА

**Підручник для 6 класу
закладів загальної середньої освіти**

У 2-х частинах
Частина 2

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

*Підручник відповідає
Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»*

Редактор *Т. П. Єресько*
Технічний редактор *Л. І. Аленіна*
Комп'ютерна верстка *Ю. П. Мирончик*
Коректор *О. В. Сидор*
Дизайн обкладинки *П. В. Ширнін*

У підручнику використано малюнки художника *І. В. Денисова*

У підручнику використано світлини та малюнки з сайту
<https://www.shutterstock.com/> авторів:
ValeryRuta, Red Fox studio, Lopolo, Djomas, tativophotos, Jacek Chabrazewski, Gelpi, Maples Images, Africa Studio, Max Topchii, Creativa Images, ShotPrime Studio, Anna Om, Pete Pahham, Kite_rin, New Africa, Peakstock, ABO PHOTOGRAPHY, Robert Plociennik, Afra Asy-Syifa, Amam ka, artwey, VutTH, summer studio, Kutcenko Dmitry, Kartick dutta artist, Morphart Creation, OlgaBudrina, Hennadii H, Kartick dutta artist, EreborMountain, Liukov, Smit, Dmitry Sedakov, Amazing Aerial Premium, muratart, Natata, metsismetsis, sergey lavrishchev;
<https://ru.freepik.com/> авторів:
vwalakte, GarryKillian, user5356353, macrovector, kapona, freepik

Формат 70х100 1/16.

Ум. друк. арк. 15,552 + 0,324 форзац. Обл.-вид. арк. 15,13 + 0,55 форзац.
Наклад 33 730 пр. Зам. №

ТОВ «ВИДАВНИЧИЙ ДІМ «ОСВІТА»

Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції»
Серія ДК № 6109 від 27.03.2018 р.

Адреса видавництва: 04053, м. Київ, вул. Обсерваторна, 25
www.osvita-dim.com.ua

Віддруковано в АТ «ХАРКІВСЬКА КНИЖКОВА ФАБРИКА «ГЛОБУС»
61011, м. Харків, вул. Різдвяна, 11.
Свідоцтво ДК № 7032 від 27.12.2019 р.
www.globus-book.com

ЗАКони арифметичних дій

Переставний закон

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Сполучний закон

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Розподільний закон

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

ТАБЛИЦЯ МНОЖЕННЯ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

КВАДРАТИ І КУБИ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

n	n^2	n^3	n	n^2	n^3
1	1	1	11	121	1331
2	4	8	12	144	1728
3	9	27	13	169	2197
4	16	64	14	196	2744
5	25	125	15	225	3375
6	36	216	16	256	4096
7	49	343	17	289	4913
8	64	512	18	324	5832
9	81	729	19	361	6859
10	100	1000	20	400	8000

ОДИНИЦІ ЧАСУ

$$1 \text{ год} = 60 \text{ хв}; \quad 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}$$

ГРОШОВІ ОДИНИЦІ

$$1 \text{ грн} = 100 \text{ к.}$$

ОДИНИЦІ ДОВЖИНИ

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}; \quad 1 \text{ дм} = 10 \text{ см};$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}; \quad 1 \text{ см} = 10 \text{ мм};$$

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

ОДИНИЦІ МАСИ

$$1 \text{ т} = 10 \text{ ц}; \quad 1 \text{ кг} = 1000 \text{ г};$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}; \quad 1 \text{ г} = 1000 \text{ мг};$$

$$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$$

ОДИНИЦІ ПЛОЩІ

$$1 \text{ км}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2; \quad 1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2; \quad 1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2;$$

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2; \quad 1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2; \quad 1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$$

ОДИНИЦІ ОБ'ЄМУ

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3; \quad 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3; \quad 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

Раціональні числа

Цілі числа

Натуральні числа

0

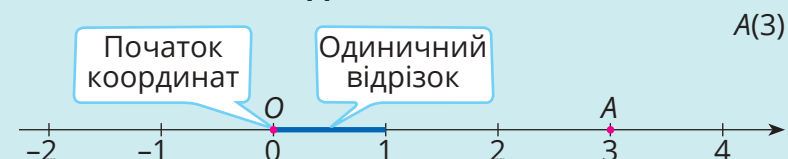
Цілі від'ємні числа

Дробові числа

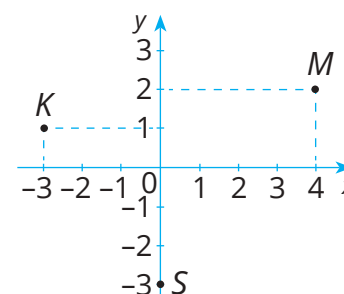
Додатні дробові числа

Від'ємні дробові числа

КООРДИНАТНА ПРЯМА



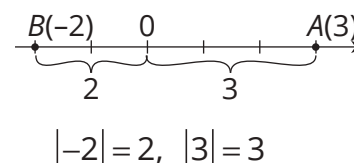
КООРДИНАТНА ПЛОЩИНА



$A(x; y)$
абсциса $\rightarrow$ ордината

$M(4; 2)$
 $K(-3; 1)$
 $S(0; -3)$

МОДУЛЬ ЧИСЛА



$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0 \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Дії з раціональними числами

$$a - b = a + (-b)$$

$$a - (-c) = a + c$$

$$(-a) \cdot (-b) = ab$$

$$(-a) \cdot b = -ab$$

$$(-a) : (-b) = a : b$$

$$(-a) : b = -a : b$$